慶應義塾大学学術情報リポジトリ
Keio Associated Repository of Academic resouces

Title	世代重複モデルと分散市場
Sub Title	Overlapping generations model and decentralized market
Author	前多, 康男(Maeda, Yasuo)
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	2023
Jtitle	三田学会雑誌 (Mita journal of economics). Vol.116, No.1 (2023. 4) ,p.87- 95
JaLC DOI	10.14991/001.20230401-0087
Abstract	
Notes	研究ノート
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-20230401-0087

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

「三田学会雑誌」116 巻 1 号（2023 年 4 月）

研究ノート

世代重複モデルと分散市場

前多康男 *

1　はじめに

ラゴス = ライト（Lagos and Wright (2005)）モデルは，サーチ理論を取り入れた貨幣モデルで，貨幣を価値付けるような明示的な摩擦を導入することなく，ミクロ経済学基礎から貨幣モデルを構築している。貨幣の価値付けは，取引の一部分で一重の一致が発生することに起因している。本稿では，ラゴス = ライトモデルのエッセンスを世代重複モデルに取り入れたモデルを展開する。ラゴス = ライトモデルは無限期間生きる個人のモデルであるが，世代重複モデルに組み込むことにより，各個人の最適化行動が 2 期間の最適化として表現され，国債，資本，金融システムなど，より複雑なメカニズムをある程度の取り扱いの容易さを保持しながら取り入れることが可能になる。

2　モデル

■経済　各期に $[0, 1]$ の連続体で個人が生まれ，それぞれの個人は 2 期間生きる世代重複モデルを考える。t 期に生まれた個人を t 世代の個人と呼び，生涯の第 1 期の個人を若者，生涯の第 2 期の個人を老人と呼ぶ。初期時点（第 1 期）にはすでに老人になっている個人が存在しているとする。

各期は 2 つのステージに分かれている。最初のステージをステージ 1，後のステージをステージ 2 と呼ぶ。ステージ 1 においては，老人と若者が一堂に会して中央市場において取引を行う。ステージ 2 では若者のみがランダムに一対一の組になって出会い，出会った組の中で取引を行う。

本稿は慶應義塾大学学事振興資金の研究援助を受けた。記して感謝の意を表したい。
＊　慶應義塾大学経済学部

t 世代の個人は t 期にまずステージ 1 において中央市場で取引を行い，続いてステージ 2 において分散市場で取引を行う。$t+1$ 期にステージ 1 において中央市場で取引を行ったのち生涯を終える。

■財の生産と消費　各個人は各ステージにおいて財の消費から正の効用を得て, 財の生産を行うための労働から負の効用を得る。ステージ 1 の中央市場においては一般財が生産され消費される。1 単位の労働から 1 単位の財が生産されるが, 生産される財に特殊性はなく, 各個人が生産する一般財は同質である。価格は競争的に決定される。財の消費を x, 労働を h とした時の総効用を, $U(x)-h$ とする。U については, 2 回連続微分可能で, $U' > 0, U'' \leq 0$ を仮定する。

経済に貨幣が存在しており，初期時点において老人が初期保有している。t 期の中央市場における貨幣で測った財の価格を p_t とする。

ステージ 2 の分散市場においては, 特殊財の生産と消費が行われる。各個人は他の個人が生産した財の一部から効用を得ることができる。その意味で各個人の生産する財は非同質的である。自分が効用を得ることができる財を q 単位消費した時には $u(q)$ 単位の効用が得られ，q だけの生産を行った時には $c(q)$ の不効用が発生するとする。u および c に関しては，2 回連続微分可能で，$u' > 0, c' > 0, u'' < 0, c'' \geq 0, u(0) = c(0) = 0$ を仮定する。

2.1　中央市場における問題

■若者のステージ 1 における最適化問題　t 期のステージ 1 における若者の消費を $x_{t,t}$，労働を $h_{t,t}$ とし，ステージ 1 からステージ 2 に持ち越す貨幣の量を $M_{t,t}$ とする。t 世代の若者は，ステージ 1 では,

$$\begin{aligned} &\max_{c_{t,t}, h_{t,t}, M_{t,t}} U(x_{t,t}) - h_{t,t} + V_t(M_{t,t}) \\ &\qquad \text{subject to} \\ &\qquad c_{t,t} + \frac{M_{t,t}}{p_t} = h_{t,t} \end{aligned} \tag{1}$$

を解くことになる。ここで p_t は t 期の財価格である。$V_t(M_{t,t})$ は $M_{t,t}$ だけの貨幣をステージ 2 へ持ち越す時の価値を表している。問題 (1) において予算制約を目的関数に代入し $h_{t,t}$ を消し込むと，この問題は,

$$W_{t,t} \equiv \max_{x_{t,t}, M_{t,t}} U(x_{t,t}) - x_{t,t} - \frac{M_{t,t}}{p_t} + V_t(M_{t,t}) \tag{2}$$

と書ける。

■若者のステージ 1 における最適化問題の解　問題 (2) の $x_{t,t}$ についての解は,

$$U'(x_{t,t}) = 1 \tag{3}$$

の解で求めることができる。(3) 式の解を x^* と置くと,

$$W_{t,t} = U(x^*) - x^* + \max_{M_{t,t}} \left[-\frac{M_{t,t}}{p_t} + V_t(M_{t,t}) \right] \tag{4}$$

と書ける。ここで

$$M^*_{t,t} = \arg\max_{M_{t,t}} \left[-\frac{M_{t,t}}{p_t} + V_t(M_{t,t}) \right]$$

とする。

t 世代の若者のステージ 1 における消費は x^* となり，この消費から $U(x^*)$ の効用を得る。また，$M^*_{t,t}$ だけの貨幣をステージ 2 に持ち越すことになるので，最適な労働供給は予算制約より $h^*_{t,t} = x^* + \frac{M^*_{t,t}}{p_t}$ となる。$h^*_{t,t} - x^*$ だけの財を中央市場に供給し，$t-1$ 世代の老人に売却する。財の価格が p_t であるので，

$$M^*_{t,t} = p_t \left(h^*_{t,t} - x^* \right)$$

単位の貨幣を得ることになる。

■老人の最適化問題　t 世代の老人の消費を $x_{t,t+1}$，労働を $h_{t,t+1}$ とする。若年期から持ち越している貨幣の量を $M_{t,t+1}$ とする。老人はステージ 1 で消費を行った後で生涯を終えることになり，次のステージ 2 には参加しない。したがって，このステージから貨幣を持ち越すことはない。t 世代の老人は $t+1$ 期のステージ 1 では，

$$\max_{x_{t,t+1}, h_{t,t+1}} \quad U(x_{t,t+1}) - h_{t,t+1}$$
$$\text{subject to}$$
$$x_{t,t+1} = h_{t,t+1} + \frac{M_{t,t+1} + M^T_{t,t+1}}{p_{t+1}} \tag{5}$$

を解く。ここで，$M^T_{t,t+1}$ は，$t+1$ 期の老人への一括の形の貨幣移転である。制約を目的関数に代入すると，この問題は，

$$W_{t,t+1}(M_{t,t+1}) \equiv \max_{x_{t,t+1}} \left[U(x_{t,t+1}) - x_{t,t+1} + \frac{M_{t,t+1} + M^T_{t,t+1}}{p_{t+1}} \right] \tag{6}$$

となる。この価値関数は，

$$W_{t,t+1}(M_{t,t+1}) = U(x^*) - x^* + \frac{M_{t,t+1} + M^T_{t,t+1}}{p_{t+1}} \tag{7}$$

と計算できる。また，最適な労働量 $h^*_{t,t+1}$ は

$$h^*_{t,t+1} = x^* - \frac{M_{t,t+1} + M^T_{t,t+1}}{p_{t+1}} \tag{8}$$

となることも分かる。前期から持ち込んだ貨幣 $M_{t,t+1}$ と一括で移転された貨幣 $M^T_{t,t+1}$ で購入できる財が $\frac{M_{t,t+1}+M^T_{t,t+1}}{p_{t+1}}$ で計算される。最適な消費は x^* で固定されており，前期から持ち込んだ貨幣で購入できる財を超える部分の消費を賄うために，$h^*_{t,t+1}$ の労働を用いて自ら一般財を生産することになる。

■初期時点の老人の最適化問題　初期時点の老人（0 世代の老人）は第 1 期のステージ 1 では，

$$\max_{x_{0,1}, h_{0,1}} \quad U(x_{0,1}) - h_{0,1}$$
$$\text{subject to}$$
$$x_{0,1} = h_{0,1} + \frac{M_{0,1}}{p_1} \tag{9}$$

を解く。ここで $M_{0,1}$ は初期時点の老人が初期に保有している貨幣の量である。制約を目的関数に代入すると，この問題は，

$$W_{0,1}(M_{0,1}) \equiv \max_{x_{0,1}} \left[U(x_{0,1}) - x_{0,1} + \frac{M_{0,1}}{p_1} \right] \tag{10}$$

となる。この価値関数は,

$$W_{0,1}(M_{0,1}) = U(x^*) - x^* + \frac{M_{0,1}}{p_1} \tag{11}$$

と計算できる。

2.2 分散市場における問題

■分散市場における取引 各期のステージ 2 においては，若者が一対一でランダムに出会い, 分散的に取引を行う。ステージ 2 において各個人は各個人に特定の財を生産する。また, 消費を行い効用を得る財は，他人が生産する別の特定の財である。ラゴス = ライト（Lagos and Wright（2005））では個人 i と個人 j が出会った場合の取引の可能性については以下の 4 つのケースを考えている。1 番目は二重の一致のケースで，個人 i が欲しい財を個人 j が生産でき，また逆に個人 j が欲しい財を個人 i が生産できる状態である。2 番目は一重の一致のケースにおいて個人 i が財の売り手, 個人 j が財の買い手になる場合であり，3 番目は，その逆で，一重の一致のケースにおいて個人 i が財の買い手，個人 j が財の売り手になる場合である。4 番目はそれらのいずれでもない場合であり，交換は起こらない。

これらの取引において，本質的なものは一重の一致のケースであるので，本稿においては，モデルの単純化のために確率 $\frac{1}{2}$ で 2 種類の一重の一致のそれぞれのケースが起きることを想定する。

2.3 若者のステージ 2 における問題

■ナッシュ交渉解 t 世代の若者の分散市場における交渉問題を考える。ここでは，買い手の交渉力を θ とする一般化ナッシュ交渉解を用いる。買い手が保有している貨幣量を M, 売り手が保有している貨幣量を $\tilde{M}$，売り手から買い手に渡る財の量を q，買い手から売り手に渡る貨幣量を D とする。交渉が不成立の場合の買い手の価値関数の値は $W_{t,t+1}(M)$, 売り手の価値関数の値は $W_{t,t+1}(\tilde{M})$ であるので，ナッシュ交渉解は，θ を買い手の交渉力として,

$$\begin{aligned} &\left(u(q) + W_{t,t+1}(M-D) - W_{t,t+1}(M)\right)^{\theta} \\ &\left(-c(q) + W_{t,t+1}(\tilde{M}+D) - W_{t,t+1}(\tilde{M})\right)^{1-\theta} \end{aligned} \tag{12}$$

を最大化することで得ることができる。この問題は，(7) 式を考慮すると,

$$\max_{q,D} \left(u(q) - \frac{D}{p_{t+1}} \right)^{\theta} \left(-c(q) + \frac{D}{p_{t+1}} \right)^{1-\theta} \tag{13}$$

となる。内点解を想定した一階の条件は,

$$\begin{aligned} q : \theta &\left(-c(q) + \frac{D}{p_{t+1}} \right) u'(q) \\ &= (1-\theta) \left(u(q) - \frac{D}{p_{t+1}} \right) c'(q) \end{aligned} \tag{14}$$

および

$$\begin{aligned} D : \theta &\left(-c(q) + \frac{D}{p_{t+1}} \right) \\ &= (1-\theta) \left(u(q) - \frac{D}{p_{t+1}} \right) \end{aligned} \tag{15}$$

となる。

■交渉解の計算　(14) 式を (15) 式で辺々割ると，

$$u'(q) = c'(q) \tag{16}$$

が導出される。(16) 式を満たす q を q^* と置く。

(15) 式から，

$$\frac{D}{p_{t+1}} = \theta c(q) + (1-\theta)u(q) \tag{17}$$

と解ける。ここで，

$$\theta c(q^*) + (1-\theta)u(q^*) \equiv m^* \tag{18}$$

と置くと，$M \geq p_{t+1}m^*$ の時は，$(q^*, p_{t+1}m^*)$ が交渉解となる。

また，$M < p_{t+1}m^*$ の時は，買い手が持ち込んだ M が内点解を成立させるには少なすぎる状態である。したがって，$D = M$ となり，買い手から売り手に渡る貨幣の量 D が持ち込んだ貨幣量 M によって制約されることになる。q については，

$$\begin{aligned}&\theta\left(-c(q) + \frac{M}{p_{t+1}}\right)u'(q)\\ &= (1-\theta)\left(u(q) - \frac{M}{p_{t+1}}\right)c'(q)\end{aligned} \tag{19}$$

の解 $\hat{q}\left(\frac{M}{p_{t+1}}\right)$ が交渉解になる。

(19) 式を，

$$\begin{aligned}\frac{M}{p_{t+1}} &= \frac{\theta c(q)u'(q) + (1-\theta)u(q)c'(q)}{\theta u'(q) + (1-\theta)c'(q)}\\ &\equiv z(q)\end{aligned}$$

と変形すると，$z(q) = \frac{M}{p_{t+1}}$ の解が $\hat{q}\left(\frac{M}{p_{t+1}}\right)$ となることが分かる。

これらの交渉解を，

$$q_t\left(\frac{M}{p_{t+1}}\right) = \begin{cases}\hat{q}\left(\frac{M}{p_{t+1}}\right) & \text{if } \frac{M}{p_{t+1}} < m^*\\ q^* & \text{if } \frac{M}{p_{t+1}} \geq m^*,\end{cases}$$

$$D_t(M) = \begin{cases}M & \text{if } \frac{M}{p_{t+1}} < m^*\\ p_{t+1}m^* & \text{if } \frac{M}{p_{t+1}} \geq m^*\end{cases}$$

とまとめることにする。$z'(q) > 0$ が（$u(q) > c(q)$ の範囲で）確認できる[(1)]ので，$q_t(\frac{M}{p_{t+1}})$ は $\frac{M}{p_{t+1}} < m^*$ の範囲（および $u(q) > c(q)$ の範囲）で厳密に増加的で，$\frac{M}{p_{t+1}} = m^*$ の時に $q_t(\frac{M}{p_{t+1}}) = q^*$ となることが分かる。

■若者のステージ 2 における問題　t 世代の若者のステージ 2 における問題（t 期の分散市場における問題）は

$$\begin{aligned}V_t(M_{t,t}) = &\frac{1}{2}\left(u\left(q_t\left(\frac{M_{t,t}}{p_{t+1}}\right)\right)\right.\\ &\left.+\beta W_{t,t+1}\left(M_{t,t} - D_t(M_{t,t})\right)\right)\\ &+\frac{1}{2}\left(-c\left(q_t\left(\frac{\tilde{M}_{t,t}}{p_{t+1}}\right)\right)\right.\\ &\left.+\beta W_{t,t+1}\left(M_{t,t} + D_t(\tilde{M}_{t,t})\right)\right)\end{aligned}$$

となり，この式は，

$$\begin{aligned}V_t(M_{t,t}) = &\frac{1}{2}u\left(q_t\left(\frac{M_{t,t}}{p_{t+1}}\right)\right)\\ &-\frac{1}{2}c\left(q_t\left(\frac{\tilde{M}_{t,t}}{p_{t+1}}\right)\right) + \beta\frac{M_{t,t} + M^T_{t,t+1}}{p_{t+1}}\\ &-\frac{1}{2}\beta\frac{D_t\left(M_{t,t}\right)}{p_{t+1}} + \frac{1}{2}\beta\frac{D_t\left(\tilde{M}_{t,t}\right)}{p_{t+1}}\\ &+\beta(U(x^*) - x^*)\end{aligned} \tag{20}$$

---

(1)　ラゴス＝ライト（Lagos and Wright（2005），p. 470）参照。

と計算できる。

2.4 個人の最適化問題

■最適化問題 (4) 式および (20) 式から，t 世代の若者が解く問題は，

$$\max_{M_{t,t}} \frac{1}{2}u\left(q_t\left(\frac{M_{t,t}}{p_{t+1}}\right)\right) - \frac{1}{2}\beta\frac{D_t\left(M_{t,t}\right)}{p_{t+1}} + \left(\beta\frac{1}{p_{t+1}} - \frac{1}{p_t}\right)M_{t,t} \tag{21}$$

となる。$\pi_{t+1} = \frac{p_{t+1}}{p_t}$ でインフレ率を定義すると，

$$\beta\frac{1}{p_{t+1}} - \frac{1}{p_t} = (\beta - \pi_{t+1})\frac{1}{p_{t+1}}$$

であるので (21) 式は，

$$\max_{M_{t,t}} \frac{1}{2}u\left(q_t\left(\frac{M_{t,t}}{p_{t+1}}\right)\right) - \frac{1}{2}\beta\frac{D_t\left(M_{t,t}\right)}{p_{t+1}} + (\beta - \pi_{t+1})\frac{M_{t,t}}{p_{t+1}} \tag{22}$$

となる。

$q_t(\cdot)$ および $D_t(\cdot)$ は $M_{t,t}$ を大きくしていった時に，それぞれに上限が存在する。したがって，$\beta > \pi_{t+1}$ の時は $M_{t,t} = \infty$ となって最適解が存在しないことが分かる。したがって，$\beta \leq \pi_{t+1}$ を想定することになる。

■フリードマンルール t 期のステージ 2 に持ち込む貨幣は $M_{t,t}$ である。ステージ 2 において買い手になった時には，この貨幣をすべて使い切ることになるが，売り手になった時には，この貨幣はすべて $t+1$ 期に持ち越すことになる。$\beta = \pi_t$ の時は，フリードマンルールが成立している時で，t 期のステージ 2 に持ち込んだ貨幣の価値が減少しないので，$p_{t+1}m^*$ だけの貨幣を持ち込んで効用が最大化されることになる。

$\beta < \pi_t$ の時は，インフレ率が β より大きいので，$t+1$ 期に貨幣を持ち越すとその価値が減少することになる。したがって，t 期のステージ 2 への貨幣の持ち込み量を $p_{t+1}m^*$ より少なくする。しかし貨幣量を少なくすることによって，買い手になった時の財の購入量が最適量より少なくなってしまう。この効用の減少分と貨幣の持ち込みを減らすことからの効用の増加分のトレードオフを考慮して，貨幣の持ち込み量が決定される。$q_t < q^*$ となり，財の消費が過少になることによる効用の減少分をインフレのコストと考えることができる。

■最適化問題の解 $\beta = \pi_t$ の時は，問題 (21) の解は，$\frac{\hat{M}_{t,t}}{p_{t+1}} = m^*$ となる。$\beta < \pi_t$ の時は，$D_t\left(M_{t,t}\right) = M_{t,t}$ となるので，一階の条件は，

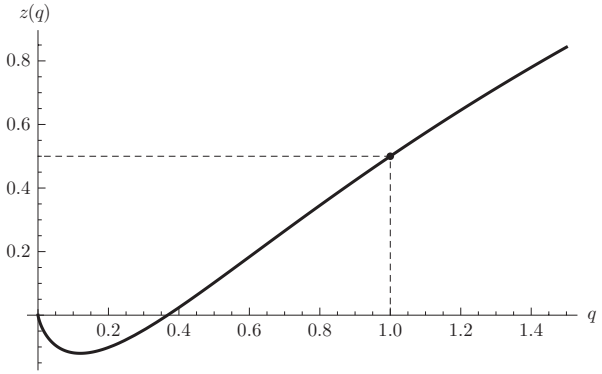
$$\frac{1}{2}u'q_t'\left(\frac{M_{t,t}}{p_{t+1}}\right) - \frac{\beta}{2} = \pi_{t+1} - \beta$$

と計算できる。この式の解を，

$$\frac{M_{t,t}}{p_{t+1}} = \xi(\pi_{t+1})$$

と置く。

図 1　$z(q)$ のグラフ（$\theta = 1/2$）



2.5　均衡

■貨幣市場の均衡　貨幣の増加率を μ，つまり $M_t = (1+\mu)M_{t-1}$ とする。$M_t = M_{t-1} + M^T_{t-1,t}$ であるので，$M^T_{t-1,t} = \mu M_{t-1}$ が $t-1$ 世代の老人への一括の（1 人あたり）貨幣移転額になる。

t 期の老人が移転後に（1 人あたり）保有している貨幣の総量は M_t である。若者がステージ 1 で購入する貨幣量は，（1 人あたり）$p_{t+1}\xi(\pi_{t+1})$ であるので，貨幣市場の均衡のためには，

$$p_{t+1} = \frac{M_{t+1}}{\xi(\pi_{t+1})}$$

が成立することになる。ここで定常的なインフレ率 $\pi_{t+1} = \pi$ を想定する。この想定のもとで

$$\pi = \frac{p_{t+1}}{p_t} = \frac{M_{t+1}}{\xi(\pi)}\frac{\xi(\pi)}{M_t} = \frac{M_{t+1}}{M_t} = 1+\mu$$

と計算できる。したがって, 毎期の価格水準は,

$$p_{t+1} = \frac{M_{t+1}}{\xi(\pi)}$$

で決定される。

3　数値例

■交渉解の計算　$u(q) = \log(q)$，$c(q) = q$ と特定化する。内点における交渉解は，$q^* = 1$，$m^* = \theta$ と解ける。

関数 $z(q)$ は,

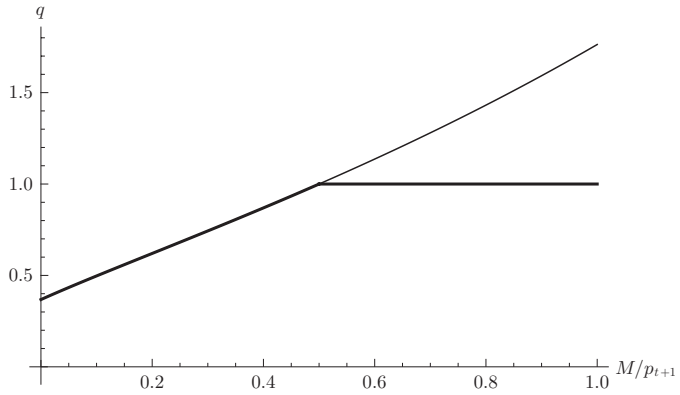
$$z(q) = \frac{q\theta + (1-\theta)q\log(q)}{\theta + (1-\theta)q} \tag{23}$$

となる。関数 $z(q)$ を図示すると図 1 のようになる。内点における交渉解は，この図上で $q = 1, z(q) = 0.5$ の点で表されている。

$z(q) = \frac{M}{p_{t+1}}$ の解を $\hat{q}\left(\frac{M}{p_{t+1}}\right)$ と置いたが，(23) 式から $\hat{q}\left(\frac{M}{p_{t+1}}\right)$ を明示的に解くと,

$$\hat{q}\left(\frac{M}{p_{t+1}}\right) = \frac{\theta\frac{M}{p_{t+1}}}{(1-\theta)W\left(\frac{\theta\frac{M}{p_{t+1}}\left(e^{-\theta+\frac{M}{p_{t+1}}(1-\theta)}\right)^{\frac{1}{\theta-1}}}{1-\theta}\right)}$$

図２　$\hat{q}\left(\frac{M}{p_{t+1}}\right)$ のグラフ（$\theta = 1/2$）



となる。ここで $W(\cdot)$ はランベルトの W 関数である。$\theta = 1/2$ とすると, $m^* = \frac{M}{p_{t+1}} = 1/2$ となる。この場合の $\hat{q}\left(\frac{M}{p_{t+1}}\right)$ のグラフは図 2 の太線のようになる。$\frac{M}{p_{t+1}} > 0.5$ の時は $\hat{q}\left(\frac{M}{p_{t+1}}\right) = 1$ となっている。

内点解は図 2 では，$M/p_{t+1} = 0.5, q = 1$ の点であり，$M/p_{t+1} > 0.5$ の時は貨幣が買い手の時にも余っており，余った貨幣は次期に持ち越すことになる。$M/p_{t+1} < 0.5$ の時は貨幣が足りない状態であり，買い手の時には保有するすべての貨幣で財を購入するが，最適な交渉解より少ない量の財しか購入できない。

■個人の最大化問題　t 世代の最大化問題 (22) において最大化する式は, $m = \frac{M_{t,t}}{p_{t+1}}$ と置くと,

$$U = \frac{1}{2}\log(q_t(m)) - \beta\frac{1}{2}\frac{D_t(M_{t,t})}{p_{t+1}} + (\beta - \pi)m \tag{24}$$

となる。(24) 式は $m \leq \frac{1}{2}$ の範囲で最大化されることになり，この範囲においては,

$$U = \frac{1}{2}\log(\hat{q}_t(m)) - \beta\frac{1}{2}m + (\beta - \pi)m \tag{25}$$

となる。$\beta = 0.9$ を置いて，インフレ率 π を変更した時の効用曲線を図 3 に描いてある。

$M/p_{t+1} > 0.5$ の時は貨幣の増加が分散市場における効用の増加に貢献することはなく，貨幣の減価のみが現れるために，どのインフレ率のグラフにおいても効用は一律に減少することになる。

図 3 の実線は $\pi = 1.05$ の時のグラフであるが，M/p_{t+1} が 0.5 に至るまでは効用が上昇し続けている。したがってこの場合は，$M/p_{t+1} = 0.5$ で効用が最大化されることになる。一方破線は $\pi = 1.25$ の時のグラフであるが，インフレ率が高いので，分散市場において売り手になった時に貨幣が余ることが効用を減少させる効果が，買い手になった時に貨幣が足りなくなり，十分な財を購入できないことから効用が減少する効果を上回った状態になっている。したがって，$M/p_{t+1} < 0.5$ の範囲で効用が最大化されている。

図 3　効用水準（$\theta = 1/2$）

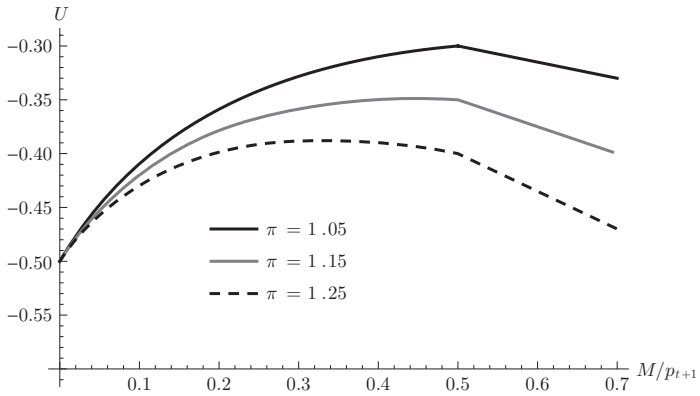
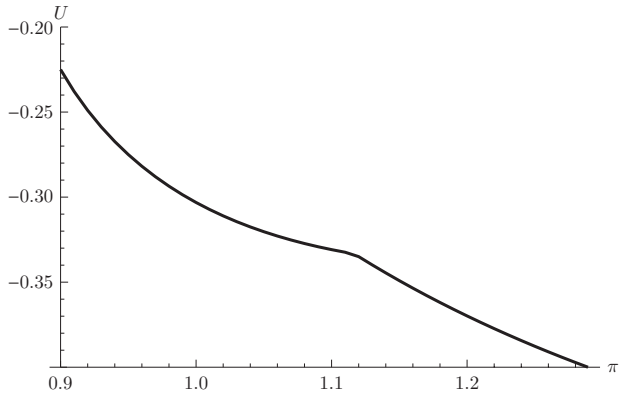


図 4　インフレの効果



■インフレの効果　図 4 には，横軸にインフレ率を取り，縦軸に効用水準を図示している。インフレ率が 0.9 においてフリードマンルールが成立し，効用水準が最も高くなっている。インフレ率が高くなるにつれて，効用水準が下がっていくことが分かる。インフレ率が $\pi = 1.1167$ より小さい時には均衡における交渉解が内点で成立し，その値より大きい時には均衡における交渉解が端点で成立する。図 4 において $\pi = 1.1167$ の地点で効用を表す線が屈曲していることは，この地点より右の範囲では，インフレ率が高すぎることにより，分散市場において最適な交換を行えないぐらいまで貨幣の持ち込みが減少することを示している。

参　考　文　献

Lagos, Ricardo and Randall Wright (2005) “A Unified Framework for Monetary Theory and Policy Analysis,” *Journal of Political Economy*, Vol. 113, pp. 463–484.