

Title	資本財と消費財の二部門最適成長モデル
Sub Title	Optimal growth in a two-sector model under minimum subsistence wage
Author	大平, 哲 (Ohira, Satoshi) 李, 晨 (Li, Chen)
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	2022
Jtitle	三田学会雑誌 (Mita journal of economics). Vol.115, No.1 (2022. 4) ,p.65- 81
JaLC DOI	10.14991/001.20220401-0065
Abstract	<p>本稿は労働者が最低生存水準賃金で生活するような初期資本主義社会での経済成長を説明するモデルを構築し, その社会ではよほど稀なケースを除けば, 経済が安定経路, ないし鞍点経路をたどらないことを示す。ある程度資本蓄積が整った現代の先進国経済を分析する経済成長モデルでは定常解に向かう経路を導くのに対して, 本稿のモデルは工業化や資本主義の発展の開始直後にある発展途上国の経済の動きを表現する。</p> <p>This study attempts to construct an economic growth model to analyze an early capitalist economy in which labor supply is always abundant. Marx examined the economy by focusing on workers who earn only the minimum subsistence wage and have no means of production. Except in rare cases, we show that the economy is not on a stable or saddle point path in an early capitalist economy.</p>
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	<a href="https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-20220401-0065">https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-20220401-0065</a>

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

## 資本財と消費財の二部門最適成長モデル

大平 哲\*      李 晨\*\*

### Optimal Growth in a Two-Sector Model under Minimum Subsistence Wage

Satoshi Ohira\*      Chen Li\*\*

**Abstract:** This study attempts to construct an economic growth model to analyze an early capitalist economy in which labor supply is always abundant. Marx examined the economy by focusing on workers who earn only the minimum subsistence wage and have no means of production. Except in rare cases, we show that the economy is not on a stable or saddle point path in an early capitalist economy.

**Key words:** Marxian optimal growth model, two-classes, subsistence wage, early capitalist economy, divergent path

**JEL Classifications:** B14, O11

---

本稿は Marxian Optimal Growth Model in the Pre Modern Capitalist Economies としてまとめている論文での分析を容易にするように労働供給無限の仮定を一定と改変した分析にした上で、日本語での先行研究とのつながりのよりくわしい説明を付加したものである。

\* 慶應義塾大学経済学部

Faculty of Economics, Keio University

\*\* 桃山学院大学経済学部

Faculty of Economics, St. Andrew's University

## 1 はじめに

経済成長のために必須の投資は消費者の効用を直接高めるわけではない。短期的な目で見れば消費者に有用ではないものを作ることで長期的な経済成長を実現するものである。Uzawa (1961)や、その最適成長モデル化する Uzawa (1964)は、資本財生産をすることで生産力を向上させ、それが結果的に消費者にとっても有用である可能性を、資本財と消費財を区別する二部門モデルを構築することで検討した。そして、経済が安定経路にのるのか、あるいは発散したり、収縮するかを決める要因を検討し、初期時点での資本財、消費財両部門での資本・労働比率によって経路が異なることを示している。

このような Uzawa (1964)の問題意識は古くはマルクスの再生産表式までさかのぼることができる。資本財、消費財を区別する再生産表式モデルを構築することで、マルクスは資本財生産が過剰に拡大すると主張した。それは第1部門、すなわち資本財生産部門の優先的発展と呼ばれる。消費者の効用に直接の影響をあたえない資本財だけが拡大することを資本主義の矛盾の一つとして指摘する議論になる。

資本財と消費財の二部門分割を前提にした経済成長経路の性質の議論は、経済成長論の文脈の中では議論されることがなくなってきている。Takahashi, Mashiyama and Sakagami (2012)や Goodwin (1983), Mehrling (1986)のようなわずかな例外があるだけである。しかし、現実の経済で資本財生産部門と消費財生産部門との間のバランスが問題にならなくなったわけではない。大平・李(2019)は中国で資本財生産部門の過剰拡大が2000年代になってから問題視されている議論を整理している。それら議論の背景には消費主導経済への転換をすすめる中国政府の政策がある。

このような議論に対して、資本財と消費財とを区別する二部門モデルが重要な分析道具になる。Uzawa (1964)から始まる議論があまり活発ではない中で、マルクスの経済成長論(再生産表式)を最適成長モデルで整理しなおす山下・大西(2002)から始まるマルクス派最適成長モデルは注目に値する。このモデルは、計画当局の効用最大化問題を解く形をとることで動学経路の導出を容易にした上で、その経路の性質を史的唯物論から解釈する。モデルには消費者の効用最大化が取り入れられており、マルクスの問題意識を現代的な最適成長のモデルで記述しようとしている。

しかし、このマルクス派最適成長モデルは2つの点でマルクスの分析とは異なる。この2つの視点はマルクス理解という点で重要なだけでなく、中国をはじめとした諸国の経済発展初期の状況の記述として不十分である点でも注意すべきである。

第1は、マルクスが重視した資本家と労働者の階級分類を的確に表現できていないことである。マルクス派最適成長モデルは、資本財、消費財の区別をする最適成長モデルとしては成功しているが、マルクス的な資本家、労働者の対立構造がある経済の記述になっているかは検討の余地が大き

い。巨額の資産を持っている一部の階級と、大多数の労働者との間の格差が如実な途上国経済の記述としても再考すべき問題である。

この第1の問題と密接に関係して、利潤をどのようにとらえるかという第2の問題がある。近代経済学における企業が最大化の対象とする利潤は、売上から労働者への賃金支払いと資本への報酬を控除した差額と定義される。マルクスの経済学における資本家が追求する剰余価値は総価値から労働の再生産費を引いた差であり、資本への報酬は引かないものである。近代経済学における利潤概念をそのまま用いたモデルではマルクスが描いた経済の記述としては不適切である。資本と経営が分離しておらず、自分の保有する資本をつかって経営をする途上国の企業の記述としてはマルクスが描いた資本家のほうが適切であろう。

マルクス派最適成長モデルとマルクスが分析したこととの相違を考える上で、分析対象とする経済の想定の違いを明確にすべきである。Lewis (1954)がモデル化した社会では農村から都市への人口移動により、都市での過剰な労働供給が存在している。マルクスの『資本論』はこのような社会の分析と理解できる。都市へ移動した人々は初期資産を持っておらず、自分の労働力を提供することで得る賃金だけをたよりに生活をしている。そのような境遇にいる人々が大量に都市にいる状況で、都市で資産を保有している者が大きな賃金交渉力を持っている。このように資本家と労働者が対立する社会で、賃金が常に最低生存水準になっている経済の成長過程を再生産表式で分析したのがマルクスの資本論であると本稿では考える。一方で、現代の経済成長論の骨格をなすラムゼイモデルやマルクス派最適成長モデルは、ルイス的な途上国段階を脱し、労働市場の需給関係で賃金が決まるようになったよりすすんだ経済を分析するものと理解できる。

このような理解の下で、本稿ではマルクスが分析対象とした経済をマルクス・ルイス経済と名付け、その分析をする最適成長モデルを大平・李(2021)の議論を二部門モデルに拡張することで構築する。Lewis (1954)におけるハロッド・ドマーモデルを元にしたモデルとは異なり、限界生産力逓減型の生産関数の想定をしながらルイスモデルを最適成長論の形に書き直すことで、マルクスの意図を表現することを試みる<sup>(1)</sup>。本稿で構築するモデルと比較することによって、マルクス派最適成長モデルが、途上国の分析よりもむしろある程度資本蓄積のすすんだ先進国経済の分析に有効であることをあきらかにすることができる。また、マルクスが分析対象にした途上国経済での動学経路は、よほど稀な場合を除けば、マルクス派が示す定常解への安定経路になることはないことを示す。

その結論を示すために、2節では先行研究を整理しながらマルクスが分析対象にした経済を整理する。その整理の下で3節ではマルクスが論じる階級の行動パターンをあきらかにしながら、企業・資本家のみが資産の蓄積をする経済のモデルを構築し、その解の性質を吟味し、経済が不安定にな

---

(1) ただし、本稿はマルクス派最適成長モデルとの比較も一つの目的であるため、モデル構築にあたっては、労働供給を無限と仮定するのではなく、一定のままにしている。

ることを示す。5節は主要な結論をまとめた上で、今後の課題を提示する。

## 2 マルクス・ルイス経済

マルクス派最適成長モデルは山下・大西(2002)により構築された。新古典派成長モデルの中で消費財と資本財との2財の区別を考慮した上で、動学経路の性質を史的唯物論から解釈するものである。代表的個人=社会計画者の最大化問題としてモデルを記述することで分析を容易にしている点の特徴である。社会計画者は、社会の総労働のどれだけの比率を資本財生産部門、消費財生産部門に配分するかを、社会的総効用の最大化問題という観点から決定している。社会計画者モデルでは総労働を計画者が自由に操作できる。唯物史観に基づいて資本主義の生成、発展、消滅を説明する目的にとってきわめて有効な設定である。

一方、このような設定をすることで、マルクス経済学の重要側面の一つである階級対立の問題を見えにくくしてしまっている。その解決策として構築されたのが大西(2020)による分権的市場モデルである。モデルでは、2種類の企業(資本財生産をする企業、消費財生産をする企業)と一つの家計が存在する。しかし、こうした異質個人の設定を導入しても近代経済学における生産者と消費者の区別を表現するだけで、階級概念の表現としては十分ではない。

階級を表現するための工夫としては、大西・山下(2003)、山下・大西(2003)、山下(2005)、喬・王(2019)などがある。大西・山下(2003)、山下・大西(2003)、山下(2005)で考えた2階級の区別は初期資本の格差で表現される。資本家は消費財生産=効用最大化することを目的とし、消費財生産への労働力提供もおこなっている。労働者も、資本を有しながら、資本蓄積をおこない消費財生産=効用最大化をおこなっている。資本家と労働者とは初期の資本保有量が異なるだけである。分権モデルにおける2種類の家計という設定と考えることもできる。こうした設定は、マルクスが言及した2階級とは異なっている。

2階級概念をマルクス派最適成長モデルに導入しようとする例として、喬・王(2019)もある。喬・王(2019)では、労働者が労働の提供により所得を得ると設定している。労働による所得の一部は消費に回し、残りの分は金融機関に貯蓄し利子を得る。この労働者の消費選択は割引率と利子によって決定されている。一方、資本家は金融機関からローンを借り、生産をおこなう。喬・王(2019)において資本家と労働者の設定は分権的市場モデルにおける企業と家計との設定に沿っている。

マルクスが分析の対象にしたのは「生産手段を独占している資本家と労働力以外には生産要素を持たない労働者との区別」が問題になっていた資本主義社会である。労働者=消費者は不十分な賃金しか獲得できておらず、結果として資産蓄積をする余裕がない。每期毎期の所得をすべて消費する生活を送る消費者・労働者が資本=資産を持っている企業・資本家との間の関係で経済が動く仕組みを分析することがマルクスの課題であった。その問題意識を明確にするために、『資本論』にお

ける資本家は、資本の人格化という以上の意味を持たないものとして設定した。マルクスは資本の運動の意識的な担い手は貨幣所有者である資本家であるとし、「資本家は合理的な貨幣退蔵者である。貨幣退蔵者が獲ようと努力する価値の休みなき増大は、貨幣を流通から救い出そうとすることによって、おこなわれるのであるが、より聡明なる資本家は、これを常につきつぎに流通に投げ出すことによって達成する<sup>(2)</sup>」と資本家の行動を説明した。すなわち、マルクスの場合には、資本家は資本の人格化にすぎず、持っている資本をすべて価値の増殖につかい、自己増殖のための運動を日夜考える人格である。

一方、労働者階級については、マルクスは「労働力の価値は、その所有者の維持のために必要な生活手段の価値である。」<sup>(3)</sup>としており、労働力の価値＝労働賃金と説明している。さらに、「その量は、一定時代にあっては与えられるものである。」<sup>(4)</sup>と論じた。すなわち、マルクスは、労働力商品の価値である賃金とは、労働者生存に必要となる生活手段によるものであり、その大きさは時代ごとに決まっていると考えている。

賃金を支払うのは労働力を購入する資本家である。資本家は自らの剰余価値を最大化するために、労働者に生きるためのぎりぎりの賃金しか支払わない。

以上のように、マルクスの想定する経済では、企業・資本家だけが資産＝資本＝生産手段を保有する唯一の主体であり、消費者・労働者は初期状態で生産手段を持っておらず、最低生存水準で生活する結果、資産蓄積は一切おこなわない。結果として未来永劫、最低生存水準での生活をつづけることになり、資本への報酬を受け取ることはない。マルクスは「生産手段を独占している資本家と労働力以外には生産要素を持たない労働者との区別」を重視するのである。この区別の論理的帰結として、大きく2つのことがある。第1に、資本家と労働者の力関係が非対称になり、労働者は最低生存水準での生活を強いられる。第2に、資本の提供に対する報酬を労働者に支払うことはないので、生産手段を独占している資本家は売上から労働者を雇う費用（賃金支払い）を引いた差額を最大にすることになる。すなわち、マルクスは剰余価値最大化に従って行動する資本家を設定している。

マルクスの経済学に触発された多くの研究でも最低生存水準を設定している。たとえば、Samuelson (1970)、Roemer (1980)は最低生存水準を前提に議論を展開する。Roemer (1980)はマルクスの経済学を数理モデルで記述するときこの点を明示的にモデルに取り込み、搾取の説明につかっている。Uzawa (1964)は必ずしもマルクスの経済学を理論化する問題意識を持ったものではないが、労働者が最低生存水準で生活している状況での動学経路を分析している。Mehrling (1986)は資本家と労働者の間のゲームがおこなわれる経済での成長経路の分析にあたって資産蓄積をしない労働者という

---

(2) マルクス『資本論』第1巻(一)、p.267

(3) マルクス『資本論』第1巻(一)、p.297

(4) マルクス『資本論』第1巻(三)、p.26

設定をしている。最低生存水準の仮定とは異なるが、マルクスが分析対象とした経済と同じく、労働者に資産蓄積の余裕がない状況を想定したものと理解できる。Mehrling (1986)のモデルでも一つ特筆できるのは資本家の行動仮説である。資本家は売上から賃金を引いた差額を最大化し、その差額のすべてを資本蓄積につかうと想定している。資本への分配を他の経済主体（消費者・労働者）におこなわないという想定である。マルクスの想定した資本家の行動をそのままモデル化したものである。

経済は歴史を通じて変化するものなので、分析対象とする経済がどのような社会であるかも、モデルの適切性を考える上で重要になる。マルクスが考えている企業・資本家は資本の人格化にすぎず、持っている資本をすべて価値の増殖につかい、自己増殖のための運動を日夜考える人格である。そして、労働者は労働力以外には生産要素を持たず、最低生存賃金の下でぎりぎりな生活を送っている。このように資本家、労働者を記述することがマルクスの時代には適切だったことが背景にある。生産手段は企業・資本家が独占しており、労働者には蓄積の余裕がないような資本主義社会がどのような動きを示すかを分析することがマルクスの問題意識だった。利潤は消費者・労働者に分配されず、消費者・労働者は蓄積をすることなく、資本蓄積をファイナンスするのは企業・資本家だけと想定できるような経済を正確に記述することがマルクスの経済学の理論モデル化になる。

マルクスが念頭においた経済を明確に記述したものとして Lewis (1954)のモデルがある。Lewis (1954)は経済発展の初期におきる農村から都市への人口移動によって、都市部門に大量の過剰労働が滞留しているときの経済成長経路を分析する。この分析は Ranis and Fei (1961)や Harris and Todaro (1970)などの農工間二部門モデルの先駆となり、その後の Echevarria (1995, 1997) や Gollin, Parente and Rogerson (2002, 2007)や Vollrath (2008)などの研究につながった。

Lewis (1954)の描く途上国経済では過剰な労働供給が都市部門にあり、都市に流入した消費者・労働者は農村から資産を何も持たず流入した上、最低生存水準賃金での生活をつづけているために資産を蓄積することがない。農村からの人口流入の速度を上回るほどに経済成長を実現し、労働市場での賃金決定が需給調整によるものになるまでは、企業・資本家が労働市場で独占力を持つために最低生存水準での労働需要の状態が<sup>(5)</sup>つづく。経済成長を阻むのは資本ストックの蓄積水準だけである。最低生存水準賃金から、需給調整による賃金決定の経済への転換点の前と後とは異なる経済モデルでの分析が必須となる。転換点前の経済での経済成長を分析するには、マルクスのような最低生存賃金の設定と資本家の剰余価値最大化行動との2つを設定すべきなのである。本稿ではこのように整理できる Lewis (1954)の途上国経済をマルクス・ルイス経済と名付け、その経済での動学経路の分析をおこなう。

---

(5) この議論では農村から都市への継続的な人口移動の前提が決定的に重要である。最低生存水準仮説の妥当性を説明することになるからである。しかし、分析の単純化のために、本稿では人口移動については無視し、最低生存水準仮説が成立する経済の経路の性質を吟味することだけをおこなう。

そのために本稿では資本財と消費財の2財の分類をした上で、「生産手段を独占している資本家と労働力以外には生産要素を持たない消費者・労働者との区別」をする経済を分析するために、最低生存水準で生活する消費者・労働者と、売上から最低生存水準賃金を支払った差額を最大にしている資本家との2階級からなる経済をモデル化し、その動学経路を分析することにする。具体的には次のような設定をする。

まず企業・資本家については資本財を生産する企業・資本家と消費財を生産する企業・資本家を区別した上で、そのどちらも消費はせず、資本の自己増殖のみに貢献すると仮定する。企業・資本家は売上から労働者を雇う費用（賃金支払い）を引いた差額として定義する利潤を最大化すると仮定する。消費者・労働者は最低生存水準の賃金以上の賃金がなければ生活できない。初期資産をまったく保有していない上、企業・資本家との間の賃金交渉力がないために、毎期毎期、最低生存水準での労働を強いられ、貯蓄はまったくしない。

マルクスの再生産表式や、その現代化を試みているマルクス派最適成長モデルと同様、本稿でも企業・資本家には資本財生産  $Y_1$ 、消費財生産  $Y_2$  をおこなう2種類がいる。資本財を生産する企業・資本家は労働者から賃金  $w_1$  で  $L_1$  の労働を購入し、資本  $K_1$  と合わせて資本財を生産する。そして、生産した資本財を、価格  $P$  で消費財生産をする企業・資本家に売る。

消費財を生産する企業・資本家は労働者から賃金  $w_2$  で  $L_2$  の労働を購入し、資本財を生産する企業・資本家から価格  $P$  で購入した資本  $K_2$  と合わせて消費財を生産する。そして、生産した消費財を消費者・労働者に売り、収入を得る。その収入額は最低生存水準  $\underline{w}$  と総労働量  $L$  との積になる。消費財生産をおこなう企業・資本家は資本蓄積をおこなわず、資本財生産をおこなう企業・資本家から資本財を毎期に購入する。この購入した資本は1期で減耗すると仮定する<sup>(6)</sup>。

社会全体が保有する総資本は  $K$ 、総労働量は  $L$  とする。また、消費財価格を1とし、資本財価格を  $P$  とする。資本財を生産する企業・資本家、消費財を生産する企業・資本家、そして消費者・労働者との間の行動はそれぞれ図1のように整理できる。

ラムゼイモデルと本稿のモデルとでの大きなちがいは、資産の保有状況についての想定である。本稿のモデルでは、消費者・労働者は初期資産がない状態で最低生存水準ぎりぎりの賃金しか受け取っていないため、資産蓄積は一切していない。一般に企業・資本家の資本蓄積は内部留保に基づく部分と株主の出資によってファイナンスされている。ラムゼイ型モデルでは消費者がプラスの資産を保有しており、企業は投資のすべてを消費者から貸与される資産でファイナンスし、生産による利益を消費者・投資家に還元する活動をしているのと対照的である（表1）。

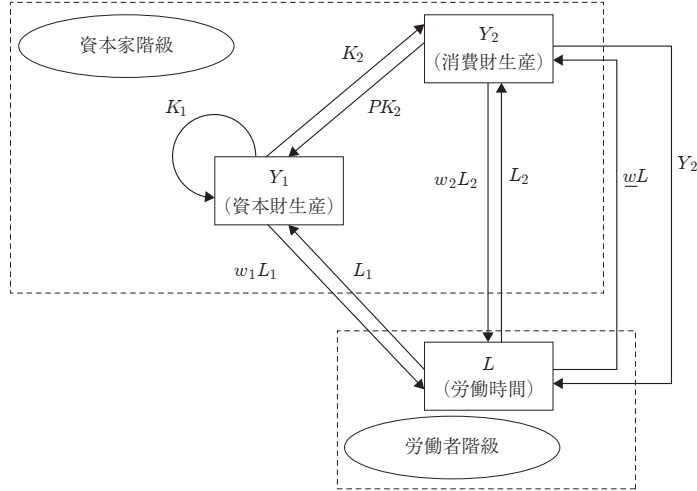
企業・資本家、消費者・労働者、全体の資本ストックをそれぞれ  $K_f$ 、 $K_c$ 、 $K$  と表記すると  $K = K_f + K_c$  が成立する。また、消費者・労働者の資産  $B$  は  $K_c$  と等しくなるとの想定では市場均衡条件は

---

(6) 分析の単純化のためにおく仮定である。



図 1 企業・資本家と消費者・労働者



出所：筆者作成

表 1 企業・資本家と消費者・労働者

	消費者・労働者の資産	売上と賃金との差額
ラムゼイモデル	プラス	投資家（消費者）に配当
本稿のモデル	常にゼロ	企業・資本家が全額を受け取る

出所：筆者作成

$K = K_f + B$ となる。このような表記の下でラムゼイモデルは  $K_f = 0$ 、本稿のモデルは  $B = 0$  が成立する状況と整理できる。

### 3 モデル

#### 3.1 資本財生産をする企業・資本家

資本財生産をする企業・資本家の生産関数は、 $t$ 期の生産量、労働投入量、資本財投入量をそれぞれ  $Y_{1t}$ 、 $L_{1t}$ 、 $K_{1t}$ として

$$Y_{1t} = A_1 L_{1t}^{\beta_1} K_{1t}^{\alpha_1} \quad (1)$$

のようなコブ・ダグラス型で書けるとする。 $A_1$ 、 $\alpha_1$ 、 $\beta_1$ はパラメーターであり、 $\alpha_1$ と $\beta_1$ は0と1との間の定数であり、 $\alpha_1 + \beta_1 = 1$ である。減価償却率を $\delta_1$ とすると、資本財を生産する企業・資本家の $t$ 期の利潤 $\pi_{1t}$ は、

$$\pi_{1t} = P_t A_1 L_{1t}^{\beta_1} K_{1t}^{\alpha_1} - w_{1t} L_{1t} - P_t \delta_1 K_{1t} \quad (2)$$

となる。

資本財生産をする企業・資本家の利潤最大化問題は、時間選好率を  $\rho$  とすると

$$\underset{w_{1t}, L_{1t}}{\text{maximize}} \int_0^{\infty} e^{-\rho t} (P_t A_1 L_{1t}^{\beta_1} K_{1t}^{\alpha_1} - w_{1t} L_{1t} - P_t \delta_1 K_{1t}) dt \quad (3)$$

$$\text{subject to } \dot{K}_{1t} = A_1 L_{1t}^{\beta_1} K_{1t}^{\alpha_1} - \delta_1 K_{1t} - K_{2t} \quad (4)$$

$$w_{1t} \geq \underline{w} \quad (5)$$

となる。この企業・資本家は  $K_{2t}$  については所与として行動すると仮定すると、経常価値ハミルトニアンはラグランジュ乗数を  $\lambda_t$  としたとき

$$H = P_t A_1 L_{1t}^{\beta_1} K_{1t}^{\alpha_1} - w_{1t} L_{1t} - P_t \delta_1 K_{1t} + \lambda_t (A_1 L_{1t}^{\beta_1} K_{1t}^{\alpha_1} - \delta_1 K_{1t} - K_{2t}) + \mu_t (w_{1t} - \underline{w}) \quad (6)$$

と書ける。この最適化問題の一階条件は以下となる。

$$\frac{\partial H}{\partial L_{1t}} = 0 \rightarrow (P_t + \lambda_t) \beta_1 \frac{Y_{1t}}{L_{1t}} = w_{1t} \quad (7)$$

$$\frac{\partial H}{\partial K_{1t}} = \rho \lambda_t - \dot{\lambda}_t \rightarrow \rho \lambda_t - (P_t + \lambda_t) \alpha_1 \frac{Y_{1t}}{K_{1t}} + \delta_1 \lambda_t + P_t \delta_1 = \dot{\lambda}_t \quad (8)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda_t} = \dot{K}_{1t} \rightarrow \dot{K}_{1t} = A_1 L_{1t}^{\beta_1} K_{1t}^{\alpha_1} - \delta_1 K_{1t} - K_{2t} \quad (9)$$

$$\frac{\partial H}{\partial w_{1t}} = 0 \rightarrow -L_{1t} + \mu_{1t} = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \mu_t} \geq 0 \rightarrow \mu_t (w_{1t} - \underline{w}) \geq 0 \quad (11)$$

$$\mu_t^* \frac{\partial H}{\partial \mu_t} = \mu_t^* (w_{1t} - \underline{w}) = 0 \rightarrow w_{1t} = \underline{w} \quad (12)$$

(11)式から  $\mu_{1t} = 0$  も一階条件を満足するが、そのとき(10)式から  $L_{1t} = 0$  であり、経済活動が一切おこなわれない状況になる。そこで、以下では  $w_{1t} = \underline{w}$  となる状況だけを分析の対象にする。

### 3.2 消費財生産をする企業・資本家

消費財生産の生産関数は

$$Y_{2t} = A_2 L_{2t}^{\beta_2} K_{2t}^{\alpha_2} \quad (13)$$

とする。ここで  $A_2$ ,  $\alpha_2$ ,  $\beta_2$  はパラメーターであり、 $\alpha_2$  と  $\beta_2$  は 0 と 1 との間の定数であり  $\alpha_2 + \beta_2 = 1$  である。消費財を生産する企業・資本家の  $t$  期の利潤  $\pi_{2t}$  は、

$$\pi_{2t} = A_2 L_{2t}^{\beta_2} K_{2t}^{\alpha_2} - w_{2t} L_{2t} - P_t K_{2t} \quad (14)$$

となる。<sup>(7)</sup>このような設定の下では、消費財生産をする企業・資本家の利潤最大化問題<sup>(8)</sup>

$$\underset{w_{2t}, L_{2t}}{\text{maximize}} \int_0^{\infty} e^{-\rho t} (A_2 L_{2t}^{\beta_2} K_{2t}^{\alpha_2} - w_{2t} L_{2t} - P_t K_{2t}) dt \quad (15)$$

$$\text{subject to } w_{2t} \geq \underline{w} \quad (16)$$

は静学的な最大化問題

$$\text{maximize } A_2 L_{2t}^{\beta_2} K_{2t}^{\alpha_2} - w_{2t} L_{2t} - P_t K_{2t} \quad (17)$$

$$\text{subject to } w_{2t} \geq \underline{w} \quad (18)$$

に帰着できる。この問題の一階条件は

$$L_{2t} = \beta_2 \frac{Y_{2t}}{w_{2t}} \quad (19)$$

$$K_{2t} = \alpha_2 \frac{Y_{2t}}{P_t} \quad (20)$$

$$w_{2t} = \underline{w} \quad (21)$$

となる。<sup>(9)</sup>

### 3.3 消費者・労働者

本稿で分析するマルクス・ルイス経済では、消費者・労働者は自分の労働力以外には生産手段を持たず、初期資産  $B_0$  はゼロである。また、以下で見るように常に最低生存水準賃金で労働をしている。消費者・労働者の  $t$  期の効用は次のようにあたえられるとする。

$$U_t = \begin{cases} U(c_t - \underline{c}, \bar{l} - l_t) & \text{if } c_t \geq \underline{c} \\ U_0 & \text{if } c_t < \underline{c} \end{cases} \quad (22)$$

消費  $c$  が最低生存水準  $\underline{c}$  を下回ると消費者・労働者は生活できなくなり、効用は一律  $U_0$  になる。最低生存水準  $\underline{c}$  以上の消費があれば消費増加により効用は増加するが、増加率は逓減する ( $\frac{\partial U}{\partial c} > 0$ ,  $\frac{\partial^2 U}{\partial c^2} < 0$ )。効用は余暇の大きさ  $\bar{l} - l_t$  にも依存する。余暇が大きいほど効用は高くなるが、その増加率は逓減する。

$\underline{c}$  が最低生存水準であることを考慮すると、消費者・労働者の最大化問題は次のようになる。<sup>(10)</sup> ここで、 $B_t$  は  $t$  期の資産ストック保有量で、 $r_t$  は  $t$  期の利率である。

(7) 消費財生産部門の減価償却率は 100% であるため、 $P_t K_{2t}$  は減価償却分とも理解できる。

(8) 分析の単純化のため、資本財生産部門の企業と消費財生産部門の企業とで時間選好率は同じ大きさであると仮定する。

(9) 資本財生産部門の企業・資本家の問題のときと同様、賃金を最低生存水準に設定する状況のみを考える。

(10) 分析の単純化のために消費者の時間選好率が企業の時間選好率と同じであることを仮定している。

$$\text{maximize } \int_0^{\infty} e^{-\rho t} U_t dt \quad (23)$$

$$\text{subject to } \dot{B}_t = r_t B_t + w_t \ell_t - c_t \quad (24)$$

$$c_t \geq \underline{c} \quad (25)$$

$$\text{given } B_0 = 0, \quad w_t = \underline{w} \quad (26)$$

以上から消費者・労働者の最大化問題の一階条件はすべての  $t$  について

$$\ell_t = \bar{\ell} \quad (27)$$

$$c_t = \underline{c} = \underline{w} \bar{\ell} \quad (28)$$

$$\dot{B}_t = 0 \quad (29)$$

となる。すなわち、初期状態において生産手段を持たない消費者・労働者が常に労働を目いっぱい供給し、最低生存水準での生活を毎期おこない、貯蓄、すなわち資産の蓄積をすることがない。

### 3.4 市場均衡

本稿では、コブ・ダグラス型生産技術を持つ企業・資本家は所与の資本ストックに対して労働需要を増加させることで生産量を拡大することができる。そのときに賃金  $w$  を決定する力を独占しているが、最低生存水準賃金  $\underline{w}$  未満にするのでは消費者・労働者が生活できなくなり、結果として企業・資本家も生産活動を維持することができなくなる。独占的な企業・資本家にとっては賃金水準を  $w = \underline{w}$  と設定することが合理的になる。

資本財，消費財の両部門で最低生存水準賃金が成立していることから一般均衡では次の2つが成立する。

$$\dot{K}_{1t} = A_1 L_{1t}^{\beta_1} K_{1t}^{\alpha_1} - \delta_1 K_{1t} - K_{2t} \quad (30)$$

$$w_{1t} = w_{2t} = \underline{w} \quad (31)$$

労働供給は一定なので，資本財生産部門，消費財生産部門のそれぞれの企業が決めた労働需要量  $L_{1t}$ ， $L_{2t}$  の合計額が個々の消費者・労働者の決めた労働供給量  $\ell_t$  と雇用量  $n_t$  との積 ( $\bar{L}_t$ ) に等しくなる。この式から各  $t$  期の雇用量  $n_t$  が決まる。総労働需要量を  $L_t^d$  と書くと，次の式が成立することになる。

$$\bar{L}_t = n_t \ell_t = L_{1t} + L_{2t} = L_t^d \quad (32)$$

また，消費財の需給均衡から次が成立する。

$$n_t c_t = Y_{2t} = \underline{w} \bar{L}_t \quad (33)$$

#### 4 マルクスが想定した経済の不安定性

資本財生産部門の一階条件(7)(8)(9)より,

$$-(\rho + \delta_1)w_{1t}L_{1t} + \rho P_t \beta_1 Y_{1t} + w_{1t}L_{1t}\alpha_1 \frac{Y_{1t}}{K_{1t}} = w_{1t}L_{1t} \frac{\dot{Y}_{1t}}{Y_{1t}} \quad (34)$$

を導くことができる。また、(30)式に(1)式を入れると資本蓄積方程式

$$\dot{K}_{1t} = Y_{1t} - \delta_1 K_{1t} - K_{2t} \quad (35)$$

を導くことができる。

本稿のモデルは、(34)(35)の2本の式で表現できる  $Y_{1t}$  と  $K_{1t}$  との2元の連立微分方程式体系になる。

(34)(35)の2本の式から、定常状態では

$$Y_{1t} = \frac{(\rho + \delta_1)w_{1t}L_{1t}}{\frac{\alpha_1 w_{1t}L_{1t}}{K_{1t}} + \rho\beta_1 P_t} \quad (36)$$

$$Y_{1t} = \frac{w_{1t}L_{1t}}{P_t} + \delta_1 K_{1t} \quad (37)$$

が成立する。

(36)と(37)を連立することで

$$\frac{w_{1t}L_{1t}}{P_t} + \delta_1 K_{1t} = \frac{(\rho + \delta_1)w_{1t}L_{1t}}{\frac{\alpha_1 w_{1t}L_{1t}}{K_{1t}} + \rho\beta_1 P_t} \quad (38)$$

$$\rightarrow \frac{\alpha_1}{P_t} [(1 - \beta_2) \underline{w}\bar{L}]^2 + [\beta_1 \rho + \delta_1 \alpha_1 - (\rho + \delta_1)] (1 - \beta_2) \underline{w}\bar{L} K_{1t} + \delta_1 \rho \beta_1 P_t K_{1t}^2 = 0 \quad (39)$$

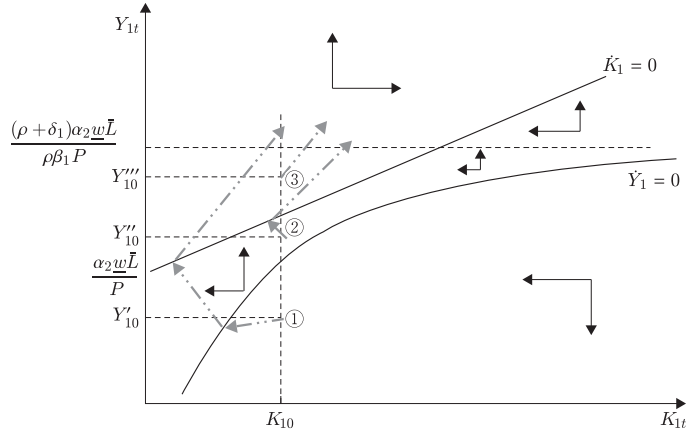
を得ることができる。この式は  $K_{1t}$  の二次方程式になっており、パラメーターの値により解の個数が異なる。 $\dot{K}_1 = 0$  の軌道と  $\dot{Y}_1 = 0$  の軌道が交差しないケース1、接するケース2、交差するケース3として、それぞれのケースの位相図を描くと図2、3、4ようになる。各領域での移動方向を矢印で示す。

どのケースでも(34)式から、 $\dot{Y}_1 = 0$  の軌道が水平線  $Y_{1t} = \frac{(\rho + \delta_1)\alpha_2 \underline{w}\bar{L}}{\rho\beta_1 P_t}$  に漸近していることを容易に確かめることができる。

ケース1では  $\dot{K}_{1t} = 0$  線が  $\dot{Y}_{1t} = 0$  線より上方に位置しており、モデルに定常解は存在しない。どの点が初期点であっても、③の領域に入ると体系はいずれ発散する。

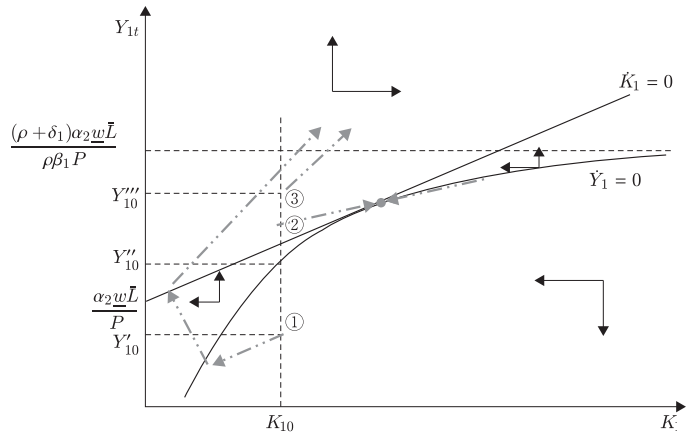
ケース2では  $\dot{Y}_{1t} = 0$  線と  $\dot{K}_{1t} = 0$  線とが接しており、その接点が唯一の定常解になっている。定常解の近傍に注目すると定常解が存在することは確かだが、このモデルでは初期時点での  $K_1$  があたえられているとき、均衡条件から  $Y_1$  がとる値も定まるので、ごく稀な偶然的な場合(図3の②)

図2 ケース1の位相図



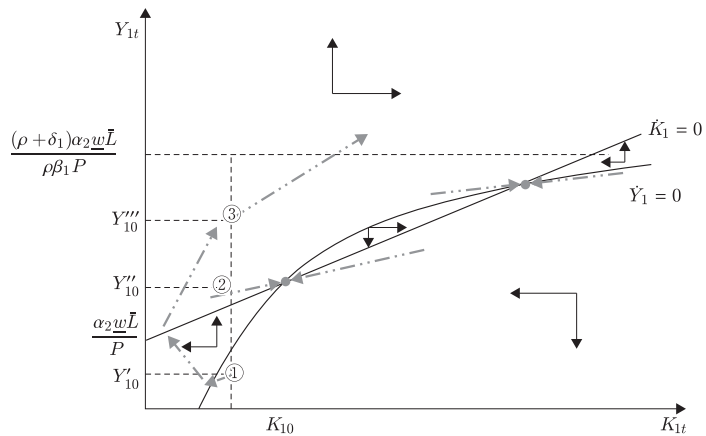
出所：筆者作成

図3 ケース2の位相図



出所：筆者作成

図4 ケース3の位相図



出所：筆者作成

を除けば、その初期点が安定経路の上にあることはない。たとえば、初期資本ストック  $K_{10}$  が図3のような状況のとき、対応する  $Y_{10}$  が小さな値で①の領域にあるときは資本ストックが減少する。図中に破線で示す経路ではその後に資本ストックが増大する位相に転換し、体系は発散する。もし、初期点に対応する  $Y_{10}$  が十分に大きなものであれば最初から資本ストックは拡大しつづけそのまま発散する。

ケース3では定常解が2つ存在する。その双方に向かう安定経路はケース2の場合と同様、きわめて偶然のときにしか実現しない。図4の③のような初期点からは体系は発散する。

図2, 3, 4が示すように、3つのケースのいずれにおいても、たまたま初期に定常解に位置していないかぎりすべての動学経路は定常解に向かうことなく、多くの場合には長期的には発散する。この経済が定常解に行きつくことはきわめて例外的な場合以外にはない。

この結論を導く上で本質的に重要なのは、本稿のモデルが資本財生産、消費財生産の二部門モデルになっていることと、消費者の資産蓄積がない状況を想定していることである。消費者・労働者は常に最低生存水準で生活しており、本稿では人口成長率はゼロとしているので、消費財生産部門では生産量の拡大には制約がある。そこで、消費財に対して資本財の希少性が小さくなるために資本財の価格が低下することになり、資本財生産部門の企業・資本家は利潤最大化のために生産量を拡大することになる。消費財生産は  $Y_2 = \underline{w}\bar{L}_t$  で制約されている一方、資本財だけが無限に拡大することになる。生産活動にともなう売上から賃金を引いた差額が消費者・労働者に分配されるのであれば、消費財需要の拡大につながるが、本稿では労働は一定である。賃金は最低生存水準に固定され、企業・資本家だけが資産蓄積をする状況を想定している。

ケース1, ケース2, ケース3のどの状況になるかはパラメーターの大きさに依存する。生産関数のパラメーター  $\alpha_1, \alpha_2$  として3つの組み合わせ、減価償却率  $\delta$  について4通り、時間選好率  $\rho$  を0.05, 0.1, 0.15の3通りについて(39)式の判別式の符号が正負いずれになるかを調べたシミュレーションの結果が表2である。この結果から、ほとんどの場合はケース3、すなわち  $\dot{K}_1 = 0$  線と  $\dot{Y}_1 = 0$  線とが交差する状況になることがわかる。

表2 (39)式の判別式の符号

$\alpha_1 \alpha_2$ $\delta$		$\rho = 0.05$				$\rho = 0.1$				$\rho = 0.15$			
		0.01	0.05	0.1	0.2	0.01	0.05	0.1	0.2	0.01	0.05	0.1	0.2
0.35, 0.65		(+)	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)
0.5, 0.5		(+)	(-)	(+)	(+)	(+)	(+)	(-)	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)
0.65, 0.35		(+)	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)

出所：筆者作成

## 5 おわりに

本稿では、企業・資本家だけが資本を保有しているようなマルクス・ルイス経済を分析対象とし、企業・資本家が売上から労働者を雇う費用（賃金支払い）を引いた差額（＝剰余価値）を最大にするという設定で、経済成長経路がどのような性質を持つかを分析した。この経済での定常解へ向かう安定経路は存在しない。マルクス派最適成長論では、マルクスの問題意識に基づいたモデル設定をしながらも、経済が定常状態への安定経路にのるような経済成長経路を導いた。マルクス派最適成長モデルでは、ある条件の下では、資本主義経済成長に最適・安定経路が存在し、経済成長はその経路をたどっていく。マルクス派最適成長モデルはきわめて調和的な社会を描いている。その結論とは異なり、本稿のモデルではマルクスが考えた資本の無限の自己増殖過程をたどることが一般的であることを示した。<sup>(11)</sup>

このように、本稿のモデルとマルクス派最適成長モデルとで大きく異なる理論的結論を導く。本稿ではマルクスが資本論で分析対象にした経済をモデル化し、マルクス派最適成長モデルは資産蓄積がすすみ、消費者・労働者も資産蓄積をする余裕が生まれたよりすすんだ経済を分析対象にしていることによると理解できる。マルクス派最適成長モデルは高度に発展した資本主義社会を分析対象にし、その社会での成長経路が定常解への安定経路をたどることを示している。それに対して、本稿のモデルはマルクスが問題にした社会やルイスモデルが分析対象にした過剰な労働供給のある社会の分析には有効なものであり、そのような社会では定常解への安定経路が存在しないことを示している。

## 参 考 文 献

- Echevarria, C. (1995) “Agricultural Development vs. Industrialization: Effects of Trade,” *Canadian Journal of Economics*, 28(3), pp. 631–647.
- Echevarria, C. (1997) “Changes in Sectoral Composition Associated with Economic Growth,” *International Economic Review*, 38(2), pp. 431–452.
- Gollin, D., S. Parente and R. Rogerson (2002) “The Role of Agriculture in Development,” *American Economic Review*, 92(2), pp. 160–164.
- Gollin, D., S. Parente and R. Rogerson (2007) “The Food Problem and the Evolution of International Income Levels,” *Journal of Monetary Economics*, 54(4), pp. 1230–1255.
- Goodwin, R. M. (1983) “A Note on Wages, Profits and Fluctuating Growth Rates,” *Cambridge Journal of Economics*, 7(3/4), pp. 305–309.

---

(11) 本稿では最適化の一階条件を満足する解経路には定常解への安定経路は含まれていないことを示した。発散経路が横断条件を満足しているかは検討していない。この点を厳密に議論することは今後の課題である。



- Harris, J. and M. Todaro (1970) “Migration, Unemployment and Development: A Two-Sector Analysis,” *American Economic Review*, 60(1), pp. 126–142.
- Lewis, W. A. (1954) “Economic Development with Unlimited Supplies of Labour,” *Manchester School*, 22, pp. 139–191.
- Mehrling, P. G. (1986) “A Classical Model of the Class Struggle: A Game-Theoretic Approach,” *Journal of Political Economy*, 94(6), pp. 1280–1303.
- Ranis, G. and J. C. H. Fei (1961) “A Theory of Economic Development,” *American Economic Review*, 51, pp. 533–565.
- Roemer, J. (1980) “A General Equilibrium Approach to Marxian Economics,” *Econometrica*, 48(2), pp. 505–530.
- Samuelson, P. (1970) “The ‘Transformation’ from Marxian ‘Values’ to Competitive ‘Prices’: A Process of Rejection and Replacement,” *Proceedings of the National Academy of Science*, 67(1), pp. 423–425.
- Takahashi, Harutaka, Koichi Mashiyama and Tomoya Sakagami (2012) “Does the Capital Intensity Matter? Evidence from the Postwar Japanese Economy and other OECD Countries,” *Macroeconomic Dynamics*, 16(S1), pp. 103–116.
- Uzawa, H. (1961) “On a Two-Sector Model of Economic Growth,” *Review of Economic Studies*, 29(1), pp. 40–47.
- Uzawa, H. (1964) “Optimal Growth in a Two-Sector Model of Capital Accumulation,” *The Review of Economic Studies*, 31(1), pp. 1–24.
- Vollrath, D. (2008) “How Important are Dual Economy Effects for Aggregate Productivity?” *Journal of Development Economics*, 88(2), pp. 325–334.
- 大西広 (2020) 『マルクス経済学 (第3版)』慶應義塾大学出版会。[Onishi, Hiroshi, *Marx Keizai-gaku*, 3<sup>rd</sup> ed., Keio University Press, 2020]
- 大西広・山下裕歩 (2003) 「新古典派成長論型マルクス・モデルにおける資産格差と時間選好率格差—ローマ的搾取への影響」, 財団法人政治経済研究所『政経研究』, No.81, pp. 1–8. [Onishi, Hiroshi & Yamashita, Yuho, “Shin-Kotenha Seichorogata Marx Model ni okeru Shisan Kakusa to Jikan Senkoritsu Kakusa: Roemer-teki Sakushu heno Eikyo,” Zaidanhojin Seijikeizai Kenkyusho, *Seikei Kenkyu*, No. 81, 2003]
- 大平哲・李晨 (2019) 「中国の2000年代の投資財生産部門の過剰拡大：投資財・消費財2部門分割データが示唆すること」『三田学会雑誌』, 112巻2号, pp. 49–67. [Ohira, Satoshi & Chen, Li, “Excessive Growth of the Investment Goods Sector in China’s Economy in the 2000s: Results of a Two-sector Data Analysis,” *Mita Gakkai Zasshi*, Vol. 112, No. 2, 2019]
- 大平哲・李晨 (2021) 「過剰労働が存在する社会の最適成長モデル」『三田学会雑誌』, 114巻3号, pp. 59–69. [Ohira, Satoshi & Chen, Li, “Optimal Growth with Unlimited Labor Supply,” *Mita Gakkai Zasshi*, Vol. 114, No. 3, 2021]
- マルクス (1969), エンゲルス編, 向坂逸郎訳『資本論』岩波文庫。[Marx, Karl, *Shihon-ron*, Engels, Friedrich ed., tr. by Sakisaka, Itsuro, Iwanami Shoten, 1969]
- 山下裕歩 (2005) 「新古典派的「マルクス・モデル」におけるRoemer的「搾取」の検討」『季刊経済理論』, 42巻3号, pp. 76–84. [Yamashita, Yuho, “Shin-Kotenhateki ‘Marx Model’ ni okeru Roemer-teki ‘Sakushu’ no Kento,” *Kikan Keizai Riron*, Vol. 42, No. 3, 2005]
- 山下裕歩・大西広 (2002) 「マルクス理論の最適成長理論的解釈—最適迂回生産システムとしての資本主義の数学モデル」『政経研究』, No.78, pp. 25–33. [Yamashita, Yuho & Onishi, Hiroshi, “Marx Riron no Saiteki Seicho Rironteki Kaishaku: Saiteki Ukai Seisan System toshiteno Shihonshugi no Sugaku Model,” *Seikei Kenkyu*, No. 78, 2002]

- 山下裕歩・大西広（2003）「マルクス・モデルの諸性質と生産要素としての労働の本源性」京都大学『経済論叢』, 172 卷 3 号, pp.38-53. [Yamashita, Yuho & Onishi, Hiroshi, “Marx Model no Sho-Seishitsu to Seisan Yoso toshitenno Rodo no Hongensei,” *Keizai Ronso* (Kyoto Daigaku), Vol. 172, No. 3, 2003]
- 乔晓楠・王璟雯（2019）「社会再生产视角下的经济波动: 一个马克思主义 RBC 模型」『南开经济研究』, No. 1, pp. 3-24.

**要旨:** 本稿は労働者が最低生存水準賃金で生活するような初期資本主義社会での経済成長を説明するモデルを構築し、その社会ではよほど稀なケースを除けば、経済が安定経路、ないし鞍点経路をたどらないことを示す。ある程度資本蓄積が整った現代の先進国経済を分析する経済成長モデルでは定常解に向かう経路を導くのに対して、本稿のモデルは工業化や資本主義の発展の開始直後にある発展途上国の経済の動きを表現する。

**キーワード:** マルクス派最適成長モデル, 二階級, 最低生存水準賃金, 初期資本主義経済, 発散経路