

Title	井上朋紀君学位授与報告
Sub Title	
Author	
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	2006
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.99, No.2 (2006. 7) ,p.321(151)- 325(155)
JaLC DOI	
Abstract	
Notes	学位授与報告
Genre	
URL	<a href="https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-20060701-0151">https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-20060701-0151</a>

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

## 井上朋紀君学位授与報告

報告番号 甲第2444号

学位の種類 博士(経済学)

授与の年月日 平成17年4月28日

学位論文題名 Purely Indivisible Commodities and General Equilibrium Theory

(純粋非分割財と一般均衡理論)

### 内容の要旨

この博士学位請求論文は、3本の個別論文より構成されている。それらはいずれも全ての財が整数単位でのみ消費可能な交換経済を分析している。従来の経済理論では、凸性が本質的な役割を果たしてきた。財空間の凸性(更に、有限経済では、選好関係の凸性)は均衡の存在、コアの同値定理において欠くことのできない条件である。財空間の凸性はもちろん財の分割可能性を前提としている。

この学位請求論文の目的は、凸性が本質的に利いていた命題が非分割財のみからなる経済において、どのような形で成立するかを示すことにある。実は、全ての財が整数単位でのみ消費可能であるという「特殊な非凸性」がある場合に、その非凸性が分析の足かせになることより、むしろ役に立つことの多いことが指摘できる。そこで、ここでは、その他の財空間の非凸性や財の非分割性と区別するため、整数単位でのみ消費可能な財を純粋非分割財(purely indivisible commodity)と呼ぶことにする。

財が非分割であることで、まず生じる問題点は経済に均衡が存在する保証がないことである。第1論文“Existence of equilibrium in economies with indivisible commodities and savings”(第2章)では、この問題を扱っている。均衡が存在しないのは、非分割財の存在によって、主体の需要対応が優半連続(upper hemicontinuous)にならない、つまり、価格の僅かな変化が主体の需要を大きく変化させるためである。アトムレス経済では、主体の需要対応が優半連続でなくても、不連続となる価格ベクトルが主体間で十分に散らばっていれば、経済全体で集計した総需要対応は優半連続性を回復し、均衡が存在する。Mas-Colell

(1977)やYamazaki(1981)はこの原理を使って、1つの財は分割可能であるアトムレス経済において、その分割可能財の初期保有量の分布が拡散的であるなら、均衡が存在することを示した。しかし、全ての財が純粋非分割財である経済では、財空間が可算集合となるため、主体の需要対応が不連続となる価格ベクトルは散らばりを持つとは限らない。

そこで、ここでは、財は全て整数単位でのみ消費可能であるが、経済には不確実性のない2時点あり、異時点間の富の移転を可能にする証券が存在すると仮定する。そして、証券は分割可能であるとする。主体は財を消費することによって、効用を得るので、証券は直接には効用函数の中に入ってこない。Mas-Colell(1977)やYamazaki(1981)とはこの点が大きく異なる。主要な結果は、「証券の初期保有量分布が拡散的であるアトムレス経済、即ち、証券の初期保有量が同じである主体の集合は経済全体では無視できるようなアトムレス経済には均衡が存在する」というものである。但し、この均衡には厚生ロスが生じている。財空間が離散的で、証券の初期保有分布が拡散的であるため、殆ど全ての主体は予算を使い切ることができない。そのため、均衡において、価格が正で、なおかつ超過供給が生じている財が存在している。その余っている財を集めて正の測度の主体に分け与えれば、彼らの効用は改善される。従って、この均衡配分はパレート最適ではないのである。

第2論文“Do pure indivisibilities prevent core equivalence? : Core equivalence theorem in an atomless economy with purely indivisible commodities only”(第3章)では、全ての財が純粋非分割財であるアトムレス経済におけるコアの同値定理について分析している。ここでの経済は、第1論文とは異なり、分割可能なものは一切ないとする。財が分割可能であるアトムレス経済におけるコアの同値定理はAumann(1964)やHildenbrand(1968)によって与えられた。彼らの定理には2つの本質的な仮定が置かれている。1つは、主体の選好関係が局所非飽和性を有すること。もう1つは、均衡の候補となる価格ベクトルの下で、殆どの主体について、彼の予算超平面の消費ベクトルは全て局所チーパーポイントを持つというものである。これらの2つの仮定は、経済に少なくとも1つの分割可能財が存在することを前提としている。

Aumann (1964) や Hildenbrand (1968) は強い改善によってコアを定めた。強い改善は、結託の構成員が全員、厳密に望ましい状態になれることを要請している。この論文で扱っている経済では、財の非分割性のために彼らの定めたコアはワルラス配分の集合に比べて大きくなってしまふことがある。そこで、ここでは、彼らの定めたコアを弱コアと呼ぶことにする。

一方、Debreu and Scarf (1963) は有限経済において、弱い改善によってコアを定めた。弱い改善は、結託の何人かの構成員は厳密によくなり、残りの構成員は悪くならないことを要請する。全ての財が純粋非分割財である経済では、Debreu and Scarf (1963) の定めたコアはワルラス配分の集合に比べ小さくなることもある。そこで Debreu and Scarf (1963) の定めたコアを強コアと呼ぶことにする。

この論文の主要な結果は、「財空間が整数の集合の直積で表されるアトムレス経済において、弱コアと強コアの中間の概念のコアを適当に定めることにより、コアがワルラス配分の集合と一致する」というものである。コアを定義する改善は、Wako (1999) が全く異なるモデルにおいてコアを定義する際に用いた改善と、また Floring (2001) がある種の最適性を定義する際に用いた改善と同じものである。

この定理を証明するにあたり、新しい分離定理を用意した。財が分割可能である経済におけるコアの同値定理や収束定理において Aumann (1964), Hildenbrand (1968) そして Debreu and Scarf (1963) が用いた分離定理は凸集合を弱く分離するものであった。彼らは、その分離定理を用いて、まず弱コア（または強コア）が擬似均衡 (pseudo-equilibrium) として達成できることを示し、次にその擬似均衡が実は、ワルラス均衡にもなっていることを示した。擬似均衡では、主体の予算集合の内部には、割り当てられた消費ベクトルより厳密に望ましいものはないが、予算平面上には厳密に望ましい消費ベクトルが存在することを許している。擬似均衡がワルラス均衡であるためには、予算平面上にも厳密に望ましい消費ベクトルがあつてはいけない。この論文で用意した分離定理を用いると、主体の予算集合と割り当てられた消費ベクトルより厳密に望ましい消費ベクトルの集合を強く分離することができる。従って、擬似均衡を介することなく1つのステップでコア配分がワルラス配分であることを示すことができる。このように、2つの集合を強く分離でき

るのは財空間が離散的であることと関係している。財空間が整数の集合の直積で与えられる場合には、割り当てられた消費ベクトルと、それよりも厳密に望ましい消費ベクトルの集合とのマキシマム・ノルムで測った距離 (distance) は1以上である。一方、財が分割可能で主体の選好関係が局所非飽和である場合には、その距離は0である。これは、財空間の離散性が障害となるのではなく、かえって役に立つ例である。

第3の論文 “Indivisible commodities and decentralization of strong core allocations” (第4章) では、有限経済におけるコアとワルラス配分の集合の関係について考察している。主要な結果は、「経済主体のタイプは有限で、それぞれのタイプに属する主体の数が十分に大きければ、強コア配分はワルラス配分として達成できる」というものである。従って、全ての財が純粋非分割財である経済においては、有限人で強コア配分が価格によって分権化されるのである。また、この定理の証明の過程で、主体の数が十分に大きければ、強コア配分が弱い意味で等待遇性 (equal treatment property) を有することが言える。つまり、同じタイプの主体の強コア配分によって割り当てられた消費ベクトルの効用水準は等しいことが言える。

財が分割可能である場合には、タイプに属する主体の数が全てのタイプで同じ比率で増大していくレプリカ経済の列においてさえ、主体の数がどんなに大きくても、有限人では強コア配分がワルラス配分になるとは限らない。等待遇性については、レプリカ経済の場合には、選好関係の凸性の仮定の下で成立するが、J.Green (1972) が示したように、各タイプに属する人数の最大公約数が1である場合には、一般的 (generic) に強コア配分は等待遇性を持たない。これに対し、全ての財が純粋非分割財である経済においては、最大公約数が1であっても、主体の数が十分に大きければ、強コア配分は、等待遇性を有し、かつワルラス配分となる。

この論文の結果と第3章のアトムレス経済での結果と比較すると、アトムレス経済では、(第3章で定めた意味での) コアとワルラス配分の集合が一致するのに対し、有限経済では、人数が十分に大きいところで、コアよりも小さい強コアがワルラス配分の集合に属することが言えるにとどまった。実は、有限経済では、主体の数がどんなに大きくてもコア配分であるがワルラス配分ではないものが存在する場合がある。第4章において、そのような例を挙げている。

## 論文審査の要旨

井上朋紀君の学位請求論文「Purely Indivisible Commodities and General Equilibrium Theory」は、すべての財が非分割である際の一般均衡分析を行った研究の集成である。一般には、「家」や「自動車」のように整数単位の数量しか意味をもたない財が非分割な財と呼ばれるものであるが、それ以外にも「水」や「ガス」などのように、物理的性質としては連続的な単位、すなわち小数単位の消費が可能でも、料金体系が非分割性を示す財もある。その意味で、非分割財を含む状況はごく一般に観察されるものであるが、解析学を用いるこれまでの手法がそのような状況の分析には適さないという理由により、非分割財モデルの分析はこれまで困難であるとされてきた。

それに対し、本論文で同君は、すべての財が整数単位でしか消費できない純粋非分割な状況を「特殊な非凸性」と捉え、この問題に新しい離散数学的な手法を用いることで、数々の結果を導き出すことに成功している。ここで「非凸性」というのは、非分割財を考えるときに、財空間の凸性が失われるからである。解析的な手法が使えない状況を制約と考えるのではなく、かえってその非凸性を利用することによって分析が容易になる可能性を指摘した同君の貢献は、大きなものであるといえる。

各章の内容をみていくと、第1章の「Introduction」に続き、第2章から第4章まで3本の独立した論文の形態をとっている。まず第2章「Existence of Equilibrium in Economies with Indivisible Commodities and Savings」では、純粋非分割財市場における完全競争市場均衡の存在問題を扱う。そこでは不確実性のない2期間モデルを基にして、そこに連続的に取引可能な証券を導入した「アトムのない大きな経済」(Atomless Large Economy)が考えられている。通常、すべての財が非分割な場合には、個別需要対応の連続性が損なわれてしまい、均衡が存在しないことがおこりうる。それに対して同君は、直接的な効用は持たないが連続的な単位で取引することが可能な証券をモデルに導入し、その初期保有が拡散的なものであることを前提として、総需要対応の連続性を保証し、完全競争市場均衡の存在を証明した。従来の研究においては、直接的な効用を生む連続的に取引可能な消費財が少なくとも1種類あれば、均衡の存在が保証される

ことが知られていたが、同君のように直接には効用を生まない証券を用いたアプローチは独創的である。この非分割財市場において需要対応の連続性を回復させる機能は、従来指摘されてこなかった証券の新たな機能であると解釈できるかもしれない。また、純粋非分割財のもとで拡散的な証券の初期保有を仮定したことの帰結として、完全競争市場均衡配分がパレート効率的とならないことも示されている。

第3章は「Do Pure Indivisibilities Prevent Core Equivalence?: Core Equivalence Theorem in an Atomless Economy with Purely Indivisible Commodities Only」と題されている。本章では第2章に引き続きアトムのない大きな経済を用いて、コアと完全競争市場均衡配分の集合との一致定理が証明される。通常のすべての財が分割可能である場合の証明においては、選好の局所非飽和の仮定の下で、まずコアと(消費者が効用最大化ではなく支出を最小化しているという意味での)擬似均衡配分の集合の一致を証明し、次に各消費者が局所的に所得を余して消費を行うことができる性質を用いて、擬似均衡配分が完全競争市場均衡配分と一致することを証明する。それに対して、すべての財が非分割である場合には、選好の局所非飽和性も局所的な所得の余裕も成立せず、従来の証明の手順は全く適用できない。そこで、同君は独自に新しい分離定理を証明し、それを用いてコアの一致定理を示すことに成功した。これは経済学における貢献であるだけでなく、数学の分野においても1つの貢献であるといえよう。なお、本章で導入されるコアの概念は、通常用いられる強コアと弱コアの中間的な概念である。すべての財が非分割なケースにおいてこの三者の違いが重大なものであり、完全競争と一致するのが本章で議論されているコアだけであるという主張は、すべての財が分割可能なケースと対照的である。このことは非分割な状況における協力ゲームの解概念を考察する上で一つの重要な指摘となるであろう。

第4章の「Indivisible Commodities and Decentralization of Strong Core Allocations」では、主体の数が十分に大きければ、たとえそれが有限であっても強コアが完全競争市場均衡配分に含まれることが証明されている。このことは、全ての財が分割可能である通常の議論において、人数が無限となる極限でのみ同じ命題が成立することと対照的である。また、本章の分析においては、コアにおいて同タイプの消費者が互いに

無差別な消費を行う「弱い意味での等待遇性」(Equal Treatment Property in the Weak Sense)の主張を含め、選好の凸性を仮定せずに十分に多くの消費者が存在するという条件だけから多くの命題が証明されており、同君の分析手法を用いると、財の非分割性という特殊な非凸性が、かえって強い結論を導くことのできる典型的な例となっている。なお、完全競争市場均衡配分が必ずしもコアに属さないと言う指摘は、すべての財が分割可能なケースとその結論が全く異なっており、その経済学的に意味するところはさらに一層の分析が待たれる。これはまた、通常は自動的に保証されるコアの存在が、この場合には自明でないことを意味している。経済学的に意味のあるコアが存在するための十分条件を求めることは、今後の課題の1つとなるであろう。

以上のように、本論文は、すべての財が純粋非分割な状況において、完全競争市場均衡の存在とコアの一致定理という標準的な一般均衡分析の諸問題を再検討し、それらに解答を与えたものである。本文中においては、数学的、論理的に正確な命題が整然とまとめられており、その証明も丁寧になされている。また、随所に仮定の一部が成立しない場合に起こりうる数値例、反例が挙げられており、同君の主張する命題における諸仮定の必然性(Indispensability)が保証されるように工夫がなされている。さらに、財の分割可能性を仮定した先行研究における手法が、非分割財の場合に適用不可能である理由についての説明がまずあり、それを踏まえて新たな命題が提示され証明されていくという本論文のスタイルは、同君の研究が先行研究を完全に消化した上でのものであることを示している。数学的、論理的な意味において、同君のモデルを前提とする限り、同君の分析の完全性は瞠目すべきものがあり、同君が本論文の中で顕している分析能力の高さは、彼の今後の研究の一層の飛躍を期待させるものである。また、本論文の一部は国際的にも定評のある「Journal of Mathematical Economics」誌に掲載が決定していることを付記することとする。

最後に問題点を指摘するとすれば、全体として同君の分析は経済学的な解釈、その意義の説明が表面的なものにとどまっており、同君の数学的、論理的な洞察の深さに比べてそれが浅いということであろう。たとえば、第2章において証券の初期保有量が所与とされているが、それを経済学的にどのように解釈するかは

示されていない。また、均衡における非効率性が、証券導入の社会的費用とみなされるという観点も成り立つが、それについての言及はない。第4章においても、すでに指摘したことに加えて、選好関係の仮定などについて、より一層の経済学的説明が望まれる。

しかしながら、本論文の数理経済学に対する貢献は十分に高く評価できるものであり、審査委員会は全員一致で当論文が博士(経済学)学位付与にふさわしい研究成果であると判定するものである。

#### 参考文献

- Aumann, R.J., (1964), Markets with a Continuum of Traders, *Econometrica*, 32, 39-50.
- Debreu, G. and H. Scarf, (1963), A Limit Theorem on the Core of an Economy, *International Economic Review*, 4, 235-246.
- Florig, M., (2001), Hierarchic Competitive Equilibria, *Journal of Mathematical Economics*, 35, 515-546.
- Green, J.R., (1972), On the Inequitable Nature of Core Allocations, *Journal of Economic Theory*, 4, 132-143.
- Hildenbrand, W., (1968), The Core of an Economy with a Measure Space of Economic Agents, *Review of Economic Studies*, 35, 443-452.
- Mas-Colell, A., (1977), Indivisible Commodities and General Equilibrium Theory, *Journal of Economic Theory*, 16, 443-456.
- Wako, J., (1999), Coalition-proofness of the Competitive Allocations in an Indivisible Goods Market, in: M. H. Wooders, ed., *Topics in Mathematical Economics and Game Theory: Essays in Honor of Robert J. Aumann*, Fields Institute Communications 23, 277-283.
- Yamazaki, A., (1981), Diversified Consumption Characteristics and Conditionally Dispersed Endowment Distribution: Regularizing Effect and Existence of Equilibria, *Econometrica*, 49, 639-654.

論文審査担当者

主査 中村 慎助 (慶應義塾大学教授 (経済学部)  
Ph.D.)

副査 山崎 昭 (一橋大学経済学研究科教授  
Ph.D.  
経済学博士)

副査 須田 伸一 (慶應義塾大学教授 (経済学部)  
Ph.D.)

学力確認担当者

中山 幹夫 (慶應義塾大学教授 (経済学部)  
理学博士)

塩澤 修平 (慶應義塾大学教授 (経済学部)  
Ph.D.)

内海幸久君学位授与報告

報告番号 甲第 2490 号

学位の種類 博士 (経済学)

授与の年月日 平成 17 年 10 月 13 日

学位論文題名 Individual Decisions and Co-  
operation in Strategic Form  
Games

(個別意思決定と戦略形ゲームにお  
ける協力について)

内容の要旨

われわれの社会において、利害対立する企業の業務提携、国家間の同盟関係など、人々や組織の間の提携関係の形成がしばしば見受けられる。実際、EU の出現や地球環境問題などの国際会議、外交交渉等に見られるように、経済主体同士がコミュニケーションや協調をしながら利害を調整するという状況は多数存在すると考えられよう。このような社会現象の数理的な分析は経済学やゲーム理論を用いて分析が進んできている。

本研究は、社会現象の数理的な分析の基礎を与える意思決定理論やゲーム理論をめぐる問題に関して、価値基準や価値判断を重視する規範的な接近、心理や行動学の立場を重視する実証的な接近の二種類の分析視角から基礎的な研究を与えるものである。

フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの研究書“Theory of Games and Economic Behavior” (1944) にて具現されているように、意思決定をめぐる研究は、対象となる主体間の関係から大きく三種類に分類されて考えられている。第一は、主体が 1 人のケース、第二は、主体が複数人存在するケース、第三は、複数人の主体間に提携が許されるケースである。

第一のケースでは、選択肢の集合とその上の選好関係から問題を構成し、どのような時に、選好が関数として表現できるのか、また、その関数がどのように表現され得るのか、望ましい価値判断とは何かが中心的課題となっている。第二のケースでは、複数人の意思決定問題になるため、相手がどのような行動をとってくるのかという予想が重要な働きをする。非協力ゲームの用語を借りると、戦略形ゲームと呼ばれ、主体が一人になると第一のケースに帰着される。第二のケース