慶應義塾大学学術情報リポジトリ
Keio Associated Repository of Academic resouces

Title	重複世代経済における公共財としての金融システム
Sub Title	Financial system as a public good in an overlapping-generation model
Author	塩澤, 修平(Shiozawa, Shuhei)
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	2012
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.105, No.1 (2012. 4) ,p.1- 13
JaLC DOI	10.14991/001.20120401-0001
Abstract	本稿では, 価値貯蔵手段としての貨幣が存在する重複世代モデルにおいて, それに関する取引費用を軽減するような, ストック財ならびに公共財的な性質をもつ金融システムを考察する。パレート効率的な定常配分の条件, いわゆるSamuelson 条件が導かれ, 貨幣的定常競争均衡配分においては貨幣数量説的な状況が成立するが, パレート効率の条件とは両立し得ないことが示される。また, 定常ではない状態での動学的な調整過程を考察し, 安定条件を導出する。 This study considers a financial system with a stock and public goods nature that reduces related transaction costs, within an overlapping generation model wherein money exists as a means of value storage. In addition, it indicates that conditions for Pareto-efficient stationary distribution, that is, Samuelson conditions, can be deduced although a quantity theory of money situation is established in monetary stationary competitive equilibrium allocation, which is not compatible with Pareto efficiency conditions. In addition, this study examines the dynamic adjustment process in circumstances that are not stationary and derives stability conditions.
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-20120401-0001

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

重複世代経済における公共財としての金融システム
Financial System as a Public Good in an Overlapping-Generation Model

塩澤 修平(Shuhei Shiozawa)

本稿では，価値貯蔵手段としての貨幣が存在する重複世代モデルにおいて，それに関する取引費用を軽減するような，ストック財ならびに公共財的な性質をもつ金融システムを考察する。パレート効率的な定常配分の条件，いわゆる Samuelson 条件が導かれ，貨幣的定常競争均衡配分においては貨幣数量説的な状況が成立するが，パレート効率の条件とは両立し得ないことが示される。また，定常ではない状態での動学的な調整過程を考察し，安定条件を導出する。

Abstract

This study considers a financial system with a stock and public goods nature that reduces related transaction costs, within an overlapping generation model wherein money exists as a means of value storage. In addition, it indicates that conditions for Pareto-efficient stationary distribution, that is, Samuelson conditions, can be deduced although a quantity theory of money situation is established in monetary stationary competitive equilibrium allocation, which is not compatible with Pareto efficiency conditions. In addition, this study examines the dynamic adjustment process in circumstances that are not stationary and derives stability conditions.

「三田学会雑誌」105 巻 1 号（2012 年 4 月）

重複世代経済における公共財としての金融システム*

塩　澤　修　平

要　　旨

本稿では，価値貯蔵手段としての貨幣が存在する重複世代モデルにおいて，それに関する取引費用を軽減するような，ストック財ならびに公共財的な性質をもつ金融システムを考察する。パレート効率的な定常配分の条件，いわゆる Samuelson 条件が導かれ，貨幣的定常競争均衡配分においては貨幣数量説的な状況が成立するが，パレート効率の条件とは両立し得ないことが示される。また，定常ではない状態での動学的な調整過程を考察し，安定条件を導出する。

キーワード

金融システム，貨幣，取引費用，公共財，重複世代経済

1. 序

価値貯蔵手段としての貨幣が存在する重複世代モデルにおいて，それに関する取引費用を軽減するような，ストック財ならびに公共財的な性質をもつ金融システムを定式化し，定常競争均衡の性質および定常ではない場合の調整過程を考察する。

Samuelson（1958）は重複世代モデルを展開し，他方 Samuelson（1955）で公共財の最適供給の条件が導出されている。

John and Pecchenino（1994）は，重複世代経済における経済成長と環境保全との関係を，環境をストック財として定式化し，論じている。

本稿では，塩澤（2010），塩澤・大滝・檀原（2011）が環境を定式化したものと同様な方法で，金融システムをストック変数としての公共財と捉え，重複世代モデルの枠組みにおいて分析する。貨幣と実物財との交換に関する取引費用は金融システムの水準に依存し，各期における金融システムの水準は，前期の水準と金融システム維持のためにその期に投入された実物財の量によって決定されると考える。

＊　本稿の一部は，慶應義塾大学経済学部大滝英生助教との共同研究に基づいている。また，大学院経済学研究科博士課程檀原浩志君より有益なコメントをいただいた。

第 2 節では，各期に複数の消費者，実物財，貨幣およびストック変数としての金融システムが存在する重複世代経済が定義される。第 3 節ではパレート効率的な定常配分の条件，いわゆる Samuelson 条件が導かれる。第 4 節では貨幣的競争均衡配分の条件が導かれ，パレート効率の条件とは両立し得ないことが示される。また，貨幣数量説的な状況が成立することが示される。第 5 節では，定常ではない状態での動学的調整過程を考察し，安定条件を導出する。

2. モデル

離散的な時間の重複世代モデルを考える。各世代複数の消費者が存在し，その数は世代を通じて一定で N とする。各期に私的財としての性質をもつ実物財，価値貯蔵手段である貨幣ならびに貨幣に関する取引費用に影響を与える，公共財としての性質をもつ金融システムが存在する。

各消費者は 2 期間生存し，若年期に ω^1 単位，老年期に ω^2 単位の持ち越し不可能な実物財が与えられると考え，$\omega^1 > 0$, $\omega^2 > 0$, $\omega \equiv \omega^1 + \omega^2$ とする。受け取った私的財の一部は若年期に消費され，残りは老年期の消費のためにその期の老年世代のもつ貨幣と交換される分と，金融システム維持のための負担とに分けられる。老年期には，持ち越した貨幣をその期の若年消費者のもっている実物財と交換するが，その際に取引費用が発生すると考える。各消費者は若年期および老年期における私的財の消費から効用を得る。t 期に生まれる消費者を第 t 世代と呼び，第 t 世代第 i 消費者の若年期における消費を c_t^{yi}，老年期における消費を c_t^{oi} とする。

消費者の効用関数を

$$u^i(c_t^{yi},\ c_t^{oi}) \tag{1}$$

で表す。

仮定 1.　$u^i(c_t^{yi},\ c_t^{oi})$ は微分可能で準凹である。

t 期における全体の消費は，世代 $t-1$ の老年期における消費と世代 t の若年期における消費の総計

$$\sum_i c_t^{yi} + \sum_j c_{t-1}^{oj} \tag{2}$$

となる。

時間を通じた価値貯蔵手段である貨幣と，その貨幣を実物財と交換する際に発生する取引費用を軽減させるような，公共財としての金融システムを考え，金融システムの水準を h_t で表す。貨幣 1 単位に対して何単位の実物財が交換されるかを表すものとして価格 p_t を考える。貨幣と実物財との交換に際して発生する取引費用は，利用可能な実物財が減少するという形で現れ，金融システムの

水準に依存するとし，

$$g(h_t) \tag{3}$$

で示す。

第 t 世代第 i 消費者が，若年期である t 期に実物財と交換する貨幣の量を m_t^i とすると，老年期である $t+1$ 期には以下の実物財と交換可能である。

$$c_t^{oi} = \omega^2 + p_{t+1} m_t^i - g(h_{t+1}) \tag{4}$$

金融システムの水準の時間を通じた動きは以下の式によって表される。

$$\begin{aligned} h_{t+1} &= \alpha h_t + \beta L_t \\ 1 > \alpha &> 0,\ \beta > 0 \end{aligned} \tag{5}$$

ここで L_t は金融システム維持のために t 期に投入される実物財の総量を表す。

仮定 2.　$\dfrac{dg}{dh_t} = g' < 0,\ \dfrac{d^2 g}{dh_t^2} = g'' > 0,\ 0 \leq g(h_t) \leq \omega^2$

すなわち，金融システムが充実すれば取引費用は軽減されるが，その効果は逓減する。

実物財の配分は，各 t 期における各消費者の消費量 $\{c_t^{yi},\ c_t^{oi}\}^i$，金融システム維持のための投入 $\{l_t^i\}^i$，および社会全体の取引費用 $Ng(h_t)$ の組

$$[\{c_t^{yi},\ c_t^{oi}\}^i,\ \{l_t^i\}^i,\ Ng(h_t)]_t \tag{6}$$

で表される。

定義 1.　実現可能な配分とは，各 t 期において以下の条件を満たすものである。

$$\sum_i c_t^{yi} + \sum_j c_{t-1}^{oj} + \sum_i l_t^i + Ng(h_t) = N\omega$$

$$h_t = \alpha h_{t-1} + \beta \sum_i l_{t-1}^i$$

各世代の消費，金融システム維持の負担額および取引費用の集計を以下のように表す。

$$\sum_i c_t^{yi} \equiv C_t^y,\ \sum_j c_t^{oj} \equiv C_t^o,\ \sum_i l_t^i \equiv L_t,\ Ng(h_t) \equiv G_t$$

定常配分とは，配分のなかで各期における C_t^y，C_t^o，L_t，金融システムの水準 h_t およびその下での社会全体の取引費用 G_t が時間を通じて一定であるものを指す。

$$[\{c_t^{yi},\ c_t^{oi}\}_t^i,\ \{l_t^i\}_t^i,\ C^y,\ C^o,\ L,\ h,\ G]_t \tag{7}$$

定義 2.　実現可能な定常配分とは以下の条件を満たすものである。

$$C^y + C^o + L + G = N\omega$$
$$h = \frac{\beta}{1-\alpha}L$$

3. パレート効率配分

定義 3.　実現可能な定常配分

$$\left[\{c_t^{yi*},\ c_t^{oi*}\}_t^i,\ \{l_t^{i*}\}_t^i,\ C^{y*},\ C^{o*},\ L^*,\ h^*,\ G^*\right]_t$$

がパレート効率的であるとは，他の実現可能な定常配分

$$\left[\{c_t^{yi'},\ c_t^{oi'}\}_t^i,\ \{l_t^{i'}\}_t^i,\ C^{y'},\ C^{o'},\ L',\ h',\ G'\right]_t$$

で，各世代について

$$u^i(c^{yi'},\ c^{oi'}) \geq u^i(c^{yi*},\ c^{o*}) \quad for\ all\ i$$
$$u^i(c^{yi'},\ c^{oi'}) > u^i(c^{yi*},\ c^{o*}) \quad for\ some\ i$$

となるものが存在しないことである。

命題 1.　パレート効率的定常配分について以下の条件が成立する。

$$\frac{\partial u^i/\partial c_t^{oi}}{\partial u^i/\partial c_t^{yi}} = 1,\ \ for\ all\ i$$
$$\sum_{i=1}^{N}\frac{\partial u^i/\partial c_t^{oi}}{\partial u^i/\partial c_t^{yi}} = -\frac{1-\alpha}{\beta g'(h^*)}$$
$$g'(h^*) = -\frac{1-\alpha}{\beta N}$$

証明.　パレート効率的定常配分の条件を求めるために，一般性を失うことなく，各世代の第 1 番目以外の消費者の効用水準を所与とおいて，第 1 番目の消費者の効用を最大化するような，実現可能な定常配分の条件を求める。

$\lambda_1, \ldots, \lambda_{N+1}$ をラグランジュ乗数とし

$$\begin{aligned} u^1(c_t^{y1},\ c_t^{o1}) &+\lambda_1\{\sum_{i=1}^{N} c_t^{yi} + \sum_{i=1}^{N} c_t^{oi} + L + Ng(h) - N\omega\} \\ &+\sum_{j=2}^{N}\lambda_j\{u^j(c_t^{yj},\ c_t^{oj}) - \bar{u}^j\} \\ &+\lambda_{N+1}\{h - \tfrac{\beta}{1-\alpha}L\} \end{aligned}$$

とする。

1 階の条件として以下が導かれる。

$$\begin{aligned}
\frac{\partial u^1}{\partial c_t^{y1}} + \lambda_1 &= 0 \\
\frac{\partial u^1}{\partial c_t^{o1}} + \lambda_1 &= 0 \\
\lambda_1 + \lambda_j \frac{\partial u^j}{\partial c_t^{yj}} = 0, \quad j &= 2, \ldots, N \\
\lambda_1 + \lambda_j \frac{\partial u^j}{\partial c_t^{oj}} = 0, \quad j &= 2, \ldots, N \\
\lambda_1 - \lambda_{N+1} \frac{\beta}{1-\alpha} &= 0 \\
\lambda_1 N g' + \lambda_{N+1} &= 0
\end{aligned}$$

これらを解くことにより，命題の条件が導かれる。 （証明終了）

命題 1 の主張は，Samuelson（1955）で導かれた，公共財の最適供給に関するいわゆる Samuelson 条件に対応するものである。また，各消費者について若年期の消費と老年期の消費の限界代替率が 1 であるべきことを示している。さらに，仮定 2 より，パレート効率性の条件を満たす金融システムの水準が，人口および金融システム供給の技術的なパラメターの関数として解かれることを示している。

4. 貨幣的競争均衡

次に競争均衡を考える。その場合には，金融システム維持のための全体の負担額 L_t だけでなく，個人による負担 l_t^i を特定化する必要がある。

価格 p_t および p_{t+1} が与えられたとき，t 期における若年者の予算制約は

$$c_t^{yi} + p_t m_t^i + l_t^i = \omega^1 \tag{8}$$

t 期における老年者の予算制約は

$$c_{t-1}^{oj} = \omega^2 + p_t m_{t-1}^j - g(h_t) \tag{9}$$

となる。したがって貨幣的定常競争均衡が次のように定義される。

定義 4. 貨幣的定常競争均衡とは, 金融システム維持のための個人負担額を含めた定常配分 $[\{c_t^{yic} c_t^{oic}\}_t^i, \{l_t^{ic}\}_t^i, L^c, g(h^c)]$ と価格 $\{p_t\}_t$，貨幣需要 $\{m_t^{ic}\}_t^i$，貨幣供給 $\{M_t\}_t$ の組で，すべての $t \geq 1$ および i について以下の条件を満たすものである。

(i) $(c_t^{yic},\ c_t^{oic})$, l_t^{ic}, m_t^{ic} は p_t, p_{t+1}, $\sum_{j\neq i} l_t^{jc}$ および h_{t-1} 所与のもとで

$$\begin{aligned} \max.\ & u^i(c_t^{yi},\ c_t^{oi}) \\ s.t.\ & c_t^{yi} + p_t m_t^i + l_t^i = \omega^1 \\ & c_t^{oi} = \omega^2 + p_{t+1} m_t^i - g(h_{t+1}) \\ & h_{t+1} = \alpha h_t + \beta(l_t^i + \sum_{j\neq i} l_t^{jc}) \end{aligned}$$

の解である。

(ii) $\sum_i c_t^{yic} + \sum_j c_{t-1}^{ojc} + \sum_i^{l_t^{ic}} + Ng(h^c) = N\omega$

(iii) $\sum_i m_t^{ic} = M_t$

(iv) $\sum_i l_t^{ic} = L^c$

(v) $h^c = \dfrac{\beta L^c}{1-\alpha}$

命題 2. 貨幣的定常競争均衡配分について以下の条件が成立する。

$$\frac{\partial u^i/\partial c^{oi}}{\partial u^i/\partial c^{yi}} = -\frac{1}{\beta g'(h^c)} = \frac{p_t}{p_{t+1}},\ \forall t \geq 1,\ \forall i$$

証明. 定義 4(i) の 1 階の条件より導かれる。 （証明終了）

若年消費者にとって，老年期の消費のための，広義の価値貯蔵手段が 2 種類存在する。第 1 は貨幣 m_t^i を貯蓄することであり，第 2 は取引費用を軽減する金融システム維持のため l_t^i を負担することである。効用最大化のためには，その両者の実質収益率が均等化しなければならない。

貨幣 m_t^i を貯蓄することの収益率は $\dfrac{p_{t+1}}{p_t}$ であり，金融システム維持のため l_t^i を負担することの収益率は $-\beta g'(h^c)$ であり，命題 2 は貨幣的定常競争均衡において両者が等しくなることを示している。

命題 3. 貨幣供給量 M_t が時間を通じて一定，すなわち貨幣供給量 $M_t = M$ のとき，貨幣的定常均衡価格流列 $\{p_t\}_t$ は,

$$p_t = \frac{\{-\beta g'(h^c)\}^{t-1}\{C^{oc} + Ng(h^c) - N\omega^2\}}{M}$$

と表され, 価格の絶対水準の逆数 $\dfrac{1}{p_t}$ は貨幣供給量 M に比例し, $|\beta g'(h^c)| > 1$ ならば発散, $|\beta g'(h^c)| < 1$ ならば 0 に収束, $|\beta g'(h^c)| = 1$ ならば一定である。

証明. 貨幣的定常競争均衡の第 1 期における若年消費者の予算制約式

$$c_1^{yi} + p_1 m_1^i + l_1^i = \omega^1$$

をすべての消費者について合計すると

$$\sum_i c_1^{yi} + p_1 \sum_i m_1^i + \sum_i l_1^i = N\omega^1 \tag{10}$$

実現可能性から

$$\sum_i c_1^{yi} + \sum_j c_0^{oj} + \sum_i l_1^i + Ng(h^c) = N\omega^1 + N\omega^2 \tag{11}$$

(11) 式から (10) 式を引くことにより

$$\sum_j c_0^{oj} - p_1 \sum_i m_1^i + Ng(h^c) - N\omega^2 = 0$$

したがって

$$p_1 = \frac{\{C^{oc} + Ng(h^c) - N\omega^2\}}{M}$$

となる。命題 2 より

$$p_{t+1} = -\beta g'(h^c) p_t$$

であるので

$$p_t = \frac{\{-\beta g'(h^c)\}^{t-1}\{C^{oc} + Ng(h^c) - N\omega^2\}}{M}$$

が導かれる。 (証明終了)

ここでの価格は，貨幣 1 単位と交換される実物財の数量を表しているので，その逆数は通常の価格である，財 1 単位と交換される貨幣の量を表す。したがってここでは貨幣数量説的な状況が成立している。

命題 4. 競争均衡配分はパレート効率の条件を満たさない。$g'(h^c) = -\dfrac{1-\alpha}{\beta N}$ のときは金融システムの水準はパレート効率性を満たす水準と等しいが，消費配分はパレート効率の条件を満たさず，各消費者の限界代替率はパレート効率配分におけるものよりも小さくなる。

$$\frac{\partial u^i(c^{yic},\, c^{oic})/\partial c^{yi}}{\partial u^i(c^{yic},\, c^{oic})/\partial c^{oi}} < \frac{\partial u^i(c^{yi*},\, c^{oi*})/\partial c^{yi}}{\partial u^i(c^{yi*},\, c^{oi*})/\partial c^{oi}} = 1$$

また，各消費者の限界代替率がパレート効率配分におけるものと等しければ，すなわち

$$\frac{\partial u^i(c^{yic},\, c^{oic})/\partial c^{yi}}{\partial u^i(c^{yic},\, c^{oic})/\partial c^{oi}} = 1$$

であれば，競争均衡における金融システムの水準はパレート効率的な水準よりも過小となる。特に価格が時間を通じて一定であるような貨幣的定常競争均衡において，金融システムの水準は過小となる。

証明. 命題 2 より，

$$\frac{\partial u^i/\partial c^{oi}}{\partial u^i/\partial c^{yi}} = -\frac{1}{\beta g'(h^c)} = \frac{p_t}{p_{t+1}} < \frac{N}{1-\alpha}$$

命題 1 より

$$g'(h^c) < -\frac{1-\alpha}{\beta N} = g'(h^*)$$

したがって仮定 2 より

$$h^c < h^*$$

$\dfrac{p_t}{p_{t+1}} = \dfrac{N}{1-\alpha}$ のときは

$$\frac{\partial u^i/\partial c^{oi}}{\partial u^i/\partial c^{yi}} = -\frac{1}{\beta g'(h^c)} = \frac{p_t}{p_{t+1}} = \frac{N}{1-\alpha} = -\frac{1}{\beta g'(h^*)}$$

したがって

$$h^c = h^*$$

しかし

$$\sum_{i=1}^{N} \frac{\partial u^i/\partial c_t^{oi}}{\partial u^i/\partial c_t^{yi}} = -N\frac{1-\alpha}{\beta g'(h^*)} \neq -\frac{1-\alpha}{\beta g'(h^*)}$$

となり，パレート効率の条件は満たされていない。 （証明終了）

5. 動学的考察

定常状態とは限らない，一般的な均衡経路を考察する。

t 期において各消費者は，p_t を所与とし，次期の価格である p_{t+1} を期待して効用最大化行動をとると考えられる。

t 期における $t+1$ 期の期待価格を p_{t+1}^e，期待物価変化率を e として以下の仮定をおく。

仮定 3. 期待物価変化率 $\dfrac{p_{t+1}^e}{p_t} \equiv e$ は時間を通じて一定である。

各期における若年消費者は以下の問題を解く。

$$\begin{aligned} \max.\ & u^i(c_t^{yi},\ c_t^{oi}) \\ s.t.\ & c_t^{yi} + p_t m_t^i + l_t^i = \omega^1 \\ & c_t^{oi} = \omega^2 + p_{t+1}^e m_t^i - g(h_{t+1}) \\ & h_{t+1} = \alpha h_t + \beta(l_t^i + \sum_{j \neq i} l_t^j) \end{aligned} \tag{12}$$

予算制約式は

$$c_t^{yi} + \frac{1}{e}\{c_t^{oi} + g(h_{t+1})\} + l_t^i = \omega^1 + \frac{1}{e}\omega^2 \tag{13}$$

と変形され，金融システムの水準は

$$\begin{aligned} h_{t+1} &= \alpha h_t + \beta(l_t^i + \sum_{j \neq i} l_t^j) \\ &= \beta l_t^i + \alpha[\alpha h_{t-1} + \beta L_{t-1}] + \beta \sum_{j \neq i} l_t^j \end{aligned}$$

であるので，この問題の解は e および L_{t-1} に依存する。

この問題の解 c_t^{yi} および l_t^i を，若年消費者について集計し，期待価格変化率 e および前期の金融システムのための負担額 L_{t-1} の関数として以下のように表す。

$$\begin{aligned} L_t &= L(e,\ L_{t-1}) \\ C_t^y &= C^y(e,\ L_{t-1}) \end{aligned}$$

また t 期における取引費用の総額を以下のように表す。

$$G_t = G(e,\ L_{t-1})$$

定義 2 より，実現可能な配分は以下の条件を満たす。

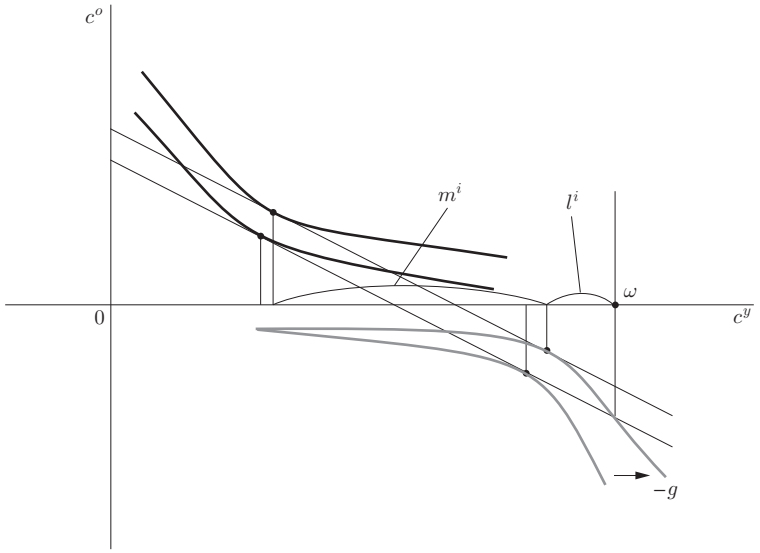
$$C^y(e,\ L_{t-1}) + C_t^o + L(e,\ L_{t-1}) + G(e,\ L_{t-1}) = N\omega \tag{14}$$

t 期における意思決定にとって，L_{t-1} の増加は現在および将来の消費のために使うことのできる実質所得の増加と，金融システム維持のために負担すべき額の減少を意味する。L_{t-1} の効果として以下の補助定理が導かれる。

補助定理.　仮定 3 の下で，消費が下級財でないならば

$$\frac{\partial L}{\partial L_{t-1}} < 0, \quad \frac{\partial C^y}{\partial L_{t-1}} > 0, \quad \frac{\partial\{C^y(e,\ L_{t-1}) + L(e,\ L_{t-1})\}}{\partial L_{t-1}} < 0$$

図 1　L_{t-1} 変化の効果



証明.　問題（12）の 1 階の条件は

$$\frac{\partial u^i/\partial c_t^{yi}}{\partial u^i/\partial c_t^{oi}} = -\frac{1}{\beta g'} = e$$

であり，各消費者にとって e は所与であるので，最適な h_{t+1} の値は一意に決まる。

$$h_{t+1} = \beta l_t^i + \alpha[\alpha h_{t-1} + \beta L_{t-1}] + \beta \sum_{j \neq i} l_t^j$$

であるので，L_{t-1} が増加すれば，最適な h_{t+1} の値を実現するための l_t^i は減少する。したがって $\dfrac{\partial L}{\partial L_{t-1}} < 0$ となる。

各消費者の予算制約である（13）式から，l_t^i が減少すると，それと同額だけ $c_t^{yi} + \dfrac{1}{e}\{c_t^{oi} + g(h_{t+1})\}$ が増加する。

消費が下級財でないならば $\dfrac{1}{e}c_t^{oi} + \dfrac{1}{e}g(h_{t+1})$ は増加するので，c_t^{yi} は増加するが，その増加分は l_t^i の減少分より小さくなる。したがって $c_t^{yi} + l_t^i$ は減少する。　（証明終了）

各消費者の予算制約

$$c_t^{yi} + p_t m_t^i + l_t^i = \omega^1 \tag{15}$$

をすべての消費者について合計すると

$$\begin{aligned} &\sum_i c_t^{ti} + p_t \sum_i m_t^i + \sum_i l_t^i \\ &= C_t^y(e,\ L_{t-1}) + p_t M + L_t(e,\ L_{t-1}) = N\omega^1 \end{aligned} \tag{16}$$

となる。したがって，各期の価格は以下のように表される。

$$p_1 = \frac{N\omega^1 - C^y(e,\ L_0) - L(e,\ L_0)}{M} \tag{17}$$

$$p_t = \frac{N\omega^1 - C^y(e,\ L_{t-1}) - L(e,\ L_{t-1})}{M} \tag{18}$$

このことから以下の命題が導かれる。

命題 5. $\dfrac{\partial p_t}{\partial L_{t-1}} > 0$

証明. 補助定理および（18）式より，L_{t-1} が増加すると $C^y(e,\ L_{t-1}) + L(e,\ L_{t-1})$ は減少し，価格 $p_t = \dfrac{N\omega^1 - Cy(e,\ L_{t-1}) - L(e,\ L_{t-1})}{M}$ は上昇する。したがって価格 p_t の動きは L_t と同じ方向をもつ。（証明終了）

価格 p_t あるいは L_t の時間的経路は，いわゆる「くもの巣調整過程」と類似の構造をもち，収束する場合と発散する場合に分けられる。

補助定理より，$L(L_{t-1})$ 関数のグラフは右下がりに描かれる。$L(L_{t-1})$ 関数の不動点が定常均衡に対応する。以下の命題が導かれる。

命題 6. 動学的経路は，定常均衡の近傍において $\left|\dfrac{\partial L}{\partial L_{t-1}}\right| < 1$ のときに定常均衡へと収束する。

証明. 定常均衡の近傍において $L(L_{t-1})$ 関数は

$$L_t = \frac{\partial L}{\partial L_{t-1}} L_{t-1} + a,\ a > 0 \text{ は定数}$$

と近似される。定常状態 L^c は

$$L^c = \frac{\partial L}{\partial L_{t-1}} L^c + a$$

である。したがって $\dfrac{\partial L}{\partial L_{t-1}} \equiv L'$ とすると

$$L^c = \frac{a}{1 - L'}$$

となる。L_t と定常状態 L^c との乖離を $\bar{L}_t \equiv L^c - L_t$ とおくと

$$\begin{aligned} & L^c - \bar{L}_t - L'(L^c - \bar{L}_{t-1}) - a \\ &= \frac{a}{1 - L'} - \bar{L}_t - L'\left(\frac{a}{1 - L'} - \bar{L}_{t-1}\right) - a \end{aligned}$$

図２　$|L'| < 1$：収束する場合

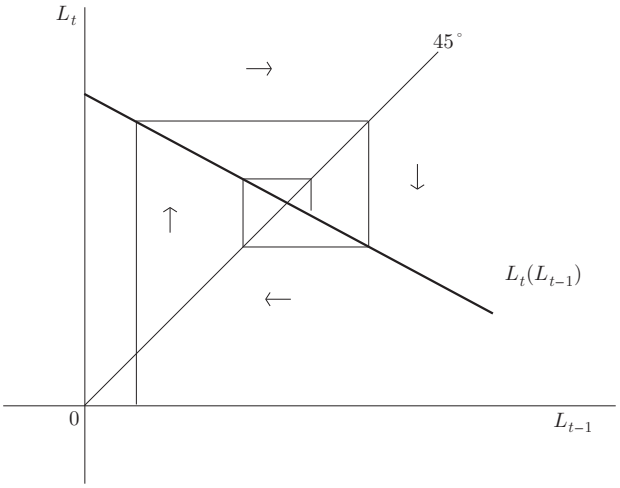
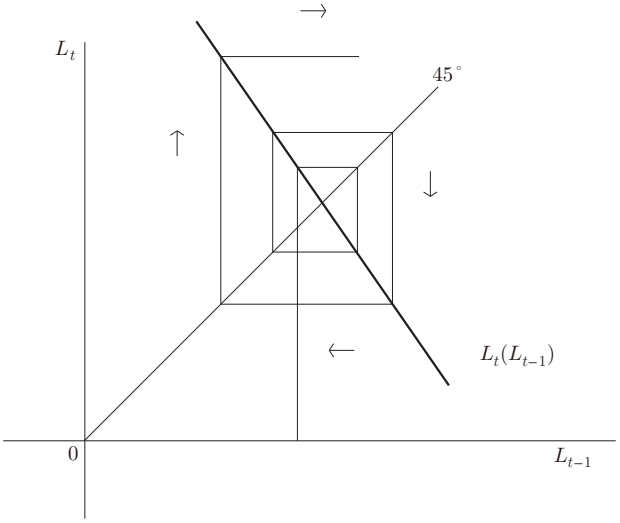


図３　$|L'| > 1$：発散する場合



となり

$$\bar{L}_t = L'\bar{L}_{t-1}$$

したがって

$$\bar{L}_t = L'^t L_0$$

が得られ，$|L'| < 1$ ならば L'^t は 0 に収束する。　（証明終了）

6. 結語

価値貯蔵手段に関する取引費用を軽減するという意味での金融システムを，重複世代経済の枠組みにおいて考察した。公共財的な性質を有するため，競争均衡においては，パレート効率的な配分は実現されないこと，また価格について貨幣数量説的な状況が成立することが示された。さらに，定常状態でない場合における均衡配分ならびに価格の動学的な経路についての安定条件が示された。

均衡経路の動学的安定性に関するさらなる考察と，金融システムが取引費用の軽減だけではなく，リスクを負担するという役割についての考察は今後の課題としたい。

（経済学部教授）

参 考 文 献

John, A., Pecchenino, R., 1994, “An overlapping generations model of growth and the environment”, *Economic Journal* 104, 1393–1410

John, A., Pecchenino, R., Schimmelpfenning, D., Schreft, S., 1995, “Short-lived agents and the long-lived environment”, *Journal of Public Economics* 58, 127–141

Samuelson, P. A., 1955, “The pure theory of public expenditure”, *Review of Economics and Statistics* 36, 387–389

Samuelson, P. A., 1958, “An exact consumption-loan model of interest with or without the social contrivance of money”, *Journal of Political Economy* 66, 467–482

塩澤修平，2010,「重複世代経済における公共財としての環境」『三田学会雑誌』103 巻 2 号，45–56

塩澤修平，大滝英生，檀原浩志，2011,「重複世代経済における経済成長および環境保全」『三田学会雑誌』103 巻 4 号，79–93