Title	離反と報復 : 純粋交換の提携戦略的分析
Sub Title	Deviation and retaliation : coalitional strategic analysis of pure exchange
Author	中山, 幹夫(Nakayama, Mikio)
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	2007
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.100, No.3 (2007. 10) ,p.773(191)- 792(210)
JaLC DOI	10.14991/001.20071001-0191
Abstract	提携戦略形のゲームとその解, および純粋交換ゲームへの応用について, 提携の離反戦略と自己拘束性という観点から一貫した解説を試みる。 Regarding coalitional strategic games, their solutions, and their application to pure exchange games, this study attempts to build a consistent explanation from the perspective of a coalitional deviation strategy and self-restraint.
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-20071001-0191

離反と報復―純粋交換の提携戦略的分析―

Deviation and Retaliation ―Coalitional Strategic Analysis of Pure Exchange―

中山 幹夫(Mikio Nakayama)

提携戦略形のゲームとその解，および純粋交換ゲームへの応用について，提携の離反戦略と自己拘束性という観点から一貫した解説を試みる。

Abstract

Regarding coalitional strategic games, their solutions, and their application to pure exchange games, this study attempts to build a consistent explanation from the perspective of a coalitional deviation strategy and self-restraint.

「三田学会雑誌」100 巻 3 号（2007 年 10 月）

離反と報復
――純粋交換の提携戦略的分析――

中 山 幹 夫*

要　　旨

提携戦略形のゲームとその解，および純粋交換ゲームへの応用について，提携の離反戦略と自己拘束性という観点から一貫した解説を試みる。

キーワード

提携戦略形，強ナッシュ均衡，結託耐性ナッシュ均衡，戦略的コア，支配懲罰戦略，自己拘束的戦略，純粋交換ゲーム

1. はじめに

表題に掲げた「提携戦略的分析」とは，プレイヤー達が提携を組んで行動することを許す戦略形のゲームによる分析のことであり，このようなゲームは「戦略的協力ゲーム」などと呼ばれることもある。このゲームのクラスは新しいものではなく，R.J.Aumann [1, 1959] が提携による**離反や逸脱**（deviation）を許す場合の解として**強均衡**（strong equilibrium）を定義し，ナッシュ均衡を精緻化したことから始まるといってよい。通常の提携形（特性関数形）ゲームが最終的な利得の分配に関心を集中するのに対し，提携戦略形では利得の分配とともにそれを実現する各プレイヤーの戦略，すなわち戦略プロファイルをも分析の対象とする。それゆえ，提携の戦略的行動と特殊ケースとしての非協力均衡を同時に考察できるという方法論上の利点も備えている。

提携戦略形ゲームの解としては, 上に述べた強均衡, すなわち**強ナッシュ均衡**（strong Nash equilibrium）のほかにも，1980 年代後半に現れた Bernheim, Peleg and Whinston [5, 1987] による**結託耐性ナッシュ均衡**（coalition-proof Nash equilibrium）がある。これは，すべての離反を同等に重要視するのではなく，**信用可能**（credible）と定義される離反のみを考慮の対象とし，強ナッシュ均衡よりも多くの戦略プロファイルを均衡として特徴付けるものである。また，利得ベクトルの集合である古典的なコ

＊　編集委員会から寄せられたコメントにより，記述を改善することができたことに感謝します。

アも，これらの利得に対応する戦略プロファイルに注目すれば，**戦略的コア**（strategic core）として提携戦略形の解であると考えることができる。さらに，提携が分裂・崩壊しないことを定式化した**自己拘束的戦略**（self-binding strategy）[15, 1998] や，提携外のプレイヤー達の利得をベクトル最小化する**支配懲罰戦略**（dominant punishment strategy）[15, 1998]，**提携の支配戦略**（coalitional dominant strategy）なども，特定の提携行動を定式化したものである。

以上の解については，古典的なコアを除いて，扱いやすい存在条件は知られておらず(1)，応用も通常の戦略形ゲームや提携形ゲームほど多くはないが，個別的なゲームのクラスでの分析や応用はいくつか現れている。たとえば，結託耐性ナッシュ均衡ないし強ナッシュ均衡については，Moreno and Wooders [14, 1996] の相関戦略を許すゲーム，Milgrom and Roberts [13, 1996] による戦略的相補性と単調外部性をともなうゲーム，さらに　Konishi, Breton and Weber [10, 1997]，Kukushkin [11, 1997], Yi [24, 1999],Nishihara [17, 1999], Wako [26, 2005]，また，とくに環境経済に関連する Hirai, Masuzawa and Nakayama [8, 2006] などや，ネットワーク形成に関する Matsubayashi and Yamakawa [12, 2006] などがある。また，戦略的コアによって純粋交換経済や公共財経済を分析したものとして，Nakayama [15, 1998]，Utsumi and Nakayama [23, 2004] などがある。以上のリストは，もちろん網羅的ではなく，ほかにも著者の注意の及ばなかった応用例はあるであろう。

本稿の目的は，しかし，新たな応用を追加することではなく，また，一般的な存在条件を定式化することでもない。そうではなくて，本稿ではまず，提携戦略形ゲームの解を「離反」という提携行動をキー概念として統一的に捉え，協力ゲームの解とみなされているコアも強ナッシュ均衡や結託耐性ナッシュ均衡と形式的には同じクラスに属する解として論じることを試みる。すなわち，協力解と非協力解の相違を，離反が**報復**（retaliation）を組み込んでいるか否かという点に帰着させて，戦略的コアをも提携戦略形ゲームの，離反を伴わない解として埋め込むのである。

強ナッシュ均衡に始まる上記の解は，ゲーム理論における二分法によれば，たとえば結託耐性ナッシュ均衡は非協力解，コアは協力解，また強ナッシュ均衡は均衡以外では「協力行動」を仮定している。さらに，協力行動は外部から保証される**拘束的協定**（binding agreement）を前提とする，ということが伝統的ゲーム理論の考え方である(2)。しかし，戦略的コアは，報復を前提とする離反の存在しない戦略プロファイルの全体であるから，この限りにおいて外部からの拘束的協定を必ずしも必要とはしない(3)。

本稿では，強ナッシュ均衡に始まる提携戦略形の解概念を以上のように離反行動という一貫した観点から捉え，あわせて純粋交換ゲームと，その双対ともいえるバッズの純粋交換ゲーム（Hirai et

（1）　強ナッシュ均衡の一般的存在条件については，Ichiishi [9, 1981] を参照せよ。
（2）　たとえば，Aumann [3, 1973]。
（3）　詳細については，Nakayama [15, 1998] 参照。

al. [8, 2006]）について得られている結果を，離反と報復という観点から再解釈することを試みる。(4)

2．提携戦略形ゲームの解

プレイヤーの集合 $N=\{1,\dots,n\}$，非空な各 $S\subseteq N$ について，提携 S のとりうる戦略プロファイルの集合 X^S, さらに戦略プロファイル $x=(x^1,\dots,x^n)$ のもとでの各プレイヤー i の利得 $v^i(x)$ を与える利得関数 v^i の組からなる $G=(N,\{X^S\}_{S\subseteq N},\{v^i\}_{i\in N})$，ただし $X^S:=\Pi_{i\in S}X^{\{i\}}$，を本稿では**提携戦略形**（coalitional strategic form）のゲームという。なお，$X:=X^N$, $X^i:=X^{\{i\}}\ \forall i\in N$ と略記する。また，任意の提携 $S\subseteq N$ について，非空な部分集合 $T\subseteq S$ をとくに S の部分提携と呼ぶことがある。

2.1　離反と信用可能離反

戦略プロファイル $x\in X$ が与えられているとしよう。このとき，提携 S だけが戦略を x^S から $y^S\in X^S$ に切り替えることによって S の各メンバーの利得が一斉に増加するならば，すなわち

$$v^i(y^S,x^{N\setminus S})>v^i(x)\quad \forall i\in S$$

となるとき，S は $x\in X$ において**離反戦略**（deviation）y^S をもつ，あるいはたんに**離反する**（deviate）という。ここでは，S の外のプレイヤーは動かないことが仮定されていることに注意しよう。

定義 1.　戦略プロファイル $x\in X$ において，いかなる提携も離反戦略をもたないとき，この x を**強ナッシュ均衡**（strong Nash equilibrium）という。

ここで，離反する提携を 1 人提携に限定すればナッシュ均衡が得られる。それゆえ，強ナッシュ均衡は当然ナッシュ均衡である。定義はこのように全く明快であるが，ナッシュ均衡の場合と異なり提携を組んで離反する場合は，提携内で合意が必要である。均衡ではいかなる提携も離反できないので，その合意は実質的な役割を果たさないが，均衡の外ではそうではない。この「協力行動」の仮定は後で緩和される。

また，離反戦略を見つけることは一般に容易なので，強ナッシュ均衡は逆に存在すること自体，稀である。次の囚人のジレンマでは，純粋戦略のいかなるプロファイルにおいても離反が存在するので，強ナッシュ均衡は存在しない。

---

(4)　提携戦略形ゲームと財の純粋交換について，本稿では Nakayama [16, 2006] の一般向け解説より詳細な議論を展開している。

	c	d
c	$3,3$	$0,4$
d	$4,0$	$1,1$

後で示すように，財の純粋交換という経済学的にありふれた状況においては，交換が意味をもつ限り，その存在は否定される。ただし，興味深いことに，**バッズの純粋交換**（pure exchange of bads）という経済学的には余りなじみのない状況では，逆に，強ナッシュ均衡は自然に存在することが観察される（Hirai et al. [8, 2006]）。

このように，強ナッシュ均衡は普通には頻繁に存在する解ではないが，離反が難しい状況では，存在の可能性は論理的にはより大きくなる。たとえば，Utsumi and Nakayama [23, 2004] では，公共財の費用負担の問題に対して，**自活的離反**（self-supporting deviation）という一定の条件をみたす離反のみを許す（規制された）強ナッシュ均衡を定義し，空でないコアと一致することを示している。

離反を制限する一般的かつ一貫した考え方として有望なのは，次に述べる**信用可能離反戦略**（credible deviation）である。

定義 2. 戦略プロファイル $x \in X$ において：

1. 1 人提携が離反戦略をもてば，それは**信用可能離反戦略**である。
2. 任意の非空な $S \subseteq N$ について，提携 S が
   (a) 離反戦略 $y^S \in X^S$ をもち，
   (b) S のいかなる非空真部分提携 $T \subsetneq S$ も（$y^S, x^{N \setminus S}$）において，**信用可能離反戦略**をもたないならば，y^S は S の**信用可能離反戦略**である。

すなわち，1 人のプレイヤーの離反は信用可能であり，2 人提携 $\{i, j\}$ の離反は，離反の後，i も j も各々単独で離反することができなければ信用可能である。同様にして，任意の提携 S に対し，帰納的に S の信用可能離反が定義される。このように，信用可能な離反とは，その離反を実行した後，提携内でさらなる離反が起きないというアイディアを形式化したものである。信用可能でない離反は，定義によってその離反の後に信用可能な離反を実行する真部分提携が存在する。それゆえ，もとの提携は崩壊するが，信用可能な離反は確定的な離反であって，離反を実行した後で提携が崩壊することはない。この意味において，つねに離反者以外は動かないという状況では，信用可能な離反は提携メンバーとしての誘因と矛盾しない提携行動である。

定義 3. 戦略プロファイル $x \in X$ において，いかなる提携も信用可能な離反戦略をもたないとき，

x を**結託耐性ナッシュ均衡**（coalition-proof Nash equilibrium）という。

信用可能な離反は，定義によって崩壊することのない提携の行動である。それゆえ，信用可能離反の存在しない戦略プロファイル x においては，その意味で強固な提携，あるいは結託は形成されない。こうして x は結託形成に対する免疫を備えた解，すなわち**結託耐性**をもつ解となるのである。

離反が存在しなければ信用可能な離反も存在しない。それゆえ，強ナッシュ均衡は必然的に結託耐性ナッシュ均衡である。また，1 人の離反は信用可能であるから，結託耐性ナッシュ均衡は当然ナッシュ均衡である。前掲の囚人のジレンマでは，ナッシュ均衡 (d, d) が結託耐性ナッシュ均衡となる。(d, d) からの唯一の離反 (c, c) は，そこで 1 人の離反，すなわち信用可能離反を許すので信用可能ではないからである。

	c	d
c	$3, 3$	$0, 4$
d	$4, 0$	$1, 1$

しかし，結託耐性ナッシュ均衡の存在条件も，冒頭で参照したいくつかのゲームの個別的クラスは別として，一般的なものは知られてはいない。次に示すのは定義から直ちに存在が保証される自明なケースである（Bernheim et al. [5, 1987]）。

戦略プロファイル $x \in X$ と任意の提携 $S \subseteq N$ について，プレイヤーの集合が S，各プレイヤー $i \in S$ の利得関数が $v^i(\cdot, x^{N \setminus S})$ で与えられるサブゲームを $G|x^{N \setminus S}$ で表わそう。$S = N$ のときは，$G|x^{\emptyset}{=}G$ とする。すると，

命題 1. 任意の $S \subseteq N$ について，サブゲーム $G|x^{N \setminus S}$ が唯一のナッシュ均衡をもつとき，x は G の結託耐性ナッシュ均衡である。

均衡の一意性から戦略プロファイル x において，任意の提携 $S \subseteq N$ によるどのような離反戦略 y^S も $G|x^{N \setminus S}$ におけるナッシュ均衡ではない。それゆえ，必ず 1 人の離反，すなわち信用可能離反を許すので，y^S は信用可能離反ではないことがわかる。

本稿では，後で，財やバッズの純粋交換ゲームにおいて，信用可能離反がどのような戦略プロファイルを記述するかについて述べる。

2.2　報復耐性離反と報復離反

離反や信用可能離反は，現に離反している提携外のプレイヤー達は動かないことが前提となっている。しかし，一般にはこの前提が成り立つとは限らないであろう。たとえば，残りのプレイヤーは一斉にそれに対抗するかもしれない。これは Neumann and Morgenstern [25, 1944] にまでさか

のぼる古典的な捉え方であり，Aumann and Peleg [4, 1960] によってより一般的に定式化されている。また，あるプレイヤー達はその離反に対抗するが，その他のプレイヤーはそれを無視するかもしれない。あるいは，外の提携もプレイヤー達もたんに最適反応行動をとるだけかもしれない。実際，Chander and Tulkens [6, 1997] は，外部不経済をともなう経済のコアの分析において，このような状況を想定した議論を展開し，γ **コア**というコアの修正概念を提案している。

このように，提携外のプレイヤー達がとる行動については，全く動かないケースと一斉に対抗するケースを両極端とする多くのヴァリエーションがあり，上記の γ コアを始めとする新たな解の定式化は提携戦略形ゲームの大きな問題のひとつである。本稿ではこの問題を避け，その両極端のみを考察の対象として取り上げる。

戦略プロファイル $x \in X$ において，提携 S の動きに対して，$N \setminus S$ のプレイヤー達が一斉に S に対抗することを，S に対する $N \setminus S$ の**報復**（retaliation）と呼ぼう。このとき，報復を考慮した離反を次のように定義する。

定義 4. 戦略プロファイル $x \in X$ において，提携 $S \subseteq N$ の戦略 $y^S \in X^S$ が任意の $z \in X$ に対して

$$v^i(y^S, z^{N \setminus S}) > v^i(x) \quad \forall i \in S$$

をみたすとき，S は x において**報復耐性離反戦略**（retaliation-proof deviation）をもつという。

このように，報復耐性離反戦略 y^S とは，その離反に対する最悪の反応を前提としてもなお提携の各メンバーの利得の増加が保証されるという離反である。この意味において提携が確実に保証できる利得ベクトルを導出することは，Aumann and Peleg [4, 1960] に従って，通常 **α-導出**（α-derivation）と呼ばれている。この用語に従えば，報復耐性離反戦略を，多少具体性を欠くが **α-離反戦略**と呼ぶこともできる。この離反が存在しないような戦略プロファイルを次のように定義しよう。

定義 5. 戦略プロファイル $x \in X$ において，いかなる提携も報復耐性離反戦略（α-離反戦略）をもたないとき，x を **α-均衡**（α-equilibrium）という。α-均衡の集合を**戦略的 α-コア**（strategic α-core）という。

提携の離反行動としては，外のプレイヤー達の行動に反応するものもありうるだろう。いわば，相手の行動にこちらが報復するという行動であり，次のように定義する。

定義 6.　戦略プロファイル $x \in X$ において，提携 $S \subseteq N$ が，任意の $z \in X$ に対して戦略 $y^S \in X^S$ を選んで

$$v^i(y^S, z^{N \setminus S}) > v^i(x) \quad \forall i \in S$$

とすることができるとき，S は x において**報復離反戦略**（retaliatory deviation）をもつという。

提携の報復離反とは，こうして，相手の行動に対抗して離反することにより，提携の各メンバーの利得を一斉に増加させることができるという離反である。一般に，報復離反の方が報復耐性離反より実行しやすい離反である。ここでも Aumann and Peleg [4, 1960] に倣えば，報復離反戦略を β-**離反戦略**と呼ぶこともできる。それゆえ，α-均衡と同様，報復離反戦略の存在しない戦略プロファイルを次のように β-**均衡**と定義する。

定義 7.　戦略プロファイル $x \in X$ において，いかなる提携も報復離反戦略（β-離反戦略）をもたないとき，x を β-**均衡**（β-equilibrium）という。β-均衡の集合を**戦略的** β-**コア**（strategic β-core）という。

これら 2 種類の均衡については，定義から直ちに従う次の関係がある。

命題 2.　β-均衡は α-均衡である。

戦略プロファイル x において，提携 S が報復耐性離反戦略 y^S をもてば，任意の $z \in X$ に対して，この y^S は S の報復離反戦略となるからである。

これらの均衡のうち，α-均衡の存在は，Scarf [20, 1971] によって戦略空間 X のコンパクト性と利得関数 v^i の準凹性で保証されるが，β-均衡の存在条件は知られてはいない。ただし，次に述べるように，戦略的 α-コアと戦略的 β-コアが一致する条件を与えることは可能である。

2.2.1　支配戦略

非協力ゲームにおけるプレイヤーの支配戦略とは，その戦略が他のすべてのプレイヤー達の任意の戦略プロファイルに対してつねに最適反応となっていることである。これを形式的に提携の戦略に拡張したものを，ここでは改めて提携の**支配戦略**（dominant strategy）と定義する。すなわち，

定義 8.　提携 $S \subseteq N$ の戦略プロファイル $x^S \in X^S$ が，任意の $z \in X$ に対して

$$v^i(x^S, z^{N \setminus S}) \geq v^i(z) \ \ \forall i \in S$$

をみたすとき，x を提携 S の**支配戦略**（dominant strategy）という。

プレイヤーの支配戦略が普通に存在する戦略ではない以上に提携の支配戦略の存在は稀であるといえるが，バッズの純粋交換では後で示すようにつねに存在することは注目に値する。

2.2.2　支配懲罰戦略

提携の支配戦略の対極に位置すると考えられる戦略は, 次に述べる**支配懲罰戦略**（dominant punishment strategy）である（Nakayama [15, 1998]）。

定義 9.　提携 $S \subsetneq N$ の戦略プロファイル $x^S \in X^S$ が，任意の $z \in X$ に対して，

$$v^i(z) \geq v^i(x^S, z^{N\setminus S}) \ \ \forall i \in N \setminus S$$

をみたすとき，この x^S を提携 S の**支配懲罰戦略**（dominant punishment strategy）という.

支配懲罰戦略も，普通に存在する戦略とはいえないが，財の純粋交換ゲームではつねに存在する。

2.2.3　α-コアと β-コアの一致

提携 S が支配戦略をもつか，あるいは提携 $N \setminus S$ が支配懲罰戦略をもてば，すべての α-均衡は β-均衡となる(5)。

定理 1.　N のすべての非空真部分集合 S について，提携 S が支配戦略をもつか，もしくは提携 $N \setminus S$ が支配懲罰戦略をもてば，戦略的 α-コアと戦略的 β-コアは一致する。

証明　S を N の任意の非空真部分集合とする。命題 2 により，戦略プロファイル $x \in X$ において，S が報復離反をもてば必ず報復耐性離反を持つことを示せば十分である。S が報復離反をもつならば，定義によって任意の $z \in X$ に対してある戦略プロファイル $y^S \in X^S$ が存在して

$$v^i(y^S, z^{N\setminus S}) > v^i(x) \ \ \forall i \in S$$

である。まず，S が支配戦略 $d^S \in X^S$ をもてば，定義から任意の $z \in X$ に対して

$$v^i(d^S, z^{N\setminus S}) \geq v^i(y^S, z^{N\setminus S}) \ \ \forall i \in S$$

（5）　これは Nakayama [15, 1998] で提示した結果を拡張したものである。

となる。ゆえに，この d^S を採れば，任意の $z \in X$ に対して

$$v^i(d^S, z^{N \setminus S}) > v^i(x) \ \ \forall i \in S$$

となるから，d^S は x における S の報復耐性離反戦略である。

次に，$N \setminus S$ は支配懲罰戦略 $p^{N \setminus S} \in X^{N \setminus S}$ をもつとする。仮定から S はこれに対する報復離反戦略 $y^S(p^{N \setminus S}) \in X^S$ をもつので，

$$v^i(y^S(p^{N \setminus S}), p^{N \setminus S}) > v^i(x) \ \ \forall i \in S.$$

$p^{N \setminus S}$ は $N \setminus S$ の支配懲罰戦略であるから，定義によって，任意の $z \in X$ に対して，

$$v^i(y^S(p^{N \setminus S}), z^{N \setminus S}) \geq v^i(y^S(p^{N \setminus S}), p^{N \setminus S}) \ \ \forall i \in S$$

となる。ゆえに，$y^S(p^{N \setminus S})$ を採れば，任意の $z \in X$ に対して

$$v^i(y^S(p^{N \setminus S}), z^{N \setminus S}) > v^i(x) \ \ \forall i \in S$$

となって，$y^S(p^{N \setminus S})$ は x における S の報復耐性離反戦略である。 □

純粋交換ゲームでは，この定理の具体的応用が与えられる。

2.3　自己拘束的戦略

信用可能な離反は，離反者以外は動かないという仮定のもとで，提携が分裂・崩壊しないための条件を与えている。他方，報復耐性離反は，残りのプレイヤー達が一斉に報復することを前提にしているので，この意味で提携行動としての結束はより強いと考えることができるだろう。さらに，信用可能離反が含意している分裂・崩壊に対する免疫，すなわち結託耐性が加われば，その提携行動は自己拘束的であるということができる（Nakayama [15, 1998]）。

定義 10.　戦略プロファイル $x \in X$ において：

1. 1 人提携が報復耐性離反戦略をもてば，それは**信用可能報復耐性離反戦略**（credible retaliation-proof deviation）である。
2. 任意の非空な提携 $S \subseteq N$ について，提携 S が
 (a) 報復耐性離反戦略 y^S をもち，
 (b) 任意の $z \in X$ に対し，S のいかなる非空真部分提携 $T \subsetneq S$ も（$y^S, z^{N \setminus S}$）において**信用可能報復耐性離反戦略**をもたない

 ならば，y^S は S の**信用可能報復耐性離反戦略**である。

信用可能離反の場合と同様，1 人のプレイヤーが報復耐性離反をもてばそれは信用可能であり，2 人からなる提携の報復耐性離反は，2 人のいずれもがさらなる報復耐性離反をもたなければ信用可能となる。以下，帰納的に S の信用可能報復耐性離反が定義される。信用可能離反と異なるのは，離反がつねに報復（任意の $z \in X$）を前提としていることである。

定義 11. 任意の提携 $S \subseteq N$ について，戦略プロファイル $x^S \in X^S$ が S の**自己拘束的戦略**（self-binding strategy）であるとは，任意の $z \in X$ に対し，$(x^S, z^{N\setminus S})$ においていかなる部分提携 $T \subseteq S$ も信用可能報復耐性離反戦略をもたないことである。

ここでは，$T = S$ も許していることに注意する。自己拘束的戦略をもつ提携を自己拘束的と呼ぼう。提携が自己拘束的ならば，その自己拘束的戦略を採っている限り外のプレイヤー達の戦略の如何に拘らず，そこで信用可能報復耐性離反戦略をもつ部分提携は存在しない。この意味で提携は分裂・崩壊することはない。

1 人提携のマックス・ミニ戦略は自己拘束的である．Nakayama [15, 1998] におけるより一般的な結果を述べれば：

定理 2. ゲーム G において，

$$N \text{ は自己拘束的である} \iff \alpha\text{-均衡が存在する}$$

こうして，全体提携が自己拘束的であることと，α-均衡の存在とは同値である。言い換えると，戦略プロファイル $x \in X$ において，信用可能報復耐性離反の非存在は報復耐性離反の非存在を意味している。それゆえ，コア概念は離反を信用可能な報復耐性離反に限定しても影響を受けない(6)。したがって，コアは伝統的な意味における協力解，すなわち，外生的な拘束的協定を不可欠とする解であるとは必ずしも断定できないのである。本稿では，協力行動とは，以上に述べた意味で「報復」を前提とする「信用可能」な提携行動であると解釈する。

3. 純粋交換ゲーム

提携戦略形によるゲーム分析の応用例として，純粋交換ゲームを取り上げ，財の純粋交換とバッズの純粋交換という双対的なゲームの解がいかなる提携行動を意味しているかについて考えてみよう。

(6) Ray [18, 1989] は古典的な提携形ゲームにおいて，提携を信用可能な提携（credible coalition）に限定してもコアは影響を受けないという，同様の主張をしている。

前者は，Nakayama [15, 1998] におけるコア分析に[7]，新しく結託耐性ナッシュ均衡による分析を追加した結果に関するものであり，後者は Hirai et al. [8, 2006] で得た結果についての考察である。

3.1　財の純粋交換

各プレイヤーは，手持ちの m 種類の財を互いに交換しようとしている。プレイヤー $i \in N$ の財の初期保有は，m 次元の財ベクトル w^i として与えられ，戦略集合 X^i は次のように定義される。

$$X^i = \left\{ x^i = (x^{i1}, \ldots, x^{in}) \in \Re_+^{m \times n} \;\middle|\; \sum_{j \in N} x^{ij} = w^i \in \Re_+^m \setminus \{0\} \right\}.$$

ここで，$x^{ij} \in \Re_+^m$ はプレイヤー i が j にオファーする財ベクトルを表わす。利得 v^i は，自分にオファーされる財ベクトルの合計で決まり，財に対する効用関数 u^i によって次のように与えられる。

$$v^i(x) = u^i \left(\sum_{j \in N} x^{ji} \right), \quad \text{where} \quad x = (x^1, \ldots, x^n) \in X.$$

経済学の通常の仮定に従って，効用関数 u^i は連続な**狭義単調増加関数**とする。これが**純粋交換ゲーム**（pure exchange game） G である[8]。

3.1.1　結託耐性ナッシュ均衡

まず，非協力行動を記述する結託耐性ナッシュ均衡をみてみよう。非協力行動としては，交換が全く生じないケースがその典型であろう。

各プレイヤー $i \in N$ について，自分の初期保有財を一切オファーしないという戦略を $x^{*i} \in X^i$ とする。すなわち，x^{*i} は

$$x^{*ii} = w^i, \quad \text{and} \quad x^{*ij} = 0 \in \Re_+^m, \quad \forall j \in N \setminus \{i\}$$

をみたす。すると，

定理 3.　純粋交換ゲーム G においては，戦略プロファイル $x^* = (x^{*1}, \ldots, x^{*n}) \in X$ は唯一のナッシュ均衡であり，かつ支配戦略均衡および結託耐性ナッシュ均衡である。

ほとんど自明であるが，出発点なので証明を与えておく。

（7）　Utsumi and Nakayama [23, 2004] では，公共財経済を考察している。

（8）　このゲームは，Scarf [20, 1971] によって，提携戦略形ゲームのコアの例証のために取り上げられたものである。

証明　任意のプレイヤー $i \in N$ について，効用関数 u^i の単調性から，戦略 x^{*i} はいかなる戦略プロファイル $x \in X$ に対しても最適反応となるので，x^* は支配戦略均衡である。また，任意の戦略プロファイル $x \in X$（ただし $x \neq x^*$）において，$x^{ii} \neq w^i$ であるプレイヤー i は，離反戦略 x^{*i} をもつので x はナッシュ均衡ではない。さらに，ナッシュ均衡 x^* におけるいかなる離反も，離反者の中から離反後に 1 人の離反，すなわち信用可能離反を許す。こうして，このナッシュ均衡 x^* は結託耐性をもつ。 □

交換のための提携形成は，形式的には戦略プロファイル x^* における離反である。しかし，x^* は結託耐性をもつ以上，いかなる提携も信用可能な合意を形成できない。実際，x^* のほかにはナッシュ均衡は存在しないので，いかなる取引の合意もつねに 1 人の離反によって壊れてしまうのである。

こうして，純粋交換ゲームにおいては，初期状態からの財の自発的な再配分は生じない。さらに，結託耐性ナッシュ均衡の精緻化である強ナッシュ均衡は，次のように初期状態がすでにパレート最適な場合にのみ存在する。以下では，戦略プロファイルがパレート最適な配分を実現するとき，その戦略プロファイル自体を，便宜上，パレート最適であると呼ぶことにする。

定理 4.　純粋交換ゲーム G においては，戦略プロファイル $x^* \in X$ について

$$x^* \in X \quad \text{は唯一の強ナッシュ均衡} \quad \Longleftrightarrow \quad x^* \in X \quad \text{は弱パレート最適}$$

である。

この結果はここで初めて提示するものなので，証明しておこう。

証明　強ナッシュ均衡は，N による離反も許さないので，弱パレート最適である。

逆に，x^* は弱パレート最適であるが強ナッシュ均衡でないとすると，ある非空真部分提携 $S \subsetneq N$ が離反戦略 $z^S \in X^S$ をもち，

$$v^i(z^S, x^{*N\setminus S}) > v^i(x^*) = u^i(w^i) \quad \forall i \in S$$

となる。効用関数 u^i の単調性から，z^S は，任意の $i \in S$ と任意の $j \in N \setminus S$ に対して $z^{ij} = 0$ となるようにとることができるから，

$$v^j(z^S, x^{*N\setminus S}) = v^j(x^*) = u^j(w^j) \quad \forall j \in N \setminus S.$$

すると，効用関数の連続性と狭義単調性から，z^S の近傍で適当に $y^S \in X^S$ をとって

$$v^i(y^S, x^{*N\setminus S}) > v^i(x^*) \quad \forall i \in N$$

となるようにできるので，N は x^* において離反戦略をもつ。これは矛盾である。また，x^* 以外にナッシュ均衡は存在しないので，x^* は唯一の強ナッシュ均衡である。 □

このように，初期状態が弱パレート最適ならば，いかなる提携 S も交換の合意に到達することはできない。こうして，純粋交換ゲームの非協力均衡は，再配分の達成に関して否定的である。初期状態が唯一の均衡でありしかも結託耐性をもつので，いかなる交換の合意も拘束力を伴うものとして形成することはできず，交換は実行不可能となるのである。

3.1.2 戦略的コア

コアは経済学に応用されてきた代表的協力解である。なかでも，Debreu and Scarf [7, 1963] や Aumann [2, 1964] は有名であり，また，**市場ゲーム**（market game）という TU ゲームのクラスを研究した Shapley and Shubik [22, 1969]，NTU コアの存在や戦略形のコアを考察した Scarf [19, 1967], [20, 1971] なども重要な古典的研究である。

純粋交換ゲームでは，非協力均衡は交換を達成しないが，協力解であるコアは，パレート最適な再配分を達成することは Scarf [20, 1971] の定理から直接に従う。ここでは，さらに以下に示すように β コアの存在にも言及することができる。

任意の非空真部分提携 $S \subsetneq N$ について，戦略 $p^S \in X^S$ を，交換は提携内だけで行うという戦略であるとする。すなわち，

$$p^{ij} = 0 \in \Re^m_+ \quad \forall i \in S \ \text{ and } \ \forall j \in N \setminus S$$

である。効用関数の単調性から，任意の $z \in X$ に対して，

$$v^j(z) \geq v^j(p^S, z^{N\setminus S}) \quad \forall j \in N \setminus S$$

すなわち，戦略 p^S はどのような $z^{N\setminus S} \in X^{N\setminus S}$ に対しても，$N \setminus S$ の各メンバーの利得を一斉に最小化する。それゆえ，この戦略 p^S は S の支配懲罰戦略である。

こうして，すべての非空真部分提携が支配懲罰戦略をもつので，定理 1 と Scarf [20, 1971] における α コアの存在定理より次の結果を得る（Nakayama [15, 1998]）。

定理 5. 各プレイヤー $i \in N$ について，利得関数 v^i が連続かつ準凹であれば，純粋交換ゲーム G には α-均衡が存在し，戦略的 α コアと戦略的 β コアは一致する。

このように，財の純粋交換においては，2 つの戦略的コアは非空で一致し，実現する再配分は弱

パレート最適である。交換は協力行動であるゆえこの結果は当然である，と言い切ることもできるだろう。しかし，結託耐性ナッシュ均衡と対比すれば，コアが交換を実現する理由をより明確に述べることができる。信用可能離反は報復を前提とすることなく実行することができるのに対し，信用可能報復耐性離反は，離反後の報復を組み込んでいるので保証利得は相対的に低く実行は一般に容易ではない。それゆえ，報復を前提としなければならない状況では α-均衡が意味する合意を覆すことはできないのである。

合意成立の可否は，こうして，相手からの報復が離反に組み込まれているか否かに依存して決まるのであるが，これはすでに述べたように協力ゲームの根幹に関わる論点である。たとえば Aumann [3, 1973, pp.67–96] によれば，

> …非協力理論も協力理論もプレイヤー間での合意を必要とするが，違いは，非協力理論では合意は自己強制的であるのに対し，協力理論ではそれは外部から保証されなければならないということだけである。

しかし，提携戦略形ゲームにおいては，信用可能報復耐性離反はモデルに記述されない「外部」からの強制ではない。純粋交換ゲームは，こうして，拘束的協定が内生的に成立する具体例であるといえる。

なお，初期状態がすでに弱パレート最適である場合は，定理 4 から戦略プロファイル $x^* \in X$ は強ナッシュ均衡であるが，これは β-均衡でもある。戦略プロファイル $x^* \in X$ において報復離反が存在すれば，当然，相手が動かない離反も存在するからである。それゆえ，この場合でも戦略的コアが 1 点集合でない限り，結託耐性ナッシュ均衡と異なり初期状態からの交換，再配分は実現可能である。

3.1.3 自己拘束的提携

与えられた提携 S が自己拘束的となるための十分条件として，Nakayama [15, 1998] における結果を述べれば：

定理 6. 任意の $i \in N$ について，利得関数 v^i は連続かつ準凹であるとする。このとき，非空真部分提携 $S \subsetneq N$ は，$N \setminus S$ が S に対する支配懲罰戦略をもてば自己拘束的である。

系 1. 純粋交換ゲーム G においては，すべての提携は自己拘束的である。

純粋交換ゲームでは，すべての非空真部分提携は提携外へ一切オファーしないという支配懲罰戦略をもつから，定理 6 によって自己拘束的となる。また，定理 5 により α-均衡が存在するので，定理 2 から，N も自己拘束的となる。こうして，純粋交換ゲームでは，すべての提携は自己拘束的となることがわかる。

コアの経済学的応用として中心的な位置を占める市場ゲームは，協力ゲームであるにも拘らず外部から保証される拘束的合意の有無に言及されることはない。この事実は，市場ゲームの戦略的基礎である純粋交換ゲームのいかなる提携も，このように自己拘束的であるという特性に帰着させることができる。

3.2　バッズの純粋交換

バッズの純粋交換と本稿で呼んでいるゲームは，形式的には財をすべてバッズに置き換えた純粋交換ゲームである。Shapley and Shubik は，[21, 1969] においてゴミを互いに「投げ棄て合う」という極端な状況をモデル化した提携形のゲームについて論じたが，以下で考察する提携戦略形ゲームはこれを原型とするものである。このゲームは，とくに 70 年代初頭の東京都の「ゴミ戦争」なども特殊ケースとして記述することも可能で，経済学的には特異なゲームであるが，以下に示すように強ナッシュ均衡さえも自然に存在しうるという興味深い性質を内包している。

各プレイヤー $i \in N$ は，$b^i \in \Re^m_+ \setminus \{0\}$ で表わされる m 種類のゴミをもっており，他の任意のプレイヤーの庭に自由に投げ棄てることができる。各プレイヤーの利得は，自分の庭に投げ棄てられたゴミの総量が少なければ少ないほど大きくなるものとする。この状況は，財の純粋交換ゲーム G において，$w^i := b^i$ および，効用関数 u^i を**狭義単調減少**と仮定することにより記述できる。すなわち，戦略集合 X^i と利得関数 v^i は以下のように与えられる。

$$X^i = \left\{ x^i = (x^{i1}, \ldots, x^{in}) \in \Re^{m \times n}_+ \;\middle|\; \sum_{j \in N} x^{ij} = b^i \in \Re^m_+ \setminus \{0\} \right\}$$

$$v^i(x) = u^i \left(\sum_{j \in N} x^{ji} \right), \quad \text{where} \quad x = (x^1, \ldots, x^n) \in X.$$

こうして得られる純粋交換ゲーム G を，**バッズの純粋交換ゲーム**（pure exchange game of bads）という。

3.2.1　提携の支配戦略

バッズの純粋交換ゲームは，まず，以下に述べるように個人の支配戦略だけでなく，提携の支配戦略も自然に存在するという注目すべき特性をもっている。

命題 3.

1. 戦略プロファイル $x \in X$ について，

$$x \text{ は支配戦略均衡} \iff x^{ii} = 0 \in \Re^m_+ \quad \forall i \in N.$$

2. 任意の非空真部分提携 $S \subsetneq N$ と，戦略プロファイル $x^S \in X^S$ について，

$$x^S \text{は提携 } S \text{ の支配戦略} \iff x^{ij} = 0 \in \Re^m_+ \quad \forall i, j \in S$$

である。

効用関数の単調性からこれらはいずれも明らかである。

提携 $N \setminus \{1\}$ の支配戦略は，プレイヤー 1 以外のすべてのゴミをプレイヤー 1 に背負わせるというものであり，東京都の「ゴミ戦争」を表現している。こうして，この命題はいかなる個人，いかなる提携も自己のゴミを提携内で保持（処理）せずとにかく外へ廃棄しようとする，ゴミに対する合理的経済主体の行動をよく表している。この行動は，財の純粋交換において，いかなる提携も提携の外へ財をオファーしようとはしないこと（支配懲罰戦略）に対応するものである。

3.2.2 結託耐性ナッシュ均衡

では，結託耐性ナッシュ均衡はどのような行動を意味しているだろうか。いま，すべてのプレイヤーが円周上に並んでおり，**各プレイヤーが時計回りに隣のプレイヤーに自分のゴミをすべて投げ棄てている状態**を想像しよう。形式的には，π を N の全プレイヤーからなる任意の順列であるとし，$x(\pi) \in X$ をその戦略プロファイル，つまり

$$x(\pi)^{\pi(i)\pi(i+1)} = b^{\pi(i)} \;\; \forall i \in N, \quad n + 1 \equiv 1$$

のような戦略プロファイルを考えるのである。このとき：

定理 7. ある順列 π^* について，

$$v^i(x(\pi)) > v^i(x(\pi^*)) \quad \forall i \in N$$

をみたす順列 π が存在しなければ，戦略プロファイル $x(\pi^*)$ は結託耐性ナッシュ均衡である。

戦略プロファイル $x(\pi^*)$ において，任意の非空真部分提携 S には，提携外のプレイヤーからゴミを投げられているプレイヤーが少なくとも 1 人いるが，このプレイヤーの利得は，S がどのような離反を企てようとも増加することはない。つまり，S は離反できない。

また，$x(\pi^*)$ をパレート支配する任意の戦略プロファイル $y \in X$ は $x(\pi^*)$ における N の離反であるが，この離反は信用可能ではない。それは，$y \in X$ において，提携メンバー全員が（自分自身も含めて）互いにゴミを投げ合っているような真部分提携 T が存在する。そこで，この提携 T がこれをやめてすべて提携外へ投げ棄てる戦略，すなわち，提携の支配戦略 z^T に切り替えれば，これは y における信用可能な離反となる。信用可能であることは，T のいかなる真部分提携 R についても z^R は R の支配戦略であるから最適反応であり，それゆえ $(z^T, y^{N\setminus T})$ においては離反できないからである。

ここでとくに，戦略プロファイル $x(\pi^*)$ 自身が弱パレート最適だったら，N は，任意の非空真部分提携同様，$x(\pi^*)$ において離反することはできない。ゆえに，この場合はいかなる提携も離反できず，$x(\pi^*)$ は強ナッシュ均衡となる。ゴミが 1 種類であれば，これが自然に成立する。

系 2. ゴミが 1 種類（$m = 1$）ならば，戦略プロファイル $x(\pi^*)$ は強ナッシュ均衡である。

こうして，バッズの純粋交換では，結託耐性ナッシュ均衡はゴミの初期保有配列の任意の並べ替えを実現するだけである。財の純粋交換の結託耐性ナッシュ均衡が，初期保有状態からの改善を達成しなかったように，バッズの場合も非協力均衡によってゴミ保有状態の社会的な改善を図ることは難しい。

3.2.3 戦略的コアと自己拘束的提携

財の純粋交換では，コアが交換を可能にしたが，バッズの純粋交換でもコアは一定の意味で望ましい状態を実現することができる。最初に，コアは普通に存在することを述べておこう。

定理 8. バッズの純粋交換ゲームは α-均衡をもち，戦略的 α-コアと戦略的 β-コアは一致する。

すべての非空真部分提携が支配戦略をもつので，定理 1 より α-均衡は β-均衡である。

存在については，まず，戦略プロファイル $x(\pi^*)$ が弱パレート最適ならば，上で述べたように $x(\pi^*)$ は強ナッシュ均衡，それゆえ，β-均衡である。他方，$x(\pi^*)$ が弱パレート最適でなければ弱パレート最適な N の離反 $y \in X$ が存在する。しかし，これも上で述べたように，いかなる真部分提携も $x(\pi^*)$ において離反をもたないので，当然，報復耐性離反をもたない。それゆえ，$x(\pi^*)$ をパレート支配する y においても報復耐性離反は存在しない。これから，y が α-均衡であることがわかる。

系 3. バッズの純粋交換ゲームでは，すべての提携は自己拘束的である。

定理 8 より α-均衡が存在するので，定理 2 から全体提携 N は自己拘束的である。さらに，任意の非空真部分提携 S も支配戦略 x^S を採れば，いかなる $z \in X$ に対しても，S の非空部分提携 $T \subseteq S$ は $(x^S, z^{N \setminus S})$ において離反戦略をもたない。それゆえ，当然，信用可能報復耐性離反戦略も存在しないので，定義から x^S は自己拘束的戦略，S は自己拘束的提携である。

こうして，バッズの純粋交換ゲームにはつねにコアが存在し，いかなる提携も自己拘束的である。さらに，コアに属するゴミの再配分に対しては，どの提携も提携内のゴミをすべて提携外に投げ棄てるという支配戦略によってもこれを覆すことはできない。コアはこの意味で社会的に安定なゴミの再配分の集合である。

コアの中のゴミの再配置はもちろんパレート最適であるが，これだけでは経済厚生上の意義はあまり明確ではない。しかし，たとえば，自分のゴミは外へ棄てないというような行動が α-，ないし β-均衡として記述できれば，これは，ゴミを保持する非効用をゴミを処理するための費用と見做すことにより，**自分のゴミは自分で処理する**という行動が上で述べた意味において社会的に安定な行動であることを保証する。行政区をプレイヤーとすれば，これはゴミ戦争に対する当時の美濃部東京都知事の**各区のゴミは各区で処理する**というドクトリンに他ならない。実際，ゴミが 1 種類である場合には，以下に示すように，このドクトリンは普通には α-均衡として得られると言ってよい。

戦略プロファイル $x^\circ \in X$ は，

$$x^{\circ ii} = b^i \quad \forall i \in N$$

をみたすものとする。

定理 9. ゴミは 1 種類（$m = 1$）であるとし，また，

$$b^1 \leq b^2 \leq \cdots \leq b^n$$

であると仮定する。このとき，

$$x^\circ \text{ は } \alpha\text{-均衡} \quad \Longleftrightarrow \quad \sum_{j=1}^{k} b^j \geq b^{k+1} \quad k = 1, \ldots, n-1.$$

右辺の条件は制約的なものではなく，たんに，極端に多量のゴミを排出するプレイヤーはいないことを述べているに過ぎない。定理 8 より，α-均衡は β-均衡でもあるから，「自分のゴミは自分で処理する」という行動に対しては，報復耐性離反だけでなく報復離反も不可能である。

ゴミの投げ合いという状況では，報復行動やそれを前提とする報復耐性行動はよりリアリティをもつ。ゴミを外へ棄てないという行動様式からの逸脱は当然報復を招くであろう。それを前提とする以上，通常はいかなる提携もこの行動様式に従うほかはないことをこの定理は述べている。

4. おわりに

本稿では，提携を許す戦略形のゲームを「提携戦略形ゲーム」と呼び，協力解の代表であるコアを，非協力解である結託耐性ナッシュ均衡と類似の戦略的解概念として位置付けることを，まず試みた。結託耐性ナッシュ均衡における「信用可能離反」と同様の一貫性のもとに，Nakayama [15, 1998] で定義した離反概念を，改めて「信用可能報復耐性離反」と名付け，α-均衡を再定義することによって，その目的に向けた議論を展開した。

さらに，純粋交換への応用において，コアが結託耐性ナッシュ均衡と異なり初期状態の再配置を達成する根拠を，たんに協力解だからということにではなく，信用可能な離反であると同時に報復を前提としたより拘束力をともなう行動であるという点に求め，離反が報復を取り込んでいるか否かに帰着させられることを具体例を通してみた。

以上のような論点は，専門誌で取り上げられることは少ない。実際，本稿で解説したバッズの純粋交換における結果も，Hirai et al. [8, 2006] では，伝統的な思考法と定義のもとで淡々と記述されている。しかし，結果の斬新さだけでなく，解釈の新奇さもまたさらなる理論の発展に寄与しうるものであり(9)，本稿のような解説にウエイトを置く論文では，検討するにふさわしい論点であろう。

（経済学部教授）

参 考 文 献

[1] Aumann, R.J., “Acceptable points in general cooperative n-person games,” R.D.Luce and A.W.Tucker, editors, *Contributions to the Theory of Games IV* Ann. of Math. Study **40**, Princeton University Press, 1959.

[2] Aumann, R.J., “Markets with a Continuum of Traders,” *Econometrica* **32** (1964), 39–50.

[3] Aumann, R.J., “Subjectivity and correlation in randomized strategies,” *Journal of Mathematical Economics*, **1** (1973), 67–96.

[4] Aumann, R.J., and B.Peleg, “Von Neumann-Morgenstern Solutions to Cooperative Games without Side Payments,” *Bulletin of American Mathematical Society* **66** (1960), 1–8.

[5] Bernheim,B.D., B.Peleg and M.D.Whinston, “Coalition-Proof Nash Equilibria I. Concepts,” *Journal of Economic Theory*, **42**(1987), 1–12.

[6] Chander, P. and H.Tulkens, “A Core of an Economy with Multilateral Environmental Externalities,” *International Journal of Game Theory* **26** (1997), 379–401.

---

(9) 多少大げさにここで実例を述べれば，P. ディラックは，方程式の解として得られたプラスの電荷をもつ粒子を，電子の海にあいた１個の穴として解釈した。当初，誰もその説を信じなかったが，後で実際に存在が確認され，その粒子は陽電子と命名された。

[7] Debreu, G. and H. Scarf, "A Limit Theorm on the Core of an Economy," *International Economic Review* **4** (1963), 235–246.
[8] Hirai,T., T.Masuzawa and M. Nakayama, "Coalition-Proof Nash Equilibria and Cores in a Strategic Pure Exchange Game of Bads," *Mathematical Social Sciences* **51** (2006), 162–170.
[9] Ichiishi, T., "A Social Coalitional Equilibrium Existence Lemma," *Econometrica* **49** (1981), 369–377.
[10] Konishi,H., M. Le Breton, and S. Weber "Equivalence of Strong and Coalition-Proof Nash Equilibria in Games without Spillovers," *Economic Theory* **9** (1997), 97–113
[11] Kukushkin,N., "An Existence Result for Coalition-Proof Equilibrium," *Economic Letters* **57** (1997),269–273
[12] Matsubayashi, N., and S. Yamakawa, "A Note on Network Formation with Decay," *Economics Letters* **93** (2006), 387–392.
[13] Milgrom,P. and J. Roberts, "Coalition-Proofness and Correlation with Arbitrary Communication Possibilities," *Games and Economic Behavior* **17** (1996), 113–128
[14] Moreno, D. and J. Wooders "Coalition-Proof Equilibrium," *Games and Economic Behavior* **17** (1996), 80–112
[15] Nakayama, M., "Self-Binding Coalitions," *Keio Economic Studies*, **35** (1998), 1–8.
[16] Nakayama, M., "Coalitional Strategic Games and Applications,"(Japanese) *Eco-Forum* **24** (2006), 26–33.
[17] Nishihara, K., "Stability of the Cooperative in N-Person Prisoners' Dilemma with Sequential Moves," *Economic Theory* **13** (1999), 483–494.
[18] Ray,D., "Credible Coalitions and the Core," *International Journal of Game Theory* **18** (1989), 185–187.
[19] Scarf, H., "The Core of an N-Person Game," *Econometrica* **35** (1967), 50–69.
[20] Scarf, H.E., "On the Existence of a Cooperative Solution for a General Class of N-Person Games," *Journal of Economic Theory*, **3** (1971), 169–181.
[21] Shapley,L.S. and M.Shubik, "On the Core of Economic Systems with Externalities," *The American Economic Review* **59** (1969), 678–684.
[22] Shapley,L.S. and M.Shubik, "On Market Games," *Journal of Economic Theory* **1** (1969), 9–25.
[23] Utsumi,Y. and M.Nakayama, "Strategic Cores in a Public Goods Economy," *International Game Theory Review*, **6** (2004), 1–16.
[24] Yi, S-S., "On the Coalition-Proofness of the Pareto Frontier of the Set of Nash Equilibria," *Games and Economic Behavior* **26** (1999), 353–364.
[25] von Neumann, J. and O.Morgenstern, *Theory of Games and Economic Behavior* Princeton University Press, 1944.
[26] Wako, J., "Coalition-Proof Nash Allocation in a Barter Game with Multiple Indivisible Goods," *Mathematical Social Sciences* **49** (2005), 179–199.