

Title	コブ・ダグラス型関数によるマルクス差額地代論の一般化： いわゆる「エンゲルス方式」地代計算論とも関わって
Sub Title	A generalized Marxian differential rent theory based on the Cobb-Douglas production function : referring to Engels' way of calculation
Author	大西, 広(Ōnishi, Hiroshi)
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	2021
Jtitle	三田学会雑誌 (Mita journal of economics). Vol.114, No.1 (2021. 4) ,p.83- 99
JaLC DOI	10.14991/001.20210401-0083
Abstract	農業部門の生産関数がコブ・ダグラス型でうまく表現できることは一般的な認識となっているが、それではこの関数形の下でマルクス地代論はどのような性質を持つことになるのか。この解明のために本稿ではまず、もっともコブ・ダグラス型に近い技術条件を扱った『資本論』中の諸表について簡単にレビューし、その上でそれらをコブ・ダグラス型の技術条件に基づく表に書き換える。なお、この手続きによって「マルクスの地代計算」とは区別された「エンゲルスの地代計算」の微妙な正当性を主張する。 This paper aims to generalize Marx's differential rent theory assuming that a Cobb-Douglas-type of technology exists in its production function. Because agricultural economics commonly recognizes that agricultural production can be well represented by a Cobb-Douglas-type production function with land and other input factors, this has long been a task to be performed by someone. We first incorporate the Cobb-Douglas-type technology into the tables used by Marx and Engels and then transform them into a mathematical model to examine some special characteristics that differ completely from mainstream economic theories. For example, as the exponents of land inputs in this production function increase, the rent collected by landowners decreases. This paper also discusses how Engels's and Marx's calculation methods differ.
Notes	特集：マルクス主義におけるエンゲルスの貢献
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-20210401-0083

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the Keio Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

コブ・ダグラス型関数によるマルクス差額地代論の一般化 ——いわゆる「エンゲルス方式」地代計算論とも関わって——

大西 広^{*}

A Generalized Marxian Differential Rent Theory Based on the Cobb-Douglas Production Function —Referring to Engels' Way of Calculation—

Hiroshi Onishi^{*}

Abstract: This paper aims to generalize Marx's differential rent theory assuming that a Cobb-Douglas-type of technology exists in its production function. Because agricultural economics commonly recognizes that agricultural production can be well represented by a Cobb-Douglas-type production function with land and other input factors, this has long been a task to be performed by someone. We first incorporate the Cobb-Douglas-type technology into the tables used by Marx and Engels and then transform them into a mathematical model to examine some special characteristics that differ completely from mainstream economic theories. For example, as the exponents of land inputs in this production function increase, the rent collected by landowners decreases. This paper also discusses how Engels's and Marx's calculation methods differ.

Key words: Marx's differential rent theory, Cobb-Douglas production function, Engels' way of calculation

JEL Classifications: B14, B24, B51

本研究は、慶應義塾学事振興資金（個人研究，研究科枠），日本学術振興会二国間交流事業共同研究および中国国家社会科学基金（20BK004）の支援を受けている。記して感謝する。

^{*} 慶應義塾大学経済学部

Faculty of Economics, Keio University

はじめに

本稿は表題のとおり、マルクスの差額地代論をコブ・ダグラス型生産関数を仮定して検討することを課題としている。大西（2020）第五章末尾での端緒的な試みを本格的に行うとの課題である。農業生産量が土地と投入労働を生産要素とするコブ・ダグラス型生産関数でうまく表現できることはこの関数形が発明された時以来共通の認識となっているが、それではこの関数形の下でマルクス地代論はどのような性質を持つことになるのか。それは普通に考えれば誰もが持つ疑問であり続けてきた。マルクス派の多くは価値方程式を好み、よって素材間の関係である「生産関数」とは距離を置いてきたものの、マルクスがその地代論で論じている諸関係はまさに素材的な次元のものであるからである。

しかし、こうして誰もが思いつく課題への挑戦が遅れてきたのには別の理由もある。それは、こうした「近代経済学的」定式化が逆に近代経済学との考え方の違いを際立たせ、よってマルクス的な地代概念を後に見るような形で奇異と感じさせるということがある。また、マルクスとエンゲルスが『資本論』差額地代論の諸章で 45 もの表を書かずにはその主張を表現できなかったように、説明されるべき諸関係がそもそも複雑多岐に亘っており、たとえば田代(1955)が指摘するようにそれらの間には多くの矛盾も含まれているからでもある。本稿でも、前半ではマルクス=エンゲルスのような表形式での説明で 14 の表を掲げざるを得ないのは、そうした複雑さが反映している。ただし、本稿でのコブ・ダグラス型の関数形式の議論もそうした諸表の検討から始まる。

本稿ではそのためにまず、上記 45 表の中で最もコブ・ダグラス型に近い技術条件を扱った表について簡単にレビューをし、その上でそれをコブ・ダグラス型の技術条件に基づく表に書き換える。そして次に、これらの表形式の表現から数式形式の表現に移行して、そこからいくつかのインプリケーションを導く。なお、この最後の手続きには、「マルクスの地代計算」とは区別された「エンゲルスの地代計算」の微妙な正当性の問題が絡んでいる。本稿はエンゲルス生誕 200 周年記念事業の一環としてのものでもあるので、この点についても最後に論じておきたい。

I. 『資本論』事例中の土地と追加投資に関する収穫逨減ケース

上述のとおり、コブ・ダグラス型関数は農業の生産技術を適切に表現するものとして一般的な評価を得ているが、マルクスの時代にはまだこの知見が獲得されておらず、よって『資本論』地代論ではこの技術が正確に表現されているわけではない。ただ、もちろん、土地豊度の逨減と同様、同じ土地への追加投資の効果が逨減するという技術は『資本論』における差額地代第 II 形態の例証の冒頭から表現されており、その事例をここでは紹介したい。そこでは、まず表 1 のような追加投資

前の状況が表によって説明された上で表2のような追加投資効率逓減ケースの事例が示されている。『資本論』のこの部分では投資効率の逓減しないケースも示されているが、本稿では上記のようにコブ・ダグラス型技術をマルクスの地代論で表現するという趣旨から追加投資に関する収穫逓減技術だけを扱う。その趣旨から読者はまずこの2表を確認されたい。土地の豊度はDからAの方向に低くなっており、それぞれの面積は1エーカーとなっている。また、それぞれの土地への投資は2.5ポンドを単位として行なわれており、各地への新たな追加投資も2.5ポンドを基本単位としている。さらに、企業家に保障されるべき平均利潤は20%となっているので、1基本単位の投資による「資本プラス利潤」＝ここで「生産費」と書かれている額は3ポンドとなっている。最後にここでの農産物価格は3ポンドにフィックスされており、それによって決まる各地の「収益」（総生産額のこと）から「生産費」を引いて貨幣で測った「地代」が計算されている。最も重要なのがこの3変数の関係であることを示すため、各表のその部分をグレーで示している。

以上のことを前提に2表の帰結として最も注目されたいのは、上記の計算で導かれた「収益」と「生産費」および「地代」の比率の変化である。表1ではこの3変数の比率が、30:12:18であったのが、表2では51:21:30となっている。少しではあるが変化していることが重要である。各地に対する追加投資の生産性が各地における最初の投資と同じであればこの比率は変わらないが（このことは『資本論』当該箇所別の表で示されている）、表2では投資効率が逓減しているためにこの比率が変化しているのである。この3変数の比率の問題はマルクス地代論の最重要テーマとなっている。

ただし、もしその問題に注目するなら、ここでの販売価格がいかなるものかがこの比率に直結していることを知ることとなる。そして、その価格とはこの農産物に対する一国の需要状況に依存しているのだから、もし表2のような追加投資が全国的になされた場合、3ポンドという当該農産物の価格を維持できないこととなる。マルクス自身も、『資本論』でこれらの諸表の数字について「1クォーターは100万クォーターを表わしているとしてもよいし、1エーカーは100万エーカーを表わしているとしてもよい」と述べ、これら諸表の数字がマクロの数字と読み替えられると言っている以上、ここでの3ポンドという農産物価格は表1における10クォーターという総生産量に対応した価格であるを見なければならない。そして、そうすれば、この価格が維持されるためには総生産は10クォーターにとどめられる必要があり、その結果、A地やB地の生産は停止されなければならないことになる。また、最も豊度の高いD地だけで7.5クォーターの農産物が生産できるので、C地で必要な生産量は表2の5クォーターのちょうど半分でよいことになる。そのため、このC地では土地面積、資本、利潤、生産費、収益、地代も表2のちょうど半分でよいことになる。本稿ではこの状態を次の表3で示している。ここではC地が新たな限界地となっているのである。

以上を知った上で、この表3の収益：生産費：地代比を調べると30：9：21となっているから、

(1) マルクス『資本論』第3巻、ディーツ版、p.747。

表 1 『資本論』第 3 巻第 41 章の表 I

土地 種類	エーカー	資本 (ポンド)	利潤 (ポンド)	生産費 (ポンド)	生産物 (クォーター)	販売価格 (ポンド)	収益 (ポンド)	地代	
								クォーター	ポンド
A	1	2.5	0.5	3	1	3	3	0	0
B	1	2.5	0.5	3	2	3	6	1	3
C	1	2.5	0.5	3	3	3	9	2	6
D	1	2.5	0.5	3	4	3	12	3	9
計	4	10	2	12	10		30	6	18

表 2 『資本論』第 3 巻第 41 章の表 III

土地 種類	エーカー	資本 (ポンド)	利潤 (ポンド)	生産費 (ポンド)	生産物 (クォーター)	販売価格 (ポンド)	収益 (ポンド)	地代	
								クォーター	ポンド
A	1	2.5	0.5	3	1	3	3	0	0
B	1	2.5 + 2.5	1	6	2 + 1.5	3	10.5	1.5	4.5
C	1	2.5 + 2.5	1	6	3 + 2	3	15	3	9
D	1	2.5 + 2.5	1	6	4 + 3.5	3	22.5	5.5	16.5
計	4	20	3.5	21	17		51	12	30

表 3 表 2 の総生産を表 1 と同じ 10 クォーターにとどめた場合（限界地の変動）

土地 種類	エーカー	資本 (ポンド)	利潤 (ポンド)	生産費 (ポンド)	生産物 (クォーター)	販売価格 (ポンド)	収益 (ポンド)	地代	
								クォーター	ポンド
C	1/2	2.5/2 + 2.5/2	1/2	6/2	3/2 + 2/2	3	15/2	4.5/3	4.5
D	1	2.5 + 2.5	1	6	4 + 3.5	3	22.5	5.5	16.5
計	1.5	5 + 5/2	1.5	9	10		30	7	21

比率としても額としても地主の取り分が大きくなっていることがわかる。何と企業家は自らの追加投資で自分たちの全体としての取り分を縮小させ、したがって総利潤も縮小する一方、地主の取り分は増大しているのである。ここには寄生者としての地主の本質が示されているとも言えるが、少なくとも企業家の投資行動の関数であること、地代決定のメカニズムをどのように設定するかに依存して決まっていることを確認しておきたい。実を言うと、ここでの「メカニズム」には企業家が投下資本に対して必ず平均利潤を得るということが含まれているが、たとえばそれがないだけで決まってくる地代額も違ってくる。本稿末に見るコブ・ダグラス型関数の数理的分析ではその仮定をおかないので何とこの収益：生産費：地代比は変化しないこととなるが、いずれにしてもこの比率が分析の焦点であることに違いはない。なお、この論点とは少しずれるが、劣等地である A 地、B 地の地主は地代収入を全く失い、かつまた C 地の地主の地代収入も当初の表 1 の状態から減少して

いるという地主内部の利害得失についても知っておきたい。マルクス地代論の枠組みは階級としての地主の利害とは別に個別地主の利害についても議論できる枠組みとなっている。合わせ確認しておきたい。

さらにもうひとつ、この表3で重要なことには、新しい限界地たるC地でも差額地代が発生しているということもある。マルクスもまた「限界地でも生まれる差額地代」のあることを主張しているので、その一例と考えられるが、本稿でのこの事例の方が以下の2つの意味で「限界地でも生まれる差額地代」の事例としてふさわしい。そのひとつは、限界地の移動を反映した上でのそこでの差額地代の発生となっていること、もうひとつには販売価格の変化なしでもそれが発生していることである。『資本論』第44章で示された「限界地でも生まれる差額地代」の基本事例はマルクスのものでもエンゲルスのものでともに販売価格が上昇している。そうすれば確かに最劣等地でも地代が発生するからであるが、本稿の表3では価格が変化していない。そして、それでも新たな限界地で差額地代が発生しているのは全体としての生産性の上昇があるからである。表1では10ポンドの資本投下で初めて10クォーターの農産物が生産できていたが、ここでは7.5ポンドの資本でそれが可能となっている。つまり、限界地での差額地代の発生は価格が上がることによっても可能であるが、生産性の上昇によっても可能である。こうした生産性改善の効果が農作物価格の下落として社会に還元された時、ここでの「限界地における差額地代」は消滅するが、そうなるまでは地主は企業家による投資の効果をうまく取得することができるのである。このことを表3は示している⁽²⁾のである。

とはいえ、実は、この表3でもまだ分析が完全ではない。たとえば、ここでは各地で第二の追加投資がなされているが第三はないのかどうか、という問題である。D地で7.5クォーターの生産を行なった後、残りの不足分2.5クォーターをC地で生産するのか、D地への第三投資で賄うのかという問題が本当は残されていて、そうした問題が解かれなければならないからである。言い換えると、追加投資による限界生産性と耕作地の拡大による限界生産性とが一致するような状況が示されなければならないのであって、これには単なる数値例ではなく数学的な処理が必要となる。本稿が後にコブ・ダグラス型生産関数による分析を行なう理由はここにある。

(2) 『資本論』第3巻第44章では補足的に価格不変の場合の差額地代の発生も述べられているが、そこでも需要増による生産増が仮定されている。これに対し、本稿の表3は価格増も生産増も仮定していないので、より厳密な「限界地で発生する差額地代」の証明となっている。なお、この部分を「絶対地代」としないのは、絶対地代では土地供給の上限が仮定として必要となるからである。見られるように表3ではそれを仮定していない。

II. コブ・ダグラス型技術の『資本論』形式での差額地代計算

以上、表 3 は筆者が作った表であるが、数値例としては『資本論』のもので説明を行なった。この数値例は土地についても投下資本についても生産性の逓減するケースであったが、コブ・ダグラス型に特定されたものではなかった。そこで、本節では正確にコブ・ダグラス型の技術を持つケースについての計算を行なう。本稿冒頭でも述べたが、農業生産技術がコブ・ダグラス型であるということには広い合意がある。「資本」と「土地」に代替性があり、かつ生産量の増加は両要素投入量の増加に比例する（「規模に関する収穫一定」）。このため、上記表 2 の数値例を正確にコブ・ダグラス型に転換した 3 ケースを以下に示す。コブ・ダグラス型生産関数は Y を生産量、 K を資本投入量、 N を土地投入量、 A を全要素生産性として

$$Y = AK^{\alpha}N^{\gamma}$$

と表現されるので、残りの重要変数である α と γ について

- ① $\alpha = \gamma = 0.5$ のケース
- ② $\alpha = 0.3, \gamma = 0.7$ のケース
- ③ $\alpha = 0.7, \gamma = 0.3$ のケース

とした 3 ケースである。①のケースは以下の表 4～6 で、②のケースは表 7～9 で、③のケースは表 10～12 で検討されている。「規模に関する収穫一定」はここでは $\alpha + \gamma = 1$ で示されている。

そこでまず、表 4 を見られたい。この表のオリジナリティーは「生産物（クォーター）」の欄にあるが、この欄の C 地に数字が現れるのは基準となる D 地だけが耕作される場合のちょうど 2 倍の土地投入がなされている場合となり、この時、C 地の限界生産性は D 地の $2^{-0.5}$ 倍となる。これは土地投入量が $N_0 \Rightarrow N_1 = 2N_0$ と増大した際、コブ・ダグラス型生産関数の仮定ではその限界生産力が、 $0.5 AK^{0.5} N_0^{-0.5}$ から $0.5 AK^{0.5} (2N_0)^{-0.5} = 0.5 AK^{0.5} N_0^{-0.5} \times 2^{-0.5}$ となるからである。また、B 地での限界生産力は C 地の土地投入の 1.5 倍として、A 地での限界生産力は C 地の土地投入の 2 倍であるとして計算している。なお、本稿表 1 と同じく、ここで限界地となる A 地の差額地代はゼロとなるものとした。言い換えると、そうなるように販売価格を設定している。つまり、販売価格は A 地の生産費（3 ポンド）をそこでの生産量（2 クォーター）で割って計算している。

他方、続く表 5 の C 地および D 地「生産物（クォーター）」の欄の計算も同様であり、表 4「生産物（クォーター）」列のそれぞれの生産量の $2^{-0.5}$ 倍の増加が生じている。ただし、それと同じ計算

(3) この収穫逓減パターンはコブ・ダグラス型の限界生産力関数から導かれた仮定にすぎず、したがって異なる現実を想定することは可能である。ただし、本稿冒頭で述べたとおり、コブ・ダグラス型生産関数の成立が農業生産において一般に確かめられているという意味では自然な仮定でもある。

表 4 $\alpha = \gamma = 0.5$ かつ限界地代ゼロのケース

土地 種類	エーカー	資本 (ポンド)	利潤 (ポンド)	生産費 (ポンド)	生産物 (クォーター)	販売価格 (ポンド)	収益 (ポンド)	地代	
								クォーター	ポンド
A	1	2.5	0.5	3	$2.83 \cdot 2^{-0.5} = 2.00$	1.5	3.00	0	0
B	1	2.5	0.5	3	$2.83 \cdot 1.5^{-0.5} = 2.31$	1.5	3.47	0.31	0.47
C	1	2.5	0.5	3	$4 \cdot 2^{-0.5} = 2.83$	1.5	4.25	0.83	1.25
D	1	2.5	0.5	3	4	1.5	6	2	3
計	4	10	2	12	11.14		16.71	3.15	4.72

表 5 前表に追加投資がなされた場合

土地 種類	エーカー	資本 (ポンド)	利潤 (ポンド)	生産費 (ポンド)	生産物 (クォーター)	販売価格 (ポンド)	収益 (ポンド)	地代	
								クォーター	ポンド
A	1	2.5	0.5	3	2.00	1.5	3.00	0	0
B	1	2.5	0.5	3	2.31	1.5	3.47	0.31	0.47
C	1	$2.5 + 2.5$	1	6	$2.83 \cdot (1 + 2^{-0.5}) = 4.83$	1.5	7.25	0.83	1.25
D	1	$2.5 + 2.5$	1	6	$4 \cdot (1 + 2^{-0.5}) = 6.83$	1.5	10.25	2.83	4.25
計	4	15	3	18	15.97		23.97	3.98	5.97

表 6 表 4 と同量の生産量としたケース（限界地の変動）

土地 種類	エーカー	資本 (ポンド)	利潤 (ポンド)	生産費 (ポンド)	生産物 (クォーター)	販売価格 (ポンド)	収益 (ポンド)	地代	
								クォーター	ポンド
C	0.89	$5 \cdot 4.31 / 4.83$	0.89	5.34	$11.14 - 6.83 = 4.31$	1.5	6.47	0.75	1.13
D	1	$2.5 + 2.5$	1	6	6.83	1.5	10.25	2.83	4.25
計	1.89	9.45	1.89	11.34	11.14		16.71	3.59	5.38

を A 地および B 地で行なうとそれぞれの生産量が 4 を下まわってしまい、追加資本が平均利潤を確保するとすれば地代がマイナスとならなければならないこととなる。あるいは新規投資が平均利潤を確保できないということとなる。しかし、こうした事態はこの計算では想定されていないため、ここでは追加投資なしとしてある。なお、表 6 は先の表 3 と同様、生産量が当初のそれから変化しないとした場合の状況を表わしている。また、もちろん、表 7～9 や表 10～12 が表 4～6 と同様の方法で計算されていることは言うまでもない。

では、こうして計算された表 4 から表 12 までの諸表を比較してみよう。これらでは表 5、表 8 および表 11 は計算手続き上の表にすぎないので、表 4 および 6、表 7 および 9、さらに表 10 および 12 に注目すると表 13 のようになる。また、表 14 はその百分比をとったものである。

表 7 $\alpha = 0.3, \gamma = 0.7$ で限界地代ゼロのケース

土地 種類	エーカー	資本 (ポンド)	利潤 (ポンド)	生産費 (ポンド)	生産物 (クォーター)	販売価格 (ポンド)	収益 (ポンド)	地代	
								クォーター	ポンド
A	1	2.5	0.5	3	$3.25 \cdot 2^{-0.3} = 2.64$	1.14	3	0	0
B	1	2.5	0.5	3	$3.25 \cdot 1.5^{-0.3} = 2.88$	1.14	3.28	0.19	0.28
C	1	2.5	0.5	3	$4 \cdot 2^{-0.3} = 3.25$	1.14	3.71	0.47	0.71
D	1	2.5	0.5	3	4	1.14	4.56	1.04	1.56
計	4	10	2	12	12.77		14.55	1.70	2.55

表 8 前表に追加投資がなされた場合

土地 種類	エーカー	資本 (ポンド)	利潤 (ポンド)	生産費 (ポンド)	生産物 (クォーター)	販売価格 (ポンド)	収益 (ポンド)	地代	
								クォーター	ポンド
A	1	2.5	0.5	3	2.64	1.14	3	0	0
B	1	2.5	0.5	3	2.88	1.14	3.28	0.25	0.28
C	1	2.5	0.5	3	3.25	1.14	3.71	0.62	0.71
D	1	$2.5 + 2.5$	1	6	$4 \cdot (1 + 2^{-0.7}) = 6.46$	1.14	7.36	1.19	1.36
計	4	12.5	2.5	15	15.23		17.36	2.07	2.36

表 9 表 7 と同量の生産量としたケース（この場合、限界地は変動しない）

土地 種類	エーカー	資本 (ポンド)	利潤 (ポンド)	生産費 (ポンド)	生産物 (クォーター)	販売価格 (ポンド)	収益 (ポンド)	地代	
								クォーター	ポンド
A	0.07	$2.5 \cdot 0.07$	0.035	0.21	$12.77 - 12.59 = 0.18$	1.14	0.21	0	0
B	1	2.5	0.5	3	2.88	1.14	3.28	0.25	0.28
C	1	2.5	0.5	3	3.25	1.14	3.71	0.62	0.71
D	1	$2.5 + 2.5$	1	6	$4 \cdot (1 + 2^{-0.7}) = 6.46$	1.14	7.36	1.19	1.36
計	3.07	10.17	2.23	12.21	12.77		14.55	2.07	2.35

この両表から導かれる唯一ではあっても非常に重要な結論は、近代経済学における通常の分配理論と正反対の帰結となっていることである。通常の分配理論では、 α と γ はそれぞれ企業家と地主に対する分配率となっていなければならないが、何とここでは全く逆の動きが示されている。これはすなわち、土地の生産に対する寄与度が少なければ少ないほど地主の取り分が多いということである。⁽⁴⁾ 通常の分配理論とは全く逆の結論で読者は奇異に感じられるかもしれないが、リカード以来

(4) このことは佐藤(1980)によっても明示的に指摘されている。「差額地代 II は……土地が生産においてはたす役割が小さくなればなるほど大きくなる……差額地代 II の……極めて矛盾に満ちた本性」(同, p. 166)。

表 10 $\alpha = 0.7, \gamma = 0.3$ で限界地代ゼロのケース

土地 種類	エーカー	資本 (ポンド)	利潤 (ポンド)	生産費 (ポンド)	生産物 (クォーター)	販売価格 (ポンド)	収益 (ポンド)	地代	
								クォーター	ポンド
A	1	2.5	0.5	3	$2.46 \cdot 2^{-0.7} = 1.51$	1.99	3	0	0
B	1	2.5	0.5	3	$2.46 \cdot 1.5^{-0.7} = 1.85$	1.99	3.69	0.35	0.69
C	1	2.5	0.5	3	$4 \cdot 2^{-0.7} = 2.46$	1.99	4.90	0.95	1.90
D	1	2.5	0.5	3	4	1.99	7.96	2.49	4.96
計	4	10	2	12	9.83		19.56	3.80	7.56

表 11 前表に追加投資がなされた場合

土地 種類	エーカー	資本 (ポンド)	利潤 (ポンド)	生産費 (ポンド)	生産物 (クォーター)	販売価格 (ポンド)	収益 (ポンド)	地代	
								クォーター	ポンド
A	1	2.5	0.5	3	1.51	1.99	3	0	0
B	1	$2.5 + 2.5$	1	6	$1.85 \cdot (1 + 2^{-0.3}) = 3.35$	1.99	6.67	0.33	0.67
C	1	$2.5 + 2.5$	1	6	$2.46 \cdot (1 + 2^{-0.3}) = 4.46$	1.99	8.87	1.44	2.87
D	1	$2.5 + 2.5$	1	6	$4 \cdot (1 + 2^{-0.3}) = 7.25$	1.99	14.43	4.24	8.43
計	4	17.5	3.5	21	16.57		32.97	6.02	11.97

表 12 表 10 と同量の生産量としたケース（限界地の変動）

土地 種類	エーカー	資本 (ポンド)	利潤 (ポンド)	生産費 (ポンド)	生産物 (クォーター)	販売価格 (ポンド)	収益 (ポンド)	地代	
								クォーター	ポンド
C	2.58/4.46	$5 \cdot 2.58/4.46$	2.58/4.46	$6 \cdot 2.58/4.46$	$9.83 - 7.25 = 2.58$	1.99	5.13	0.83	1.66
D	1	$2.5 + 2.5$	1	6	7.25	1.99	14.43	4.24	8.43
計	1.58	7.89	1.58	9.47	9.83		19.56	5.07	10.09

の「差額地代論」というものの本質はここにある。土地の限界生産力自体が地代を決めるのではなく、「差額」がそれを決するという考え方にはそもそもリカード以来、価値の源泉を自然力そのものには見ないという考え方が含まれている。リカード自身は価値源泉を自然力にも認めるマルサスの考え方への対決のために「差額地代論」を考案したのであるが、その同じ問題が現在の主流派経済学とマルクス経済学との考え方の相違としても現れているのである。⁽⁵⁾

(5) マルクス差額地代論がこうしたリカードの問題意識を受け継いでいることについては、佐藤(1979)参照。

表 13 収益：生産費：地代比で見た表 4～12 のまとめ

	追加投資前の収益：生産費：地代比	追加投資後の収益：生産費：地代比
$\alpha = 0.3, \gamma = 0.7$	14.55 : 12 : 2.55	14.55 : 12.21 : 2.35
$\alpha = \gamma = 0.5$	16.71 : 12 : 4.72	16.71 : 11.34 : 5.38
$\alpha = 0.7, \gamma = 0.3$	19.56 : 12 : 7.56	19.56 : 9.47 : 10.09

表 14 表 13 の「収益」を 100 に基準化したもの

	追加投資前の収益：生産費：地代比	追加投資後の収益：生産費：地代比
$\alpha = 0.3, \gamma = 0.7$	100 : 82 : 18	100 : 84 : 16
$\alpha = \gamma = 0.5$	100 : 72 : 28	100 : 68 : 32
$\alpha = 0.7, \gamma = 0.3$	100 : 61 : 39	100 : 48 : 52

III. コブ・ダグラス型生産関数による解析的計算

こうして本稿では、コブ・ダグラス型技術を『資本論』形式の表に落とし込み、一定の規則性を発見するに至ったが、その帰結が通常の分配理論と大きく異なることが分かった。これが数多のマルクス派地代論者をして近代経済学者との討論を阻害してきた非常に大きな理由となっているが、本稿ではこの「奇妙さ」の理由を数値例によってではなく、コブ・ダグラス型関数を用いた解析的計算によって探してみたい。そして、そのためにここで問題となっている「地主の取り分」と「企業家の取り分」が数学的にはどのように表わされるかを考えてみよう。まずは、土地 N の増に従って土地の限界生産力が低下するさまを示した次の図 1 を見られたい。マルクス地代論では言うまでもなくここで地主が取得する部分は三角形 ABC となる。

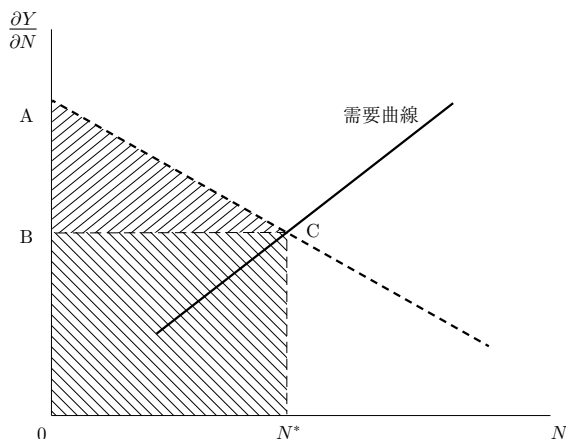
では、この三角形の部分はどのように表現されるか。そこで $\frac{\partial Y}{\partial N} = \gamma AK^\alpha N^{\gamma-1}$ で表わされる各地片での限界生産力と図中 N^* で示されている限界地の限界生産力との差は $\gamma AK^\alpha N^{\gamma-1} - \gamma AK^\alpha N^{*\gamma-1} = \gamma AK^\alpha (N^{\gamma-1} - N^{*\gamma-1})$ となるから、この三角形の面積は

$$\begin{aligned} \int_0^{N^*} \gamma AK^\alpha (N^{\gamma-1} - N^{*\gamma-1}) dN &= \gamma AK^\alpha \left[\frac{1}{\gamma} N^\gamma - N \cdot N^{*\gamma-1} \right]_0^{N^*} = \gamma AK^\alpha \left(\frac{N^{*\gamma}}{\gamma} - N^{*\gamma} \right) \\ &= AK^\alpha N^{*\gamma} (1 - \gamma) \end{aligned}$$

となる。 $AK^\alpha N^{*\gamma}$ はこの時の総生産 Y に他ならないから、要するに差額地代＝三角形 ABC 部分は $Y - \gamma Y = (1 - \gamma)Y$ となる。通常の分配理論では γ が地主の取り分を表現するはずが、その全く逆となっている。前節の結果と整合する。

同じことであるが、この「奇妙さ」は次のようにも言える。ここでは規模に関する収穫一定を仮

図 1 地主の取り分と企業家の取り分



定しているから $\alpha + \gamma = 1$ であるが、これは地主の取り分こそが αY となることを意味している。本来なら企業家の取り分であるべき α が地主の取り分を表わしてしまっているのである。当然のことであるが、この時、企業家の取り分も通常の分配理論と逆に総生産の γ 部分となる。

しかし、もうひとつ、コブ・ダグラス型関数を用いた分析で興味深いのは、ある特定の生産量、たとえば表 1, 3 の場合なら 30, 表 4, 6 の場合なら 16.71, 表 7, 9 の場合なら 14.55, 表 10, 12 の場合なら 19.56 を生産する際に資本投入を増やして利用する土地を減らす、あるいは逆のすることした場合の分析もができることである。そして、その様子を 3 次元で表現すると次の図 2 のようになる。N 軸方向には土地の限界生産性は逓減するが、K 軸方向にはそれが逓増する。図中では資本投入量が $K_0 \rightarrow K_1 \rightarrow K_2$ と増大するにしたがって限界地が $N_0 \rightarrow N_1 \rightarrow N_2$ と後退し、そのそれぞれに対応する地代の面積が示されている。ただし、ここで興味深いのは、この 3 つの面積が同じであるということである。

というのは、上で導いた地代の面積 $(1 - \gamma)Y = \alpha Y$ には K や N といった変数が含まれておらず、 Y が同じである以上、 $(1 - \gamma)Y = \alpha Y$ も変化しないからである。前節の結果をまとめた表 13 でも、特に $\alpha = 0.3, \gamma = 0.7$ のケースでは、追加投資前でも追加投資後でも地代はほとんど変化していないが、こうした関係が示されている。 $\alpha = \gamma = 0.5$ のケースや $\alpha = 0.7, \gamma = 0.3$ のケースでは変化の幅が目立ってくるが、これは前節の数値例が不連続であることや、どの投資も必ず平均利潤率を確保するとの仮定などこの理論モデルとの距離に基づいているものと思われる。

実のところ、マルクスはこうした厳密な計算をしていないが、ほぼ同様のことを『資本論』第 3 巻第 41 章で述べている。引用すると次のようになる。

「資本主義的生産様式が発展するにつれて、同じ地面の上での資本の集積もますます発展し、し

図2 K, N の関数としての土地の限界生産力曲線

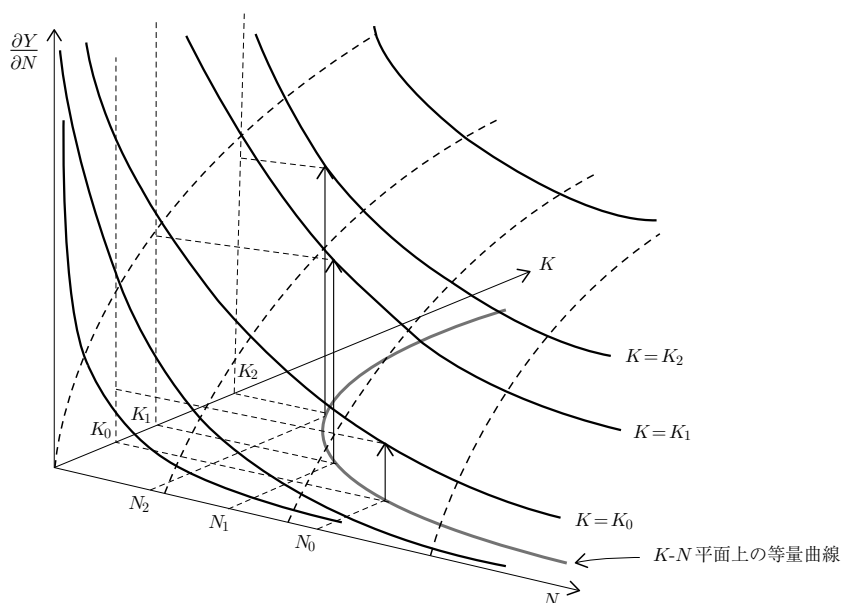
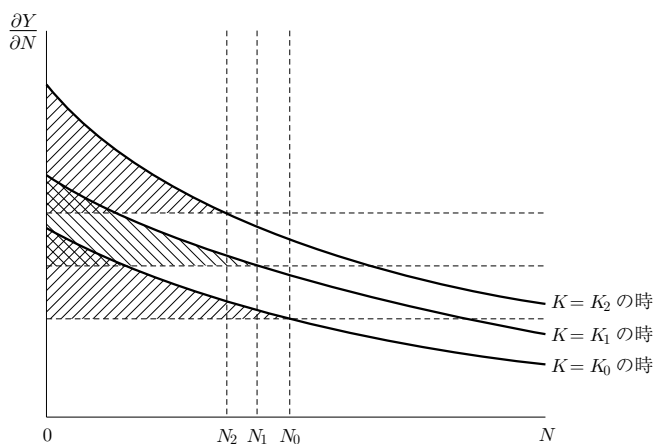


図3 土地の限界生産力曲線の移動と差額地代（生産量不変のケース）



たがって1エーカー当たりで計算した地代もますます高くなっていく。それゆえ、2つの国で生産価格が同じであり、いろいろな土地種類のあいだの差も同じであり、そして同量の資本が投下されるが、一方の国ではより多く限られた地面での逐次的投下の形で行なわれ、他方の国ではむしろより広い面積の上での並列的投下の形で行なわれるとすれば、1エーカー当たりの地代、したがってまた土地価格は、第一の国ではより高く、第二の国ではより低いであろうが、⁽⁶⁾地代の量はどちらの国でも同じであろう。」

現代経済学の場合には数学的証明なしに「地代の量は同じ」と主張することはありえないが、本稿はその欠落部分を埋めたことになる。そして、また、この言明が正しい限り、当然「エーカー当たりの地代」が「第一の国ではより高く、第二の国ではより低く」なる。耕作される土地面積が第一の国では狭く、第二の国では広いからである。上記のモデルでは、 $N_0 > N_1 > N_2$ なので、「エーカー当たり地代」となる $(1-\gamma)Y/N = \alpha Y/N$ が、 $(1-\gamma)Y/N_0 < (1-\gamma)Y/N_1 < (1-\gamma)Y/N_2$ となるということである。自明である。⁽⁷⁾地主階級が総体として得る地代総額は追加投資によって変化することはないが、追加投資後も生き残る土地における地主の取り分は増大することが分かる。これは本稿第Ⅰ節でも述べた地主間の利害の相違の問題である。いずれにしても、こうしてマルクスの言明の正しさが数学的に確認された。

IV. 企業家の利潤最大化行動と「エンゲルス方式」

ところで、こうしてマルクスやエンゲルスの上記のいくつかの言明は数学的に確認することができたが、それほど綺麗に説明できないものもあった。たとえば、前々節で見た表 13, 14 の $\alpha = \gamma = 0.5$ や $\alpha = 0.7, \gamma = 0.3$ のケースで追加投資前と追加投資後の地代が本来同じであるべきが、一定の変化が生じてしまっていることがある。また、より大きな不整合は表 13 ないし表 14 の生産費：地代の比率が、前節で理論的に導いた $\gamma : \alpha$ の比率となっていないことにある。 α の上昇につれて地主の取り分が増えるといった「傾向」のレベルでは整合的であっても、それらの比率それ自身は理論値と異なっている。そして、そうした不整合の原因には、実は、企業家が必ず平均利潤を確保できているものとする（そうでないと決して投資しないとの）仮定とただ利潤最大化行動をとっているだけ⁽⁸⁾とする仮定との想定の違いがあるものと思われる。本稿で掲げたすべての数値例では企業家が 20% の平均利潤を確保しえているが、前節での数学モデルではそれが仮定されていないからである。

(6) マルクス『資本論』第 3 巻、ディーツ版、pp. 704–5.

(7) このことを前節の数値例で確認すると次の表 15 のようになる。確かに「第一の国」の方がエーカー当たりの地代が高くなっている。

表 15 本稿計算数値例におけるエーカー当たり平均地代の比較（単位：ポンド／エーカー）

	追加投資前（資本／土地比率の低いケース） ：引用文の「第二の国」のケース	追加投資後（資本／土地比率の高いケース） ：引用文の「第一の国」のケース
$\alpha = 0.3, \gamma = 0.7$	0.64	0.77
$\alpha = \gamma = 0.5$	1.18	2.85
$\alpha = 0.7, \gamma = 0.3$	1.89	6.38

(8) 厳密に言うと、土地豊度の逡減の不連続さも「誤差」のひとつの原因となっている。この点は前節でも述べた。

実際、第 II 節で示した事例を考えても分かるように、どの地片が限界地となるか、それぞれの地片での地代がどれほどになるかは最終的には企業家がどの地片に、そしてどの程度の投資を行なうかによって決まっている。そして、その決定の際に企業家はある種の最適化行動をとっているはずである。すなわち、どの豊度の地片まで投資し、またそれぞれの地片への追加投資をどこまで行なうかの最適化であり、この場合は平均利潤が最初から保障されているわけではない。「利潤最大化」行動として行なわれなければならない、本稿で言えば第 III 節までの定式化とは異なる定式化が必要ではないか、という問題が浮上する。そして、その論点は「マルクスの」な差額地代計算に対する、「エンゲルスの」な 2 つの差額地代計算の方法を特定化するという問題に結びついている。そのために、ここでは、「マルクスの方法とは異なる」として田代(1955)が問題視した『資本論』第 3 巻第 43 章のエンゲルスによる「整理・補足」の表 XIII と表 XIV をここで掲げないわけにはいかない。⁽⁹⁾ 次の表 16 と表 17 がそれである。

本来はこの 2 表の前に追加投資前の状態を示した「表 XII」があるが、それはこの 2 表からも十分想像できるので省略した。また、これまでの諸表と単位（したがってスケール）が異なっているがそれは本質的なものではない。さらに、「生産費 60」が「資本 50」と「利潤 10」で構成されており、したがって先と同様に利潤率は 20%であることを書き加えておく。そして、その上で、田代が問題視した表 16（エンゲルスの表 XIII）の B 地と C 地への追加投資および表 17（エンゲルスの表 XIV）の B 地への追加投資の経済効率性をよくよく検討してみよう。そうすると、表 16 の C 地と表 17 の B 地が持つ特質と表 16 の B 地が持つ特質とが違っていることに気づく。具体的には

① 表 16 の C 地および表 17 の B 地

この追加投資にだけ注目すると、たとえば表 16 の C 地について言えば、60 シリングの「生産費」の追加部分に対する「生産物」の追加は $9\frac{1}{3}$ ブッシェルでしかないから平均利潤率を得られていないことになる。ただし、 $9\frac{1}{3}$ ブッシェルの追加生産は価格表記で 56 シリングとなるから 50 シリングの「資本」を上回っている。つまり、利潤は追加できている。これは表 17 の B 地についても言え、実は、本稿表 9 の D 地における追加投資にも言える。そこでは 2.5 ポンドの追加投資が 2.8 ポンドの追加生産で利潤を生み出すもののそれは平均利潤率以下の利潤でしかないからである。

② 表 16 の B 地

他方、表 16 の B 地では、60 シリングの追加「生産費」= 50 シリングの追加資本に対して 8 ブッシェルの追加生産物ということだから、収入（「収益」）としては 48 シリングの追加にしかない。つまり、追加投資はマイナスの利潤をしかもたしていない。

(9) 田代(1955)はこれ以外にも表 XVII と表 XX に対して同様の疑問を提起しているが、これら 2 表の説明は本稿の文脈で特に必要ないので省略した。

表 16 『資本論』 第 3 巻第 43 章のエンゲルスの表 XIII

土地 種類	生産費 (シリング)	生産物 (ブッシェル)	販売価格 (シリング)	収益 (シリング)	地代 (シリング)	地代増加
A	60	10	6	60	0	0
B	$60 + 60 = 120$	$12 + 8 = 20$	6	120	0	0
C	$60 + 60 = 120$	$14 + 9\frac{1}{3} = 23\frac{1}{3}$	6	140	20	20
D	$60 + 60 = 120$	$16 + 10\frac{2}{3} = 26\frac{2}{3}$	6	160	40	2×20
E	$60 + 60 = 120$	$18 + 12 = 30$	6	180	60	3×20
					120	6×20

表 17 『資本論』 第 3 巻第 43 章のエンゲルスの表 XIV

土地 種類	生産費 (シリング)	生産物 (ブッシェル)	販売価格 (シリング)	収益 (シリング)	地代 (シリング)	地代増加
A	60	10	6	60	0	0
B	$60 + 60 = 120$	$12 + 9 = 21$	6	126	6	6
C	$60 + 60 = 120$	$14 + 10\frac{1}{2} = 24\frac{1}{2}$	6	147	27	$6 + 21$
D	$60 + 60 = 120$	$16 + 12 = 28$	6	168	48	$6 + 2 \times 21$
E	$60 + 60 = 120$	$18 + 13\frac{1}{2} = 31\frac{1}{2}$	6	189	69	$6 + 3 \times 21$
					150	$4 \times 6 + 6 \times 21$

したがって、ここでの追加投資はマイナスの利潤ないし平均利潤率以下の利潤をしか生み出さない⁽¹⁰⁾ので田代によって批判されたことが分かる。特に、利潤を減少させる②はマルクスが「地代の犠牲」と呼んだもので合理的なものとは言えない。ただし、①については限界原理に則った数理経済学上の「利潤最大化」の通常の手続きとしては自然なものである。本稿でも第 II 節の 9 つの表のケースにとどまらず、第 III 節の計算でもその考え方に則っている。というよりむしろ、たとえば①の第一の例である表 16 の C 地の追加投資はまだ 6 シリングもの追加利潤をもたらすから、追加利潤がゼロとなるとところまで追加投資しようとすれば、追加投資額はもっと増えるのではないか（たとえば 50 シリングの追加投資でなく 75 シリングの追加投資など）。言い換えれば、「限界原理に則った数

(10) この批判には、大内(1958)や常盤(1984)らが続いた。

理経済学上の「利潤最大化」の通常の手続き」とはこの①と②の中間に位置するものである。本稿の第 II 節までの数値例計算が前節モデルの解析的計算と合わなかったのはこのギャップ（①と「①と②の中間」とのギャップ）に基づくものであったというのが筆者の考えである。

いずれにせよ、「エンゲルス方式」による計算はそのすべてを肯定できないとしても、「マルクス方式」よりは少なくとも現代の数理経済学モデルに近いものとして積極的意味があったことになる。⁽¹¹⁾

以上、本稿では農業技術を表わすものとして一般化しているコブ・ダグラス型技術条件の下でのマルクス差額地代論の態様を検討し、その中で、以下のようないくつかの新たな知見を得た。すなわち、

- ① 企業家の追加投資の影響が優等地の地代と劣等地の地代に対して異なること
- ② 価格上昇なしでも「限界地で差額地代が発生するケース」があること
- ③ 通常の分配理論と逆に、土地の生産に対する弾力性が高まれば高まるほど地主の取り分が減少すること
- ④ 生産物量不変の下で土地と資本の比率を変えても地代総額には変化がないこと
- ⑤ その際に資本／土地比率を上げれば面積当たりの地代が上昇すること

である。特に最後の 2 点はコブ・ダグラス型関数を用いた解析的検討なしには導かれなかったものである。コブ・ダグラス型のような生産関数を用いた分析には、「エンゲルスの」な差額地代計算論が意味を持つことと合わせ、確認しておきたい。

参 考 文 献

- 大内力 (1958)『地代と土地所有』東京大学出版会 [Ouchi, Tsutomu, *Chidai to Tochi Shoyu*, Tokyo Daigaku Shuppankai, 1958]
- 大西広 (2020)『マルクス経済学 (第 3 版)』慶應義塾大学出版会 [Onishi, Hiroshi, *Marx Keizai-gaku (Dai 3 Han)*, Keio Gijuku Daigaku Shuppankai, 2020]
- 佐藤滋正 (1979)「差額地代 I と II のディアレクティーク (上)」『経済科学』第 26 巻第 4 号 [Sato, Shigemasa, "Sagaku Chidai I to II no Dialectic (Jo)," *Keizai Kagaku*, Vol. 26, No. 4, 1979]

(11) 以上では「エンゲルス方式」を第 43 章の事例でのみ論じたが、本稿第 I 節で言及した第 44 章の「限界地でも生まれる差額地代」の計算でもエンゲルスとマルクスの計算方法の違いは明確になっている。両者ともに旧来の限界地で差額地代が発生するには農産物の販売価格が上がりなければならないこととなっているが（既述のようにこれは本稿の立場とは異なる）、その価格上昇幅はエンゲルスの方が小さくなっているからである。また、ここでマルクスの方が上昇幅が大きくなっているのがマルクスが最初から平均利潤の確保を前提にしていたという事情に起因していることも重要である。逆に言うと、エンゲルスはそれを前提としていなかったからである。第 43 章における両者の計算方法の違いと対応している。

- 佐藤滋正 (1980) 「差額地代 I と II のディアレクティーク (下)」『経済科学』第 27 巻第 4 号 [Sato, Shigemasa, “Sagaku Chidai I to II no Dialectic (Ge),” *Keizai Kagaku*, Vol. 27, No. 4, 1980]
- 田代隆 (1955) 「差額地代第二形態に対する疑問——その概念と成立の条件——」『農業経済研究』第 27 巻第 2 号 [Tashiro, Takashi, “Sagaku Chidai Dai 2 Keitai ni taisuru Gimon: Sono Gainen to Seiritsu no Joken,” *Nogyo Keizai Kenkyu*, Vol. 27, No. 2, 1955]
- 常盤政治 (1984) 「差額地代 II をめぐる論争」久留島陽三・保志恂・山田喜志夫編『資本論体系 7 地代・収入』有斐閣 [Tokiwa, Seiji, “Sagak Chidai II wo meguru Ronso,” Kurushima, Yozo, Hoshi, Makoto and Yamada, Kishio Hen, *Shihonron Taikei 7 Chidai · Shunyu*, Yuhikaku, 1984]
- 花田仁伍 (1983) 「差額地代 II・農作物価格規定論争 (上)」『経済』第 233 号 [Hanada, Jingo, “Sagaku Chidai II · Nosakubutsu Kakaku Kitei Ronso (Jo),” *Keizai*, No. 233, 1983]

要旨: 農業部門の生産関数がコブ・ダグラス型でうまく表現できることは一般的な認識となっているが、それではこの関数形の下でマルクス地代論はどのような性質を持つことになるのか。この解明のために本稿ではまず、もっともコブ・ダグラス型に近い技術条件を扱った『資本論』中の諸表について簡単にレビューし、その上でそれらをコブ・ダグラス型の技術条件に基づく表に書き換える。なお、この手続きによって「マルクスの地代計算」とは区別された「エンゲルスの地代計算」の微妙な正当性を主張する。

キーワード: マルクス, エンゲルス, 差額地代, コブ・ダグラス型生産関数