Title	サミュエルソンの顕示選好理論
Sub Title	Samuelsonian revealed preference theory
Author	須田, 伸一(Suda, shinichi)
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	2010
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.103, No.2 (2010. 7) ,p.277(57)- 297(77)
JaLC DOI	10.14991/001.20100701-0057
Abstract	本稿は, 顕示選好理論の初期の発展を, サミュエルソンがそのアイデアを得たとされる1936年から, ハウタッカーが強公理を用いて効用関数の存在を証明した1950年の時点までたどることを目的としている。サミュエルソンは1938年の論文では弱公理の下で可積分条件を満たさない消費者理論を組み立てたが, 同時に, 可積分条件を成り立たせるような顕示選好の公理の確立にも興味をもっていた。ハウタッカーの論文は後者の理論を完成させた。 This study is intended to follow the development of revealed preference theory at its early stages from 1936, when Samuelson obtained the initial idea, until 1950, when Houthakker proved the existence of utility function using the Strong Axiom. It shows that, in 1938, Samuelson published a consumer theory under the Weak Axiom that did not satisfy integrability condition, but simultaneously, he was also interested in the establishment of a theory that could satisfy the condition. Finally, Houthakker's paper completed the latter theory.
Notes	特集：ポール· サミュエルソン教授追悼特集
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-20100701-0057

サミュエルソンの顕示選好理論
Samuelsonian Revealed Preference Theory

須田 伸一(Shinichi Suda)

本稿は，顕示選好理論の初期の発展を，サミュエルソンがそのアイデアを得たとされる1936年から，ハウタッカーが強公理を用いて効用関数の存在を証明した1950年の時点までたどることを目的としている。サミュエルソンは1938年の論文では弱公理の下で可積分条件を満たさない消費者理論を組み立てたが，同時に，可積分条件を成り立たせるような顕示選好の公理の確立にも興味をもっていた。ハウタッカーの論文は後者の理論を完成させた。

Abstract

This study is intended to follow the development of revealed preference theory at its early stages from 1936, when Samuelson obtained the initial idea, until 1950, when Houthakker proved the existence of utility function using the Strong Axiom. It shows that, in 1938, Samuelson published a consumer theory under the Weak Axiom that did not satisfy integrability condition, but simultaneously, he was also interested in the establishment of a theory that could satisfy the condition. Finally, Houthakker's paper completed the latter theory.

「三田学会雑誌」103 巻 2 号（2010 年 7 月）

サミュエルソンの顕示選好理論

須　田　伸　一

要　　旨

本稿は，顕示選好理論の初期の発展を，サミュエルソンがそのアイデアを得たとされる 1936 年から，ハウタッカーが強公理を用いて効用関数の存在を証明した 1950 年の時点までたどることを目的としている。サミュエルソンは 1938 年の論文では弱公理の下で可積分条件を満たさない消費者理論を組み立てたが，同時に，可積分条件を成り立たせるような顕示選好の公理の確立にも興味をもっていた。ハウタッカーの論文は後者の理論を完成させた。

キーワード

顕示選好理論，代替行列の対称性，可積分条件，弱公理，強公理

1.　はじめに

標準的な消費者行動理論では，消費者が序数的な効用関数をもっているとの前提のもと，予算制約下で効用最大化問題を解くことによって需要関数が得られるものとされる。しかし，市場で実際に観察されるのは消費者の需要行動だけであり，その効用関数を直接に観察することは不可能である。たしかに，パレートによって始められた序数的効用に基づく消費者理論は，無差別曲線の情報だけから理論を組み立てるという意味で，効用の値の測定には依存していない。しかしながら，より直接に，観察可能な需要関数についての仮定だけから消費者理論を構築することはできないものであろうか。そのような意識に沿ってサミュエルソンが発表した理論が顕示選好の理論であり，消費者行動理論における重要な成果の一つとして現在でも認められている。

本稿では，この顕示選好理論の初期の発展状況を，サミュエルソンがハーバード大学でのハーバラー教授の演習中にそのアイデアを得たといわれる 1936 年から，ハウタッカーによってそれが「完成」される 1950 年までの時期に焦点を当てて考察する。ハウタッカーの「完成」とは，彼が強公理（および需要関数の所得に関するリプシッツ条件）の仮定の下，所与の需要関数からさかのぼって，それを生み出す効用関数の導出に成功し，強公理を含む顕示選好理論と序数的効用に基づく消費者行動理論の同値性を証明したことを指している。

この初期の歴史は，大きく三つの時期に分けることができる。第 1 期は 1936 年から 1941 年にいたる時期で，その間に顕示選好理論のアイデアが生まれ，1938 年に『エコノミカ』誌に発表された。また，サミュエルソンの主著となる『経済分析の基礎』もこの時期に執筆されている。第 2 期は 1941 年から『経済分析の基礎』が出版される 1947 年までの時期で，そこでは顕示選好理論への反応や研究の進展が，表面的には何一つ現われていない。戦争という外的要因がその理由の一つであろうが，同時に，サミュエルソンの考案した弱公理に基づく消費者行動理論が 1938 年の時点でかなり完成されており，それを進展させるのが容易ではなかったという事情もある。

状況を大きく変化させたのは，『経済分析の基礎』の出版である。それに触発されたリトルの書いた論文が，顕示選好理論の研究プログラムの方向転換を示唆する内容を含んでいた。すなわち「顕示選好の公理から，需要関数の経験的な性質（いわゆる操作主義的に有意味な命題）を導出する」というプログラムから，「顕示選好の公理を満たす需要関数から出発し，それを生み出す元となる選好関係を見つけ出す」というプログラムへの転換である。

需要関数の性質の一つである「代替行列の対称性（可積分条件）」を，顕示選好の公理から導くことに心を砕いていたサミュエルソンは，この変化の意義についてすぐに理解した。なぜなら，選好関係が導出できれば，スルツキーの方法によって，代替行列の対称性を示すことができるからである。

おそらくハウタッカーも『経済分析の基礎』に触発されてその研究をはじめたものと思われるが，彼もリトルと同様のプログラムに沿って研究を続け，ついに強公理の下で選好関係の導出に成功し，顕示選好理論を「完成」させた。これが第 3 期のできごとである。

そこで以下では，この第 1 の時期と第 3 の時期のつながりに注意しながら，理論の発展を追うことにしたい。「つながりに注意」と書いた理由は，よく第 1 の時期と第 3 の時期でサミュエルソンの立場が変化したといわれるからである。この評価の元をたどっていくと，ハウタッカーの 1950 年の論文に行き当たる。

> 「当初は『効用概念のいかなる痕跡もとどめない消費者行動理論の展開』を意図して，効用関数やそれに類する概念の代替物たらんとして考案された顕示選好理論ではあったが，今では，それは効用関数の補完物となりつつある。すなわち，サミュエルソン教授は『経済分析の基礎』の中でそれを効用分析の経験的含意を表現するために用いており，教授が効用分析に反対している様子は特にない[(1)]。」

それに対して本稿では，サミュエルソンの数多い回想的文章や『経済分析の基礎』の記述などから，彼の当時の研究意図を復元し，彼が第 1 の時期においてすでに，序数的効用理論と同値な，しかし効用理論の言葉を使わない消費者理論の構築に力を注いでいたことを明らかにしたい。この理

（1） Houthakker (1950), p.159.

論が，ハウタッカーのいう「効用関数の補完物」としての顕示選好理論である。しかし，1938 年の論文では，サミュエルソンは効用理論と同値でない，すなわち可積分条件を満たさない消費者理論を強調し，『経済分析の基礎』においては，序数的効用理論を強調したので，それがハウタッカーにとって「転向」と受け止められたのであった。

また上の過程を通じて，『経済分析の基礎』が顕示選好理論の発展に果たした役割についても，再評価したい。ハウタッカーも書いているように，これまで『経済分析の基礎』は顕示選好の研究の流れから少しはずれているというのが，一般の評価であった。ところが，リトルやハウタッカーの研究は，まさに『経済分析の基礎』がきっかけとなってはじめられたと考えられるからである。

以下，本稿はつぎのような構成をもっている。第 2 節ではサミュエルソンが 1938 年に発表した弱公理に基づく消費者行動理論の内容を，当時の学会の水準に即して評価し，同時に顕示選好理論が生まれるきっかけについても，サミュエルソンの回想を元に説明する。続く第 3 節は『経済分析の基礎』の内容の整理である。それにより，顕示選好理論に関わる事項が，第 5 章「消費者行動の純粋理論」と第 6 章「変換，合成財および配給」の二つの章に分かれて扱われていることが明らかになる。この意味では，『経済分析の基礎』は，たしかに顕示選好理論を体系的に述べた書物ではない。それにもかかわらず，この第 6 章の内容がリトルの研究にきっかけを与え，また最終的にハウタッカーの業績へとつながった。この道筋を概観するのが第 4 節となる。最後の第 5 節では，ハウタッカー以降の顕示選好理論の発展についてごく簡単に触れて，本稿を終える。

2.「消費者行動の純粋理論に関する覚書」

本節では，サミュエルソンが 1938 年 2 月に『エコノミカ』誌に発表した論文「消費者行動の純粋理論に関する覚書（Samuelson, 1938a)」について，まず見ていきたい。これは，需要関数に「弱公理」を仮定することで，その当時知られていた需要関数の経験的な性質（いわゆる操作主義的に有意味な命題）をほとんどすべて導出できることを示した論文であった。これが「弱公理に基づく消費者行動理論」であり，ハウタッカーも引用した「効用概念のいかなる痕跡もとどめない消費者行動理論」である。なお，この理論が顕示選好理論[(2)]と呼ばれるようになるのは 1948 年以降のことであるが，本稿では顕示選好理論という用語を時期にとらわれずに使って説明する。

まずは，いくつかの前提および記号を導入しよう。

(2)　顕示選好（revealed preference）という用語がはじめて使われたのは Samuelson (1947) である（本稿第 3 節を見よ)。弱公理は，Samuelson (1938a) では Postulate III と呼ばれていた。弱公理，強公理は，Houthakker (1950) ではそれぞれ Samuelson's “fundamental hypothesis,” “semi-transitivity” と書かれ，Samuelson（1950）ではじめて Weak Axiom, Strong Axiom の名前が定着した。現在では「顕示選好の弱公理」，「顕示選好の強公理」と呼ぶのが普通であろうが，本稿では単に，弱公理，強公理と呼ぶ。

一人の消費者が完全競争市場で n 種類の財を購入している場面を考える。このとき各財の価格 $p=(p_1,\cdots,p_n)\gg 0$(3) と 所得 $I>0$ を所与として，その需要行動が

$$h(p,I)=(h_1(p,I),h_2(p,I),\cdots,h_n(p,I))$$

という需要関数ではじめから与えられているものとする。さらに，この消費者が予算を完全に使い切ること，すなわち，任意の $(p,I)\gg 0$ について(4)

$$\sum_{i=1}^{n} p_i h_i(p_1,\cdots,p_n,I)=ph(p,I)=I$$

となることも仮定する。このとき，需要関数に関して以下の条件が成り立つならば，その需要関数は**弱公理**と満たすといわれる。

任意の価格と所得の組 (p^0,I^0)，(p^1,I^1) について，

$$I^0\geq p^0h(p^1,I^1)\text{ かつ }h(p^0,I^0)\neq h(p^1,I^1)\text{ ならば }p^1h(p^0,I^0)>I^1$$

が成り立つ。

これは需要関数が整合的であるための条件を表しているといわれるが，まずその意味を考えてみたい。

弱公理の前件 $I^0\geq p^0h(p^1,I^1)$ が成り立つということは，この消費者が価格と所得の組 (p^0,I^0) の下で，$h(p^1,I^1)$ という需要ベクトルを購入することができたのに，実際にはそれとは異なる $h(p^0,I^0)$ を選んだことを示している。したがって弱公理は，もし別の状況でも $h(p^0,I^0)$ と $h(p^1,I^1)$ の両方が予算内で購入可能であるなら，やはり $h(p^0,I^0)$ が購入されるであろう，すなわち $h(p^1,I^1)$ が選ばれた (p^1,I^1) という価格と所得の下では，$h(p^0,I^0)$ は買いたくても買えなかった（予算制約を満たさない）に違いないと結論できることを要求している。

サミュエルソンは $I^0\geq p^0h(p^1,I^1)$ の状況を指して，「$h(p^1,I^1)$ に対して $h(p^0,I^0)$ が選ばれた (selected over)」と名づけた。したがって，弱公理は，「$h(p^1,I^1)$ に対して $h(p^0,I^0)$ が選ばれているなら，$h(p^0,I^0)$ に対して $h(p^1,I^1)$ が選ばれることは決してない」ことを規定している。

この弱公理を需要関数に仮定するだけで，サミュエルソンは需要関数のいくつかの性質を導き出すことに成功した。それらを順に見ていくことにする。

---

(3)　n 次元ベクトル間の不等号は，$x\gg y\ \Leftrightarrow\ x_i>y_i$，$i=1,\cdots,n$，$x\geq y\ \Leftrightarrow\ x_i\geq y_i$，$i=1,\cdots,n$ と定義する。

(4)　以下，(p,I) の組は，常に $\gg 0$ を満たすものと仮定する。したがって，以下ではこの不等号を特に明示しない。

定理 1（Samuelson, 1938b）

需要関数 $h(p,I)$ が弱公理を満たすものとする。このとき，$h(p,I)$ は (p,I) に関して 0 次同次関数である。すなわち，任意の (p,I)，$t>0$ に対して

$$h(tp,tI)=h(p,I)$$

が成り立つ。

証明　(p,I) と (tp,tI) の二つの価格と所得の組を考える。このとき，需要関数が等号で予算制約を満たすことより

$$ph(p,I)=I,\ tph(tp,tI)=tI,$$

したがって

$$ph(p,I)=ph(tp,tI)=I,\ tph(p,I)=tph(tp,tI)=tI$$

が成り立つ。ゆえに，もし $h(tp,tI)\neq h(p,I)$ であるなら，弱公理に矛盾する。したがって

$$h(tp,tI)=h(p,I)$$

でなければならない。（証明終り）

なお，Samuelson（1938a）では，任意の (p,I) に対して需要が一意に定まることと，それが 0 次同次関数であることを，公準 I，II で仮定し，公準 III が弱公理となっていた。ところが同年の「補遺」（Samuelson, 1938b）において，公準 III から公準 I，II が導出できることが示され，この弱公理だけが残ったのである。需要の一意性の証明も，上の定理 1 の証明と同様にできるのであるが，本稿では記述の複雑化を避けるために，最初から各 (p,I) に対して需要が一意に定まることを仮定することとした。

次の定理は，所得を適当に補償するならば，「価格が上がると需要が減る」という需要法則が成り立つことを示している。

定理 2（Samuelson, 1938a, 1948）

需要関数 $h(p,I)$ が弱公理を満たすものとする。このとき，

$$p^1h(p^1,I^1)=p^1h(p^0,I^0),\ h(p^1,I^1)\neq h(p^0,I^0)\ \text{ならば}$$
$$(p^1-p^0)(h(p^1,I^1)-h(p^0,I^0))<0$$

が成り立つ。

証明　$p^1h(p^1,I^1)=p^1h(p^0,I^0)$，$h(p^1,I^1)\neq h(p^0,I^0)$ ならば，弱公理より

$$p^0h(p^1,I^1)>p^0h(p^0,I^0)$$

これを

$$p^1h(p^1,I^1)=p^1h(p^0,I^0)$$

から辺々引いて移項すれば

$$(p^1-p^0)(h(p^1,I^1)-h(p^0,I^0))<0$$

を得る。（証明終り）

$I^1=p^1h(p^1,I^1)=p^1h(p^0,I^0)$ という前提があるので，この定理では，価格が p^0 から p^1 に変化し，所得が I^0 から $I^1=p^1h(p^0,I^0)$ に変化したときの需要量の変化を見ていると考えられる。すなわち，価格変化後にも，以前と同じ $h(p^0,I^0)$ という消費が可能であるように所得を補償しているわけである。このような所得補償は今日ではスルツキーの所得補償と呼ばれている[5]。

今，仮に，p^0 から p^1 への変化の際に第 j 財の価格のみが上昇し，その他の財の価格は変化しなかったとしてみよう。記号で書けば

$$\begin{aligned} p^1_j &> p^0_j \\ p^1_i &= p^0_i,\ \forall i\neq j \end{aligned}$$

となる。このとき，定理 2 の意味するところは，$h(p^1,I^1)\neq h(p^0,I^0)$ である限り，

$$(p^1_j-p^0_j)(h_j(p^1,I^1)-h_j(p^0,I^0))<0$$

すなわち，価格の上昇した第 j 財の需要が減少することを意味している。これを複数の財の価格が変化した場合に一般化したのが

$$(p^1-p^0)(h(p^1,I^1)-h(p^0,I^0))<0$$

なので，この定理は，所得を補償する価格変化に対して一般化した需要法則が成り立つことを示しているとされる。なお，定理 2 をこのように解釈することは Samuelson（1948）ではじめてなされた。

さらにつぎの定理は，需要関数の微分可能性を仮定して，代替行列の性質を述べたものである。代替行列とは，スルツキー方程式における代替効果をすべての財の組み合わせについて計算したもので，

$$s_{ij}(p,I)=\frac{\partial h_i(p,I)}{\partial p_j}+h_j(p,I)\frac{\partial h_i(p,I)}{\partial I}$$

（5）　Samuelson（1948）では「超過補償的変化」（Overcompensating Variation）と呼ばれている。

としたとき，$s_{ij}(p,I)$ を (i,j) 要素とする $n\times n$ 行列

$$S(p,I)=(s_{ij}(p,I))$$

として定義される。定理 3 は，この代替行列が半負値定符号になることを示している。

定理 3　需要関数 $h(p,I)$ が微分可能であり，かつ弱公理を満たすものとする。このとき，任意の (p,I), $v\in R^n$ に対して

$$vS(p,I)v\leq 0$$

が成り立つ。

証明　Samuelson（1938a）の証明は全微分を用いたものであり，Mas-Colell et al.（1995）の 33 ページの記述にほぼそのまま踏襲されている。以下では，通常の微分を用いた証明を示す。

(p,I), $v\in R^n$ を任意に固定し，$x=h(p,I)$, $p(t)=p+tv$, $t\in R$ と定義する。このとき，t を 0 の十分近くにとれば，任意の $i=1,\cdots,n$ について $h_i(p(t),p(t)x)$ は t の微分可能な関数となる。したがって

$$\begin{aligned}&\frac{d}{dt}h_i(p(t),p(t)x)\,|_{t=0}\\&=\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial h_i}{\partial p_j}v_j+\frac{\partial h_i}{\partial I}\sum_{j=1}^{n}v_jx_j=\sum_{j=1}^{n}s_{ij}(p,I)v_j,\\&\frac{d}{dt}p_i(t)\,|_{t=0}\,=v_i\end{aligned}$$

より

$$\begin{aligned}&\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}s_{ij}(p,I)v_iv_j\\&=\sum_{i=1}^{n}\frac{d}{dt}p_i(t)\,|_{t=0}\,\frac{d}{dt}h_i(p(t),p(t)x)\,|_{t=0}\\&=\lim_{t\to 0}\sum_{i=1}^{n}\frac{p_i(t)-p_i}{t}\frac{h_i(p(t),p(t)x)-h_i(p,px)}{t}\\&=\lim_{t\to 0}\frac{(p(t)-p)(h(p(t),p(t)x)-h(p,px)}{t^2}\end{aligned}$$

ここで，$p(t)x$ は価格が p から $p(t)$ へ変化したときの補償所得に等しいので，定理 2 より分子は 0 以下となる。したがって，

$$vS(p,I)v\leq 0$$

が示された。（証明終り）

以上のように，サミュエルソンは 1938 年の段階で，需要関数に弱公理を仮定するだけで，需要関数の 0 次同次性と代替行列の半負値定符号性を示すことに成功した。

なお，はじめに与えられた需要関数 $h(p, I)$ が，原点に対して厳密に凸の無差別曲面をもつ（滑らかな）効用関数から効用最大化行動を通じて導かれていたならば，$h(p, I)$ は明らかに弱公理を満たすことに注意したい。すなわち，サミュエルソンの示した命題は，同時に序数的効用に基づく消費者理論の，経験的な命題にもなっているのである。(6)

さて，サミュエルソンはこの論文において，「効用概念のいかなる痕跡もとどめていない消費者行動理論(7)」という有名な言葉を残した。これは出発点において，序数的効用の存在を仮定せず，また Hicks and Allen（1934）のように限界代替率の概念さえ使っていないからである。それではつぎに，この結論がどこまで新しいものなのか，すなわち，それ以前に知られていた諸命題と比べて，どれだけ新たなことが示されているのかを確認してみたい。

まず，序数的な効用理論に基づく n 財モデルで，需要関数の経験的な命題を示した論文は，当時としては，パレートの分析を推し進めた Slutsky（1915）と前述の Hicks and Allen（1934），それに Schultz（1935）ぐらいしかなかったことに注意すべきである（ヒックスの『価値と資本』の初版は 1939 年に出版された）。スルツキーの論文は英米の学者には長いこと知られておらず，シカゴ大学のシュルツが 1935 年に書いた論文が，アメリカの学者によってスルツキーが引用された最初のケースとなった。(8) Hicks and Allen（1934）がスルツキーの業績を知ることなしに執筆されたのは有名である。ただし，サミュエルソンは 1932 年から 35 年までシカゴ大学経済学部の学生だったので，シュルツを通じてスルツキー論文を知っていたものと考えられる（ただし，スルツキーの名前は Samuelson（1938a）には出てこない）。

それらの論文において需要関数や代替行列に関して何が示されているかを調べてみると，独立した命題としては，需要関数の 0 次同次性，代替行列の対称性，それに代替行列の対角要素 $s_{ii}(p, I)$ の負値性ぐらいしか見当たらない。したがって，サミュエルソンは弱公理という前提から，代替行列の対称性を除く，その当時知られていた需要関数のほとんどすべての性質を導出することに成功

---

(6)　Samuelson（1938c）は，序数的効用の存在を仮定した場合の，需要関数に関する経験的命題をまとめたものである。なお，サミュエルソンは，需要関数が予算制約式を満たすという性質 $ph(p, I) = I$ は，定義によって成り立つ式であり，経験的な命題ではないとみなしていた。たとえば Samuelson（1947），p.106，脚注 12 には，このように書かれている。

「$I = \sum p_i x_i$ というわれわれの所得あるいは総支出の定義から，次の $(n+1)$ 個の需要弾力性に対する制約を得る。（中略）しかしながら，これらは有意味な制約ではない。というのは，これらはわれわれの定義からの帰結だからである。」なお，本稿における引用文は，邦訳があるものについては適宜参考にしたが，訳文はそれに従わない場合もある。

(7)　Samuelson (1938a), p.71.

(8)　Chipman and Lenfant（2002）には，スルツキー論文の再発見に関する興味深いエピソードが多数収められている。

したのであった。

それでは，対称性についてサミュエルソンはどのように考えていたのだろうか。対称性の性質は可積分条件とも呼ばれていたが[9]，彼は

「積分可能性の問題については，わたしはほとんど言うべきものをもっていない。わたしには，それが真に重要な問題とは思えない。……　この式（可積分条件——引用者）を統計的に裏づける試みをわたしはどれも信用しない。[10]」

と書き，対称性の性質（可積分条件）に対して否定的な立場を示した。これはアレンの立場とも共通するものであり[11]，それもあって，サミュエルソンは弱公理に基づく消費者行動理論を「ヒックスとアレンの（消費者行動理論の——引用者）再定式化と論理的に同値である」[12]と述べた。

その一方で，サミュエルソンが，弱公理を強めて代替行列の対称性を導出する方向の研究についても精力的に取り組んでいたことが知られている。彼はすでに 1938 年の時点で，需要ベクトル x_0 が x_1 に対して選ばれ，x_1 が x_2 に対して選ばれ，……　x_{t-1} が x_t に対して選ばれるのであれば，x_t が x_0 に対して選ばれることは決してないと仮定すれば，代替行列の対称性が導かれるのではないかと推測していたという[13]。サミュエルソンはつぎのように書いている。

「私はこの推測を，当時の第一級の若手数学者 2 人に相談した。ウラム（Stanislaw Ulam）とルーミス（Lynn H. Loomis）の 2 人である。[14]」

---

(9)　可積分条件とは元来，各需要ベクトルに対する限界代替率を与える全微分方程式を解いて，無差別曲面を求めることができるための条件を指していた。それが Hicks and Allen（1934）において代替行列の対称性と関係づけられ，また Schultz（1935）においては（全微分方程式の解の存在条件とは関係なく）代替行列の対称性が可積分条件と呼ばれていた。代替行列の半負値定符号性と対称性があれば，全微分方程式を解いて無差別曲面を求めることが可能であることを最初に示したのは Samuelson（1950），pp.379–81 である。なお，Samuelson（1947），p.116 にもこの主張に対する言及がある。また，Samuelson（1947），p.107，脚注 13 では，対称性を反証または検証することの困難さが指摘されている（脚注 31 を見よ）。

(10) Samuelson (1938a), p.68.

(11) たとえば Allen（1936），p.127 はつぎのように書いている。「我々の理論（Hicks and Allen（1934）を指す——引用者）は効用指標の存在とは独立になるように組立てられており，そのような指標がある，いわゆる「可積分な場合」は，単に特殊な場合にすぎない。この可積分な場合は，最もおもしろく，また有用な場合かも知れないが，より一般的な理論の特殊な場合であることには変わりない。」一方，ヒックスは可積分条件を仮定することに否定的ではなかった。

(12) Samuelson (1938a), p.70.

(13) Samuelson（1998），p.1380. Samuelson（1947），p.111，脚注 14 には，「この定式化（弱公理を指す——引用者）が明らかにしない唯一の点は，積分可能性の問題である。ここでも，この条件をわずかに一般化して，可積分条件の成立を示す証明がそのうちできるかもしれない。」とある。また，Samuelson（1970），p.70，脚注 3 には，後に強公理と呼ばれることになるその仮定（本稿第 4 節を参照）が具体的に示されている。

(14) Samuelson (1998), p.1380.

「学会や手紙のやり取りにおいても，この問題を経済学者と数学者の両方に聞いてみた。それでも何年もの間，証明は得られなかった。[15]」

しかし，この推測をサミュエルソンが自身で解決することはなく，それはハウタッカーの業績として 1950 年に発表された（第 4 節を見よ）。

以上が 1938 年 2 月および 8 月の論文（Samuelson, 1938a, b）の内容に関する検討である。これにより，1938 年の時点でサミュエルソンは，可積分条件が成り立たない（弱公理だけに基づく）消費者行動理論と，それが成り立つ消費者行動理論の両方に興味をもって研究していたことが明らかになったといえよう。

それではつぎに，サミュエルソンが弱公理のアイデアを得た契機について触れておきたい。彼は 1935 年にシカゴ大学を卒業すると，すぐにハーバード大学の大学院に進んだ。入学早々にレオンチェフ教授から無差別曲線の理論を学び，翌年参加したハーバラー教授の国際経済学演習の授業で，顕示選好のアイデアを得たと，サミュエルソンは書いている。彼の回想によると，きっかけは以下の何げない会話だった。

ハーバラー：君はどうして無差別曲線が原点に対して凸であると分かるのかい。

サミュエルソン：でも，もしそうでないなら，先生の指数の理論が無意味になってしまいますよ。[16]

この会話の背景を説明すると，経済統計の整備に伴って，1920 年代には一般物価水準を計算するための指数理論の研究が盛んに行われていた。ハーバラーも 1927 年に出版した『指数の意義（Der Sinn der Indexzahlen）』というモノグラフで，経済主体の効用最大化を前提として，パーシェ指数，ラスパイレス指数に関して公式を導き出していた。1936 年にウィーン大学からハーバード大学に移ってきたハーバラーが，大学院で指数の理論を講義し，上述の会話がなされたと想像される。[17]

この会話がなされたあと，サミュエルソンは自分の発言やレオンチェフから習った無差別曲線の理論について考えを深め，無差別曲線の概念を用いないで，需要関数についての簡単な整合性条件（弱公理）だけから，効用分析の主要な結果を導けることに気がついたのだった。[18]

（15） Samuelson (1950), p.370.

（16） Samuelson（1950），p.369. Samuelson（1970）には，この会話についてもう少し詳しい説明が載っている（全集第 3 巻では p.10 の脚注）。なお，Barnett（2004），p.530 では，ハーバード大学の数学者 E. B. Wilson も顕示選好理論を進展させるための重要なヒントを与えてくれたとサミュエルソンが述べている。

（17） 指数の理論については，Samuelson（1947），pp.146–163 で詳しく扱われている。

（18） 弱公理と同じ公準が，1936 年にウォルトによって使われたことが，Weintraub（1983），p.10 に指摘されているが，サミュエルソンは 1938 年の時点でウォルトの論文を知らなかったと明言している（Samuelson, 1998, p.1381）。この点については，Samuelson（1993），pp.517–8 も参照されたい。

なお，1938 年 2 月の論文（1938a）のタイトルは

A Note on the Pure Theory of Consumer's Behaviour

となっているが，その年の 10 月に刊行された論文（1938c）では，それが

New Foundations for the Pure Theory of Consumer's Behaviour

というタイトルで引用されている。上に述べたことからも，サミュエルソンの 1938 年 2 月の論文が，まさに消費者行動理論に対して New Foundations を提供していたことが理解されるであろう。

3. 『経済分析の基礎』

本節では，サミュエルソンの主著『経済分析の基礎』（Samuelson, 1947. 以下本節では『基礎』として引用する）において，顕示選好理論がどう扱われているかを考察する。本書の出版は 1947 年であるが，序文によると，これは 1941 年に D. A. ウェルズ賞選考委員会に提出されたもので，内容の多くは 1937 年に書かれたものであるという。したがって，『基礎』は前節で取り上げた論文「消費者行動の純粋理論に関する覚書」と執筆時期が重なっているのであるが，それにもかかわらず『基礎』では弱公理に基づく消費者行動理論はあまり強調されていない。まずはこの点から見ていくことにする。

『基礎』では 90 ページから 124 ページにかけての第 5 章で「消費者行動の純粋理論」が取り扱われている。そこでの主要な分析は序数的効用に基づくものであり，弱公理に基づく分析は，111 ページから 113 ページにかけて，それも Samuelson（1938a, b）をほぼそのまま引用した形で紹介されるだけである。

『基礎』において弱公理がそれほど強調されていない理由の一つは，その方法論にあると考えられる。サミュエルソンが『基礎』を執筆した目的は，最大化問題の解としての条件と安定性条件から比較静学命題（操作主義的に有意味な命題 operationally meaningful theorem）を導出することにあった。すなわち，「経済学の見かけは似ていないように見える諸分野が，著しい形式上の類似性をもっており，……　そこには本質的に近似した方法から導かれた同一の形をもつ有意味な諸定理が存在する[(19)]」ことを示すという目的である。弱公理の主張が実証に向いていることは誰の眼にも明らかなのであるが，それが効用の最大化を前提としていないという，まさに弱公理の長所そのものが，『基礎』の方法論との乖離を生み出したのだった。

なお，サミュエルソン自身は，弱公理から代替行列の対称性を示せなかったことが，『基礎』にお

（19）『基礎』p.3。

いて顕示選好理論を強調しなかった理由の一つであったと，1998 年の論文で回想している。[20]

それにもかかわらず，『基礎』には，その後の顕示選好理論の展開にとって重要な役割を果たすことになる別の部分が存在する。それは第 6 章「変換，合成財および配給」の中の「指数の経済理論」の節である。前節でも触れたように，1920 年代の指数の理論は，一般物価水準の決定を研究対象としていたが，その真の問題は「価格および数量のデータだけから，二つの状態のうちどちらが個人の選好尺度の上で高い位置にあるかを決定する」[21]ことにあると，サミュエルソンは見抜いていた。すなわち，個人が序数的な効用関数 $U(x)$ をもっていることを前提として，それを価格と数量のデータから知るという試みである。

このために有用なのが弱公理の考え方である。たとえば，価格 p^0 のときの需要ベクトルが x^0，価格 p^1 のときの需要ベクトルが $x^1 \neq x^0$ としてみよう。このとき，もし

$$p^0x^0 = p^0x^1 \tag{1}$$

であるならば，$U(x^0) > U(x^1)$ となるはずである。なぜなら（1）式より，(p^0, x^0) のときの所得 $I^0 = p^0x^0$ の下で，需要ベクトル x^1 が消費可能であったにもかかわらず，この消費者は x^0 の消費を選んだからである。[22]

このことを指して，サミュエルソンは，価値和 px によって効用の大小関係が「明らかにされる（revealed）」と述べ，その大小関係を顕示選好（revealed preference）と名づけたのだった。これが顕示選好という言葉の生まれた瞬間である。

なお，『基礎』の第 5 章では弱公理が需要関数の整合性を表現するために使われたのに対し，『基礎』の第 6 章では，存在することは知られているが，表に現われていない選好関係を「顕示させる」ために，弱公理の前提 $(p^0x^0 = p^0x^1)$ が使われていることに注意すべきであろう。

図 1 は，この顕示選好の考え方を用いて，具体的に x^0 よりも効用の高い領域と，低い領域を求めたものである。[23] 価格と需要の組 (p^0, x^0) を基準とし，別の価格と需要の組 (p^1, x^1) を考えると，$p^0x^0 \geq p^0x^1$ となる x^1 については，上に述べたことから $U(x^0) > U(x^1)$ となり，また $p^1x^1 \geq p^1x^0$ となる x^1 については，$U(x^1) > U(x^0)$ となっている。したがって，(p^0, x^0) を選択したときの予算集合に属する需要ベクトル $x^1 \neq x^0$ では，$U(x^0) > U(x^1)$ が成り立ち，また，x^0 を通るオファー曲線 ℓ（x^0 を通る予算線を回転させ，その上での効用最大点を結んだ線）上の需要ベクトル x^1 では，$U(x^1) > U(x^0)$ が成り立つことがわかる。したがって選好の単調性を用いることによりオファー曲

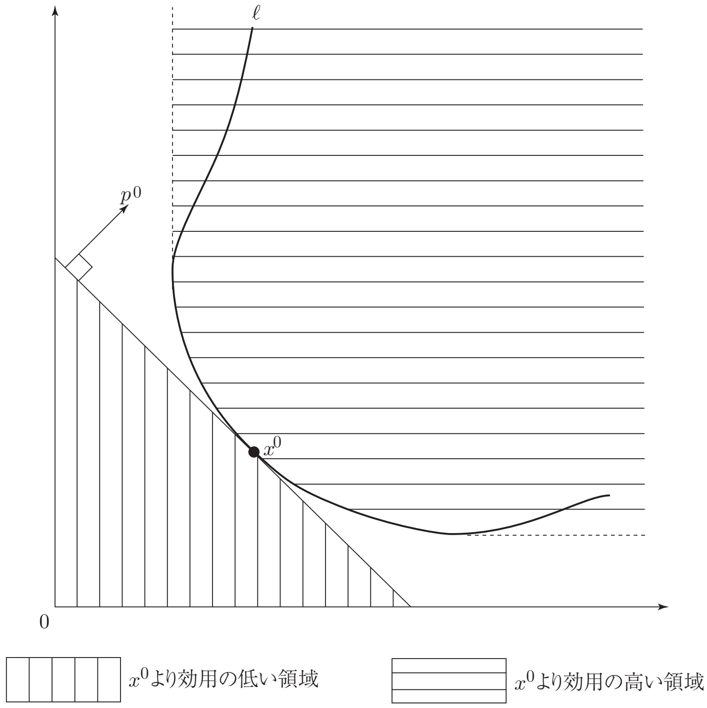
(20) Samuelson（1998），p.1380,「『基礎』が印刷に回されたとき，顕示選好理論の枠組みはまだ完成していなかった。」。

(21)『基礎』p.146。

(22) 消費者が予算を使い切ることと，価格と所得が与えられたときに最適な需要量が一意に定まることを，常に仮定する。

(23)『基礎』p.148，図 1。

図 1

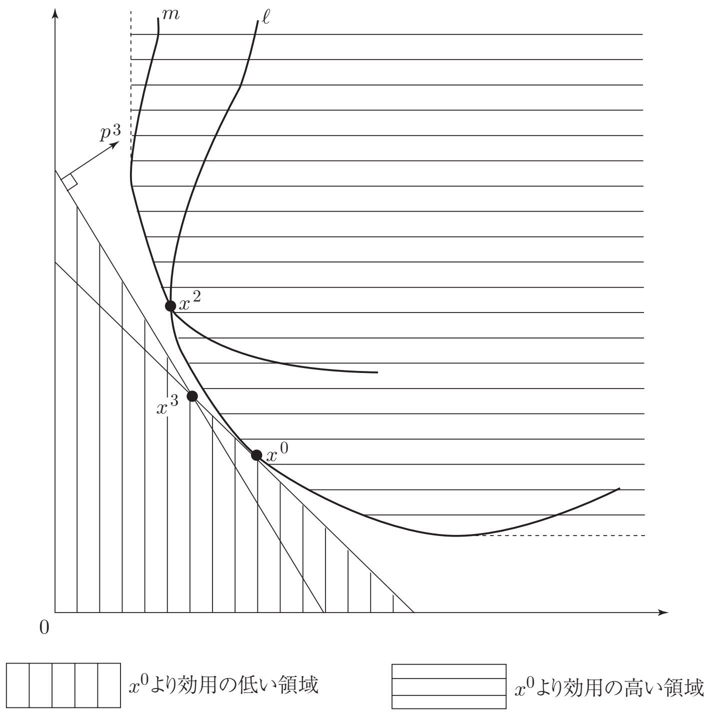


線 ℓ の右上の領域に属する需要ベクトル x については，すべて $U(x) > U(x^0)$ となる。これらの考察より，x^0 を基準として，それよりも効用の高い領域と低い領域を図 1 のように決めることが可能になる。

以上のように，顕示選好の考えを用いることで，基準となる需要ベクトルより，効用の高い領域，また効用の低い領域を決めることができたが，図 1 にはまだ，そのどちらの領域にも属さない「未知の領域」が存在する（白く残っている部分）。この領域はこれ以上小さくならないのであろうか。これに対してサミュエルソンは，x^0 と x^1 を仲介する役目を担う第 3 の価格と需要の組 (p^2, x^2) を考えることで，未知の領域をさらに狭めることができることを示した。すなわち，図 1 において x^0 より効用の高い領域から x^2（そして x^2 を消費させるに至った価格 p^2）を選び，今度はその点を基準にして，x^2 よりも効用の高い，すなわち $p^1x^1 \geq p^1x^2$ を満たす (p^1, x^1) を考える。すると，$U(x^1) > U(x^2) > U(x^0)$ となるので，x^1 が x^0 よりも効用が高いことが明らかになる。

これを図 2 を使って説明しよう。ここでは，オファー曲線 ℓ 上に x^2 をとり，そこを基準とするオファー曲線 m を書き入れてある。上と同様の考察により，m 上の点およびその右上の需要ベクトル x は，すべて $U(x) > U(x^2)$ したがって $U(x) > U(x^0)$ となることがわかるであろう。同様に，x^0 より効用の低い領域を狭めるためには，つぎのように考えればよい。すなわち，(p^0, x^0) を選択したときの予算線上に x^3 をとり，その x^3 を消費させるに至った予算線 $\{x \in R^2_+ \,|p^3x = p^3x^3\}$ を

図 2



考える。すると，その予算線の左下の領域に属する需要ベクトル x は，すべて $U(x^3) > U(x)$ したがって $U(x^0) > U(x)$ という性質を満たす。この情報まで取り込み，図 1 の未知の領域をさらに狭めた結果が，図 2 で表されている。

この操作を繰り返し，x^2 をオファー曲線 ℓ に沿って動かせばオファー曲線群が得られ，その下方包絡線が未知の領域の新たな上方境界線となる。また x^3 を x^0 を通る予算線上で動かし，その結果として得られる予算線群の上方包絡線が未知の領域の新たな下方境界線となることも同様である。

このあと，考察する仲介点をさらに付け加えていくことにより，未知の領域はますます狭められ，「極限において点の数が無限に近づくにつれて上方境界線と下方境界線は共通の限界線に近づくであろう。これが，もちろん，x^0 を通る無差別曲線に他ならない。[(24)]」このようにして，価格と数量のデータだけから，隠されている無差別曲線を明らかにしていくというのが，顕示選好理論の応用としてのサミュエルソンの指数の理論だった。

ハーバラーの言葉に触発されて生まれた顕示選好理論は，『基礎』において，一つは弱公理に基づく消費者行動理論へ，もう一つは弱公理の前提から序数的効用の大小を判断する指数の理論へと展開したのである。

（24）『基礎』p.153。

4. リトル，サミュエルソン，ハウタッカー

本節では，『経済分析の基礎』以降の顕示選好理論の展開を概観する。それは，オックスフォード大学の経済学者 I. M. D. リトルの論文にはじまり，オランダの経済学者 H. S. ハウタッカーによる顕示選好理論の完成へと至る道筋である。

リトルの論文（Little, 1949）は，『経済分析の基礎』第 6 章の「指数の経済理論」の節に触発されて書かれたものだった。彼は消費者の需要関数を所与として，前節で論じたサミュエルソンのやり方に沿って（すなわち 2 財モデルで）上方境界線と下方境界線を構成して見せたが，サミュエルソンのそれとの大きな違いは，リトルが無差別曲線の存在（効用関数の存在）を前提としなかったことである。すなわち，弱公準の前提が満たされるときに「x^1 よりも x^0 が選ばれる」と呼ぶことにして，彼はこの「選ばれる」という関係の推移性から所与の需要ベクトル x^0 の上方境界線と下方境界線を構成していった。そして考察する需要ベクトルの数を増やしていくことにより，それらが共通の限界線に近づくことを示したのである。ただし，この場合はその限界線をもはや「無差別曲線」と呼ぶことができない。なぜなら，「x^1 よりも x^0 が選ばれる」という関係だけからは，無差別という概念が得られないからである。そのため，リトルは無差別曲線の代わりにその限界線を行動線（behaviour line）と呼ぶことにした。[(25)]

リトルによる行動線の構成は，技術的にはサミュエルソンのそれをほぼ踏襲しているが，その方法論的意義は大きかった。なぜなら，サミュエルソンは無差別曲線の存在を仮定して，それを見つける手段として顕示選好の考え方を用いたのに対し，リトルは無差別曲線を前提とせず，**何もないところから**行動線を構成したからである。ここにはじめて「需要関数から無差別曲線を作る」というプログラムが具体的な形を取って現われたのだった。

その重要性をすぐに理解したサミュエルソンは，リトルの議論を彼なりに整理した論文をすぐに発表した。それが Samuelson（1948）である。[(26)]

まずサミュエルソンはその冒頭で，「顕示選好の考えの上に築かれた消費者行動の経済理論」という言葉遣いをはじめて用いている。それは，『経済分析の基礎』で第 5 章と第 6 章に分かれていた概念を合わせたものだった。そしてリトルが，この顕示選好理論の新しい可能性，すなわち需要関数から無差別曲線へという方向性を示し，かつその具体的な構成法を提示したことを称賛した。当然サミュエルソンは，需要関数からそれを生み出す元となる序数的効用関数を作れるのであれば，ス

(25)『経済分析の基礎』p.152 にも，顕示選好のロジックからは無差別関係が定義できないことが述べられている。

(26) リトルの論文は 1949 年 1 月に，サミュエルソンの論文は 1948 年 11 月に刊行されたので，出版年ではサミュエルソン，リトルの順になっている。

ルツキーのやり方をなぞることで，代替行列の対称性（可積分条件）を示せることに気づいていただろう。したがって，リトルの論文は

弱公理 $\Rightarrow$ 代替行列の対称性

という可能性を示した点で，重要な視点を提供していた。

サミュエルソンは論文の中で，リトルの構成法をより数学的に厳密に証明して見せた（つまり，サミュエルソンも2財のケースしか扱っていない）。具体的には，観察される需要関数を，消費集合上の各点において，そこでの需要を生み出す価格比 p_1/p_2 を対応させる関数（逆需要関数）に変換し，この関数から無差別曲線を構成することを考えた。記号で表せば，この需要ベクトルと価格比の関係式を

$$\frac{p_1}{p_2} = f(x_1, x_2)$$

と書き，微分方程式

$$\frac{dx_2}{dx_1} = -f(x_1, x_2)$$

を所与の需要ベクトルの周りで解くことに相当する。これはまさに積分可能性問題を解いて無差別曲線群を求める問題である。サミュエルソンの新機軸は，微分方程式を解くコーシー＝リプシッツの近似法が，顕示選好の考えで解釈すると，無差別曲線を下方から近似していく方法に相当することを示した点にある。また彼は，同じ無差別曲線を上方から近似していく方法も示すことにより，Little（1949）の方法に，数学的な基礎付けを与えたのであった。

しかしサミュエルソンもよく認識していたように，このやり方は可積分条件（代替行列の対称性）が自動的に成り立つ2財モデルでのみ有効であり，3財以上のケースに拡張できないという難点があった。論文は，

「このように消費者行動の全理論には，顕示選好によって操作主義的に有意味な基礎を与えることができる。」

という言葉で締めくくられているが，そこには

「上述の所見は，「積分可能性」の問題が生じえない2次元の問題には無制限に当てはまる。多次元の場合にはまだいくつかの問題が残っていて，その解決は10年以上も前から待たれている。」

との脚注が付けられていた。

このような状況下に，突如現われたのが，ハウタッカーの論文（Houthakker, 1950）である。彼はサミュエルソンが3次元以上の場合に解決できなかった問題を，強公理と呼ばれることになる条

件を課すことにより，見事に解決していた。

強公理を説明するために，少し記号を導入する。まず，ある価格と所得の組 (p^0, I^0)，(p^1, I^1) に対して需要ベクトル $x^0 = h(p^0, I^0)$ と $x^1 = h(p^1, I^1)$ が

$$p^0x^0 \geq p^0x^1,\ x^0 \neq x^1$$

を満たすとき，

$$x^0Rx^1$$

と書き，「x^0 が x^1 より選好されることが明らかにされた（顕示選好された）」と呼ぶことにする。この記号を用いれば，弱公理は

$$\text{任意の}\ x^0\ \text{と}\ x^1\ \text{に対して},\ x^0Rx^1\ \text{のとき}\ x^1Rx^0\ \text{ではない。}$$

と書けることは明らかであろう。「x^0 が x^1 より顕示選好されるのであれば，x^1 が x^0 より顕示選好されることはない。」という意味である。

これに対してハウタッカーの考えた**強公理**は

$$\begin{aligned}&\text{任意の}\ x^0 = h(p^0, I^0),\ x^1 = h(p^1, I^1), \cdots, x^t = h(p^t, I^t) \quad (t \geq 1)\\ &\text{に対して},\ x^0Rx^1,\ x^1Rx^2, \cdots, x^{t-1}Rx^t\ \text{ならば}\ p^tx^t < p^tx^0\end{aligned}$$

と書ける[(27)]。ここで，ある $x^1, \cdots, x^{t-1}$ に対して

$$x^0Rx^1,\ x^1Rx^2, \cdots, x^{t-1}Rx^t$$

となるか，あるいは

$$x^0Rx^t$$

のときに，

$$x^0R^*x^t$$

と書き，この関係を「x^0 が x^t より間接的に顕示選好された」と呼ぶことにすれば，強公理は

$$\text{任意の}\ x^0 = h(p^0, I^0),\ x^1 = h(p^1, I^1)\ \text{に対して},\ x^0R^*x^1\ \text{ならば}\ p^1x^1 < p^1x^0$$

もしくは

$$\text{任意の}\ x^0\ \text{と}\ x^1\ \text{に対して},\ x^0R^*x^1\ \text{のとき}\ x^1R^*x^0\ \text{ではない。}$$

(27) Houthakker（1950）では，これとわずかに異なる定義が述べられているが，本文の定義が強公理の標準的なものである。

と書くことができる[28]。すなわち，強公理は「x^0 が x^1 より間接的に顕示選好されるのであれば，x^1 が x^0 より間接的に顕示選好されることはない。」という需要関数の性質を表しているといえよう。

ハウタッカーの証明をスケッチすると以下のようになる。まず彼は，価格の段階的な変化 $p^0, p^1, \cdots, p^t$ に対して，x^0 からの上方境界線を $x^1 = h(p^1, \overline{I}^1), \cdots, x^t = h(p^t, \overline{I}^t)$ と構成できるような所得の列 $\overline{I}^1, \cdots, \overline{I}^t$ と，下方境界線を $x^1 = h(p^1, \underline{I}^1), \cdots, x^t = h(p^t, \underline{I}^t)$ と構成できるような所得の列 $\underline{I}^1, \cdots, \underline{I}^t$ を巧妙に定義した[29]。

そして，価格の各段階における変化量を 0 に近づけることで，上の二つの構成に対応する所得列から同一の微分方程式が生じることを示し，「需要関数 $h(p, I)$ が所得に関してリプシッツ条件を満たす」という仮定を置き，それが解をもつことを示したのである。

するとこの解を用いて，上方境界線と下方境界線の極限に当たる，リトルのいわゆる「行動線」（ここでは一般の n 財モデルを扱っているので「行動面」というべきであろう）が定義され，先に紹介した強公理を使うことで，彼はこの「行動面」が整合的に作られていることを証明した。

あとはこの行動面を無差別曲面としてもつような効用関数を作れば，それが所与の需要関数を生み出す元となる効用関数になる，というのがハウタッカーの証明の概略である。サミュエルソン＝リトルの上方境界線，下方境界線の議論が，$\overline{I}^1, \cdots, \overline{I}^t$ と $\underline{I}^1, \cdots, \underline{I}^t$ という所得の列を用いることにより n 次元の場合にも適用可能になったのだった。

ハウタッカーの論文から半年後，サミュエルソンは「効用理論における積分可能性の問題」という論文（Samuelson, 1950）を書き，ハウタッカーの論文と同じ『エコノミカ』誌に発表した。それは

> 「効用理論の歴史が，積分可能性についてのハウタッカー氏による重要な論文によって，いまや一つの区切りを迎えた。」

という有名な文章ではじまり，需要関数に強公理を仮定することで，それを生み出す効用関数の存在を示したハウタッカーの業績を称賛している。効用関数の存在は，代替行列の対称性，すなわち可積分条件も含む需要関数の性質を意味するので，サミュエルソンにとってはこの称賛は当然の行

（28） A：任意の x^0 と x^1 に対して $x^0 R^* x^1 \Rightarrow p^1 x^1 < p^1 x^0$
B：任意の x^0 と x^1 に対して $x^0 R^* x^1 \Rightarrow x^1 R^* x^0$ ではない
の二つの主張が同値になることを示す。
まず「A ならば B」を示すために，A を仮定し，B を否定してみる。すなわち A が成り立つとした上で，ある x^0 と x^1 に対して $x^0 R^* x^1$ かつ $x^1 R^* x^0$ とするのである。このとき R^* の定義から R^* が推移性を満たすので，$x^0 R^* x^0$ であり，A より $p^0 x^0 < p^0 x^0$ となって矛盾する。
つぎに「B ならば A」を示すために，B を仮定し，A を否定してみる。すなわち B が成り立つとした上で，$x^0 R^* x^1$ でありかつ $p^1 x^1 \geq p^1 x^0$ となるような x^0 と x^1 があったとしてみる。すると B より $x^1 R^* x^0$ ではないので，$x^0 \neq x^1$。そして $p^1 x^1 \geq p^1 x^0$ より $x^1 R x^0$，したがって $x^1 R^* x^0$ となり B に矛盾する。

（29） 詳しくは Chipman（1982）を参照のこと。

為であったろう。

またサミュエルソンは

「われわれは今や，最も一般的な序数的効用の分析における需要行動の完全な経験的含意を求めるという，12 年前に始められた研究プログラムを完成する立場にある。[30]」

とも書いている。需要行動の完全な経験的含意とは，代替行列の半負値定符号性と対称性が，強公理という微分の形をとらない需要関数の性質から導かれたことを指している[31]。また 12 年前とは 1938 年のことであり，その当時からサミュエルソンが代替行列の対称性すなわち可積分条件の成立に興味をもっていたことは第 2 節で詳しく見たところである。

したがって，1938 年の時点でサミュエルソンが論文に「積分可能性の問題については，わたしはほとんど言うべきものをもっていない。わたしには，それが真に重要な問題とは思えない。[32]」と書いているのは事実であるが，1950 年にサミュエルソンがその考えを大きく変えたということは言えないであろう[33]。

このハウタッカーの業績により，顕示選好に基づく消費者行動理論と序数的効用に基づく消費者行動理論の同値性が示され，サミュエルソンによって開始された顕示選好理論のプログラムは完成を見たのであった。

5. おわりに

以下ではハウタッカー以降の顕示選好理論の展開について簡単に述べ本稿を終える。

まず，ハウタッカーの定理は Uzawa（1960, 1971），Stigum（1973）によって彫琢を加えられた。これは，1950 年代以降進展した経済学の急速な数学化に対応した結果である。また，ハウタッカー，宇沢，スティガムらの課したリプシッツ条件を落とす試みについては，Richter（1966），Hurwicz and Richter（1971）がある。

弱公理から強公理（したがって代替行列の対称性）を示すことが不可能なことは，Gale（1960）の

(30) Samuelson (1950), p.369.

(31) Samuelson（1947），p.107，脚注 13 には可積分条件に関してつぎのコメントがある。「(可積分条件――引用者）は，可視化したり，反証することが難しい類の，需要関数の微分に関する性質である。というのも，われわれのデータが離散点から成り立っているからである。これらのデータは，われわれの関係式がテスト可能になる前に何らかの意味で平滑化される必要がある。この作業は現在知られている最高の統計的方法でもってしても，ある程度恣意的になってしまうので，反証や検証は難しい。
　私自身，有限形で示されうる，すなわち，理論上は有限個の観察点だけで反証されるような可積分条件の意味を引き出そうと努めたけれども，いまだ成功には至っていない。」

(32) Samuelson (1938a), p.68.

(33) たとえば Wong（1978）は，サミュエルソンの「転向」を批判している。

例によって明らかにされた。ただし，財が2種類しかない場合には，弱公理と強公理が一致することが知られている（Rose, 1958, Afriat, 1965）。弱公理の含意については，Kihlstrom et al.（1976）の詳しい研究がある。

近年は顕示選好理論が実証分析の文脈において使われることが多いが，これに関してはVarian（2006）を見るとよいだろう。

（経済学部教授）

参 考 文 献

Afriat, S. (1965) “The Equivalence in Two Dimensions of the Strong and Weak Axioms of Revealed Preference,” *Metroeconomica*, 17, 24–8.

Allen, R. G. D. (1936) “Professor Slutsky’s Theory of Consumers’ Choice,” *Review of Economic Studies*, 3, 120–29.

Barnett, W. A. (2004) “An Interview with Paul A. Samuelson,” *Macroeconomic Dynamics*, 8, 519–42.

Chipman, J. S. (1982) “Samuelson and Consumption Theory,” in G. R. Feiwel (ed.) *Samuelson and Neoclassical Economics*, Boston: Kluwer-Nijhoff Publishing.

Chipman, J. S., L. Hurwicz, M. K. Richter, and H. F. Sonnenschein (eds.) (1971) *Preferences, Utility, and Demand*, New York: Harcourt Brace Jovanovich Inc.

Chipman, J. S., and J.-S. Lenfant (2002) “Slutsky’s 1915 Article: How It Came to Be Found and Interpreted,” *History of Political Economy*, 34, 553–97.

Gale, D. (1960) “A Note on Revealed Preference,” *Economica*, N.S. 27, 348–54.

Hicks, J. R., and R. G. D. Allen (1934) “A Reconsideration of the Theory of Value, I, II,” *Economica*, N.S. 1, 52–75, 196–219.

Houthakker, H. S. (1950) “Revealed Preference and the Utility Function,” *Economica*, N.S. 17, 159–74.

Hurwicz, L., and M. K. Richter (1971) “Revealed Preference without Demand Continuity Assumptions,” in Chipman et al. (eds.) (1971).

Kihlstrom, R., A. Mas-Colell, and H. Sonnenschein (1976) “The Demand Theory of the Weak Axiom of Revealed Preference,” *Econometrica*, 44, 971–8.

Little, I. M. D. (1949) “A Reformulation of the Theory of Consumer’s Behaviour,” *Oxford Economic Papers*, N.S. 1, 90–9.

Mas-Colell, A., M. D. Whinston, and J. Green (1995) *Microeconomic Theory*, New York: Oxford University Press.

Richter, M. K. (1966) “Revealed Preference Theory,” *Econometrica*, 34, 635–45.

Rose, H. (1958) “Consistency of Preference: The Two-Commodity Case,” *Review of Economic Studies*, 25, 124–5.

Samuelson, P. A. (1938a) “A Note on the Pure Theory of Consumer’s Behaviour,” *Economica*, N.S. 5, 61–71.

——— (1938b) “A Note on the Pure Theory of Consumer’s Behaviour: An Addendum,” *Eco-*

nomica, N.S. 5, 353–4.
——— (1938c) “The Empirical Implications of Utility Analysis,” *Econometrica*, 6, 344–56.
——— (1947) *Foundations of Economic Analysis*, Cambridge: Harvard University Press. 佐藤隆三訳（1967）『経済分析の基礎』勁草書房。
——— (1948) “Consumption Theory in Terms of Revealed Preference,” *Economica*, N.S. 15, 243–53.
——— (1950) “The Problem of Integrability in Utility Theory,” *Economica*, N.S. 17, 355–85.
——— (1953) “Consumption Theorems in Terms of Overcompensation rather than Indifference Comparisons,” *Economica*, N.S. 20, 1–9.
——— (1970) “Maximum Principles in Analytical Economics,” *Nobel Memorial Lecture*, December 11, 1970. Reprinted in R. C. Merton (ed.) (1972) *The Collected Scientific Papers of Paul A. Samuelson*, Vol. 3, Cambridge: The MIT Press, 2–17.
——— (1993) “Gustav Cassel’s Scientific Innovations: Claims and Realities,” *History of Political Economy*, 25, 515–27.
——— (1998) “How Foundations Came to Be,” *Journal of Economic Literature*, 36, 1375–86.
Schults, H. (1935) “Interrelations of Demand, Price, and Income,” *Journal of Political Economy*, 43, 433–81.
篠原三代平, 佐藤隆三編（1980）『サミュエルソン経済学体系２　消費者行動の理論』勁草書房。Samuelson（1938a, b, c, 1948, 1950, 1953）の邦訳を含む。
Slutsky, E. (1915) “Sulla teoria del bilancio del consumatore,” *Giornale degli Economisti e Rivista di Statistica*, 51, 1–26. English translation in Stigler, G. J., and K. J. Boulding (eds.) (1952) *Readings in Price Theory*, Homewood: Richard D. Irwin, Inc., 27–56.
Stigum, B. P. (1973) “Revealed Preference–A Proof of Houthakker’s Theorem,” *Econometrica*, 41, 411–23.
Uzawa, H. (1960) “Preference and Rational Choice in the Theory of Consumption,” in K. J. Arrow, S. Karlin, and P. Suppes (eds.) *Mathematical Methods in the Social Sciences, 1959*, Stanford: Stanford University Press. Reprinted with corrections in Chipman et al. (eds.) (1971).
Varian, H. R. (2006) “Revealed Preference,” in M. Szenberg, L. Ramrattan, and A. A. Gottesman (eds.) *Samuelsonian Economics and the Twenty-First Century*, Oxford: Oxford University Press.
Weintraub, R. (1983) “On the Existence of a Competitive Equilibrium: 1930–1954,” *Journal of Economic Literature*, 21, 1–39.
Wong, S. (1978) *The Foundations of Paul Samuelson’s Revealed Preference Theory: A Study by the Method of Rational Reconstruction*, London: Routledge & Kegan Paul.