

Title	重複世代経済における経済成長および環境保全
Sub Title	Economic growth and environmental preservation in an overlapping-generations economy
Author	塩澤, 修平(Shiozawa, Shuhei) 檀原, 浩志(Danbara, Koji) 大滝, 英生(Otaki, Eisei)
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	2011
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.103, No.4 (2011. 1) ,p.647(79)- 661(93)
JaLC DOI	10.14991/001.20110101-0079
Abstract	<p>本稿では環境を一つのストック変数として捉え、重複世代モデルの枠組みにおいて、競争的な市場取引の結果として社会的に望ましい資本蓄積および環境の水準の組が実現可能であるかを分析する。その結果、競争的な市場取引の結果として社会的に望ましい資本蓄積および環境の水準の組を実現することは不可能であることが示される。特に、経済が動学的に非効率的であるとき、過剰な環境整備が行われる可能性が示される。本稿では更に、過剰な環境整備を回避する為の手段について考察する。</p> <p>This study considers the environment as a stock variable, analyzing it within the framework of an overlapping generations model, socially desirable capital accumulation as a result of competitive market transactions and an environmental standard framework.</p> <p>As a result, it is shown that the realization of socially desirable capital accumulation as a result of competitive market transactions and an environmental standard framework is not possible.</p> <p>In particular, it is shown that when the economy is dynamically inefficient, excessive environmental maintenance may occur.</p> <p>Moreover, this study additionally considers measures for avoiding excessive environmental maintenance.</p>
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	<a href="https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-20110101-0079">https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-20110101-0079</a>

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the Keio Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

重複世代経済における経済成長および環境保全

Economic Growth and Environmental Preservation in an Overlapping-generations  
Economy

塩澤 修平(Shuhe Shiozawa)

檀原 浩志(Koji Danbara)

大滝 英生(Eisei Ohtaki)

本稿では環境を一つのストック変数として捉え、重複世代モデルの枠組みにおいて、競争的な市場取引の結果として社会的に望ましい資本蓄積および環境の水準の組が実現可能であるかを分析する。その結果、競争的な市場取引の結果として社会的に望ましい資本蓄積および環境の水準の組を実現することは不可能であることが示される。特に、経済が動的に非効率的であるとき、過剰な環境整備が行われる可能性が示される。本稿では更に、過剰な環境整備を回避する為の手段について考察する。

Abstract

This study considers the environment as a stock variable, analyzing it within the framework of an overlapping generations model, socially desirable capital accumulation as a result of competitive market transactions and an environmental standard framework. As a result, it is shown that the realization of socially desirable capital accumulation as a result of competitive market transactions and an environmental standard framework is not possible. In particular, it is shown that when the economy is dynamically inefficient, excessive environmental maintenance may occur. Moreover, this study additionally considers measures for avoiding excessive environmental maintenance.

## 重複世代経済における経済成長および環境保全\*

塩澤 修平<sup>†</sup>  
檀原 浩志<sup>‡</sup>  
大滝 英生<sup>§</sup>

### 要 旨

本稿では環境を一つのストック変数として捉え、重複世代モデルの枠組みにおいて、競争的な市場取引の結果として社会的に望ましい資本蓄積および環境の水準の組が実現可能であるかを分析する。その結果、競争的な市場取引の結果として社会的に望ましい資本蓄積および環境の水準の組を実現することは不可能であることが示される。特に、経済が動学的に非効率的であるとき、過剰な環境整備が行われる可能性が示される。本稿では更に、過剰な環境整備を回避する為の手段について考察する。

### キーワード

経済成長、環境、重複世代経済、貨幣

### 1 はじめに

環境問題と経済成長との関係性について、近年理論的にも実証的にも関心が高まっている。環境問題を経済学的に分析する際の視点として重要なのは、(i) 世代を超えた長期的視点が必要である、(ii) 環境は非排除性および非競争性を持つ公共財としての特質を備えているという二点であると思われる。更に、例えば地球温暖化のような問題を念頭に置くならば、(iii) 環境はストック変数としての性質を持っていることに留意して分析を行う必要があるだろう。

---

\* 本稿は塩澤・大滝・檀原（2010）を加筆・修正したものである。

† e-mail: shiozawa@econ.keio.ac.jp

‡ e-mail: dh4189.fractal@gmail.com

§ e-mail: ohtaki@gs.econ.keio.ac.jp

John and Pecchenino (1994) はこれら三つの視点を明示的に考慮した上で、経済成長と環境保全との関係を分析した恐らく初めての論文である。<sup>(1)</sup> 彼らは、重複世代モデルにおいて、競争的な市場取引の結果として社会的に望ましい資本蓄積および環境の水準の組を実現することは不可能であることを論じている。ところが残念なことに、彼らの論文では、環境保全に対する取り組み方についての世代間の相違については論じているものの、世代内での相違については分析されていなかった。彼らの論文に追従する研究としては、例えば、John et al. (1995), Ono (1996), Zhang (1999), Jouvét et al. (2005) および Prieur (2009) が挙げられるが、いずれにおいても環境保全に対する取り組み方についての世代内での相違については分析してこなかった。<sup>(2)</sup> これらの研究の推移を踏まえて、本稿では環境保全に対する取り組み方についての相違を明示的に考慮した上で、経済成長と環境保全との関係を分析することを目的とする。

本稿では、Samuelson (1958) によって先鞭をつけられ、Diamond (1965) によって生産活動を許容する形に拡張された重複世代モデルに環境財を導入し、分析対象となるモデルを構築した。ここでは、環境財を一つのストック変数として捉えている。また各期の環境財の総量は各期の老年世代の効用関数に影響を与えている。更に各個人は自発的に環境財を生産できるとする。これは自発的な環境保全活動を表していると解釈される。そして上記モデルにおいて、社会的に望ましい資本蓄積と環境財の総量が満たすべき条件と、競争的な市場取引によって実現する資本蓄積と環境財の総量が満たすべき条件をそれぞれ検討した。更に上記二つの条件を比較検討することにより、競争的な市場取引によって資本蓄積および環境財の総量の社会的に望ましい組み合わせを実現できるか否かを検討した。

検討の結果、大きく次の二つの結果を得た。第一に、社会的に望ましい資本蓄積と環境財の総量の組み合わせはいわゆる黄金律とサミュエルソン条件を満たしていなければいけないことが分かった。第二に、競争的な市場取引によって実現する資本蓄積と環境財の総量の組み合わせは上記二条件、特にサミュエルソン条件を満たすことはないことが分かった。即ち、ミクロ経済学でいうところの厚生経済学の第一基本定理が本稿のモデルでは成立しない。これは、競争的な市場取引の帰結として社会的に望ましい資本蓄積および環境財の総量の組を実現できないことを示唆している。また競争均衡配分が動的に非効率な場合、過剰な環境整備が行われる可能性があることが分かった。

- (1) いわゆるラムゼイ=キャス=クーブマンズ型最適成長モデルの枠組みを用いた研究も古くから存在する。例えば、Keeler et al. (1971), Gradus and Smulders (1993) および Stokey (1998) が挙げられる。しかしこれらの研究では、環境問題についての世代間の対立という視点からの分析は行われていない
- (2) John et al. (1995) および Ono (1996) は社会的に望ましい資本蓄積および環境の水準の組を実現する為の課税体系を検討している。Zhang (1999) は、非定常競争均衡経路の挙動を検討し、競争均衡経路がカオス的な挙動をする可能性を指摘している。また Jouvét et al. (2005) は汚染の排出権市場を導入することで、社会的最適経路を達成し得ることを示している。一方、Prieur (2009) は、ストック変数としての環境財生産に非可逆性がある場合の環境クズネツ曲線について検討している。

上述の結果は、市場に任せるだけでは社会的に望ましい資本蓄積および環境財の総量の組み合わせを実現できないという一般的な直観を理論的に支持するものである。また、資本蓄積および環境財供給の最適な組み合わせを達成する為には市場に任せる以外の手段を講じる必要があることを示唆している。

本稿の残りの構成は次の通りである。第2節では、分析の対象となるモデルを構築する。続く第3節では、本研究の主たる結果を述べ、同時に証明を行う。第4節では第3節の結果に対して若干の考察を行う。そこでは貨幣のような外部資産が導入される場合が考察される。この場合、競争均衡配分が動的に非効率となる可能性が排除され、結果として、環境整備が社会的に望ましい水準よりも過少にしか行われなことが論じられる。最後の第5節では、結語を述べ本稿の締めとする。

## 2 環境を伴う重複世代経済

### 2.1 モデルの基本的構成要素

本稿では、環境を伴う重複世代経済を考える。時間は離散期間  $t$  ( $t = 0, 1, 2, \dots$ ) によって表す。各  $t$  期に新しい世代が経済に参入し、二期間活動し、そして経済から退出するとする。第  $t$  期に経済に参入した世代を「第  $t$  世代」と呼ぶ。各世代は  $N$  人の個人から構成されるとし、人口の成長は考えないことにする。各個人が経済に参入した期をその個人の「若年期」、経済から退出する期をその個人の「老年期」と呼ぶ。第0期のみ、一期間だけ経済で活動し、そのまま退出する世代が存在するとする。この世代を「初期既存世代」と呼ぶことにする。初期既存世代も他の世代と同様に  $N$  人の個人から構成されるとする。また経済には無限期間生存する企業が一社存在するとする。

この経済には、財・用役は四種類存在するとする。第一は、消費財である。消費財は非耐久であるとする。即ち、期を越えて持ち越すことはできないとする。第二は、資本財である。第三は、労働用役である。資本財および労働用役は、生産要素として用いられる。資本財は耐久であるとする。第四は、環境の水準・質を表す環境財である。環境財は公共財としての性質を持つとする。

#### 各個人の初期保有と効用

第  $t$  世代の各個人  $i$  ( $i = 1, \dots, N$ ) は若年期に1単位の労働用役を保有しているとする（ここで  $N$  は  $N > 1$  なる自然数であると仮定する）。個人  $i$  の選好は彼の老年期における消費財の消費量および環境財の消費量の順序対  $(c_{t+1}^i, E_{t+1})$  の集合上で定義されるとし、生涯効用関数  $u_i(c_{t+1}^i) + v_i(E_{t+1})$  によって表現されるとする。以下では、生涯効用関数に次の仮定 A.1 および A.2 を課す。

A.1. 任意の  $c \geq 0$  および任意の  $E \geq 0$  に対して、 $u_i'(c) > 0$ 、 $u_i''(c) < 0$ 、 $v_i'(E) > 0$ 、および  $v_i''(E) < 0$  が成立する。

A.2.  $\lim_{c \downarrow 0} u'_i(c) = \infty$  および  $\lim_{E \downarrow 0} v'_i(E) = \infty$  が成立する。

仮定 A.1 は消費財と環境財についてのそれぞれの効用関数が非飽和性と限界効用逓減の法則を満たすことを課すものである。一方、仮定 A.2 は端点条件である。これは消費財についても環境財についても全く消費しない状態から少しでも消費を増やせば効用が急激に増加することを課している。

### 消費財の生産技術

企業は、1 単位の消費財を 1 単位の資本財に、あるいは 1 単位の資本財を 1 単位の消費財に、費用をかけずに転換する技術を有しているとする。また企業は、第  $t$  期に  $K_t$  単位の資本財と  $L_t$  単位の労働用役を投入することで  $t$  期に  $F(K_t, L_t)$  単位の消費財を生産する技術  $F$  を有しているとする。以下では、関数  $F$  は次の二つの仮定 P.1 および P.2 を満たすものとする。

P.1. 任意の  $K \geq 0$  および  $L \geq 0$  に対して、

- (i)  $F(K, L) \geq 0$  が成立する。
- (ii)  $F_K(K, L) > 0$ ,  $F_L(K, L) > 0$ ,  $F_{KK}(K, L) < 0$ , かつ  $F_{LL}(K, L) < 0$  が成立する。
- (iii) 任意の  $n > 0$  に対して、 $F(nK, nL) = nF(K, L)$  が成立する。

P.2.  $F(0, 0) = 0$ ,  $\lim_{K \downarrow 0} F_K(K, L) = \infty$ , および  $\lim_{K \uparrow \infty} F_K(K, L) = 0$  が成立する。

マクロ経済学や経済成長論の文献では、 $F$  は集計された生産関数であると解釈される。仮定 P.1 (i) は、各生産要素を非負量投入すると、非負量の消費財を生産できることを課している。仮定 P.1 (ii) は、各生産要素について投入量を増やすと消費財の生産量が増加することと、限界生産力が逓減することを課している。仮定 P.1 (iii) は、集計された生産関数が規模について収穫一定であることを課している。仮定 P.2 は端点条件を表す。この仮定は一般に稲田条件として知られるものである。

資本財は消費財の生産に用いると減価するとする。減価償却率は  $\delta \in [0, 1]$  によって与えられているとする。

一人当たりの生産関数を次のように定義する。即ち、任意の  $k \equiv K/N \geq 0$  に対して、 $f(k) := F(k, 1)$  と定義する。仮定 P1 および P2 より、 $f(0) = 0$ ,  $f'(k) > 0$ ,  $f''(k) < 0$ ,  $\lim_{k \downarrow 0} f'(k) = \infty$ , および  $\lim_{k \uparrow \infty} f'(k) = 0$  が成立する。

### 環境財の生産技術

John and Pecchenino (1994) に倣って、次のような環境財を生産する技術を導入する。

第  $t$  期に存在する環境財の水準  $E_t$ , 環境保全活動の水準  $m_t$  および老年世代の消費活動の水準  $c_t$  に依存して、第  $t+1$  期に  $E_{t+1} = G(E_t, m_t, c_t)$  単位の環境財を生産する技術  $G$  が存在するとする。各個人は自由にこの技術を利用できるとする。関数  $G$  について次の仮定 E.1 を課す。

E.1.  $\alpha \in ]-\infty, 1] \setminus \{0\}$ ,  $\beta > 0$  および  $\gamma > 0$  が存在し, 任意の  $E \geq 0$ , 任意の  $(m^i)_{i=1}^N \geq 0$  および任意の  $(c^j)_{j=1}^N \geq 0$  に対して  $G(E, m, c) = (1 - \alpha)E + \gamma \sum_{i=1}^N m^i - \beta \sum_{j=1}^N c^j$  が成立する。

なお, 第 0 期の環境財の水準  $E_0$  は所与とする。

## 2.2 実現可能経路

$I := \{1, \dots, N\}$ ,  $\mathbb{T} := \{0, 1, 2, \dots\}$ ,  $\mathbb{T}_+ := \{1, 2, \dots\}$  および  $A := [\mathbb{R}_+^I]^{\mathbb{T}} \times [\mathbb{R}_+^I]^{\mathbb{T}} \times \mathbb{R}_+^{\mathbb{T}_+} \times \mathbb{R}_+^{\mathbb{T}}$  と定義する。

本稿では,  $(\mathbf{c}, \mathbf{m}, \mathbf{K}, \mathbf{E}) \in A$  を「配分経路」と呼ぶことにする。ここで,  $\mathbf{c} = \{(c_t^i)_{i \in I}\}_{t=0}^{\infty}$  は第  $t$  世代の個人  $i$  の第  $t+1$  期における消費財の消費量を時間について並べたものを,  $\mathbf{m} = \{(m_t^i)_{i \in I}\}_{t=0}^{\infty}$  は第  $t$  世代の個人  $i$  の (自発的) 環境保全活動の水準を時間について並べたものを,  $\mathbf{K} = \{K_t\}_{t=0}^{\infty}$  は各期の資本ストックの総量を時間について並べたものを,  $\mathbf{E} = \{E_t\}_{t=0}^{\infty}$  は各期の環境財の総量を時間について並べたものを, それぞれ表す。但し,  $c_0^i$  は初期既存世代に属する個人  $i$  の消費量を表す。

配分経路  $(\mathbf{c}, \mathbf{m}, \mathbf{K}, \mathbf{E}) \in A$  が「実現可能」であるとは,  $K_0$ ,  $E_0$  および  $(c_0^i)_{i \in I}$  を所与として, 各  $t \geq 0$  に対して資源制約条件

$$\begin{aligned} F(K_t, N) &\geq \sum_{i=1}^N c_t^i + \sum_{j=1}^N m_t^j + K_{t+1} - (1 - \delta)K_t \\ E_{t+1} &= G(E_t, m_t, c_t) \end{aligned}$$

が成立することをいう。また配分経路  $(\mathbf{c}, \mathbf{m}, \mathbf{K}, \mathbf{E}) \in A$  が「定常(的)」であるとは, ある  $(c, m, K, E) \in \mathbb{R}_+^I \times \mathbb{R}_+^I \times \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+$  が存在して, 各  $t \geq 1$  に対して  $(c_t, m_t, E_t, K_t) \equiv (c, m, E, K)$  が成立することをいう。即ち, 配分経路が定常的であるとはすべての変数が時間を通じて一定であることを意味する。

## 2.3 社会的最適定常経路

以下では特に, 長期的視野の下で競争的な市場取引が最適な資本蓄積および環境財の蓄積を行うか否かを検討する。即ち, 定常状態における分析を行う。そこで本小節では, 定常状態における効率性を次のように定義する。

定義 1.  $\sum_{i \in I} \theta_i = 1$  であるような任意の  $\theta \in \mathbb{R}_+^I$  に対して, 実現可能かつ定常的な配分経路  $(\mathbf{c}^*, \mathbf{m}^*, \mathbf{K}^*, \mathbf{E}^*)$  が「社会的加重  $\theta$  の下での社会的最適定常経路」であるとは, 任意の実現可能かつ定常的な配分経路  $(\mathbf{c}, \mathbf{m}, \mathbf{K}, \mathbf{E}) \in A$  に対して

$$(\forall t \geq 1) \quad \sum_{i \in I} [u_i(c_t^{i*}) + v(E_t^*)] \theta_i \geq \sum_{i \in I} [u_i(c_t^i) + v(E_t)] \theta_i$$

が成立することをいう。

即ち、社会的最適定常経路とは、実現可能かつ定常的な配分経路の中で社会的加重  $\theta$  で重み付けられた各個人の効用の和を毎時点最大化するような経路である。

## 2.4 競争均衡経路

最後に競争的な市場取引の帰結として競争均衡経路を次のように定義する。

**定義 2.** 実現可能かつ定常的な配分経路  $(\mathbf{c}, \mathbf{m}, \mathbf{K}, \mathbf{E})$  が「競争均衡経路」であるとは、利子率と賃金率の経路  $(\mathbf{r}, \mathbf{w}) \in \mathbb{R}_{++}^T \times \mathbb{R}_{++}^T$  が存在し、以下の三つの条件が成立することをいう。

- (i) 任意の  $t \geq 0$  および任意の  $i \in I$  について、ある  $s_t^i \geq 0$  が存在し、 $(m_t^i, s_t^i, c_{t+1}^i, E_{t+1})$  は  $r_{t+1}, w_t, E_t, c_t = (c_t^j)_{j \in I}$  および  $m_t^{-i} = (m_t^j)_{j \neq i}$  を所与とした次の効用最大化問題

$$\begin{aligned} \max_{m_t^i, s_t^i, c_{t+1}^i, E_{t+1}} \quad & u_i(c_{t+1}^i) + v_i(E_{t+1}) \\ \text{subject to} \quad & s_t^i + m_t^i \leq w_t, \\ & c_{t+1}^i \leq (1 - \delta + r_{t+1})s_t^i, \\ & E_{t+1} = G(E_t, (m_t^i, m_t^{-i}), c_t) \end{aligned}$$

の解である。

- (ii) 任意の  $t \geq 0$  について、ある  $Y_t, L_t \geq 0$  が存在し、 $(Y_t, K_t, L_t)$  は  $r_t, w_t$  を所与とした次の利潤最大化問題

$$\max_{Y_t, K_t, L_t} Y_t - r_t K_t - w_t L_t \quad \text{subject to} \quad Y_t \leq F(K_t, L_t)$$

の解である。

- (iii) 任意の  $t \geq 1$  について、 $\sum_{i \in I} (c_t^i + m_t^i) + K_{t+1} - (1 - \delta)K_t = F(K_t, L_t)$  および  $L_t = N$  が成立する。

競争均衡経路の解釈は通常と同様である。即ち、条件 (i) は各配分が各個人の最適化行動の結果となっていることを課すものである。一方条件 (ii) は資本財の需要量が企業の利潤最大化行動の結果となっていることを課すものである。最後の条件 (iii) は消費財市場および労働用役市場の各市場において需給が一致していることを課している。但し、条件 (i) については若干の注意が必要である。なぜならば、各個人は同世代に属する自分以外の個人の環境保全活動の水準を所与として最適化問題を解くからである。各個人の環境保全活動の水準を戦略としてみなすならば、競争均衡経路における環境保全活動の水準の経路は同時に環境保全活動に関するナッシュ均衡の流列であると解釈できる。



競争均衡経路の定義から、資本財市場の均衡条件  $K_{t+1} = \sum_{i \in I} s_t^i$  が成立することが容易に確認できる。即ち、ワルラス法則が成立する。

### 3 結果

本稿では長期的視野の下で競争的な市場取引が最適な資本蓄積および環境財の蓄積を行うか否かを検討することを目的としていた。この節では本稿の主要な結果を述べる。

#### 3.1 社会的最適定常経路の特徴付け

はじめに社会的最適定常経路が満たす必要条件を明らかにする。

**命題 1.**  $\sum_{i \in I} \theta_i = 1$  であるような  $\theta \in \mathbb{R}_+^I$  を任意に選んで固定する。社会的加重  $\theta$  の下での任意の社会的最適定常経路  $(\mathbf{c}^*, \mathbf{m}^*, \mathbf{K}^*, \mathbf{E}^*)$  に対して、

$$f'(K^*) = \delta \quad \text{かつ} \quad \sum_{i \in I} \frac{v'_i(E^*)}{u'_i(c^{i*})} = \frac{\alpha}{\beta + \gamma}$$

が成立する。

最初の条件は、資本蓄積についての「黄金律」と呼ばれるものである。一方二つ目の条件は、公共財供給に関する文献において「サミュエルソン条件」と呼ばれるものである<sup>(3)</sup>。

**命題 1 の証明.** 社会的加重  $\theta$  の下での社会的最適定常経路  $(\mathbf{c}^*, \mathbf{m}^*, \mathbf{K}^*, \mathbf{E}^*)$  を任意に選んで固定する。このとき社会的最適定常経路の定義から、 $(c^*, m^*, K^*, E^*) \in \mathbb{R}_+^I \times \mathbb{R}_+^I \times \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+$  は次の最適化問題

$$\begin{aligned} & \max_{c, m, K, E \geq 0} \sum_{i \in I} [u_i(c^i) + v_i(E)] \theta_i \\ & \text{subject to} \quad \sum_{i \in I} (c^i + m^i) = f(K) - \delta K, \\ & \quad \quad \quad E = \frac{1}{\alpha} \sum_{i \in I} (\gamma m^i - \beta c^i) \end{aligned}$$

の解となっていることは明らかである。ラグランジュ関数を

$$\mathcal{L} := \sum_{i \in I} [u_i(c^i) + v_i(E)] \theta_i + \lambda \left[ f(K) - \delta K - \sum_{i \in I} (c^i + m^i) \right] + \mu \left[ \frac{1}{\alpha} \sum_{i \in I} (\gamma m^i - \beta c^i) - E \right]$$

と定義する。すると、ラグランジュの未定乗数法より、ある実数  $\lambda, \mu$  が存在し、

(3) 黄金律についての詳細は Diamond (1965) を、サミュエルソン条件についての詳細は Samuelson (1955) をそれぞれ参照のこと。

$$c^i : 0 = u'_i(c^i)\theta_i - \lambda - \mu(\beta/\alpha), \quad (1)$$

$$m^i : 0 = -\lambda + \mu(\gamma/\alpha), \quad (2)$$

$$K : 0 = \lambda(f'(K) - \delta), \quad (3)$$

$$E : 0 = \sum_{i \in I} v'_i(E)\theta_i - \mu \quad (4)$$

が成立する。(4) 式より  $\mu = \sum_{i \in I} v'_i(E)\theta_i > 0$  である。このことと (2) 式より、 $\lambda = \mu(\gamma/\alpha) > 0$  である。よって (3) 式より、黄金律、即ち  $f'(K) = \delta$  が成立する。

一方、(2) 式および (1) 式より  $\theta_i = \mu(\beta + \gamma)/(\alpha u'_i(c^i))$  が成立する。これを (4) 式に代入し整理すると、サミュエルソン条件

$$\sum_{i \in I} \frac{v'_i(E)}{u'_i(c^i)} = \frac{\alpha}{\beta + \gamma}$$

が成立する。よって題意が示された。 ■

### 3.2 競争均衡経路の特徴付け

続いて、競争均衡経路の特徴付けを行う。

**命題 2.** 任意の定常競争均衡経路  $(\mathbf{c}, \mathbf{m}, \mathbf{K}, \mathbf{E})$  に対して、

$$(\forall t \geq 1)(\forall i \in I) \quad \frac{v'_i(E_t)}{u'_i(c_t^i)} = \frac{1 - \delta + f'(K_t)}{\gamma}$$

が成立する。

**命題 2 の証明.** 競争均衡経路  $(\mathbf{c}, \mathbf{m}, \mathbf{K}, \mathbf{E})$  を任意に選んで固定する。

任意の  $t \geq 1$  を選んで固定する。競争均衡経路の定義の条件 (ii) より、ある  $s_{t-1}^i \geq 0$  が存在し、 $(m_{t-1}^i, s_{t-1}^i, c_t^i, E_t)$  は第  $t$  個人の効用最大化問題の解となっている。ラグランジュ関数を

$$\begin{aligned} \mathcal{L} := & u_i(c_t^i) + v(E_t) + \lambda_1[w_{t-1} - s_{t-1}^i - m_{t-1}^i] \\ & + \lambda_2[(1 - \delta + r_t)s_{t-1}^i - c_t^i] + \lambda_3[G(E_{t-1}, (m_{t-1}^i, m_{t-1}^{-i}), c_{t-1}) - E_t] \end{aligned}$$

によって定義する。するとラグランジュの未定乗数法より、 $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) \in \mathbb{R}^3$  が存在し、

$$s_{t-1}^i : 0 - \lambda_1 + \lambda_2(1 - \delta + r_t),$$

$$m_{t-1}^i : 0 = -\lambda_1 + \lambda_3\gamma,$$

$$c_t^i : 0 = u'_i(c_t^i) - \lambda_2,$$

$$E_t : 0 = v'_i(E_t) - \lambda_3$$

が成立する。これらの方程式をまとめると、

$$(\forall i \in I) \quad \frac{v'_i(E_t)}{u'_i(c_t^i)} = \frac{1 - \delta + r_t}{\gamma}$$

が成立する。

一方、競争均衡経路の定義の条件 (ii) より  $r_t = f'(K_t)$  が成立する。したがって

$$(\forall i \in I) \quad \frac{v'_i(E_t)}{u'_i(c_t^i)} = \frac{1 - \delta + f'(K_t)}{\gamma}$$

が成立する。以上より題意が示された。 ■

### 3.3 定常競争均衡経路による社会的最適定常経路の達成不可能性

本節では、命題 1 および 2 を踏まえて、本稿における主要な結果を述べる。

重複世代モデルにおいては厚生経済学の基本定理が必ずしも成立しないことは一般に知られている。今回のモデルは世代が重複しているという特徴に加えて、世代間の消費や環境財に関する外部性が存在している。これら複数の要因の相互作用によって定常競争均衡経路は社会的に望ましいものとは必ずしもならないと自然に予測できる。この予測が正しいことを次の命題 3 は述べている。

**命題 3.** いかなる定常競争均衡経路も社会的最適定常経路ではない。

**命題 3 の証明.** 背理法を用いて証明する。即ち、ある定常競争均衡経路  $(\mathbf{c}, \mathbf{m}, \mathbf{K}, \mathbf{E})$  が存在して、それは社会的最適定常経路であると仮定し、矛盾を導く。すると命題 1 より  $f'(K) = \delta$  および  $\sum_{i \in I} [v'_i(E)/u'_i(c^i)] = \alpha/(\beta + \gamma)$  が成立する。一方、 $f'(K) = \delta$  および命題 2 より任意の  $i \in I$  に対して  $v'_i(E_t)/u'_i(c_t^i) = 1/\gamma$  が成立する。したがって  $\alpha/(\beta + \gamma) = \sum_{i \in I} [v'_i(E)/u'_i(c^i)] = N/\gamma$ 、即ち、 $N = \alpha\gamma/(\beta + \gamma)$  が成立する。すると外生変数についての仮定より  $1 \leq N = \alpha/(1 + \beta/\gamma) < 1$  が成立するが、これは矛盾である。したがって、どのような定常競争均衡経路も社会的最適定常経路ではない。以上より、題意が示された。 ■

この結果は次のように言い換えることも可能である。

**命題 3 の系.** いかなる定常競争均衡経路も社会的厚生を改善する余地がある。

但し、どのような制度や政策によって厚生を改善できるのかについては本稿の目的の範囲を越えるので、本稿では検討しない。

### 3.4 定常競争均衡経路における過少環境保全の問題

公共財に関する文献では、その供給を各個人の自発的な供給に任せるならば、競争均衡における公共財の総量は社会的に望ましい水準よりも過少となってしまうことが知られている。これと同様

に我々がここで考えているモデルでも、競争均衡における環境財の総量が社会的に望ましい水準と比べて過少となると予測することは自然なことに思われる。ところが実は、この予測は常に正しいわけではない。以下では上記の予測が「条件付き」で正しいことを示す。

命題を述べる前に一つだけ用語を定義しておく。 $K^g := (f')^{-1}(\delta)$  と定義しておく。

**定義 3.** 定常配分経路  $(\mathbf{c}, \mathbf{m}, \mathbf{K}, \mathbf{E})$  が「動学的に (非) 効率的」であるとは、 $K \leq (>) K^g$  が成立することをいう。

定義から明らかなように、定常配分経路  $(\mathbf{c}, \mathbf{m}, \mathbf{K}, \mathbf{E})$  が動学的に (非) 効率的ならば、 $f'(K) \geq (<) \delta$  が成立する。

競争均衡における環境財の総量について次の命題が成立する。

**命題 4.** どのような定常競争均衡経路についても、それが動学的に効率的ならば、そこにおける環境財の水準は社会的最適定常経路における環境財の水準と比べて過少である。

**命題 4 の証明.**  $(\mathbf{c}^*, \mathbf{m}^*, \mathbf{K}^*, \mathbf{E}^*) \equiv (c^*, m^*, K^*, E^*)$  によって社会的定常経路を表すことにする。以下、背理法を用いて命題を証明する。即ち、ある定常競争均衡経路  $(\mathbf{c}, \mathbf{m}, \mathbf{K}, \mathbf{E}) \equiv (c, m, K, E)$  が存在し、それは動学的に効率的であるが、 $E \geq E^*$  が成立すると仮定して矛盾を導く。

まず、 $E \geq E^*$  であるから、仮定 A.1 より各  $i \in I$  に対して  $v_i(E) \geq v_i(E^*)$  および  $v'_i(E) \leq v'_i(E^*)$  を得る。

次に、定常競争均衡経路が動学的に効率的であることから、 $1 - \delta + f'(\delta) \geq 1$  が成立する。すると、 $\alpha \leq 1$ 、 $\beta > 0$  および  $\gamma > 0$  から、 $\alpha/(1 + \beta/\gamma) < 1 \leq 1 - \delta + f'(\delta)$  が成立する。よって命題 1 および 2 から各  $i \in I$  について

$$\sum_{k \in I} \frac{v'_k(E^*)}{u'_k(c^{k*})} = \frac{\alpha}{\beta + \gamma} < \frac{1 - \delta + f'(\delta)}{\gamma} = \frac{v'_i(E)}{u'_i(c^i)}$$

が成立する。ここで、各  $i \in I$  について  $v'_i(E^*)/u'_i(c^{i*}) > 0$  であることから、任意の  $i \in I$  に対して

$$\frac{v'_i(E^*)}{u'_i(c^{i*})} < \frac{1 - \delta + f'(\delta)}{\gamma} = \frac{v'_i(E)}{u'_i(c^i)}$$

が成立する。 $v'_i(E) \leq v'_i(E^*)$  だったので、各  $i \in I$  について  $u'_i(c^i) < u'_i(c^{i*})$  が成立する。このことを踏まえると仮定 A.1 から  $c^i > c^{i*}$  を得るので、再び仮定 A.1 より  $u_i(c^i) > u_i(c^{i*})$  を得る。

以上より各  $i \in I$  について  $u_i(c^i) + v_i(E) > u_i(c^{i*}) + v_i(E^*)$  を得る。よって  $\sum_{i \in I} \theta_i = 1$  であるような任意の  $\theta \in \mathbb{R}_+^I$  に対して

$$\sum_{i \in I} [u_i(c^i) + v(E)]\theta_i > \sum_{i \in I} [u_i(c^{i*}) + v(E^*)]\theta_i$$

が成立する。しかしこれは  $(c^*, m^*, K^*, E^*)$  が社会的最適定常配分であることに矛盾する。したがって、 $E^* > E$  が成立する。 ■

一方、競争均衡経路が動学的に非効率ならば、そこにおける環境財の総量が社会的に最適な水準と比較して過大となる場合が存在することにも注意が必要である。

**命題 5.** 任意の定常競争均衡経路  $(\mathbf{c}, \mathbf{m}, \mathbf{K}, \mathbf{E})$  に対して、

- (i)  $N(1 - \delta + f'(K))/\gamma > \alpha/(\beta + \gamma)$  が成立するならば、そこにおける環境財の水準は社会的最適定常経路における環境財の水準と比べて過少であるが、
- (ii) その定常競争均衡経路が動学的に非効率であり、 $N(1 - \delta + f'(K))/\gamma < \alpha/(\beta + \gamma)$  かつある定数  $a > 0$  が存在して各  $i \in I$  に対して  $u'_i \equiv a$  が成立するならば、そこにおける環境財の水準は社会的最適定常経路における環境財の水準と比べて過大である。

**命題 5 の証明.** 定常競争均衡経路  $(\mathbf{c}, \mathbf{m}, \mathbf{K}, \mathbf{E}) = (c, m, K, E)$  を任意に選んで固定する。

(i) の場合：

動学的に非効率であっても、命題 4 の証明と同様に、環境財の水準は社会的最適定常経路における環境財の水準と比べて過少であることがいえる。

(ii) の場合：

$(\mathbf{c}^*, \mathbf{m}^*, \mathbf{K}^*, \mathbf{E}^*) \equiv (c^*, m^*, K^*, E^*)$  によって社会的定常経路を表し、 $E \leq E^*$  が成立すると仮定して矛盾を導く。

$E \leq E^*$  であるから、仮定 A.1 より各  $i \in I$  に対して、 $v_i(E) \leq v_i(E^*)$  かつ  $v'_i(E) \geq v'_i(E^*)$  が成立する。したがって、

$$\sum_{i \in I} v'_i(E) \geq \sum_{i \in I} v'_i(E^*) \quad (5)$$

を得る。

一方、命題 1 より  $\sum_{i \in I} [v'_i(E^*)/u'_i(c^{i*})] = \alpha/(\beta + \gamma)$  が成立し、命題 2 より各  $i \in I$  に対して  $v'_i(E)/u'_i(c^i) = (1 - \delta + f'(K))/\gamma$  が成立する。したがって

$$(\forall j \in I) \quad \sum_{i \in I} \frac{v'_i(E^*)}{u'_i(c^{i*})} = \frac{\alpha}{\beta + \gamma} > N \frac{1 - \delta + f'(K)}{\gamma} = N \frac{v'_j(E)}{u'_j(c^j)}$$

となる。各  $i \in I$  について  $u'_i \equiv a$  だったので、

$$\frac{1}{a} \sum_{i \in I} v'_i(E^*) > \frac{1}{a} \sum_{i \in I} v'_i(E)$$

即ち、 $\sum_{i \in I} v'_i(E) > \sum_{i \in I} v'_i(E^*)$  を得るが、これは (5) 式に矛盾する。 ■

## 4 考 察

前節で得られた結果に対して若干の考察を行う。前節までで判明したことは、競争的な市場取引の結果として社会的に望ましい経済成長および環境の水準の組を実現することは不可能であるということである。このような不可能性命題が得られた背景には円滑な市場取引を阻害する要因が経済に内在するからに他ならない。本稿のモデルにはそのような要因が四つある。次の三つは John and Pecchenino (1994) でも分析されている要因である。

(i) 世代間フリーライド：

仮に各世代の構成員が一人であっても、重複世代モデルの枠組みでは無限人の経済主体が存在する。その為、「どの経済主体（世代）が環境財を供給するのか」という問題がモデルに内在する。命題 4 では、経済が動学的に効率的な場合、他の世代が十分な環境財を供給することを全ての世代が期待し、その結果自発的な環境財供給が過少とはなってしまうことを示している。このことは自発的環境保全について世代間でのフリーライド問題が発生していることを示唆している。

(ii) 消費の外部性：

各期の老年世代が行う消費は、環境財のストック量を通じて、その期以降に経済に参加する全ての経済主体の行動に影響を与える。これは市場外取引が各経済主体の行動に影響を与えていることを示しており、いわゆる外部性の問題が発生している。

(iii) 動学的非効率性：

これは重複世代モデルに特有の問題である。重複世代モデルでは一般に、資本が社会的に最適な水準（黄金律水準）よりも過剰に蓄積される可能性があることが知られている。本稿の枠組みの場合、過剰な資本蓄積が行われるような場合、過剰な環境整備が行われる可能性があることを命題 5 は述べている。

最後の要因は本稿のモデルによって明示的に分析された要因である。

(iv) 世代内フリーライド問題：

本稿では、各世代が複数人の経済主体から構成されるようなモデルを考えている。このとき同一世代内においても、「誰が環境財を供給するのか」という問題が発生する。塩澤 (2010) では、世代内の環境財供給行動のみに分析対象を絞るとき、標準的なミクロ経済学で分析されるようなフリーライド問題と同様の分析が可能であり、環境財の供給量は最適な水準と比較して過少となることを示している。

競争的な市場取引によって社会的に望ましい状態を実現する為には、円滑な市場取引を阻害するこれら四つの要因を同時に解消する必要がある。その為の手段としては第一に John et al. (1995) や Ono (1996) のように課税・補助金を用いる方法や、第二に Jouvét et al. (2005) のように排出権市場を導入する方法が考えられるが<sup>(4)</sup>、本稿の目的を超えるので、今後の検討課題としたい。

最後に第三の手段として、貨幣のような外部資産が経済に導入された場合、競争的な市場取引の帰結としてどのような結果が得られるかを検討したい。以下、貨幣の供給量は 1 に基準化されているとしよう。この場合、各個人の効用最大化問題は次のように修正される。

$$\begin{aligned} \max_{b_t^i, m_t^i, s_t^i, c_{t+1}^i, E_{t+1}} \quad & u_i(c_{t+1}^i) + v_i(E_{t+1}) \\ \text{subject to} \quad & s_t^i + m_t^i + b_t^i \leq w_t, \\ & c_{t+1}^i \leq (1 - \delta + r_{t+1})s_t^i + b_t^i, \\ & E_{t+1} = G(E_t, (m_t^i, m_t^{-i}), c_t) \end{aligned}$$

ここで  $b_t^i$  は第  $t$  期の若年世代に属する個人  $i$  の実質貨幣保有残高である<sup>(5)</sup>。この問題の一階の条件は次のように記述される。即ち、ラグランジュ乗数  $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) \in \mathbb{R}^3$  が存在し、

$$\begin{aligned} s_t^i : \quad & 0 - \lambda_1 + \lambda_2(1 - \delta + r_{t+1}), \\ m_t^i : \quad & 0 = -\lambda_1 + \lambda_3\gamma, \\ b_t^i : \quad & 0 \geq -\lambda_1 + \lambda_2 \quad \text{with equality if } b_t^i > 0, \\ c_{t+1}^i : \quad & 0 = u_i'(c_{t+1}^i) - \lambda_2, \\ E_{t+1} : \quad & 0 = v_i'(E_{t+1}) - \lambda_3 \end{aligned}$$

が成立する。これらの方程式を整理し、利潤最大化条件  $r_{t+1} = f'(K_{t+1})$  を用いると、

$$(\forall i \in I) \quad \frac{v_i'(E_{t+1})}{u_i'(c_{t+1}^i)} = \frac{1 - \delta + f'(K_{t+1})}{\gamma} \quad (6)$$

および

$$\delta \leq f'(K_{t+1}) \quad (7)$$

が成立する。(6) 式を見ると、命題 4 および 5 と同様の議論によって、競争均衡によって社会的に最適な状態を実現することは不可能であることが推察される。しかし、ここで注目すべき重要な点

- 
- (4) これら二つの手段を比較すると、政府の負担を減らすという観点からは、市場取引に委ねる形を取る排出権市場の導入が望ましいように思われる。  
(5) 貨幣の供給量が一定なので、貨幣均衡が存在するならば、貨幣の収益率は 1 に等しくなくてはいけないことに注意されたい。

は(7)式である。(7)式は競争的な市場取引によって達成される均衡配分が動学的に効率的であることを示している(定義3を参照されたい)。即ち、貨幣のような外部資産が導入されている経済においては動学的非効率性の可能性は排除されることが分かる。このときは命題4と同様の議論から、環境財の供給が過少になる場合のみが発生する。

貨幣のような(非常に単純な)外部資産の導入によって動学的非効率性の問題が排除されることの意義は小さくない。というのも、仮に市場取引によって発生する非効率性の解消を政府が何らかの政策によって行う場合でも、政府は動学的非効率性の問題を考慮する必要がないことを意味するからである。即ち、外部資産が導入されているような経済では、政府は市場取引を阻害する上記四つの要因のうち(i)、(ii)および(iv)のみを解決するように課税・補助金体系を組めば良いことが示唆される。

## 5 結 語

本稿は、いわゆる新古典派的成長モデルの枠組みにおいて競争的な市場取引の結果として社会的に望ましい経済成長および環境の水準の組を実現可能であるか否かを検討し、その結果、競争的な市場取引に任せるだけではそれらの組を実現することは不可能であることが分かった。このことは社会的に望ましい経済成長および環境の水準の組を実現する為には、何らかの望ましい追加的な市場を創設するか市場に任せる以外の手段を講じる必要があることを示唆している。

第1節で述べたように、John and Pecchenino(1994)のような消費の外部性も存在する経済では適切な課税体系の下では競争均衡によって社会的に最適な状態を達成できることが、既に知られている。本稿が用いたモデルでも適切な課税体系を用いれば競争均衡によって社会的に最適な状態を達成できるかもしれない。競争的な市場取引によって社会的に望ましい状態を達成する為に必要な追加的措置はどのようなものかという問題は興味深く、今後の研究課題の一つである。

(経済学部教授)

(経済学研究科後期博士課程)

(経済学研究科後期博士課程・経済学部助教(研究))

## 参 考 文 献

- Diamond, P. A., 1965, National debt in a neoclassical growth model, *American Economic Review* 55, 1126–1150.
- Gradus, R., Smulders, S., 1993, The trade-off between environmental care and long-term growth-pollution in three prototype growth models, *Journal of Economics* 58, 25–51.
- John, A., Pecchenino, R., 1994, An overlapping generations model of growth and the environment,



- Economic Journal* 104, 1393–1410.
- John, A., Pecchenino, R., Schimmelpfenning, D., Schreft, S., 1995, Short-lived agents and the long-lived environment, *Journal of Public Economics* 58, 127–141.
- Jouvet, P.-A., Michael, P., Rotillon, P., 2005, Optimal growth with pollution: How to use pollution permits?, *Journal of Economic Dynamics & Control* 29, 1597–1609.
- Keeler, E., Spence, M., Zeckhauser, R., 1971, The optimal control of pollution, *Journal of Economic Theory* 4, 19–34.
- Ono, T., 1996, Optimal tax schemes and the environmental externality, *Economics Letters* 53, 283–289.
- Prieur, F., 2009, The environmental Kuznets curve in a world of irreversibility, *Economic Theory* 40, 57–90.
- Samuelson, P. A., 1955, The pure theory of public expenditure, *Review of Economics and Statistics* 36, 387–389.
- Samuelson, P. A., 1958, An exact consumption-loan model of interest with or without the social contrivance of money, *Journal of Political Economy* 66, 467–482.
- Stokey, N. L., 1998, Are there limits to growth?, *International Economic Review* 39, 1–32.
- Zhang, J., 1999, Environmental sustainability, nonlinear dynamics, and chaos, *Economic Theory* 14, 489–500.
- 塩澤修平, 2010, 「重複世代経済における公共財としての環境」, 『三田学会雑誌』 103 (2), 45–56。
- 塩澤修平, 大滝英生, 檀原浩志, 2010, 「経済成長, 環境および環境保全の誘因」, KESDP 10–7。