Title	パレートと積分可能性問題
Sub Title	Vilfredo Pareto and the integrability problem of demand functions
Author	須田, 伸一(Suda, Shinichi)
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	2007
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.99, No.4 (2007. 1) ,p.637(31)- 655(49)
JaLC DOI	10.14991/001.20070101-0031
Abstract	本稿では, パレートの積分可能性問題への取り組みについて再評価を行う。まず, パレートは効用の可測性の問題と関連させて, 二種類の積分可能性条件を使い分けていたことが示される。また, ヴォルテッラによるパレート『経済学提要』書評についても内容を再検討し, それが積分可能性条件の記載漏れの指摘にとどまらないことをみる。パレートの積分可能性問題への貢献については従来あまり高い評価が与えられてこなかったが, 本稿の分析は, その一部を修正するものである。 This study reevaluates the efforts regarding the integrability problem by Vilfredo Pareto. First, this study shows that Pareto deliberately uses two types of integrability condition, depending on the measurability of utility. In addition, it reexamines the contents of Volterra's review of Pareto's "Manuale di Economia Politica," to show that it is not limited to highlighting the omission of integrability condition by Pareto. Although Pareto's contribution to the integrability problem has been regarded negatively in the past, the analysis in this study is intended to partially correct this evaluation.
Notes	小特集 : ヴィレフレード・ パレート『経済学提要』刊行100年
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-20070101-0031

パレートと積分可能性問題

Vilfredo Pareto and the Integrability Problem of Demand Functions

須田 伸一(Shinichi Suda)

本稿では，パレートの積分可能性問題への取り組みについて再評価を行う。まず，パレートは効用の可測性の問題と関連させて，二種類の積分可能性条件を使い分けていたことが示される。また，ヴォルテッラによるパレート『経済学提要』書評についても内容を再検討し，それが積分可能性条件の記載漏れの指摘にとどまらないことをみる。パレートの積分可能性問題への貢献については従来あまり高い評価が与えられてこなかったが，本稿の分析は，その一部を修正するものである。

Abstract

This study reevaluates the efforts regarding the integrability problem by Vilfredo Pareto. First, this study shows that Pareto deliberately uses two types of integrability condition, depending on the measurability of utility. In addition, it reexamines the contents of Volterra's review of Pareto's "Manuale di Economia Politica," to show that it is not limited to highlighting the omission of integrability condition by Pareto. Although Pareto's contribution to the integrability problem has been regarded negatively in the past, the analysis in this study is intended to partially correct this evaluation.

「三田学会雑誌」99 巻 4 号（2007 年 1 月）

パレートと積分可能性問題

須　田　伸　一

要　　旨

本稿では，パレートの積分可能性問題への取り組みについて再評価を行う。まず，パレートは効用の可測性の問題と関連させて，二種類の積分可能性条件を使い分けていたことが示される。また，ヴォルテッラによるパレート『経済学提要』書評についても内容を再検討し，それが積分可能性条件の記載漏れの指摘にとどまらないことをみる。パレートの積分可能性問題への貢献については従来あまり高い評価が与えられてこなかったが，本稿の分析は，その一部を修正するものである。

キーワード

積分可能性問題，効用の可測性，パレート，全微分方程式，消費の順序

1．はじめに

パレートが一般均衡理論の基礎を築いたことは多くの学説史家が認めるところであろう。とくに，序数的効用にもとづく需要理論やパレート最適の概念などは，現代の経済学教育における必須のトピックスとなっている。ところで需要理論にしても厚生経済学にしても，基礎となる概念は消費者の「効用」[(1)]である。基数的なものと考えるか，序数的なものと考えるかに関わりなく，「効用」を直接測定することの難しさは，パレートもよく理解していた。しかも，技術者として出発したパレートにとって，測定不可能なものを基礎におく経済理論は，到底満足できるものではなかったと考えられる。そこでパレートの関心を引いたのが，観察可能な需要関数から観察不可能な効用関数を導き出すという，いわゆる積分可能性問題である。

このように，積分可能性問題（または効用関数の測定の問題）はパレートの理論にとって大きな意味をもっていたが，一方で，パレートのこの領域における貢献には否定的な評価が付きまとう。たとえばハーヴィッチはこの問題をサーベイした論文[(2)]において「パレートは積分可能性問題に対して

(1)　パレートは効用をあらわす言葉として「オフェリミテ」という語を新たに作ったが，本稿では慣用にしたがって「効用」を用いる。

(2)　Hurwicz（1971），178 ページ。

アントネッリ以上の何らの貢献もしなかったようである」と述べた。アントネッリについては次節で触れるが，パレートが理論経済学の論文を書き始める以前の 1886 年に，積分可能性問題を当時としてはほぼ完全な形で解決したイタリア人技術者である。カーマンも「パレートは，（積分可能性問題に対して）一般には貢献があったように主張されているが実際には何ら重要な貢献はしなかった」[3]と記しているし，チップマンにいたっては「パレートの消費者理論に対する独創的で画期的なアプローチに比して，彼の（積分可能性問題に対する）答えは満足できるものとは言い難く，また多くの技術的欠陥や混乱を含んでおり本当に失望させられる」[4]と述べている。また，1906 年に出版された『経済学提要』の書評において，数学者のヴォルテッラが積分可能性条件の記載漏れを指摘し，パレートがそれに応じて『経済学提要』の数学付録[5]を書き直した（それが 1909 年の『経済学提要』フランス語版の数学付録となった）という「事実」も比較的よく知られている[6]。この「記載漏れ」については，かつてシュンペーターが「（パレートという）数学の真の「プロ」がこのようなことをするとは理解しがたい」と嘆いたことがある[7]。

そこで本稿では，パレートの『経済学提要』出版 100 周年という機会を利用して，パレートの積分可能性問題への取り組みについて再検討を加えてみた。その結果，パレートが基数的効用を想定するか，序数的効用を想定するかに応じて異なった条件を使い分けていたことが明らかになった。しかも，上に引用したパレート批判の少なくとも一部分は，この「使い分け」に気づかなかったことに由来するので，積分可能性問題の取り扱いにおいてパレートが従来言われてきたほどには混乱していなかったことも示すことができた。また，ヴォルテッラのパレート批判についても，積分可能性条件の記載漏れにのみ焦点が当てられがちであるが，ヴォルテッラがパレートによる効用測定への試みを高く評価していたことを確認できた。

以下，本稿の構成はつぎのようになっている。まず次節では積分可能性問題について解説する。続く第 3 節においては，パレートのこの問題への取り組みについて，ごく初期の論文「純粋経済学の基礎原理に関する考察」を中心に調べ，パレートがどのような文脈で積分可能性問題を取り扱っているのかについて整理する。第 4 節は，ヴォルテッラによるパレート批判の検討に当てられる。第 5 節でパレートに対する評価の変遷をスケッチし，第 6 節で論文を終える。

---

(3)　Kirman（1998），23 ページ。
(4)　Chipman（1976b），81 ページ。
(5)　実際には Appendice としか書かれていないが，通例にしたがって「数学付録」と記す。
(6)　たとえば Samuelson（1950），355–56 ページを参照されたい。
(7)　Schumpeter（1949），150 ページ。

2.　積分可能性問題

積分可能性問題は，現代的な理解では，消費者行動理論を逆向きのロジックでたどる問題と考えられている。すなわち，消費者がプライステイカーとして予算制約下で効用最大化行動をとれば，所得と価格の関数である需要関数（マーシャル流需要関数）$x(p, I)$（p は財価格，I は所得）を得るが，逆に $x(p, I)$ をまず与え，それを生み出すような効用関数が存在するための（必要）十分条件を積分可能性問題は問う。パレートも，観察可能な需要関数から観察不可能な効用関数を求めようとして，この問題に直面した。まずは簡単な 2 財の例で「需要関数から効用関数を求める」方法を示してみよう。

消費者が x_1，x_2 という二種類の財を消費している状況を考える。このとき需要関数は，それぞれの財の価格 p_1，p_2 と所得 I に依存して $x(p_1, p_2, I) = (x_1(p_1, p_2, I), x_2(p_1, p_2, I))$ のように書くことができる。また，需要関数が価格と所得に関して 0 次同次であることを考慮すれば，第 2 財を価値尺度財，すなわち $p_2 = 1$ としても一般性は失われないので，需要関数は (p_1, I) に対して (x_1, x_2) を対応させる写像とみなすことができる。さらにこの写像の逆写像(8)（逆需要関数）が存在すると仮定し，それを $r(x_1, x_2) = (r_1(x_1, x_2), r_2(x_1, x_2))$ と記せば，r_1 は (x_1, x_2) を購入するときの第 1 財の価格（$= (x_1, x_2)$ における限界代替率）を，r_2 は (x_1, x_2) を購入するときの所得をあらわすことになる。需要関数が観察可能であるなら，その逆写像である逆需要関数も観察可能である。

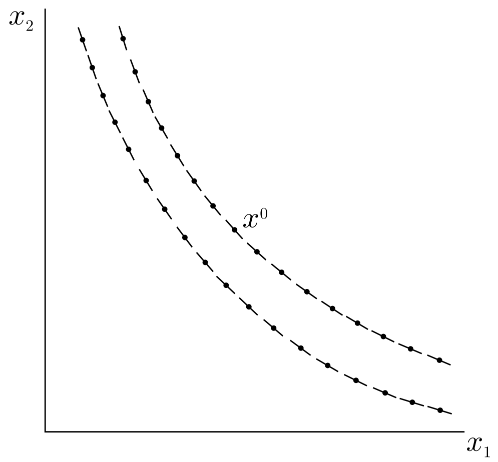

図 1　無差別曲線の復元

このように考えると，積分可能性問題とは，$r_1(x_1, x_2)$ すなわち各点 (x_1, x_2) における限界代

(8)　需要関数は価格と所得の組に対して需要量を与える関数であるが，逆需要関数は，需要量に対して価格と所得の組を与える関数である。

替率の情報から無差別曲線を復元するという数学的な問題になる。（予算制約式より $r_2(x_1, x_2) = r_1(x_1, x_2)x_1 + x_2$ となるので，r_2 には追加的な情報は含まれない。）これを図 1 を用いて説明すると，各消費ベクトル (x_1, x_2) に対してそこでの限界代替率が与えられているとき，それを (x_1, x_2) における接線としてもつような無差別曲線を求めるという問題になる。直観的には微小な接線を無数につなげて無差別曲線を構成すればよい。それを厳密に記述すれば，つぎの微分方程式の解を求める問題となる。

$$\frac{dx_2}{dx_1} = -r_1(x_1, x_2) \tag{1}$$
$$x_2(x_1^0) = x_2^0 \tag{2}$$

このとき，たとえば $r_1(x_1, x_2)$ が連続微分可能な関数であれば，この微分方程式に解が存在し，x^0 の周りで局所的に $x_2(x_1) = x_2$ という関数が求まる。これが無差別曲線をあらわす式に他ならない。微分方程式を解くときに積分という操作が必要になることが，この問題を「積分可能性問題」と呼ぶ所以である。

もっとも，このままでは各点 x^0 の周りで局所的に無差別曲線を求めることしかできないので，それらをつなげて消費集合全体（ここでは R^2_{++}）の無差別マップを構成できるか否かについては別の議論が必要である。しかし，この大域的な問題については，本稿では扱わない(9)。また，たとえ大域的な無差別マップを構成できたとしても，無差別曲線の原点に対する凸性が保証されなければ，所与の需要関数を実現するような効用関数を求める，という問題に答えたことにはならない。なぜなら，逆需要関数によって無差別曲線の傾き（＝限界代替率）が求まるためには，経済主体が無差別曲線と予算制約線の接点で効用を最大化することが必要で，それを保証する条件が無差別曲線の原点に対する凸性だからである。たとえば，$r_1(x_1, x_2) = x_1/x_2$ という関数を積分することで，「無差別曲線」$x_2 = \sqrt{k - (x_1)^2}$（$k > 0$ は定数）が得られるが，これは原点に対する凸性を満たさない。

現在では，この無差別曲線の凸性を保証する条件が，「スルツキー行列の半負値定符号性」または「アントネッリ行列の半負値定符号性」と呼ばれる条件に対応することが知られている。しかしながらパレートの時代には無差別曲線の凸性は暗黙のうちに仮定されていた。したがって本稿でもこの点には立ち入らないことにする(10)。

さて，（1）式はまた，

$$r_1(x_1, x_2)dx_1 + dx_2 = 0 \tag{3}$$

という全微分方程式，もしくはより一般的に，$\phi_1(x)/\phi_2(x) = r_1(x)$（ここで $x = (x_1, x_2)$）となる

(9)　積分可能性問題は広い意味にとることと狭い意味にとることが可能で，後者の意味にとる場合には局所的な無差別曲線を求める問題を指す。顕示選好理論は，広い意味での積分可能性問題に含まれる。
(10)　詳しくは Hurwicz（1971）を参照されたい。

ϕ_1，ϕ_2 をもちいて

$$\phi_1(x)dx_1 + \phi_2(x)dx_2 = 0 \tag{4}$$

という全微分方程式で表現しなおすことも可能である。[(11)]（ϕ_1，ϕ_2 は第 1 財，第 2 財の限界効用をあらわす関数である。）この形がパレートの用いた形なので，以下本稿でも全微分方程式を用いた定式化で説明をすすめていく。なお，(4) 式において $\partial U/\partial x_1 = \phi_1$，$\partial U/\partial x_2 = \phi_2$ を満たす関数 U が存在するとき，(4) 式は**完全微分形式**であるといわれる。また，ある関数 $\mu(x)(\mu \neq 0)$ が存在して

$$\mu(x)(\phi_1(x)dx_1 + \phi_2(x)dx_2) = 0$$

が完全微分形式になる場合には，$\partial U/\partial x_1 = \mu(x)\phi_1(x)$，$\partial U/\partial x_2 = \mu(x)\phi_2(x)$ を満たす関数 U が存在し，$U(x_1, x_2) = $ 定数 が微分方程式 (4) の一般解となることがわかるであろう。[(12)] このような関数 $\mu(x)$ を**積分因子**という。

このように考えることにより，(逆) 需要関数から無差別曲線を求める問題は，(4) 式において積分因子を求める問題に帰着される。このとき解として求まる関数 U が効用関数となる。もちろん，$F' > 0$ となる任意の関数 $F : R \to R$ に対して $F(U)$ を考えれば，

$$\frac{\partial F(U(x))}{\partial x_i} = F'(U)\frac{\partial U}{\partial x_i} = F'(U)\mu(x)\phi_i(x)$$

となるので，$F(U(x)) = $ 定数 も (4) 式を満たす。したがって，ここで得られる効用関数は序数的にしか決めることができない。

財が 2 種類しかない場合には，上述したように $r_i(x)$ の連続微分可能性（したがって $\phi_1(x)$，$\phi_2(x)$ の連続微分可能性と $\phi_2(x) \neq 0$）を仮定することで (3) 式および (4) 式の微分方程式に解が存在し，積分因子の存在がいえることになる。[(13)]

---

(11) (3) 式は微分形式を用いた関係式であるが，ここでは (1) 式の微分方程式と同じものを表していると考える。(4) 式も $\dfrac{dx_2}{dx_1} = -\dfrac{\phi_1(x)}{\phi_2(x)}$ の書き換えに過ぎない。また，初期値条件をあらわす (2) 式は，以後明示しない。したがって，常に「ある点の近傍で」微分方程式を解いているものと理解されたい。

(12) なぜなら，$U(x_1, x_2) = k$（k は定数）を陰関数微分すれば

$$\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{\frac{\partial U}{\partial x_1}}{\frac{\partial U}{\partial x_2}} = -\frac{\mu(x)\phi_1(x)}{\mu(x)\phi_2(x)} = -\frac{\phi_1(x)}{\phi_2(x)}$$

より (4) 式が満たされる。

(13) 本稿では，登場する関数はすべて必要な回数だけ微分可能であると仮定する。

つぎに財が n 種類ある一般の場合の分析に移ろう。このとき（3）式，（4）式は

$$r_1(x)dx_1 + \cdots + r_{n-1}(x)dx_{n-1} + dx_n = 0 \tag{5}$$

$$\phi_1(x)dx_1 + \phi_2(x)dx_2 + \cdots + \phi_n(x)dx_n = 0 \tag{6}$$

$$\text{ここで } x = (x_1, \cdots, x_n)$$

となるが，これはつぎの偏微分方程式体系

$$\frac{\partial x_n}{\partial x_i} = -r_i(x) \quad \text{または} \quad \frac{\partial x_n}{\partial x_i} = -\frac{\phi_i(x)}{\phi_n(x)} \quad i = 1, 2, \cdots, n-1$$

を書き換えたものである。この式は，各点 x において第 n 財と第 i 財の間の限界代替率を指定していることから，（1）式の一般化になっていることが確かめられる。

より一般的な（6）式にもとづいて話をすすめれば，2 財のケースと同様に，$\partial U/\partial x_1 = \phi_1$，$\partial U/\partial x_2 = \phi_2$，$\cdots$，$\partial U/\partial x_n = \phi_n$ を満たす関数が存在するとき，（6）式は完全微分形式であるという。またある関数 $\mu(x)$（$\mu \neq 0$）が存在して

$$\mu(x)(\phi_1(x)dx_1 + \phi_2(x)dx_2 + \cdots + \phi_n(x)dx_n) = 0 \tag{7}$$

が完全微分形式になる場合には，$U(x_1, x_2, \cdots, x_n) =$ 定数 が（6）の一般解となるような関数 U が存在する。ここでも $\mu(x)$ を積分因子という。

さて，財の種類が 3 以上のときには，積分因子の存在は無条件には保証されない。なぜなら，もし積分因子が存在して（7）式が完全微分形式となれば，

$$\frac{\partial U}{\partial x_i} = \mu(x)\phi_i(x), \quad i = 1, \cdots, n$$

より

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mu}{\partial x_j}\phi_i + \mu\frac{\partial \phi_i}{\partial x_j} &= \frac{\partial^2 U}{\partial x_j \partial x_i} = \frac{\partial^2 U}{\partial x_i \partial x_j} = \frac{\partial \mu}{\partial x_i}\phi_j + \mu\frac{\partial \phi_j}{\partial x_i} \\
\frac{\partial \mu}{\partial x_k}\phi_j + \mu\frac{\partial \phi_j}{\partial x_k} &= \frac{\partial^2 U}{\partial x_k \partial x_j} = \frac{\partial^2 U}{\partial x_j \partial x_k} = \frac{\partial \mu}{\partial x_j}\phi_k + \mu\frac{\partial \phi_k}{\partial x_j} \\
\frac{\partial \mu}{\partial x_i}\phi_k + \mu\frac{\partial \phi_k}{\partial x_i} &= \frac{\partial^2 U}{\partial x_i \partial x_k} = \frac{\partial^2 U}{\partial x_k \partial x_i} = \frac{\partial \mu}{\partial x_k}\phi_i + \mu\frac{\partial \phi_i}{\partial x_k}
\end{aligned}$$

がいえ，式変形によって，$\mu(x) \neq 0$ の点において

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \phi_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \phi_j}{\partial x_i} &= \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial \mu}{\partial x_i}\phi_j - \frac{\partial \mu}{\partial x_j}\phi_i\right) \\
\frac{\partial \phi_j}{\partial x_k} - \frac{\partial \phi_k}{\partial x_j} &= \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial \mu}{\partial x_j}\phi_k - \frac{\partial \mu}{\partial x_k}\phi_j\right) \\
\frac{\partial \phi_k}{\partial x_i} - \frac{\partial \phi_i}{\partial x_k} &= \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial \mu}{\partial x_k}\phi_i - \frac{\partial \mu}{\partial x_i}\phi_k\right)
\end{aligned}$$

を得る。したがって

$$\phi_i\left(\frac{\partial\phi_j}{\partial x_k}-\frac{\partial\phi_k}{\partial x_j}\right)+\phi_j\left(\frac{\partial\phi_k}{\partial x_i}-\frac{\partial\phi_i}{\partial x_k}\right)+\phi_k\left(\frac{\partial\phi_i}{\partial x_j}-\frac{\partial\phi_j}{\partial x_i}\right)\neq 0,\quad i\neq j\neq k \tag{8}$$

が U が存在するための，すなわち（7）式に積分因子が存在するための必要条件となることが示される[(14)]。そして実は，(8) 式が積分因子存在の十分条件となることも証明できる (フロベニウスの定理[(15)])。それゆえ，（8）式は「積分可能性条件」とよばれている。

以上の結果をまとめると，つぎのようになる。財が 2 種類のときには（3）式または（4）式を積分して常に序数的効用関数 $U(x)$ を得ることができるが，財の種類が 3 以上の場合には，（8）式を仮定してはじめて（6）式を積分することが可能になる[(16)]。この結果は，数学者の間では 19 世紀前半には知られていたようである。

そこで，問題を上記のように定式化し，フロベニウスの定理を用いて消費者行動理論の文脈で積分可能性条件を明示したのは誰が最初か，ということに視点を移すと，その功績はアントネッリに帰せられる。彼は 1886 年に私的に刊行した小冊子『経済学の数学的理論』の中で，積分可能性問題を上に述べた形でほぼ完全に解決したのであった[(17)]。これをもって，ハーヴィッチは「パレートは積分可能性問題に関してアントネッリの業績以上の貢献は何もしていない」という評価を下したわけである。また Fisher（1892）も，積分可能性条件を明示的に示すことはなかったが，（6）式の積分が常に可能とは限らないことを述べている。

それでは，パレートは本当にアントネッリ以上の何かを成し遂げなかったのであろうか。次節でこの問題に検討を加えたい。

3.　効用の可測性と積分可能性条件

（14）　$\phi_i(x)=r_i(x),\ i=1,\cdots,n-1,\ \phi_n(x)=1,\ k=n$ として（8）式を計算すれば，（5）式に対する積分可能性条件

$$\frac{\partial r_i(x)}{\partial x_j}-r_j(x)\frac{\partial r_i(x)}{\partial x_n}=\frac{\partial r_j(x)}{\partial x_i}-r_i(x)\frac{\partial r_j(x)}{\partial x_n}$$

を得ることができる。これは「アントネッリ行列の対称性」と呼ばれる条件である。

（15）　フロベニウスの定理については Hurwicz and Richter（1979）を参照されたい。

（16）　本稿の記述においては，序数的効用関数の存在と無差別曲線の存在は同値なものとして扱っている。それらの同値性を厳密に示すことは，1950 年代以降に「擬順序の実数値関数による表現問題」として研究が進んだが，本稿のように逆需要関数または限界効用関数の微分可能性を仮定する場合には問題とならない。

（17）　Antonelli（1886）。アントネッリは（5）式の形で全微分方程式を考えたため，積分可能性条件は脚注（14）の形になっている。Chipman et al. eds.（1971）所収の英訳には詳細な訳者注がつけられているので参照されたい。なお，アントネッリの著作にはパレートも目を通したことが知られている。この点について，またアントネッリの著作の数奇な運命については Chipman（1971）に詳しい。

パレートによる積分可能性問題への言及は，早くも 1892 年[18]の論文「純粋経済学の基礎原理に関する考察[19]」にあらわれる。

そこではまず，快楽計算の基本原理として 1)総効用を最大にするような行動，と 2)限界的な効用増分が 0 になるような行動，の二つの原理が述べられ，消費者が自らの総効用関数を知ることが稀であることが主張される。しかし，今おかれている状況からの微小変化 dx，dy に対する効用の変化を知ることなら可能である[20]として，

$$Qdx + Rdy \tag{9}$$

という式が示される。ここでは x と y の 2 財のケースが想定されており，文脈より Q は x の限界効用，R は y の限界効用を意味することが明らかである。ここでパレートはつぎのように続ける。

「もし Q と R がある同じ関数 P の偏導関数であるならば，すなわち

$$\frac{\partial P}{\partial x} = Q, \quad \frac{\partial P}{\partial y} = R$$

とおけるならば，効用の微小変化が 0 に等しいという式は P が最大（または最小）になるという条件と同値になり，そのときは（基本原理の）1)と 2)は同じ意味になる。しかし Q と R[21]が同じ関数の偏導関数にならないことも十分にありえることで，そのときには 1)を意味あるものにする関数は存在しない。」

この部分でパレートが積分可能性問題を扱っていることは間違いない。しかし，彼が微分方程式を明示的に書いていないので，意味が少し曖昧である。

一つの解釈は彼が

$$Qdx + Rdy = 0 \tag{10}$$

という全微分方程式を解いて総効用関数 $P(x, y)$ を求めようとしていると解するものである。スティグラーもこの解釈をとるが[22]，そうしたときの問題点は，

$$\frac{\partial P}{\partial x} = Q, \quad \frac{\partial P}{\partial y} = R \tag{11}$$

という条件式の取り扱いである。なぜならば，前節で見たように 2 財の場合には（10）式に常に積分因子が存在し，効用関数を求めることができるからである。したがって，スティグラーはここでパレートが過ちを犯したと結論付けた。

（18） これは，1893 年にパレートがローザンヌ大学経済学教授に就任し，経済学者としての道を歩み始める前年のことである。

（19） Pareto（1892–93），Part 1，414–15 ページ。

（20） この部分の英訳が Chipman（1976），80 ページに引用されている。

（21） 原文では P と Q となっているのを訂正した。

（22） Stigler（1950），379 ページ，脚注 156。

しかしもう一つの解釈も可能である。それは，ここでパレートが基数的な効用関数[23]を求めようとしていたと解するものである。この点を理解するために，まずパレートがその当時，効用をどのように考えていたかを，松嶋（1985）からの引用で確認しておきたい。

> 例えば（パレートは）1892 年に書いたある論文の中では次のように指摘している。「この〔効用の〕測定を実際に実行する可能性とその存在とは区別しなければならない。」例えば，「何キロにも及ぶ海岸の砂浜の砂粒の数を数えることは全くできない。しかし，その数は一つの現実的存在なのである…」。我々が今後果たさねばならないのは，実際にこの効用を測定することである…と[24]。

パレートがこのように考え，限界効用関数の実在を信じていたならば[25]，総効用関数を求める自然な手順は，（9）式を積分することとなる。実際，ワルラスも『純粋経済学要論』の中で[26]，各財から得られる総効用を，限界効用（rareté）を積分して

$$\int_0^q \phi_{a,1}(q)dq \quad \text{（財 A から得られる総効用）}$$

のように求めている。ここで $\phi_{a,1}(q)$ は消費者 1 の財 A に関する限界効用である。

ただ，上の定式化からもわかるように，ワルラスは各財の限界効用がその財の消費量のみに依存すると仮定していた。一方，パレートは x の限界効用も y の限界効用も，それぞれ x と y の両者の数量に依存すると想定していたので，ワルラスのように簡単に積分を計算するわけにはいかなかったのである。

しかし，技術者としての訓練を受けていたパレートには，物理学の素養があった。そして力学におけるポテンシャルの存在条件を示す命題として，つぎの数学上の定理をよく知っていたに違いない[27]。

定理[28]　つぎの二条件は同値である。

（23）前節の積分可能性条件は「序数的」効用関数の存在条件であった。

（24）松嶋（1985），150 ページ。

（25）Pareto（1892–93），Part 5，280 ページにも，「限界効用関数だけが実在する数量（quantità aventi un'esistenza reale）である。その考察から出発して総効用の概念を手に入れなければならないのであって，その逆ではない。」とある。

（26）第 7 章，75 節。

（27）今問題にしている Pareto（1892–93），Part 1，414 ページの文章の直後に，パレートは「純粋力学の知識のある読者は，すでにこれらの式と力学の式との完全な対応（perfetta corrispondenza）に気づいているだろう」と述べている。また Fisher（1892）の第 2 部第 3 章には力学と経済学の対応表が載っており，そこでは「個人の享受する総効用は限界効用の積分である」という文章に，「総エネルギーは推進力（impelling forces）の積分として定義できる」が対応している。

（28）Chipman（1976），81–83 ページ。また，杉浦（1985）第 VIII 章 §6 も参照されたい。

(i)　(6) 式がそれ自体で完全微分形式になる。

(ii) $\dfrac{\partial \phi_i}{\partial x_j} = \dfrac{\partial \phi_j}{\partial x_i}$，$i \neq j$。

(iii) 任意の 2 点 a, b を結ぶ曲線 $\zeta(t), 0 \leq t \leq 1, \zeta(0) = a, \zeta(1) = b$ に沿った線積分

$$\int_0^1 \sum_{i=1}^{n} \phi_i(\zeta(t)) d\zeta_i(t)$$

の値が，曲線の選び方に依存しない。

(iii) の線積分がまさに，パレートの扱っている一般の場合に，限界効用関数の積分として総効用を求めるという操作に対応している。そして，それが積分の経路に依存しない，すなわち総効用が確定するための必要十分条件が (i) であり，それがパレートの仮定した (11) 式なのである。この場合は積分因子を 1 とおいて完全微分形式になることを要求するので，財が 2 種類の場合にも条件が必要になってくる。

このように，パレートは限界効用関数を観察可能と想定し，積分可能性条件として上の定理の条件を思い浮かべていた，と考えれば，パレートの本文を無理なく理解できることになる。

重要なことなので，前節の問題とここでの問題の違いを再確認してみる。

まず前節でも限界効用関数が登場したが，微分方程式を作る際にはその比率 $\phi_i(x)/\phi_n(x)$ だけを知っていればよかった[(29)]。実際，(8) 式が満たされ積分可能となるときも，求められた効用関数で限界効用を計算すれば

$$\frac{\partial U}{\partial x_i} = \mu(x)\phi_i(x)$$

であり，$\mu(x)$ に自由度があるため，限界効用は確定しない。

一方，本節では (6) 式自体が完全微分形式になることを要求するので，それは

$$\frac{\partial U}{\partial x_i} = \phi_i(x)$$

となる効用関数を求める問題になる。したがって，その前提として $\phi_i(x)$ 自体を知らなくてはならない。

パレートが基数的効用を想定するときには，前節とは異なる積分可能性条件を考えたという主張を補強するために，パレートの論文の別の箇所も検討してみたい。ここで取り上げるのは，同じ「純粋経済学の基礎原理に関する考察」の第 5 編（1893 年 10 月）である[(30)]。そこではパレートは，つぎのように議論を進める。

(29)　脚注 (11) を参照されたい。

(30)　Pareto (1892–93)，Part 5，279–80 ページ。

「これまでみてきたように，エッジワース教授は，限界効用がすべての財の数量に依存する場合を考察した。しかし彼は一つの制約を課している。」すなわち，エッジワースは総効用関数の存在を仮定したので，「商品の一定量の消費から得られる総効用が消費の順序から独立となっている。」しかし，食事を通常通りの順序で行うのと，コーヒーからはじめてスープで終わるのとでは効用が異なるのは明らかである。…経済学の数学的理論について書かれたほとんどの著作では総効用関数の存在が仮定されているが，より一般的な場合にはその存在は必ずしも保証されない。

そのあと，脚注（25）で引用した「限界効用関数だけが実在する数量である。…」という文章が続き，さらに図（2財のケース！）を用いて，線積分の経路からの独立性が総効用関数の存在を保証することが説明される。(31)

ここでもパレートは明らかに基数的効用を求めようとしており，その存在条件として効用が消費の順序から独立であることを述べ，さらにそれが限界効用の線積分の経路独立性と等しいと主張しているのである。つまり，パレートは先ほどの定理を頭に描いていると考えられる。

だが，同じ論文をもう少し読み進むと，299ページに到ってつぎの文章につきあたる。

「もし財が2種類しかないならば，（限界代替率によって決まる）全微分方程式は常に積分可能である。」

ここでは何と，パレートは2財の場合には常に積分因子が存在することを正しく指摘しているのである。(32) このようなことを指して，チップマンは「記述が混乱している」と書いたのだろう。しかしこの不可解さはそれに続く文章を読むことで解消される。

「無差別曲線の射影は $f(\rho_a, \rho_b) = m$ という方程式で与えられる。ここで m は任意の定数である。総効用は f の任意の関数となる。」

これこそ，パレートによるおそらく最初の序数的効用関数についての言及である。(33) したがって，ここでパレートは序数的効用を求める条件を想定しているとみなすのが自然で，そうであるならば2財のケースで常に積分が可能であるという指摘は当然であろう。(34)

このように，パレートが基数的効用を求めるときと序数的効用を求めるときとで異なった積分可能性条件を想定していると考えると，これまでパレートの誤りと思われてきた箇所を，整合的に理解できるようになる。

さて以上のことを踏まえて，消費の順序が効用に影響するときには積分で効用を求めることができない，というパレートの主張について検討してみよう。まず，基数的効用を考える場合には，上

（31） Pareto（1892–93），Part 5，281ページ，図14。
（32） Stigler（1950），379ページ，脚注157を参照されたい。
（33） Weber（2001），551ページを参照されたい。
（34） ただし，その直後に書かれる3財以上の場合の積分可能性条件は，スティグラーが指摘するように誤っている。

の定理で示したように，線積分がその積分経路に依存しないことと積分可能なことが同値になるのであるから，消費の順序と積分可能性を結びつけるパレートの解釈にそれほどの不自然さはない。[35] むしろ，上で見たようなワルラス流の考え方に慣れている人にとっては，線積分で総効用を求めるというやり方がもっとも自然なのではないだろうか。たとえば戦前の日本における数少ないパレート研究である永田（1928）（190 ページ）でも，この解釈に沿った記述がなされている。

一方，序数的効用の世界では，定理に与えられている線積分の値を総効用と理解することはできない。なぜなら，この場合の積分可能性とは（7）式のように積分因子を乗じた全微分方程式が完全微分形式になることなので，線積分の形で書けば

$$\int_0^1 \sum_{i=1}^{n} \mu(x)\phi_i(\zeta(t))d\zeta_i(t)$$

が経路から独立ということしか意味しない。[36] したがって，パレートがこの解釈を序数的効用を扱っている場合にまで引きずっていった（『経済学提要』も例外ではない）ことに対しては，パレートに非があるといわねばならないであろう。

以上のことより，パレートがアントネッリよりも積極的に，効用の測定の観点から積分可能性問題に関わったことが理解されたのではないだろうか。効用が基数的であるか序数的であるかに応じて条件を使い分けたところは，アントネッリを超えた貢献と思われる。

この点に関して興味深いのは，パレートが 1900 年に書いた論文[37]である。その 539 ページに「統計の問題」と題して（序数的）効用を具体的に測定する手順が示されており，無差別曲線を直接求める方法と並べて，全微分方程式を解く方法が揚げられているからである。もっとも，その直後に「これらすべては理論的には正しいが，非常な困難に突き当たることなしには，これらの方法で無差別曲線を決定することは期待できない」と水を差すようなことも書いているので，パレートが全微分方程式による効用測定をどれだけ真剣に考えていたかは不明である。

最後に，チップマンによる批判を検討してみたい。チップマンはパレートが

（a）（6）式に積分因子が存在して完全微分形式になること

（b）（6）式それ自体で完全微分形式になること

（c）消費の順序に効用が依存しないこと

の 3 つを常に混同していたと主張する。[38] しかし本節で明らかにしたように，パレートは序数的効用を考えるときには（a），基数的効用を考えるときには（b）というように正しく使い分けていた。また，基数的効用を考えるときに（b）を（c）のように解釈することも，上述したようにそれほど不

（35） もっとも，次節で取り上げる Wilson（1912）による批判は，ここでも当てはまる。

（36） Chipman（1976b），83 ページ。

（37） Pareto（1900）。なお，この論文については次節でも検討する。

（38） Chipman（1976a），41 ページ，Chipman（1976b），81–83 ページ。

自然ではない。したがって，混乱があったとすれば，(c) の解釈を序数的効用を考えるときにも使い続けたところにあったといえよう。

4.　ヴォルテッラによるパレート批判

本節では，「ヴォルテッラがイタリア語版『経済学提要』の書評において積分可能性条件の記載ミスを指摘し，パレートがそれを認めてフランス語版『経済学提要』の数学付録を書き改めた」という「事実」について検討する。

まず 1906 年の『経済学提要』数学付録をみると，全体は 49 節からなっており，第 1 節から第 17 節において「効用」の問題が取り扱われている。そのうち第 13 節まで 2 財のケースで効用関数や無差別曲線の性質が分析され，第 14 節でようやく財の種類が 3 以上のケースに移る[39]。そこでパレートは

「財の種類が X，Y，Z，…とより多い場合にも，それらが独立ならば，Y，Z，…と X を比べて[40]，2 財の場合とまったく同じように無差別曲線が得られる。」

と，まず各財の限界効用がその財のみに依存するケースを取り上げる。そののち，財が独立でない場合についても，積分可能性条件に触れることなく「Y，Z，…と X を比べて，無差別曲線をあらわす式が同様に求まる」と書いた。この部分がヴォルテッラの書評で指摘を受けたのであり，確かにパレートは少し軽率だった[41]。

つぎに，ヴォルテッラの書評[42]の内容を細かく見ていこう。これは英訳で約 4 ページの短いものであり，前半部は数学の他分野への応用について一般的な意見が述べられている[43]。後半部においては，まず，経済学に数学を応用する場合の注意点として，問題の定式化を正しく行うことや，理論に含まれる変数がすべて測定可能であることの必要性が強調される。この点に関してヴォルテッラは，測定不能な「効用」に代えて，測定可能な「無差別曲線」による分析を始めたことに対してパレートを高く評価する。そして 2 財のケースを記号で説明したあとに，つぎのコメントが登場する。

「2 財のみの場合から 3 財以上の場合に移ったときの議論は，『提要』で与えられている議論以上

(39)　節の数が 152 に増えたフランス語版数学付録では，はじめから財の種類が任意の数とされている。

(40)　「Y，Z，…と X を比べて」という部分の意味がはっきりしないが，おそらくフランス語版数学付録第 5 節のように，無差別曲線を経験的に導出する方法を指しているものと思われる。

(41)　ただし，前節で検討したようにパレートは積分可能性条件について十分に注意を払っているので，それを知らなかったということは考えられない。数学付録の第 2 節で消費の順序が効用に影響しないとの仮定がなされているので，パレートは積分可能性条件についてそれ以上言及しないでもよいと考えたのだろう。

(42)　Volterra (1906)。

(43)　ヴォルテッラのこの書評の背景は，Ingrao and Israel (1990) の第 6 章や Weintraub (2002) の第 2 章に詳しい。

に仔細に検討する価値がある。」

「3 財以上の場合には積分因子が存在しないかもしれない。」

「パレート氏はすでに引用した論文[(44)]において，微分式について直接議論しているわけではないが，同様の方法でその検討を行っている。その議論は重要であり，また閉じたエネルギーサイクルに関して特徴的な推論とも重なるものなので，再掲を望みたい。」

さてここでヴォルテッラが要求していることに注目してみたい。それは「Pareto（1900）の議論を再掲する」ということである。実はその 1900 年の論文にはヴォルテッラも指摘しているように積分可能性条件を表す数式は登場せず，その代わり無差別曲面を構成するやり方が具体的に書かれているのである。それはつぎのように行われる[(45)]。

> X，Y，Z の 3 財のケースを考え，財の数量を x, y, z で表す。$x = a, y = b, z = c$ を任意に選び，まず $z = c$ を固定し，XY 平面に平行な平面上で（a, b, c）と無差別な曲線を描いていく。この曲線が XZ 平面と交わる点を m，YZ 平面と交わる点を n とし，今度は m から出発して，XZ 平面上で無差別曲線を描き，YZ 平面にぶつかる点を p とする。そして p から出発して YZ 平面上で無差別曲線を描けば，それは仮定より n を通らなくてはならない。同様に z を別の値 c' に固定し，（a, b, c）と無差別な曲線を XY 平面に平行な平面上で考えれば，それは仮定より必ず先に描いた無差別曲線とぶつかる。このように z を細かく動かすことにより，一つの無差別曲面を得ることができるのである。

この中で言及される「仮定」とは，「消費の順序が，その消費量にいたる経路や消費の仕方に依存しない。」というものである。少しわかりにくい表現であるが，この数ページ前の部分に[(46)]，詳しい説明が載っている。それによると，消費の順序や消費の仕方を研究することは心理学の観点からすれば興味あることだが，経済学の観点からはあまり重要でない。経済学の関心は財を購入することであり，それをどのように消費するかには関心をもたない。つまり消費の順序は常に最適に選ばれるとしてよいので，無差別曲線を構成するときに異なる経路で考えても，結果としての効用は等しく，その無差別曲線は閉じたものになる，ということを意味している。これらの議論を指してヴォルテッラは「閉じたエネルギーサイクルに関して特徴的な推論とも重なる」といったのであろう。

このように，ヴォルテッラが要求したことは，積分可能性条件を明示せよ，というものではなかった。また，効用が消費の順序から独立であるというパレートの仮定も，ヴォルテッラは問題としていない。

（44） Pareto（1900）を指す。
（45） Pareto（1900），529–30 ページ。少し表現を変えた。
（46） 521–22 ページ。

さて，パレートはこのヴォルテッラの指摘を「積極的に」受け入れ，その数ヵ月後に「非閉サイクルにおける効用」という論文[(47)]を書いた。チップマンも指摘するように，この論文では積分可能性よりむしろ効用の可測性が議論されている。したがって，ヴォルテッラの要求を「積分可能性条件の明示」と捉えた場合にはパレートの反応はよく理解できないが，上述のように彼の要求が無差別曲面の具体的な構成についての説明だとしたならば，パレートの反応もある程度は理解できる。ただし，パレートが扱ったのは消費の順序に効用が**依存する**場合の効用の測定の問題であり，それも議論がかなり混乱しているので，ヴォルテッラの要求に「正しく」答えているわけではない。そもそもパレートの議論の大半は（序数的な積分可能性が問題とならない）2 財のケースに費やされている。

その後この部分の要約が，「余談ではあるが」との断り付き[(48)]で，『経済学提要』フランス語版数学付録第 12 節から第 21 節に組み込まれた。その背景には，パレートが効用の測定問題に興味を持ち続けていたという事情があるにちがいないが，同時に，著名な数学者ヴォルテッラの名前をもち出すことで，「文学的経済学者（économistes littéraires）」からの批判をかわす目的もあったと想像される[(49)]。

なお，ここでの議論から少しはずれるが，数学者のウィルソンによる書評も特筆に価する。彼は『経済学提要（フランス語版）』の 13 ページにわたる詳細な書評[(50)]において，効用が消費の順序に依存するという考えを真っ向から否定した。その中で彼は，パレートがヴォルテッラの指摘を受けて積分の存在問題を書き直したことに触れたあと，消費の順序は時間的な順序であるが，積分の順序はそうではない，そもそも効用の値というのは財の消費から得られる平均的な快楽の指標をあらわすものなので，時間は考えなくてよいと述べ，積分の順序の問題は経済学者はもう考えなくてよいのではないかと結論を下した。これが今日の多くの経済学者の意見ではないだろうか[(51)]。

以上をまとめるとつぎのようになる。

・ヴォルテッラが積分可能性条件の見落としを指摘したのは事実であるが，ヴォルテッラが望んでいたのは条件の明示ではなく，無差別曲面を具体的に求める（序数的効用を測定する）説明であった。またヴォルテッラは，積分可能性条件と効用が消費の順序から独立であることを同値とみなすパレートの解釈に反対しなかった。

---

(47) Pareto（1906b）。この内容については Chipman（1976b）や Malinvaud（1993）が詳しく検討している。

(48) Pareto（1909）数学付録第 7 節。

(49) パレートは，数学的方法に理解のない経済学者を「文学的経済学者」と呼び，機会あるごとに批判した。たとえば，Pareto (1909)，546 ページ脚注。

(50) Wilson（1912）。また Samuelson（1950），356 ページも参照されたい。

(51) ウィルソンは著名な数学者であるが，数理経済学の論文もあり，サミュエルソンにも個人的に影響を与えた（Samuelson（1972），11 ページ）。ウィルソンの批判が Samuelson（1950）に受け継がれたと考えられる。

・パレートはヴォルテッラの書評に答えて効用の測定問題についての論文を執筆したが，それは積分不可能な場合の基数的効用の測定に関する議論であり，ヴォルテッラが望んでいたものとは異なっていた。
・パレートは，基数的効用の測定問題を重要と考え，また自分の数学的方法をより多くの経済学者に認めてもらうことも願って，1906 年の論文の要約を『経済学提要』フランス語版の数学付録に載せた。

この「非閉サイクル」の問題は，パレートの理論経済学に関する最後の著作「数理経済学[52]」においても大きく紹介されている。これがパレートの業績の一つと数えられた時期もあったが，同時に後の経済学者を悩ませることにもつながった。この間の事情について，次節で簡単に触れて本文を締めくくることとしたい。

5. パレートに対する評価の変遷

積分可能性問題に関して，パレートは彼の同時代人にどのように評価されていたのだろうか。まず，1917 年に執り行われたパレートの教授就任 25 周年の祝賀においてボニンセーニが述べた言葉からみていきたい[53]。彼はつぎのようにパレートの業績をまとめた。

ワルラスはある財の消費から得られる快楽が，その財の数量のみに依存すると考えたのに対し，エッジワースは消費するすべての財の数量に依存するものとして快楽を考えた。しかし，「そこからもう一歩進めて，この快楽が消費の順序にも依存すると考えなくてはならない。それをパレート氏は成し遂げたのである。」

つまり，ボニンセーニは効用が消費の順序にも依存する場合，すなわち積分不可能な場合にも消費者理論を適用可能にしたことでパレートを評価している。

またそれ以前にボヴァンも，パレートの『経済学提要』の紹介に際して，積分可能性の問題に多くのページを割いている[54]。「もし積分が不可能なら，われわれの仮説はこれまで述べたものとはまったく異なるものとなる。（そのときは）財の消費から得られる快楽が消費の順序に依存する。パレート氏は，熱力学からの類推で，このケースに開サイクルという名前をつけた。」「このサイクルの問題は，経済学において非常に重要である。」彼によればパレートの理論の進展はつぎのようにまとめられる。

---

(52) Pareto（1911）。これが執筆されたのは，Pareto（1909）が書かれたのとほぼ同じ 1908 年であった。松嶋（1985），173 ページ，注（61）。
(53) Boninsegni（1975）。ボニンセーニはパレートのあとを継いで，1909 年から 1938 年までローザンヌ大学の経済学教授をつとめた。
(54) Boven（1912），180–83 ページ。

「*Cours*（『経済学講義』）では，パレートは彼の先行者たちと同様に快楽の概念から出発した。価値の理論が彼にはまだ必要だったわけである。それが *Manuale*（『経済学提要』イタリア語版）では，快楽の指標に取って代わられた。そして *Manuel*（『経済学提要』フランス語版）においてついに，選択理論がその関数を排除し，商品の数量のみを考えればよくなった。」

ここでも，ボヴァンは積分不可能な場合（すなわち開サイクルのケース）を扱ったことを，*Manuale* から *Manuel* への進歩と考えている。[55]

この「消費の順序が効用に影響しない」ことをもって積分可能性が満たされるとする解釈は，その後も Boninsegni（1925）[56]，Evans（1930）[57] などの教科書で繰り返された。われわれになじみ深いところでは，Slutsky（1915）の効用関数に関する仮定

「ある財の組み合わせからほかの財の組み合わせに移ったときの効用の増加分は，その移行の方法に依存しない。数式であらわせば，これは

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x_1 \partial x_2} = \frac{\partial^2 U}{\partial x_2 \partial x_1}$$

という条件になる。[58]」

にパレートの影響が感じられる。[59]

それが，Hicks and Allen（1934）になると，celebrated but mysterious theory of "open cycles" と呼ばれるようになり，Samuelson（1950）による断定「積分経路は，消費者が（主体的）均衡点に至る道筋や，彼の個人的な消費の順序とはまったく関係がない」で，パレートのこの問題に対する評価が逆転した。したがって，本稿のはじめに引用したカーマンの「パレートは，（積分可能性問題に対して）一般には貢献があったように主張されている」という指摘は，1930 年代以前の評価を反映しているものと考えられる。

6. 結　論

(55) *Manuel* が *Manuale* よりも一般的なケースを扱ったという考えは，パレート自身によっても述べられている。Pareto（1911）第 3 節の脚注 9 を参照されたい。

(56) 44–50 ページ。ただしそこでは基数的効用にもとづく議論がなされている。

(57) 121 ページ。エヴァンズは 1910 年にハーバード大学から数学の博士号を授与されたのち，1910 年から 12 年までローマ大学のヴォルテッラのもとで研究を行った。（Weintraub（2002），42 ページ。）エヴァンズはそのときに，ヴォルテッラからパレートの考えを学んだのではないだろうか。

(58) スルツキー論文の英訳では ∂ の代わりに δ の文字が使われている。

(59) 言うまでもないことだが，この条件は積分可能性条件とは無関係である。なぜなら，スルツキーが効用関数の存在を仮定した時点で，積分可能性条件がすでに満たされるからである。

本稿では，パレートの積分可能性問題への取り組みについて検討し，以下のことを確認した。
・需要関数から無差別曲線を求めるという意味での積分可能性問題は，アントネッリによって1886年に解決されており，この問題に対するパレートの貢献はなにもない。
・しかし，パレートは積分可能性問題を効用の測定の問題としても理解していた。そのため効用を基数的とみなすか序数的とみなすかに応じて，異なった積分可能条件を想定した。したがって，パレートが積分可能性条件に関して混乱していたという指摘には修正が必要である。
・ヴォルテッラによるパレート批判については，ヴォルテッラがパレートの数学上の誤りを指摘しただけとみなす解釈は表面的過ぎる。ヴォルテッラは積分可能性条件を効用の消費順序からの独立性条件とみなす解釈に反対しなかったばかりでなく，パレートによる説明をすすんで受け入れた。
・ただし，パレートの非閉サイクルに関する議論は不完全であり，これが積分可能性問題におけるパレートの後世の評判を悪くした。

パレートが序数主義を本当に捨てたのかどうかについては様々な議論がなされているが[60]，本稿は積分可能性問題からこの議論に対して新たな視点を提供できたのではないかと思っている。

（経済学部教授）

参　考　文　献

Antonelli, G. B. (1886) *Sulla teoria matematica della economia politica*, Pisa: Nella tipografia del Folchetto. English translation in Chipman et al. eds. (1971).

Boninsegni, P. (1925) *Traité d'économie politique*, Premier Cahier, Lausanne: Librairie F. Rouge.

—— (1975) "Discours de M. Le Dr P. Boninsegni," in *Jubilé du Professeur V. Pareto 1917* (Oeuvres completes, Tome XX), Genève: Librairie Droz.

Boven, P. (1912) *Les application mathématiques à l'économie politique*, Lausanne: Librairie F. Rouge.

Bruni, L. and F. Guala (2001) "Vilfredo Pareto and the Epistemological Foundations of Choice Theory," *History of Political Economy*, 33, 21–49.

Chipman, J. S. (1971) "Introduction to part II," in Chipman et al. eds. (1971).

—— (1976a) "An Episode in the Early Development of Ordinal Utility Theory: Pareto's Letters to Hermann Laurent, 1899–1902," *Cahiers Vilfredo Pareto*, 14, 39–64.

—— (1976b) "The Paretian Heritage," *Cahiers Vilfredo Pareto*, 14, 65–171.

Chipman, J. S., L. Hurwicz, M. K. Richter, and H. F. Sonnenschein, eds. (1971) *Preferences, Utility, and Demand*, New York: Harcourt Brace Jovanovich Inc.

Evans, G. C. (1930) *Mathematical Introduction to Economics*, New York: McGraw-Hill.

Fisher, I. (1892) "Mathematical Investigations in the Theory of Value and Prices," *Transactions of the Connecticut Academy of Arts and Sciences*, 9, 1–124.

Hicks, J. R., and R. G. D. Allen (1934) "A Reconsideration of the Theory of Value, I, II," *Economica*, N.S., 1, 52–75, 196–219.

（60） Bruni and Guala（2001），Weber（2001）などを参照されたい。

Hurwicz, L. (1971) "On the Problem of Integrability of Demand Functions," in Chipman et al. eds. (1971).

Hurwicz, L. and M. K. Richter (1979) "Ville Axioms and Consumer Theory," *Econometrica*, 47, 603–20.

Ingrao, B., and G. Israel (1990) *The Invisible Hand: Economic Theory in the History of Science*. Cambridge, MA: MIT Press.

Kirman, A. (1998) "Vilfredo Pareto," in F. Meacci, ed., *Italian Economists of the 20th Century*, Northampton, MA: Edward Elgar.

Malinvaud, E. (1993) "Le Manuel de Pareto et la théorie moderne des prix," *Revue d'économie politique*, 103, 157–89.

Pareto, V. (1892–93) "Considerazioni sui principii fondamentali dell'economia politica pura," Parts 1–5, *Giornale degli economisti* 4, 389–420, 485–512, 5, 119–57, 6, 1–37, 7, 279–321.

—— (1900) "Sunto di alcuni capitoli di un nuovo trattato di economia pura," Parts 1 and 2, *Giornale degli economisti* 20, 216–35, 511–49.

—— (1906a) *Manuale di economia politica, con una introduzione alla scienza sociale*, Milan: Società Editrice Libraria.

—— (1906b) "L'ofelimità nei cicli non chuisi," *Giornale degli Economisti* 33, 15–30. English translation in Chipman et al. eds. (1971).

—— (1909) *Manuel d'économie politique*, Paris: Giard et E. Briere.

—— (1911) "Économie mathématique," *Encyclopédie des Sciences Mathématiques*, Tome I, vol. 4, fascicule 4, 591–640. English translation in *International Economic Papers*, 5, (1955).

Samuelson, P. A. (1950) "The Problem of Integrability in Utility Theory," *Economica*, N.S., 17, 355–85.

—— (1972) "Economics in a Golden Age: A Personal Memoir," in G. Holton, ed., *The Twentieth-Century Sciences*, W. W. Norton & Company.

Schumpeter, J. A. (1949) "Vilfredo Pareto, 1848–1923," *Quarterly Journal of Economics*, 63, 146–73.

Stigler, G. J. (1950) "The Development of Utility Theory," *Journal of Political Economy*, 58, 307–27, 373–96.

Slutsky, E. (1915) "Sulla teoria del bilancio del consumatore," *Giornale degli Economisti e Rivista di Statistica*, 51, 1–26. English translation in Stigler, G. J. and K. J. Boulding, eds. (1952) *Readings in Price Theory*, Homewood, Ill: Richard D. Irwin, Inc.

Volterra, V. (1906) "L'economia matematica ed il nuovo manuale del prof. Pareto," *Giornale degli Economisti*, 32, 296–301. English translation in Chipman et al. eds. (1971).

Weber, C. E. (2001) "Pareto and the 53 Percent Ordinal Theory of Utility," *History of Political Economy*, 33, 541–76.

Weintraub, E. R. (2002) *How Economics Became a Mathematical Science*, Durham and London: Duke University Press.

Wilson, E. B. (1912) "Review of Vilfredo Pareto's Manuel d'économie politique," *Bulletin of the American Mathematical Society*, 18, 462–74.

杉浦光夫（1985）『解析入門 II』東京大学出版会。

永田清（1928）「価値論と平衡論――「価値論の価値」を中心として観たるワルラスよりパレエトへの経済的平衡論の発展――」『三田学会雑誌』第 22 巻，第 10 号。

松嶋敦茂（1985）『経済から社会へ　パレートの生涯と思想』みすず書房。