Title	情報異質性が存在する経済における, 展開形ゲームによる均衡の遂行について
Sub Title	On extensive form implementation of equilibria in differential information economies
Author	Glycopantis, Dionysius(Glycopantis, Dionysius) Muir, Allan(Muir, Allan) Yannelis, Nicholas Constantine(Yannelis, Nicholas Constantine) 古川, 徹也(Furukawa, Tetsuya)
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	2006
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.98, No.4 (2006. 1) ,p.601(55)- 632(86)
JaLC DOI	10.14991/001.20060101-0055
Abstract	本稿では, 完全ベイジアン均衡(PBE)(あるいは逐次均衡)の観点から, 均衡概念を動学的に解釈する可能性について検討する。とくに, 静学的最大化行動によって見いだされる均衡帰結について取り上げ, 以下の疑問について考える。すなわち, この帰結は, もっともらしい形の展開形ゲームにおけるPBEとしてサポートされるのか(あるいは遂行されうるのか), という疑問である。本稿では, 誘因整合的であるような解概念についての肯定的な答えと, 誘因整合的でない解概念についての否定的な答えを提示する。
Notes	小特集 : 経済の数理解析
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-20060101-0055

「三田学会雑誌」98 巻 4 号（2006 年 1 月）

情報異質性が存在する経済における，展開形ゲームによる均衡の遂行について*

ディオニシウス・グリコパンティス
アラン・ミュール
ニコラス・C・ヤネリス
古 川 徹 也 訳

要　　旨

本稿では，完全ベイジアン均衡（PBE）（あるいは逐次均衡）の観点から，均衡概念を動学的に解釈する可能性について検討する。とくに，静学的最大化行動によって見いだされる均衡帰結について取り上げ，以下の疑問について考える。すなわち，この帰結は，もっともらしい形の展開形ゲームにおける PBE としてサポートされるのか（あるいは遂行されうるのか），という疑問である。本稿では，誘因整合的であるような解概念についての肯定的な答えと，誘因整合的でない解概念についての否定的な答えを提示する。

JEF Classification Numbers:
D5, D82, C71, C72

キーワード
情報異質性が存在する経済，ワルラス期待均衡，合理的期待均衡，弱精緻コア，私的コア，弱精緻値，私的値，提携ベイジアン誘因整合性，ゲームの木，完全ベイジアン均衡

1.　序論

情報の異質性が存在する経済における均衡概念の最大の目的は，どのようにして契約が作られるか（あるいは書かれるか）にかんして理解することである[(1)]。今までにいくつかの均衡概念が導入された。それらは異なるものであり，様々な概念にもとづく均衡帰結の選択肢を提示している（たとえば Glycopantis et al.（2005）や Ichiishi-Yamazaki（2001–2）を参照)。

∗ ［本稿は，*Advances in Mathematical Economics,* 8(2006), Springer-Verlag Tokyo, pp.185-214 に英文で掲載された原論文を出版社の許可を得て翻訳したものである。原題 “On Extensive Form Inplementation of Equilibria in Differential Information Economies”.――編者］

（1）　本稿は，参考文献リストにある Glycopantis 他の結果を要約したものである。議論の一貫性を保つために，ここで記号の意味と定義を繰り返すこととする。

いままでに用いられてきた概念は，非協力ゲームの概念，すなわち合理的期待均衡とワルラス期待均衡（あるいはラドナー期待均衡）であるか，協力ゲームの概念，すなわち非対称情報下のコア形成とシャプレー値，のいずれかである。

上にあげた均衡帰結は，すべて静学的最大化の手法によって特徴づけられる。もちろんそのような最大化は動学的特徴を含んでいないので，どのようにしてその契約に到達したかという過程について何も示さない。しかしながら我々は，ほとんどの場合，どのようにして当事者がその均衡契約（帰結）に達したかについての何らかの解釈のもとに，それを裏付けようとする，すなわち適切なストーリーを提示しようとするのである。

最初に，完全ベイジアン均衡（PBE）の一般的概念について思いだそう。(2) PBE は，各プレイヤーの最適な行動戦略の集合と，各情報集合に含まれる点（node）に確率を割り当てる，行動戦略と矛盾しない信念の集合からなる。無矛盾性（consistency）は以下のことを要求する。すなわち，1 つの情報集合における意思決定は，ある特定のプレイヤーのこの情報集合に含まれる点にたいする信念と他の点での戦略を与件とし，また信念は利用可能な情報を用いて改定されることによって形成される，ということである。ゲームの最適なプレイがある情報集合に到達したならば，信念の改定はベイジアンでなければならない。到達しない場合には，情報集合に含まれる点に対しては，適当な信念が任意に割り当てられる。

ある均衡概念の展開形ゲームによる遂行は，2 つの目的の達成を可能にする。第 1 に，静学的な均衡概念の動学的解釈とその正当化について示すことである。このことによって，我々は「ストーリーを語る」必要がなくなる。それどころか，展開形ゲームで用いられる「ゲームの木」によって示される構造は， 契約の合意への到達にかんするすべての時間経過を提示するのである。第 2 に，コアやシャプレー値のような適切な概念にたいして，非協力ゲームによる基礎づけと正当化を与え，したがって，いわゆる「ナッシュ・プログラム」をある意味で作り直し，それを非対称情報ゲームにまで拡張するのである。

遂行理論の分析はまた，異なる解概念の間での誘因整合性の重要性を明確にする。とくに指摘したいのは，誘因整合的な解概念は，もっともらしいルールのもとで構築された展開形ゲームの PBE として遂行可能であることがわかるが，誘因整合的でない解概念は，PBE として遂行可能でない，という点である。

しかしながら，誘因整合性を満たさない解概念にたいして，かなりアドホックな外生的な手段をもちいて誘因整合的となるようにすることで，それを展開形ゲームの PBE として遂行可能にできる。とくに，当事者が嘘をついたときに，確実にそれに罰則を与えることを役目とする法的機関（あるいはメカニズム設計者）というアイデアを導入することができる。罰則による脅しは，契約を誘因整

(2)　より詳細な説明は補遺に述べる。

合的なものにし，したがって遂行可能なものとする。我々は，これを魅力的ではないものと考える。なぜなら，遂行を可能とするために，当事者は外生的な主体に依存しなければならないからである。この外生的な主体はなんの選好も初期保有もないものであり，その構造はかなり人工的といえる。

論文の構成は以下のとおりである。第 2 節では情報が異質な経済の定義を与える。第 3 節では協力均衡概念，第 4 節では非協力均衡概念を定義する。 第 5 節ではひとつの例について検討する。第 6 節では誘因整合性を議論し，第 7，8 節では様々な均衡概念における遂行，非遂行の性質について，PBE によって議論する。第 9 節は若干の結論的注意について述べ，補遺では PBE 概念について詳細に説明する。

2. 情報が異質な経済（Differential information economy：DIE）

以下では，状態をあらわす集合 Ω と，各状態に対応する財の数 l を有限であると仮定する。 I は n 人のプレイヤーの集合であり，$\mathbb{R}^l_+$ は正の実数の集合をあらわすとする。

情報が異質な交換経済 $\mathcal{E}$ を，以下の集合によって定義する。

$$\{((\Omega,\mathcal{F}),X_i,\mathcal{F}_i,u_i,e_i,q_i):i=1,\cdots,n\}$$

各記号は以下のとおりである。

1. $\mathcal{F}$ は，Ω の分割によって生成される σ-代数である。
2. $X_i:\Omega\to 2^{\mathbb{R}^l_+}$ は，集合値関数であり，プレイヤー i（以下では P_i であらわす）の **確率的な消費集合**を与える。
3. $\mathcal{F}_i$ は状態集合 Ω の分割である。それは $\mathcal{F}$ 上に部分 σ-代数 を作り，それによって P_i の**私的情報**をあらわす(3)。
4. $u_i:\Omega\times\mathbb{R}^l_+\to\mathbb{R}$ は P_i の**確率的効用関数**である。$u_i(\omega,.)$ は，任意の $\omega\in\Omega$ にたいして，連続，凹，単調である。
5. $e_i:\Omega\to\mathbb{R}^l_+$ は P_i の**確率的初期保有量**をあらわす。任意の ω にたいして，$e_i(\omega)\in X_i(\omega)$ を満たし，$\mathcal{F}_i$-可測であるとする。
6. q_i は Ω 上の $\mathcal{F}$-可測な確率関数であり，P_i の**事前信念**（prior）を与える。$\mathcal{F}_i$ のすべての要素にたいして，q_i は厳密に正であるとする。$\mathcal{F}_i$ 上で共通の事前信念を仮定する場合には，それを μ であらわす。

以下では，プレイヤーの情報分割は共有知識であるとする。我々は，$\mathcal{F}$ の各要素 $\mathcal{F}_i$ 上で定数と

(3)　しばしば $\mathcal{F}_i$ は，文脈から明らかになるように，分割によって生成される σ-代数をあらわす。

なる Ω 上で定義された関数を，$\mathcal{F}_i$**-可測**とよぶことにする，厳密に言えば，可測性は分割によって生成される σ-代数にかんするものである。

各主体は，事前ステージで契約を結ぶ。 中間ステージでは，事象，すなわち実現した状況を含む $\mathcal{F}_i$ の要素にかんするシグナルを受け取り，契約が誘因と整合的かどうかについて考える。

任意の $x_i : \Omega \to \mathbb{R}^l_+$ にたいして，P_i の**事前期待効用**は以下の式によって与えられる。

$$v_i(x_i) = \sum_{\Omega} u_i(\omega, x_i(\omega))q_i(\omega)$$

$\mathcal{G}$ を，P_i にかんする Ω の分割（あるいは Ω 上の σ-代数）とする。$\omega \in \Omega$ にたいして，ω を含む $\mathcal{G}$ の要素を $E_i^{\mathcal{G}}(\omega)$ によってあらわす。 特別なケースは $\mathcal{G} = \mathcal{F}_i$ の場合であり，このときには単に $E_i(\omega)$ であらわす。真の状態が ω であるときに，自然の状態が ω' であるような P_i の条件付き確率は

$$q_i(\omega' | E_i^{\mathcal{G}}(\omega)) = \begin{cases} 0 & : \omega' \notin E_i^{\mathcal{G}}(\omega) \\ \frac{q_i(\omega')}{q_i(E_i^{\mathcal{G}}(\omega))} & : \omega' \in E_i^{\mathcal{G}}(\omega) \end{cases}$$

によって与えられる。P_i の**中間（interim）期待効用** $v_i(x|\mathcal{G})$ は，以下によってあたえられる。これは $\mathcal{G}$-可測な確率変数を定義する。

$$v_i(x|\mathcal{G})(\omega) = \sum_{\omega'} u_i(\omega', x_i(\omega'))q_i(\omega' | E_i^{\mathcal{G}}(\omega))$$

$L_1(q_i, \mathbb{R}^l)$ によって，$\mathcal{F}$-可測である関数 $f_i : \Omega \to \mathbb{R}^l$ のすべての同値類の空間をあらわす。共通の事前確率を仮定するときには，$L_1(q_i, \mathbb{R}^l)$ のかわりに $L_1(\mu, \mathbb{R}^l)$ を用いる。主体 i の確率的消費集合からのすべての $\mathcal{F}_i$-可測な選択の集合を L_{X_i} であらわす。すなわち，

$$L_{X_i} = \{x_i \in L_1(q_i, \mathbb{R}^l) : x_i : \Omega \to \mathbb{R}^l \text{ は } \mathcal{F}\text{-可測であり } x_i(\omega) \in X_i(\omega)\ q_i\text{-}a.e.\}$$

である。また，$L_X = \prod_{i=1}^n L_{X_i}$，$\bar{L}_{X_i} = \{x_i \in L_1(q_i, \mathbb{R}^l) : x_i(\omega) \in X_i(\omega)\ q_i\text{-}a.e.\}$，かつ $\bar{L}_X = \prod_{i=1}^n \bar{L}_{X_i}$ とする。

ある要素 $x = (x_1, \ldots, x_n.) \in \bar{L}_X$ を**配分**とよび，$(y_i)_{i \in S} \in \prod_{i \in S} \bar{L}_{X_i}$ を S にたいする配分とよぶ。1 種類の財しかない場合には，$L^1_{X_i}, L^1_X$ などの記号を用いる。最後に，提携 S の共有化された情報 $\bigvee_{i \in S} \mathcal{F}_i$ を $\mathcal{F}_S$ であらわす[4]。$\mathcal{F}_I = \mathcal{F}$ を仮定する。

(4)　「結合」$\bigvee_{i \in S} \mathcal{F}_i$ は，任意の $i \in S$ に対して，全ての $\mathcal{F}_i$ を含む最小の σ-代数をあらわす。

3.　協力ゲームの概念：コアとシャプレー値

最初に，我々は私的コアと弱精緻コアの事前的概念を定義する（Yannelis（1991），Glycopantis et al.（2001）を参照）。

定義 3.1　配分 $x \in L_X$ が**私的コア**（**private core**）**配分**であるとは，以下の（i）（ii）を満たすときに言う。

（i）$\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} e_i$

（ii）以下を満たすような提携 S と配分 $(y_i)_{i \in S} \in \prod_{i \in S} L_X$ が存在しない。すなわち，任意の $i \in S$ にたいして，$\sum_{i \in S} y_i = \sum_{i \in S} e_i$ であり，かつ $v_i(y_i) > v_i(x_i)$ となる。

実行可能性条件（i）を（i）’ $\sum_{i=1}^{n} x_i \leq \sum_{i=1}^{n} e_i$ に置き換えると，無料処分を許すこととなる。

定義 3.2　配分 $x \in \bar{L}_X$ が**弱精緻コア**（**weak fine core**）**配分**であるとは，以下の（i）から（iii）を満たすときに言う。すなわち，

（i）それぞれの $x_i(\omega)$ は $\mathcal{F}_I$-可測である。

（ii）任意の $\omega \in \Omega$ にたいして，$\sum_{i=1}^{n} x_i(\omega) = \sum_{i=1}^{n} e_i(\omega)$

（iii）以下を満たすような提携 S と配分 $(y_i)_{i \in S} \in \prod_{i \in S} \bar{L}_{X_i}$ が存在しない。すなわち，任意の $i \in S$ にたいして $y_i(\cdot) - e_i(\cdot)$ は $\mathcal{F}_S$-可測であり，また任意の $i \in S$ にたいして $\sum_{i \in S} y_i = \sum_{i \in S} e_i$ であり，かつ $v_i(y_i) > v_i(x_i)$ となるような S である。

弱精緻コアもまた事前的概念である。それは，事前の意味で「完全情報」パレート最適であるような配分という考え方を理解するためのものである。定義 3.2 の実行可能性条件（ii）も，定義 3.1 と同様以下のようにゆるめられる。すなわち「(ii)’ 任意の ω にたいして，$\sum_{i=1}^{n} x_i(\omega) \leq \sum_{i=1}^{n} e_i(\omega)$」である。

最後に，弱精緻値（weak fine value）の概念を定義する（Krasa-Yannelis（1996）を見よ）。最初に，提携形ゲーム（TU ゲーム）を定義する。それは，各プレイヤーの効用が非負の要素 $\lambda_i (i = 1, \ldots, n)$ によってウエイト付けされ，効用の個人間比較を許すようなものである。TU ゲームにおいては，ゲームの結果は利得を主体間で移転することをつうじて実現される。これにたいして弱精緻値配分は，利得の再配分をつうじて実現され，なんの別払いも必要ない。弱精緻値の集合はまた非空である。

定義 3.3　別払いのあるゲーム $\Gamma = (I, V)$ は，有限な主体の集合 $I = \{1, \ldots, n\}$ と，優加法的な実数値関数 V からなる。V は 2^I 上で定義され，$V(\phi) = 0$ である。それぞれの $S \subseteq I$ を提携と呼

び， $V(S)$ を提携 S の価値（worth）と呼ぶ。

ゲーム Γ のシャプレー値（Shapley（1953））とは，それぞれの主体 i に，以下の公式で求められる利得 $Sh_i(V)$ を割り当てたものである。それは，ある主体がメンバーになることによる限界貢献の期待値を，その主体がメンバーとなることが可能なすべての提携にかんして合計したものである。

$$Sh_i(V) = \sum_{S \subseteq I, \{i\} \subseteq S} \frac{(|S|-1)!(|I|-|S|)!}{|I|!}[V(S) - V(S \setminus i)] \tag{1}$$

シャプレー値は $\sum_{i \in I} Sh_i(V) = V(I)$ という性質をもつ。つまり，期待される利得の配分はパレート効率的である。

簡単化のために事前信念を μ で共通のものとした情報異質性のある経済 $\mathcal{E}$ と，それぞれのウエイト $\lambda = \{\lambda_i \geq 0 : i = 1, \ldots, n\}$ の集合にたいして，別払いのあるゲームを (I, V_λ) とする。我々はこれも**提携形（TU）ゲーム**と呼ぶ。

定義 3.4　$\{\mathcal{E}, \lambda\}$ を与件とする。それと結びついた TU ゲーム $\Gamma_\lambda = (I, V_\lambda)$ を以下のように定義する。任意の提携 $S \subset I$ にたいして，V_λ を以下のようにおく。

$$V_\lambda(S) = \max_x \sum_{i \in S} \lambda_i \sum_{\omega \in \Omega} u_i(\omega, x_i(\omega))\mu(\omega) \tag{2}$$

ただし，以下の条件をみたす。

（i）　任意の $\omega \in \Omega$ にたいして $\sum_{i \in S} x_i(\omega) = \sum_{i \in S} e_i(\omega)$
（ii）$x_i - e_i$ は $\bigvee_{i \in S} \mathcal{F}_i$ 可測である。

これらによって，弱精緻値配分を定義する準備が整ったことになる。

定義 3.5　以下の条件を満たすとき，配分 $x = (x_1, \ldots, x_n) \in \bar{L}_X$ は情報の異質性が存在する経済 $\mathcal{E}$ における**弱精緻値配分**であるという。

（i）　それぞれの純取引 $x_i - e_i$ は $\bigvee_{i=1}^n \mathcal{F}_i$-可測である。
（ii）$\sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n e_i$
（iii）任意の $i = 1, \ldots, n$ にたいして $\lambda_i \geq 0$ となるようなウエイトが存在し，以下を満たす。すなわち，少なくとも 1 つはゼロではなく，また任意の i にたいして $\sum_{\omega \in \Omega} \lambda_i u_i(\omega, x_i(\omega))\mu(\omega) = Sh_i(V_\lambda)$ である。ただし，$Sh_i(V_\lambda)$ は上の（2）式で定義された (I, V_λ) から導かれた i のシャプレー値である。

条件（i）と（ii）は自明である。（iii）の述べるところは，主体のウエイト λ_i を掛け合わされた，各主体の状態にかんする期待利得は，TU ゲーム (I, V_λ) から導かれた彼または彼女のシャプレー値

に等しくなければならない，というものである。各主体が実際に受け取る効用については，ウエイトは考慮されていない。λ_i がゼロの主体が正の配分利得を受け取ることすらある。

定義 3.4 の条件（ii）と定義 3.5 の条件（i）を「任意の i にたいして $x_i - e_i$ は $\mathcal{F}_i$-可測」に置き換えれば，**私的値（private value）**配分の定義を得ることが出来る。

定義 3.4 からただちにわかることは，任意の i にたいして $Sh_i(V_\lambda) \geq \lambda_i \sum_{\omega\in\Omega} u_i(\omega, e_i(\omega))\mu(\omega)$ が成立することである。すなわち，値の配分が個人合理的であるというものである。これは，任意のウエイト λ にたいして，ゲーム (I, V_λ) が優加法的であるという事実に基づくものである。同様に，シャプレー値の効率性は，弱精緻値配分が弱精緻パレート効率的であることを含意している。

$n=2$ にたいしては，弱精緻値は弱精緻コアに属する。しかしながら，$n=3$ にたいしては，**ある値の配分がコア配分である必然性はないので，ワルラス期待均衡となるとも限らない**（たとえば Scafuri-Yannelis（1984）を見よ）。

Glycopantis et al.（2005a）に示された 1 つの表では，無料処分を仮定しない場合のコア概念の分類について議論している。もちろん，別の方法による分類も同様に存在する。

4. 非協力均衡概念：ワルラス期待均衡と合理的期待均衡

価格システムを，$\mathcal{F}$-可測な非ゼロ関数 $p : \Omega \to \mathbb{R}^l_+$ によって定義し，さらに主体 i の**予算集合**を以下の式で与える。

$$B_i(p) = \{x_i : x_i : \Omega \to \mathbb{R}^l_+ \text{ は } \mathcal{F}_i \text{ -可測 } x_i(\omega) \in X_i(\omega), \sum_{\omega\in\Omega} p(\omega)x_i(\omega) \leq \sum_{\omega\in\Omega} p(\omega)e_i(\omega)\}$$

ここで，事前均衡概念を定義する。これは Radner（1968）に負う。

定義 4.1　p を価格システム，$x = (x_1, \ldots, x_n) \in L_X$ を配分とする組み合わせ (p, x) が以下を満たすとき，**ワルラス期待均衡**であるという。

（i）任意の i にたいして，消費関数は v_i を $B_i(p)$ 上で最大化する。

（ii）$\sum_{i=1}^n x_i \leq \sum_{i=1}^n e_i$（無料処分），

（iii）$\sum_{\omega\in\Omega} p(\omega) \sum_{i=1}^n x_i(\omega) = \sum_{\omega\in\Omega} p(\omega) \sum_{i-1}^n e_i(\omega)$

ワルラス期待均衡は，情報の異質性を許すように拡張された Arrow-Debreu モデルである。無料処分を許すのは，もしそれを仮定しないと，正の価格でのワルラス期待均衡が存在しなくなるかもしれないからである。

我々は $\sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n e_i$ のケースについても考察する。それが存在するのであれば，無料処分を許さないワルラス期待均衡は，私的コアに含まれるので誘因整合的となる。

（無料処分を許す）ワルラス期待均衡が（無料処分を許す）私的コアに含まれることに注意しよう。これに反して，無料処分を許すワルラス期待均衡は無料処分を許さない私的コアに含まれるとは限らない。

次に，合理的期待均衡の概念にたいしては，以下のことが必要となる。価格システム $p:\Omega \to \mathbb{R}^l_+$ を可測として，$\sigma(p)$ を $\mathcal{F}$ の最小の部分 σ 代数とする。また $\mathcal{G}_i = \sigma(p) \bigvee \mathcal{F}_i$ が $\sigma(p)$ と $\mathcal{F}_i$ の両方を含む最小の σ-代数とする。我々は次に，確率変数を生み出す $\mathcal{G}$ 上での主体の期待効用の条件を与える。

定義 4.2　p を価格システム，$x=(x_1,\ldots,x_n)\in \bar{L}_X$ を配分とする組み合わせ (p,x) が以下を満たすとき，**合理的期待均衡**であるという。

（i）任意の i にたいして，消費関数 $x_i(\omega)$ は $\mathcal{G}_i$-可測である。
（ii）任意の i と任意の ω にたいして，消費関数は，ω にかんする予算制約

$$p(\omega)x_i(\omega) \leq p(\omega)e_i(\omega)$$

のもとで $v_i(x_i|\mathcal{G}_i)$ を最大化する。
（iii）任意の $\omega \in \Omega$ にたいして，$\sum_{i=1}^n x_i(\omega) = \sum_{i=1}^n e_i(\omega)$

価格から得られる情報にかんしても定義に含まれることは，合理的期待均衡を中間的（interim）な概念とすることをあらわす。任意の i にたいして $\mathcal{G}_i = \mathcal{F} = \bigvee_{i\in I}\mathcal{F}_i$ を満たすとき，合理的期待均衡は**十分に顕示している**という。

合理的期待均衡の定義は，Radner（1978）と Allen（1981）に由来する。合理的期待均衡は常に存在するわけではなく，パレート最適となるとは限らず，また以下で見るように，誘因整合的とはならない，あるいは PBE として遂行可能とならないこともある。

5.　均衡概念の比較

ここで我々は，いくつかの例を用いて様々な均衡概念の比較を行うこととする。その際，誘因整合性と配分の遂行可能性に注意を向けることにする。以下では，Glycopantis et al. の発表年を示すことで，そこで論じてきた様々な例を示すこととする。

ワルラス期待均衡は，それが存在する場合には，対応する私的コアの部分集合となる。ところが，**合理的期待均衡配分は，私的コアに属するとは限らない。**最後に，無料処分の仮定無しに正の価格でワルラス期待均衡が存在することはないが合理的期待均衡は存在する，ということが可能であることを示す。

私的コア配分が可測であるという要求は，弱精緻コアとそれを区別するものである。全要素を配分しないいかなる配分も，弱精緻コアに属することはないことを指摘する。

例 5.1（2001, 2003, 2005a）

以下のような経済を考える。主体は 3 人で $I = \{1, 2, 3\}$ であり，財は 1 種類，すなわちそれぞれの i について $X_i = \mathbb{R}_+$ であり，かつ 3 種類の状態があって，それを $\Omega = \{a, b, c\}$ とあらわす。主体の初期保有と情報分割を以下のように与える。

$$\begin{aligned} e_1 &= (5, 5, 0), \quad \mathcal{F}_1 = \{\{a, b\}, \{c\}\} \\ e_2 &= (5, 0, 5), \quad \mathcal{F}_2 = \{\{a, c\}, \{b\}\} \\ e_3 &= (0, 0, 0), \quad \mathcal{F}_3 = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}\} \end{aligned}$$

効用関数を $u_i(\omega, x_i(\omega)) = x_i^{\frac{1}{2}}$ とおき，すべてのプレイヤーは同じ事前信念分布，すなわち任意の $\omega \in \Omega$ にたいして $\mu(\{\omega\}) = \frac{1}{3}$ となっているとする。Glycopantis et al.（2001）では，無料処分を許さない場合には，私的コア配分は以下のように与えられることが示された。

$$\begin{pmatrix} 4 & 4 & 1 \\ 4 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

行はそれぞれのプレイヤー，列は左から a, b, c の状態に対応する。私的コアは，情報の非対称性にたいして敏感である。これにたいしてワルラス期待均衡あるいは合理的期待均衡では，主体 3 は，彼女の私的情報の状態にかかわらず，初期保有と同じく何も得ることがない。

例 5.2（2001, 2003, 2005a）

次に，例 5.1 を主体 3 を除いて考える。以下では，$\epsilon, \delta \geq 0$ とする。

A. 合理的期待均衡

ここでは，両方の主体に知られている価格関数 $p(\omega)$ は，Ω 上で定義されている。それぞれの主体の私的情報 $E_i \subseteq \mathcal{F}_i$ の他にある価格にかんする情報を受け取り，2 つのシグナルは結びつけられる。

任意の価格ベクトルに対して，また無料処分が許されているかどうかにかかわらず，初期保有が均衡配分であることが確認される。

一般に，1 つの状態に 1 つの財が決まり，また単調な効用関数のもとでは，配分の可測性は以下を意味する。すなわち，完全に顕示する場合もそうでない場合も，合理的期待均衡は単に初期保有の配分を均衡とするということである。

B. ワルラス期待均衡

それぞれの状態における価格を，$p(a)=p_1, p(b)=p_2, p(c)=p_3$ とする。配分の可測性は，主体1にたいしては $x_1(a)=x_2(b)=x$ かつ $x_1(c)$ が成立し，主体2にたいしては，$x_2(a)=x_2(c)=y$ かつ $x_2(b)$ が消費にかんして成立することを要求する，ということを意味している。我々はまた $x=5-\epsilon, x_1(c)=\delta, y=5-\delta$ かつ $x_2(b)=\epsilon$ と書くことができる。

無料処分を許さない場合，価格が $\mathbb{R}^3_+$ となる ワルラス期待均衡 は存在しない。無料処分を許す場合には，価格は $p_1=0, p_2=p_3>0$ となり，対応する配分は以下のようになる。

$$\begin{pmatrix} 4 & 4 & 1 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

これは $\epsilon, \delta=1$ に対応し，それは状態 a においては各主体は1単位の財を処分することを意味する。

C. 弱精緻コア

弱精緻コアとなるような配分は非可算個存在する。たとえば，

$$\begin{pmatrix} 5 & 2.5 & 2.5 \\ 5 & 2.5 & 2.5 \end{pmatrix}$$

である。すべての弱精緻コア配分は，各状態で資源を使い果たす。例5.1より，私的コア配分が必ずしも弱精緻コア配分にならないことがわかる。例えば，主体1，2，3への配分をあらわす分割 $(4,4,1),(4,1,4),(2,0,0)$ は，私的コアであるが弱精緻コア配分ではない。最初の2人は情報をまとめることにより，よりよくなることができる。可測ではないため，私的コアに属さない配分である $(5,2.5,2.5),(5,2.5,2.5),(0,0,0)$ を，最初の2人のプレイヤーは弱精緻コア配分として実現することができる。

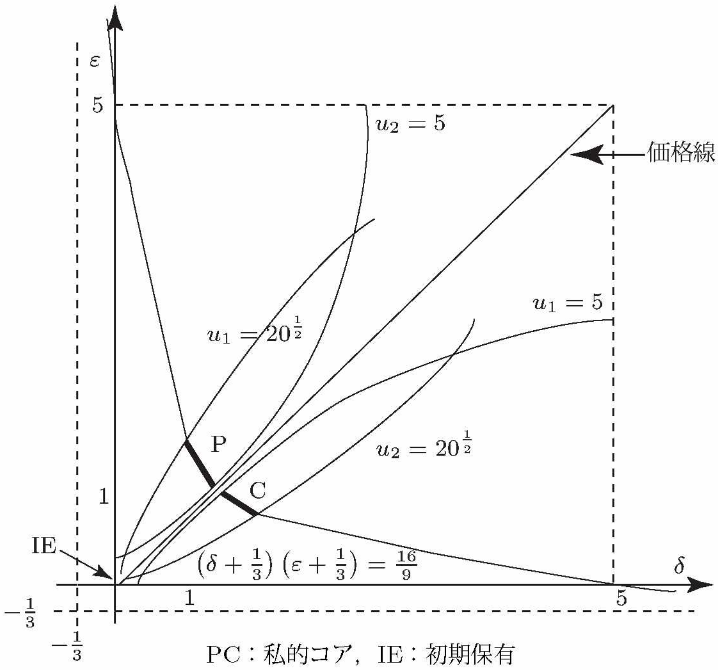
D. 私的コア

無料処分を許さない場合，コアに属する唯一の配分は初期保有である。無料処分を許す場合は以下の形であらわされる。

$$\begin{pmatrix} 5-\epsilon & 5-\epsilon & \delta \\ 5-\delta & \epsilon & 5-\delta \end{pmatrix}$$

ただし $\epsilon, \delta>0$ である。

私的コアは，$\mathcal{U}_1=20^{\frac{1}{2}}$ と $\mathcal{U}_2=20^{\frac{1}{2}}$ の効用水準に対応する無差別曲線の間にある曲線 $(\delta+\frac{1}{3})(\epsilon+\frac{1}{3})=\frac{16}{9}$ の部分である。無料処分を含むラドナー均衡は，私的コアに含まれることに注意しよう（図1参照）。



PC：私的コア，IE：初期保有

図 1

E. 弱精緻値

最初に，「結合」$\mathcal{F}_1 \bigvee \mathcal{F}_2 = \{\{a\}\{b\}\{c\}\}$ に注意しよう。このことから，任意の配分は $\mathcal{F}_1 \bigvee \mathcal{F}_2$-可測であり，定義 3.5 の条件（i）は満たされている。条件（ii）も直ちに満たされる。

詳しく計算するとわかるが，弱精緻値の集合に属する配分の範囲が存在する。とくに，$x_1 = x_2 = (5, 2.5, 2.5)$ は弱精緻値配分である。

例 5.3（2005a, 2005b）

2 人のプレイヤー，$I = \{1, 2\}$ からなる 2 財モデルを考える。2 財であることから，それぞれの i にたいして $X_i = \mathbb{R}^2_+$ となり，状態は $\Omega = \{a, b, c\}$ である。それぞれの状態 a, b, c にたいする初期保有と，主体の情報分割は，以下のようになる。

$$e_1 = ((7,1),(7,1),(4,1)),\quad \mathcal{F}_1 = \{\{a,b\},\{c\}\}$$
$$e_2 = ((1,10),(1,7),(1,7)),\ \mathcal{F}_2 = \{\{a\},\{b,c\}\}$$

以下では $A_1 = \{a, b\}, c_1 = \{c\}, a_2 = \{a\}, A_2 = \{b, c\}$ とあらわす。

また，任意のプレイヤーについて利得については $u_i = (\omega, x_{i1}(\omega), x_{i2}(\omega)) = x_{i1}^{\frac{1}{2}} x_{i2}^{\frac{1}{2}}$ であり，また各状態にたいして $\mu(\{\omega\}) = \frac{1}{3}$ を仮定する。このとき，$u_1(7,1) = 2.65$, $u_1(4,1) = 2$, $u_2(1,10) = 3.16$, $u_2(1,7) = 2.65$ が得られる。また初期保有の期待効用は，3 倍すると $\mathcal{U}_1 = 7.3$ と $\mathcal{U}_2 = 8.46$ となる。

A. 合理的期待均衡

最初に，我々は完全に顕示するような合理的期待均衡を求めることにする。各状態において $p_1^1 = 1$ となるように価格を基準化する。実際には，我々は各状態のエッジワースボックスを分析することとなる。

- **state** a: $(p_1, p_2) = (1, \frac{8}{11}); x_{11}^* = \frac{85}{22}, x_{12}^* = \frac{85}{16}, x_{21}^* = \frac{91}{22}, x_{22}^* = \frac{91}{16}; u_1^* = 4.53, u_2^* = 4.85.$
- **state** b: $(p_1, p_2) = (1, 1); x_{11}^* = 4, x_{12}^* = 4, x_{21}^* = 4, x_{22}^* = 4; u_1^* = 4, u_2^* = 4.$
- **state** c : $(p_1, p_2) = (1, \frac{5}{8}); x_{11}^* = \frac{37}{16}, x_{12}^* = \frac{37}{10}, x_{21}^* = \frac{43}{16}, x_{22}^* = \frac{43}{10}; u_1^* = 2.93, u_2^* = 3.40.$

均衡配分での基準化された期待効用は， $\mathcal{U}_1 = 11.46, \mathcal{U}_2 = 12.25$ である。これによって，完全に顕示する合理的期待均衡の分析は完成する。一方で，計算によってただちに示されることは，部分的に顕示したり，まったく顕示しない合理的期待均衡は存在しないと言うことである。

6.　誘因整合性

ある配分が誘因整合性を満たす，ということは「提携 S に属さない（$I \setminus S$ に属する）プレイヤーに，実現した状態にかんして誤った情報を伝えることで，S のメンバーの状態を良くすることが可能となる」という S が存在しないような配分のことを言う。もし，S に属さないすべてのメンバーが S のメンバーの主張を信じたならば，それぞれの $i \in S$ は利益を期待できるが，配分が**条件付きベイジアン誘因整合性**（**CBIC**）であるときには，これが可能でないことを必要とする。

たとえば，例 5.1 にある私的コア配分 $x_1 = (4, 4, 1), x_2 = (4, 1, 4), x_3 = (2, 0, 0)$ は誘因整合的である。状態が a であるときに他をだますことが可能な主体 3 に，だますインセンティブがないという事実から言える。Koutsougeras-Yannelis（1993）で示されたことは，効用関数が単調で連続であれば，私的コア配分はつねに CBIC ということである。

一方で，弱精緻コア配分は必ずしも誘因整合的ではない。これは例 5.2 で示された配分 $x_1 = x_2 = (5, 2.5, 2.5)$ が示したとおりである。実際，主体 1 が $\{a, b\}$ を観察したとき，彼には c と報告する誘因があるし，また主体 2 には，$\{a, c\}$ を観察したときに b と報告する誘因がある。

2 人経済においては，CBIC は**個人的ベイジアン誘因整合性**（**IBIC**）と一致するが，それは提携 S は唯一の要素からなるケースである。

ここで，**移転可能な条件付きベイジアン誘因整合的**（**TCBIC**）配分の概念について考える。これは，提携内のメンバーの間での移転を許すので，提携ベイジアン誘因整合性（CBIC）の概念を強めたものである（Glycopantis et al.（2001）を見よ）。

定義 6.1　無料処分を許す，または許さない配分 $x = (x_1, \ldots, x_n) \in \bar{L}_X$ が**移転可能な提携ベイジア**

ン誘因整合的（TCBIC）であるとは，(i) 以下を満たす提携 S，(ii) $\omega^* \neq \omega'$ でかつ $\omega' \in \bigcap_{i \notin S} E_i(\omega^*)$ を満たす状態 ω^*, ω'，（iii）条件式

$$(z_i)_{i\in S}, \sum_S z_i = 0$$

を満たす提携 S 内のメンバーの間の確率的な純取引ベクトル $z = (z_i)_{i\in S}$ が，それぞれ存在しない場合を言う。(i) の S が満たす条件とは，任意の $i \in S$ について，

$$\sum_{\omega\in \bar{E}_i(\omega^*)} u_i(\omega, e_i(\omega)+x_i(\omega')-e_i(\omega')+z_i)q_i(\omega|\bar{E}_i(\omega^*)) > \sum_{\omega\in \bar{E}_i(\omega^*)} u_i(\omega, x_i(\omega))q_i(\omega|\bar{E}_i(\omega^*)) \quad (3)$$

を満たすような $\bar{E}_i(\omega^*) \subseteq Z_i(\omega^*) = E_i(\omega^*) \cap (\bigcap_{j\notin S} E_j(\omega^*))$ が存在するような S である。

$e_i(\omega) + x_i(\omega') - e_i(\omega') + z_i(\omega) \in X_i(\omega)$ が必ずしも可測でないという点に注意しよう。上の定義は，以下を含んでいる。すなわち，状態を誤って報告したときに，提携に所属しないメンバーが彼らを信じることによって，すべてのメンバーの状態が改善することを期待できるような提携が存在しないということである。

定義 6.1 に戻ると，CBIC を $z_i = 0$ に対応するように定義し，また IBIC を S のメンバーが一人からなる場合にも対応させることができる。したがって，我々は（非 IBIC）→（非 CBIC）→（非 TCBIC）を得る。したがって，TCBIC → CBIC → IBIC である。

Koutsougeras-Yannelis（1993），Krasa-Yannelis（1996）では，以下のことを示した。単調で連続な効用関数の経済においては，私的コアと私的値は CBIC である。さらに，無料処分が仮定されないラドナー均衡が私的コアに属し，したがって CBIC であることも見ることができる。

財が 1 つのモデルでは，配分の $\mathcal{F}$-可測性は TCBIC を特徴づける。このことから，以下の再配分が $\mathcal{F}_i$-可測でないため，CBIC でないと結論づけることができる。

$$\begin{pmatrix} 5 & 2.5 & 2.5 \\ 5 & 2.5 & 2.5 \end{pmatrix}$$

一方で，取引のない配分

$$\begin{pmatrix} 5 & 5 & 0 \\ 5 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

は誘因整合的である。すでに見たように，これは無料処分を許さない合理的期待均衡である。

無料処分を許す場合，私的コアとラドナー均衡は誘因整合的であるとは限らないということに注意しよう。これを見るために，例 5.2 において，無料処分を許すラドナー均衡が $x_1 = (4, 4, 1), x_2 = (4, 1, 4)$ であることを思い出してほしい。上の配分は TBIC ではない。なぜなら，状態 a が生じたとき，主体 1 は状態が c であると報告する誘因があり，それによって望ましい状態に移ることができるからである。

再び例 3.5 を考えよう。弱精緻コアに属する合理的期待均衡の再配分は，以下に示すように，CBIC ではないことがわかる。P1 は $\{a,b\}$ を観察し，P2 は $\{a\}$ を観察するが $\{b,c\}$ を誤って報告すると仮定する。もし P1 が嘘を信じるのであれば，状態 b は信じられる。したがって，P1 は配分 $(4,4)$ を得ることに同意する。P2 は配分 $e_2(a)+x_2(b)-e_2(b)=(1,10)+(4,4)-(1,7)=(4,7)$，そのときの効用水準 $u_2(4,7)=5.29>u_2(\frac{91}{22},\frac{91}{16})=4.85$ を受け取る。したがって， P2 には誤った報告によって利益を得る可能性があるので，合理的期待均衡は CBIC とはならない。一方で，P2 が $\{b,c\}$ を観察し，P1 が $\{c\}$ を観察した場合には，後者は $\{a,b\}$ と誤って報告することはできず，もし P2 が b を観察したならば利益を得ることも期待できない。

自然の真の状態が $\bar{\omega}$ であると仮定する。任意の提携は，状態が $\bigcap_{i\in S}E_i(\bar{\omega})$ に属することを，メンバーが同時に観察するだけである。彼らが嘘をつくと決定した場合，彼らは最初に何が真の状態であるかを推測しなければならなず，そして彼らは状態 $\omega^*\in\bigcap_{i\in S}E_i(\bar{\omega})$ であると推測する。ω^* を可能な真の状態であると決定すると，彼らはある $\omega'\in\bigcap_{j\notin S}E_j(\omega^*)$ を選ぶ。このシステムが CBIC でないと仮定すれば，より高い利得を確保するために，彼らのそれぞれが $E_i(\omega')$ とアナウンスすることによって，高い利得を期待できる。

これらはすべて，$I\setminus S$ に属する主体によって，提携の参加者が信じられるかどうかに依存する。それは $\omega^*=\bar{\omega}$ と考えることが正しいかどうかに依存する。もし $\omega^*\neq\bar{\omega}$ であれば，すなわち彼らが誤った推測をすれば，2 つの集合は一致せず，すなわち $\bigcap_{j\notin S}E_j(\omega^*)\neq\bigcap_{j\notin S}E_j(\bar{\omega})$ であるから，$\omega'\notin\bigcap_{j\notin S}E_j(\bar{\omega})$ となる可能性があるので，彼らの嘘は見抜かれてしまう。

7. 均衡配分の遂行可能性について

CBIC の定義は，嘘を付くことが利益になりうる状況にかんするものである。しかしながら展開形ゲームでは，嘘が明らかとなったときに生じうる様々な選択肢について我々は考える必要がある。自分より先んじて行われる他のプレイヤーによる嘘を付くか正直に述べるかの意思決定や，嘘が明らかとなったときに利益はどのようになるかにかんする主張を必要とする。このようなより詳しい記述がある場合にのみ，各プレイヤーは嘘をつくリスクをおかすかどうかにかんする意思決定を行うことができる。

PBE が，プレイヤーの最適な行動戦略の集合と，これらと整合的な各情報集合の点上の確率分布を与える信念の集合によって構成されることを思い出そう。これは，Kreps and Wilson（1982）による逐次均衡のアイデアの変形である。

ゲームの木を用いる分析では，前節で述べた IBIC の定義を用いる。IBIC を含むようなより適切な CBIC を採用することは依然として難しい。ここで利用されるゲーム理論の均衡概念は，PBE の

それとなるだろう。ひとつのゲームの一連のプレイは，初期点から終点までを真っ直ぐに結んだ経路となる。

ゲームの木の用語を用いれば，コア配分が IBIC となるのは，観察した状態について嘘を言うようなプレイヤーが存在しないという条件を満たす，最適な行動戦略のプロファイルが存在するときである。これは，最適プレイにしたがった場合に到達する情報集合以外では，嘘を言うインセンティブがあるという可能性を許すものである。

我々は，協力均衡配分と，ワルラス的非協力，静学的均衡配分のいずれが，動学的，非協力解概念の結果としてサポートされるのかについて検討する。根本的な問題は，展開形ゲームにおける PBE の形をとった遂行理論の考え方を，静学的な CBIC の性質と結びつけることである。我々はまた，第三者が均衡をサポートする際に果たす役割についても検討する。

均衡概念としての合理的期待均衡の幅広い利用という観点から，その遂行可能性かんする議論について，別の節をもうけることにする。一般的な結論は，CBIC の性質をもつような静学的配分のみが，もっともらしいルールのもとで，PBE の帰結としてサポートされる，ということである。この観点からすると，私的コアは均衡概念として特筆すべき利点を持つと言える。

7.1　ワルラス期待均衡, 弱精緻コア, 弱精緻値配分の遂行不可能性

例 5.2 について考えよう。プレイヤーに相手をだますインセンティブが存在するため，IBIC の性質を持たないことは 2 人のプレイヤーの間で提案された契約を結ばないということを含意していることを示す。したがって，PBE は取引不成立という帰結へと導く。

我々は P1 と P2 の間の提案された契約に含まれる以下の配分

$$\begin{pmatrix} 4 & 4 & 1 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

の遂行可能性について考えることにする。すでに見たように，無料処分を許す場合には，これはワルラス期待均衡配分である。

この配分は IBIC ではない。なぜなら，第 6 節で説明したように，もし P1 が $A_1 = \{a, b\}$ を観察したならば c と報告するインセンティブがあり，また P2 には，$A_2 = \{a, c\}$ を観察したならば b と報告するインセンティブがある。

我々は，ゲームの木を構成し，利得を計算するための合理的なルールを採用することができる。実際，以下の契約について検討しよう。

$$\begin{pmatrix} 5 & 4 & 1 \\ 5 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

以下の分析では，2 人のプレイヤーは逐次的に行動すると仮定する。自然は，それぞれの状態を

等しい確率で選択する。P1は最初に行動し，a と b とを区別できない。P2が行動を決定するときは，a と c を区別することはできないが，P1がP2の意思決定の前に何を選択したかについては正確に知ることができるとする。

利得の大きさを計算するための**ルール**，すなわち契約の条項は，以下のとおりである。

(i) 2人のプレイヤーによる宣言が矛盾するものだった場合，すなわち (c_1, b_2) であった場合，取引は行われず，各プレイヤーは初期保有をうけとる。これは以下のようなケースである。

実際に起こった状況が c または b であるならば，プレイヤー1は c，プレイヤー2は b と報告する。状況 a では，両者とも嘘をつくことが可能で，その嘘はどちらも相手から見抜かれることはない。

彼らはそれぞれ A_1, A_2 の事象において，初期保有として5単位を得る。そして再びら協力しようとはしない。したがって，宣言が矛盾するときはいつでも，取引は行われず，彼らが受け取る配分は初期保有のままである。

(ii) 宣言がそれぞれ (A_1, A_2) であるならば，2人のうち一方が嘘をついている場合でも，a が生じたと信じている相手からは嘘を明らかにされず，両方とも初期保有5をうけとる。したがってこの場合も取引は行われない。

(iii) 宣言が (A_1, b_2) である場合は，嘘は利益をもたらし，しかも嘘であることは明らかとならない。 P1はだまされたこととなり，P2に彼の初期保有のうち1単位以上を与えなければならない。明らかに，彼の初期保有がゼロであれば，何も与えるものはない。

(iv) 宣言が (c_1, A_2) であるならば，再び嘘は利益となり，かつ明らかとならない。P2がだまされたこととなり，P1にたいして1単位以上を渡す必要がある。明らかに，彼の初期保有がゼロであれば，何も与えるものはない。

利得を計算する上では，自然の選択である真の状態を顕示することは必要ではない。我々は，プレイヤーにとって嘘を付くことがより高い利得を与えるものでなければ，彼は嘘をつかないということを特徴づけることができる。それぞれのプレイヤーは，彼の信念を与件として，彼の情報集合から最適な選択を行っていると仮定する。

図2において，自然による選択とバックワードインダクションの解，すなわち各プレイヤーによる最適な行動戦略の帰結によって求められる一連のプレイを太い実線によって示す。点線は，自然が，3つの選択肢を等しい確率で単に選択すると言うことを特徴づけている。情報集合に含まれる各点の横にある分数は，ベイジアン改定が可能な際には，それを適用して得られたものである。

これらの確率は，以下のように計算できる。左から右という順序で，I_1 に含まれる点を j_1, j_2，I_2 に含まれる点を n_1, n_2，I_2' に含まれる点を n_3, n_4 で示す。自然の選択と上で示された各プレイヤーの選択を与件として，信念を改定する際に用いるベイズの公式を用いれば，条件付き確率を以

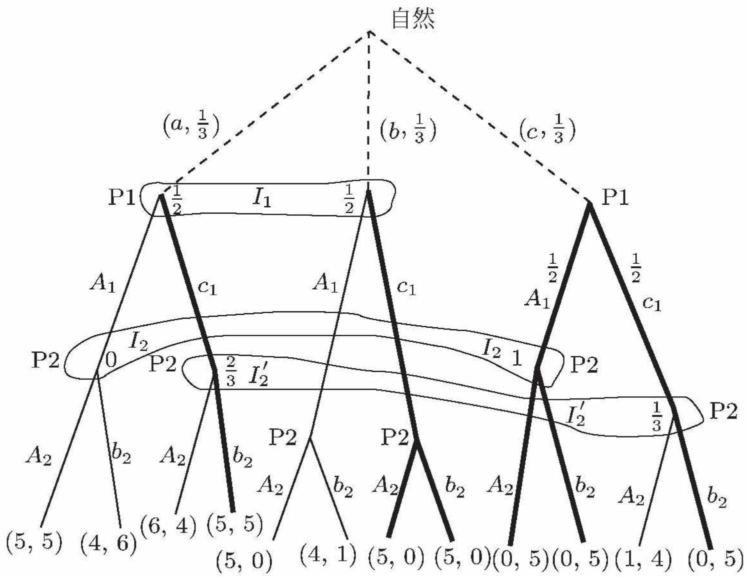


図 2

下のように求めることができる。

$$Pr(n_1/A_1) = \frac{Pr(A_1/n_1) \times Pr(n_1)}{Pr(A_1/n_1) \times Pr(n_1) + Pr(A_1/n_2) \times Pr(n_2)} = \frac{1 \times 0}{1 \times 0 + 1 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}} = 0 \quad (4)$$

$$Pr(n_3/c_1) = \frac{Pr(c_1/n_3) \times Pr(n_3)}{Pr(c_1/n_3) \times Pr(n_3) + Pr(c_1/n_4) \times Pr(n_4)} = \frac{1 \times \frac{1}{3}}{1 \times \frac{1}{3} + 1 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}} = \frac{2}{3} \quad (5)$$

自然のすべての選択にたいして，プレイヤーのうちの少なくとも 1 人は最適な選択において嘘をつく。嘘を付くことによってプレイヤーは，相手にたいして支払いをしなければならなくなるという可能性を避けるため，PBE は初期保有を保証する。嘘をつくという意思決定は，各プレイヤーは，$(5, 4, 1)$ と $(5, 1, 4)$ という契約を結ばないと言うことを含意している。$(4, 4, 1)$ と $(4, 1, 4)$ という配分にかんしても検討すれば，同様の結論に達することができる。

最後に，我々は**ルール**の第（iii）項と（iv）項を以下のように変更したと仮定する。

（iii）宣言が (A_1, b_2) である場合は，嘘は利益をもたらし，しかも嘘であることは明らかとならない。 P1 はだまされたこととなり，P2 に彼の初期保有のうち半分以上を与えなければならない。明らかに，彼の初期保有がゼロであれば，何も与えるものはない。

（iv）宣言が (c_1, A_2) であるならば，再び嘘は利益となり，かつ明らかとならない。P2 がだまされたこととなり，P1 にたいして 1 単位以上を渡す必要がある。明らかに，彼の初期保有がゼロであれば，何も与えるものはない。

新しいルールに基づくと，図 2 における利得は以下の変更を含むこととなる。（前と同様に左から右に見ていく。）

2 番目の利得ベクトルは $(2.5, 7.5)$ となり，3 番目のベクトルは $(7.5, 2.5)$，6 番目のベクトルは $(2.5, 2.5)$，11 番目のベクトルは $(2.5, 2.5)$ である。

Glycopantis et al. の分析で示したことは，両方のプレイヤーが $(5, 2.5, 2.5)$ を受け取るような弱精緻コア配分は，PBE として遂行することができないということである。再び，この配分は IBIC でもない。同じ配分は，各プレイヤーに同じウエイト付けをすることで，弱精緻値に属することとなる。

最後に，以下のことを指摘しておこう。初期保有配分

$$\begin{pmatrix} 5 & 5 & 0 \\ 5 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

は，無料処分不可能なケースでは合理的期待均衡に一致するが，PBE として遂行可能であるという点である。しかしながら以下で見るように，合理的期待均衡は一般には遂行可能ではない。

7.2　ラドナー均衡の遂行と法的機関をつうじた弱精緻コア配分の遂行

我々は，以下のラドナー（私的コア）配分

$$\begin{pmatrix} 4 & 4 & 1 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

が，第三者をつうじて PBE として遂行可能であることを示す。第三者とは，あるプレイヤーが嘘を付いたときに罰則を与えることのできる法的機関のようなものである。

最初に自然が等確率で状態にかんする選択を行い，P1 が最初に行動をおこすが，a と b を区別できないとする。P2 が行動をとる際には，a と c とを区別できないというだけでなく，彼の前に P1 が何を選択したのかも知らないと仮定する。

このゲームの**ルール**は以下の通りである。

(i)　もし 1 人のプレイヤーが，観察したものにかんして嘘を付いた場合，彼は財 1 単位にあたる罰則をうける。両方のプレイヤーが嘘をついた場合，両者が罰則をうける。たとえば，もし宣言が (c_1, b_2) で実際の状況が a であった場合，両者は罰則をうける。もし彼らが (c_1, A_2) を選択し a が生じた場合は，前者のみが罰せられる。もし 1 人のプレイヤーが嘘をつき，もう一方のプレイヤーが正の初期保有をもっていた場合には，罰則は法的機関自身が保有する。しかしながら，もう一方のプレイヤーが初期保有をもっていない場合には，嘘をついたプレイヤーから法的機関が得た 1 単位を，初期保有を持たない相手プレイヤーに手渡す。

(ii)　2 人のプレイヤーの宣言が矛盾しない場合，すなわち (A_1, A_2) を宣言して実際の状態が a であるとき，宣言が (A_1, b_2) で実際が b であるとき，宣言が (c_1, A_2) で実際が c であるときなどは，経済における初期保有の合計を，2 人のプレイヤーで等分する。

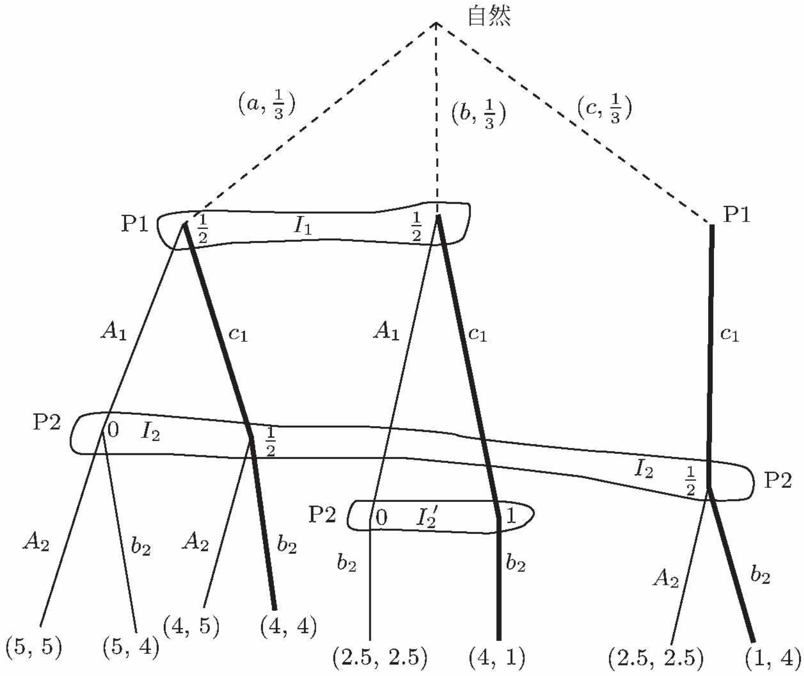


図 3

それぞれのプレイヤーが信念を与件として最適な選択を行うと仮定すると，バックワードインダクションにより均衡戦略を得ることができる。

図 3 では，太い実線によってゲームの最適プレイを示している。情報集合に含まれる点の横にある分数は，ベイズ改定によって得られる。

最後に，罰則を以下のように変更したと仮定する。あるプレイヤーが嘘をつき，もう一方のプレイヤーが初期保有をもたないとき，法的機関は極端に厳しいとする。それは，嘘をついたプレイヤーからすべての初期保有を奪い，もう一方のプレイヤーに手渡すのである。

その場合，P2 が I_2 で A_2 をプレイし，P1 が I_1 で A_1 をプレイするであろう。したがって，外生的な主体を利用することは，PBE として弱精緻コア配分である

$$\begin{pmatrix} 5 & 2.5 & 2.5 \\ 5 & 2.5 & 2.5 \end{pmatrix}$$

を遂行可能であることを含意している。

7.3　私的コア配分の遂行

ここでは，Glycopantis et al.（2001, 2003）の議論を利用する。法的機関の存在を仮定しないために，各プレイヤーは意思決定をする際に，自分よりも前に意思決定を行ったプレイヤーの選択を

尋ねる必要がある。P3 はプレイヤーのうちのひとりであり，私的コア配分の遂行における彼の役割について検討する。再び，$A_1 = \{a, b\}$ かつ $A_2 = \{a, c\}$ と定義する。

無料処分を許さない私的コアは，もっとも満足できる概念であるように見える。他よりも詳しい情報をもつ第三のプレイヤーは仲介者として働き，契約を遂行することで状態 a では報酬を受け取る。

我々は，例 5.1 にある私的コア配分

$$\begin{pmatrix} 4 & 4 & 1 \\ 4 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

を考える。

我々は，上のコア配分が CBIC であることをすでに知っている。ここではそれが，非協力ゲームの PBE としてどのようにサポートされるのかを示す。

P1 は状態 a と b を区別できず，P2 は a と c を区別できない。P3 は P1，P2 から知られずに正しい状態を観察し，最初に行動を起こす。彼は見たものを正確に伝えることもできるし，嘘をつくこともできる。状態が 3 種類あるので，明らかにそれぞれのケースで嘘は 2 種類ある。P1 が意思決定を行う際には，彼は一部隠された情報を手に入れ，P3 がどのような行動をしたのかにかんしては知っている。P2 が意思決定をする場面では，一部隠された情報を手に入れ，また P3 と P1 が，P2 より前に何をプレイしたかを知っている。P1 も P2 も，自分が得た情報について正確に言うこともできるし，嘘を言うこともできる。

利得を計算する**ルール**，すなわち契約条項は以下の通りである。

P3 が正しい情報を伝える場合は，自然の特定の選択にたいして提案された上の行列にある再分配を実行する。

P3 が嘘をつく場合は，我々は P1 と P2 の戦略に注目し，以下のように決定する。

(i) P1 と P2 の宣言が矛盾するならば，初期保有に戻り，それぞれのプレイヤーは初期保有をそのまま得る。

(ii) 宣言が矛盾せず，真の状態における初期保有が正であるならば，それらを用いて，2 人の情報の重複部分にかんする彼らのコミットメントが履行されると考えられる。1 人の初期保有がゼロであるならば，彼が与えるものは何もないので，そのプレイヤーからの移転は行われない。

図 4 において，均衡経路を太い実線で示す。経路 (a, a, A_1, A_2) は利得 $(4, 4, 2)$, (b, b, A_1, b_2) は利得 $(4, 1, 0)$，そして (c, c, c_1, A_2) は利得 $(1, 4, 0)$ にそれぞれ対応し，それぞれは確率 $\frac{1}{3}$ で生じる。最適経路では誰も嘘を言わず，また提案された再分配は誘因整合的であり，したがって実現されるということは明らかである。

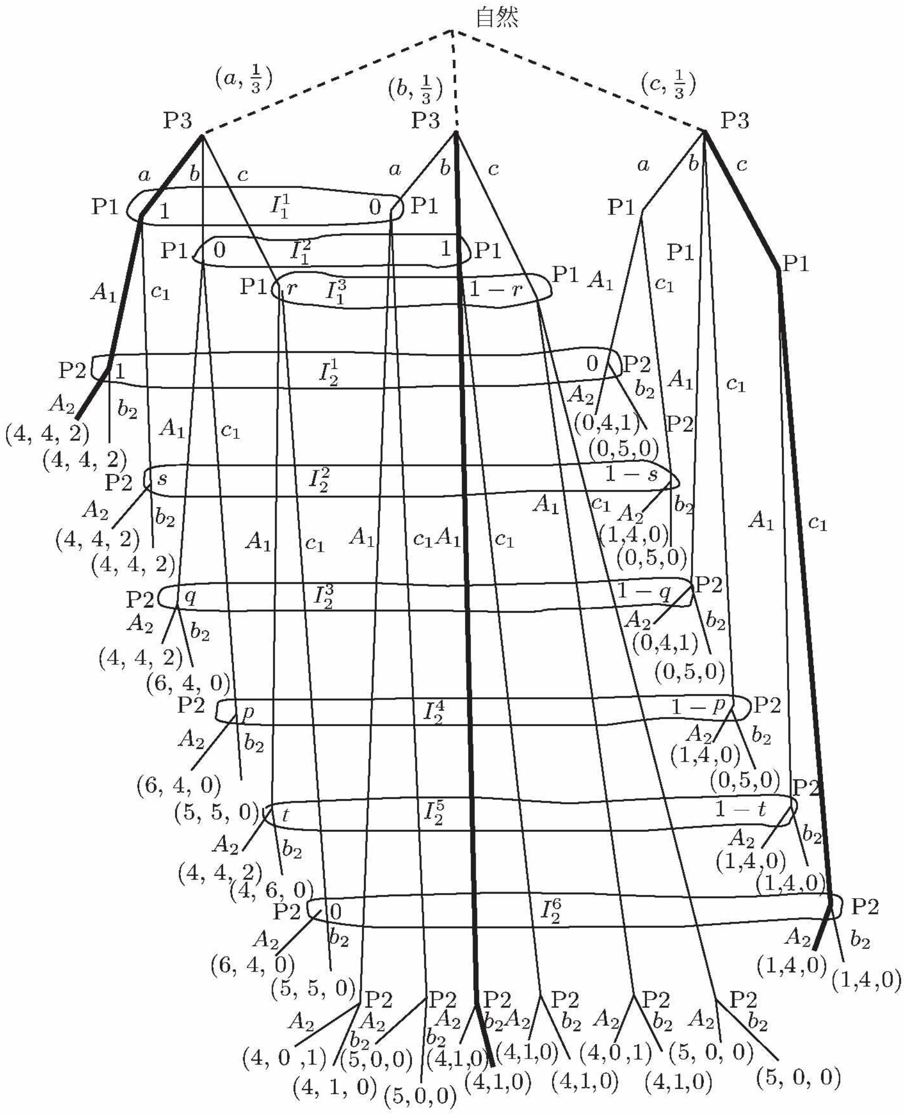


図 4

信念はベイジアン改定で計算されるが，各情報集合の点の横に，それぞれ 0 と 1 の間の値である任意の r, s, q, p, t によって示されている（Glycopantis 他（2003）を見よ。）

ゲームの木にあらわれる同じ利得，すなわち $(4, 4, 2), (4, 1, 0), (1, 4, 0)$ は，あらゆるプレイヤーの順番にたいして PBE として保証されることにもまた注意しよう。

さらに，図 4 における PBE はまた，逐次均衡として得られる。それは，以下のことを要求する。最適行動戦略とそれと整合的な信念は，割り当てられる確率がゼロとなるものがない行動戦略と，それに付随する信念の列の極限であることである。それらの列においては，信念が戦略と整合的で

あることのみ要求され，戦略が最適であることは期待されていない。

以下では，各情報集合におけるすべての選択に正の値を割り当てるような確率の列と，それと矛盾しない信念で，その極限が図 4 で与えられたものとなるようなものを求めることにする。

最初に，正の確率，すなわちプレイヤーが利用可能な行動にかんする完全な混合戦略を特徴づける。その列は，$\{n = 1, 2, \ldots\}$ をとおして得られる。最初の例では，P3 に属する単一の情報集合を左から右に考えていくことにする。最初の情報集合では，それぞれの行動に割り当てられる確率は，$(a, 1-\frac{2}{n}; b, \frac{1}{n}; c, \frac{1}{n})$ となる。2 番目のものには $(a, \frac{1}{n}; b, 1-\frac{2}{n}; c, \frac{1}{n})$ 3 番目のものには $(a, \frac{1}{n}; b, \frac{1}{n}; c, 1-\frac{2}{n})$ が割り当てられる。

次に，P1 の順番にあたる様々な情報集合において，彼が自らの行動の選択に用いる確率について考える。 I_1^1 と I_1^2 では，各選択とそれに割り当てられる確率の組み合わせは， $(A_1, 1-\frac{1}{n}; c_1, \frac{1}{n})$ となる。I_1^3 においては，他の唯一の点からなる情報集合の場合と同様にそれらは $(A_1, \frac{1}{n}; c_1, 1-\frac{1}{n})$ となる。

P2 にかんしては，選択と確率にかんしては以下のようになる。 I_2^1 と I_2^6 では，$(A_2, 1-\frac{1}{n}; b_2, \frac{1}{n})$ である。$I_2^2, I_2^3, I_2^4, I_2^5$ では，$(A_2, \frac{1}{n}; b_2, 1-\frac{1}{n})$ である。唯一の点からなる場合はすべて，$(A_2, \frac{1}{n}; b_2, 1-\frac{1}{n})$ である。

信念については，各情報集合に属する点の横に与えられた確率で示されている。Glycopantis et al.（2003）は，特定の PBE が逐次均衡としてどのように保証されるのかにかんして詳細に説明している。

8. 合理的期待均衡配分を完全ベイジアン均衡として遂行することの不可能性

例 5.3 をもちいて，誘因整合的でない完全顕示の合理的期待均衡が，PBE として遂行可能でないことを示す[(5)]。第 6 節ですでに見たように，合理的期待均衡は CBIC ではない。ここでは，合理的期待均衡が遂行可能ではないことを示すために，逐次的プレイと同時プレイを考察する。P1 が最初に行動をおこし，P2 が行動を起こす際には P1 の宣言を知っていると仮定する。

完全顕示の合理的期待均衡配分とそれに対応する効用が以下のようになることを思い出そう。

- **state** a: $x_{11}^* = \frac{85}{22}, x_{12}^* = \frac{85}{16}, x_{21}^* = \frac{91}{22}, x_{22}^* = \frac{91}{16}; u_1^* = 4.53, u_2^* = 4.85.$
- **state** b: $x_{11}^* = 4, x_{12}^* = 4, x_{21}^* = 4, x_{22}^* = 4; u_1^* = 4, u_2^* = 4.$
- **state** c : $x_{11}^* = \frac{37}{16}, x_{12}^* = \frac{37}{10}, x_{21}^* = \frac{43}{16}, x_{22}^* = \frac{43}{10}; u_1^* = 2.93, u_2^* = 3.40.$

（5） 3 人プレイヤーモデルの場合のこれと関係する例は Hahn-Yannelis（2001）に与えられる。ここでの展開形ゲームによる分析は，Hahn-Yannelis での議論の範囲を超えたものである。Dubey-Geanakoplos-Shubik（1987）での関連する考え方を参照のこと。

合理的期待均衡の基準化された期待効用は，$\mathcal{U}_1 = 11.46, \mathcal{U}_2 = 12.25$ である。

8.1　逐次的意思決定

次に，逐次的意思決定アプローチを用いて，合理的期待均衡が PBE として遂行可能でないことを示す。$\mathcal{U}_1$ と $\mathcal{U}_2$ にかんして，初期保有状態と合理的期待均衡とを比較する。以下では，利得は効用を基準としてはかるとする。

最初に，同時意思決定ではなく，P1 が最初に行動を選択する逐次的意思決定のケースを考える。利得計算の**ルール**，すなわち契約条項を以下のようにする。

（i）　もし 2 人のプレイヤーの宣言が矛盾するならば，すなわち (c_1, a_2) であるならば，取引は行われない。

（ii）　もし 2 人のプレイヤーの宣言が (A_1, A_2) であるならば，これは状態 b が正しく宣言されたことを含意する。それを信じるプレイヤー（彼にはそれを信じない理由はない）は彼の合理的期待均衡配分 $(4, 4)$ を手に入れて，残りの部分をもう一人が手に入れる。したがって，aA_1A_2 は，P2 が嘘をついたが，P1 が状態が b であると信じて $(4, 4)$ を手に入れたことを意味する。状態 a のもとでは，P2 は残りを手に入れる，すなわち $(4, 7)$ である。bA_1A_2 が意味するのは，両プレイヤーとも（実際の）状態が b であると信じて，それぞれ $(4, 4)$ を手に入れる，ということをあらわす。cA_1A_2 が意味するのは，P2 は状態が b であると信じて，$(4, 4)$ を手に入れ，P1 は彼の嘘から何も利益は得られず，$(1, 4)$ を手に入れるということである。

（iii）$aA_1a_2, bA_1A_2, cc_1A_2$ が含意するのは，両者ともに真実を伝え，契約は状態 a, b, c それぞれにおいて合理的期待均衡配分を実行するということである（（ii）と（iii）における bA_1A2 は，言うまでもなく同一の結果を与える。）

（iv）ac_1A_2 は，両者の宣言は矛盾しないが，両方とも嘘を言っているというケースである。それぞれは c のもとで合理的期待均衡配分を手に入れ，$(3, 3)$ という無料処分を含む。これは，状態 a のもとでの総初期保有と，プレイヤーが受け取る配分との間の差である。

（v）　cA_1a_2 では，両者とも嘘をついている。A_1 と a_2 の共通部分である状態 a のもとでは，合理的期待均衡配分を受け取ることができないので，初期保有の状態にとどまるということを意味する。

（vi）bA_1a_2 は，P2 が誤って情報を伝え，それを P1 が信じて状態 a における合理的期待均衡配分を受け取るということを意味する。P2 は残りを受け取る。それは $(\frac{91}{22}, \frac{43}{16})$ である。そのとき，$u_2 = 3.33 < 4$ であり，かつ $u_1 = 4.53 > 4$ である。したがって，P2 の嘘は P1 にとって実際に利益となる。

（vii）bc_1A_2 は，P1 が嘘をつき，P2 が状態が c であると信じる状況である。P2 は c のもとでの

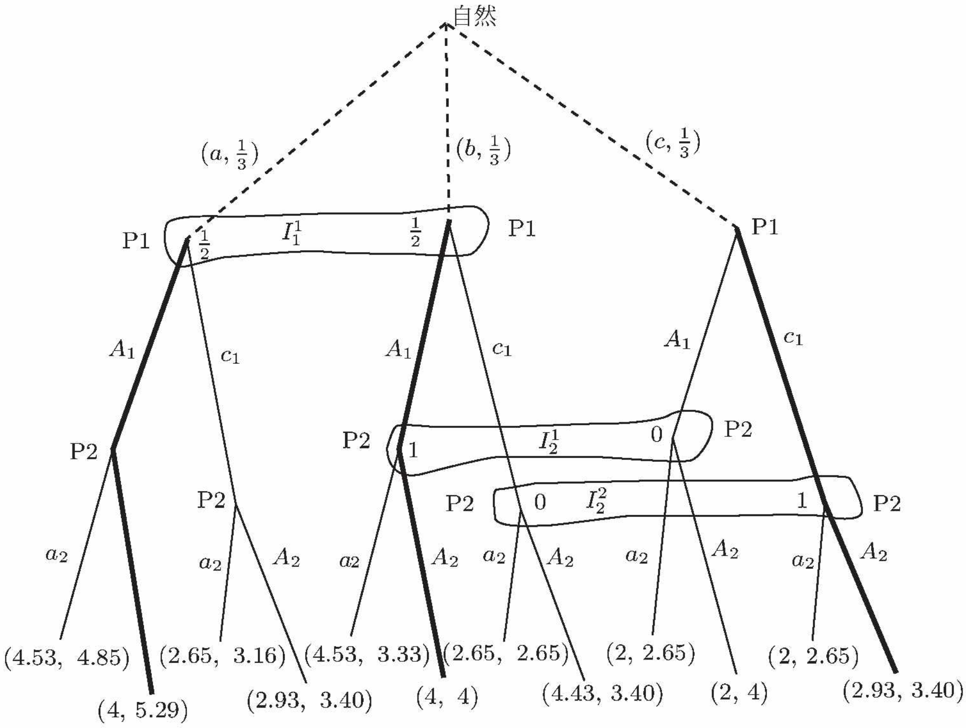


図 5

合理的期待均衡配分をうけとり，P1 は b のもとでの残りを受け取る。したがって，配分は $(\frac{85}{16}, \frac{37}{10})$ である。このときの効用はそれぞれ $u_1 = 4.43 > 4$ かつ $u_2 = 3.4 < 4$ であるから，P1 は嘘から利益を得る。

完全な最適経路は，図 5 の太い実線で示されている。情報集合の各点の横にある確率は，プレイヤーの信念を示している。それらの信念は，ベイジアン改定によって得られる。戦略と信念は，PBE の条件を満たしている。

情報集合の各点に名前をつける。左から右にという順番であらわすと，I_1^1 では j_1, j_2，I_2^1 では $n_1, n_2,$，I_2^2 では n_3, n_4 とする。条件付き確率は，自然の選択と各プレイヤーの戦略を与件として，ベイズの公式を用いて信念を改定することによって計算される。

$$Pr(n_1/A_1) = \frac{Pr(A_1/n_1) \times Pr(n_1)}{Pr(A_1/n_1) \times Pr(n_1) + Pr(A_1/n_2) \times Pr(n_2)} = \frac{1 \times \frac{1}{3}}{1 \times \frac{1}{3} + 1 \times 0} = 1 \qquad (6)$$

$$Pr(n_3/c_1) = \frac{Pr(c_1/n_3) \times Pr(n_3)}{Pr(c_1/n_3) \times Pr(n_3) + Pr(c_1/n_4) \times Pr(n_4)} = \frac{1 \times 0}{1 \times 0 + 1 \times \frac{1}{3}} = 0 \qquad (7)$$

（6）（7）より，$Pr(n_2/A_1) = 0, Pr(n_4/c_1) = 1$ であることが言える。

分析によって，PBE がただ 1 つ存在することが示される。各プレイヤーの均衡に対応する基準化された期待利得は，$\mathcal{U}_1 = 10.93$，$\mathcal{U}_2 = 12.69$ である。

均衡経路は，合理的期待均衡が遂行可能でないことを含意している。このことは，それが CBIC でないこととも一致している。しかしながら，PBE の基準化された期待効用と初期保有のそれとを比較すると，提案された契約は結ばれるであろうと結論づけることができる。これは，提案された契約から両者共に利益を得ることができるという事実から言えることである。一方で，P2 は，P1 の基準化された合理的期待均衡効用が実現することを阻止する。なぜなら，それが P2 にとって有利になるからである。それにより，P1 は $\mathcal{U}_1 = 11.46$ ではなく，$\mathcal{U}_1 = 10.93$ を得る。

Glycopantis et al.（近刊）では，PBE がプレイの順番に依存することを示した。P2 が最初にプレイする場合，3 つの PBE が存在する。そのうちの 1 つは，P1 が最初に行動した場合のものと同じである。P2 にとってもっとも有利なものは，上で記述したものであり，彼は最初にプレイすることでその帰結を得ることができる。

8.2　同時意思決定

次に，同時意思決定のケースを考える。我々は，拡張されたプレイヤーの情報集合をともなうゲームの木で考える。P1 をグラフの最初におき，標準形ゲームを構成する。

2 番目に行動するプレイヤーが，彼の前に行動をとったプレイヤーの選択について知る場合は，利

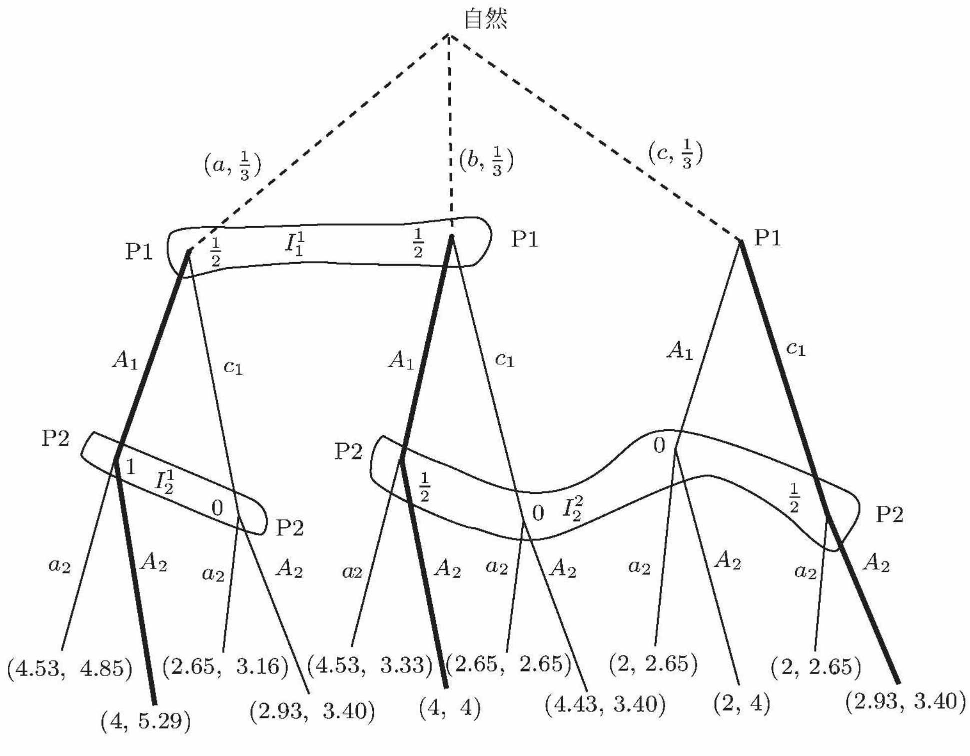


図 6

得を計算するルールは以前のケースと同じである。図 6 はただ一つの PBE を表し，互いに同じものである。図をもちいた分析より，P1 は $\{a,b\}$ から A_1 をプレイし，$\{c\}$ からは c_1 をプレイする，という結論を得る。一方で，P2 は，b,c と $\{a\}$ 双方のケースで A_2 をプレイする。

最適で，かつ各情報集合に含まれる点にたいして確率分布をわりあてる信念と整合的な意思決定は，バックワードインダクションによって得られる。

彼らの最適な意思決定にかんしては，同時決定ゲームのゲームの木による表現において誰を最初のプレイヤーとするかは問題ではない。事実上，ある場合にはバックワードインダクションを行い，別の場合には上からゲームの木を端折るということも見られる。この結果は，プレイヤーの行動順序が重要であった 8.1 のケースとは異なる。

8.3　標準形ゲームによる解釈

次に，例 5.3 の問題を，標準形ゲームにおける同時意思決定のケースとして考え，明示的に逐次意思決定となるようなゲームの木によるアプローチと，静学的標準形ゲームのアプローチとを比較する。一般には，最適な意思決定がどのようにして得られ，したがってなぜ特定の契約が受諾，あるいは拒否されるのかについては，ゲームの木によって描くほうがよりはっきりする。

標準形ゲームの設定では，その構成は展開形ゲームを念頭においており，解釈はより複雑となる。要するに，標準形ゲームでは意思決定の流れにかんして我々が十分に把握しづらくなっているのである。最後に，ここでの標準形ゲームは，意思決定が同時に行われる場合と同一の結論へと導くということが言える。

意思決定（戦略）の解釈は以下の通りである。$A_1\{a,b\}$ は，P1 が $\{a,b\}$ を観察して A_1 と宣言したことを意味する。同様に，$a2\{b,c\}$ は，P2 が $\{b,c\}$ を観察して a_2 と宣言したことを意味する，等々である。すべての場合において，記号 X は，彼らの情報分割を与件として，P1 が $\{c\}$ を観察し，P2 が $\{a\}$ を観察することが不可能，すなわち整合的でないことを意味する。

表 1　観察，戦略，利得

	P2:	$a_2\{a\}$	$a_2\{b,c\}$	$A_2\{a\}$	$A_2\{b,c\}$
P1:					
$A_1\{a,b\}$		$(4.53, 4.85)$	$(4.53, 3.33)$	$(4, 5.29)$	$(4, 4)$
$A_1\{c\}$		X	$(2, 2.65)$	X	$(2, 4)$
$c_1\{a,b\}$		$(2.65, 3.16)$	$(2.65, 2.65)$	$(2.93, 3.4)$	$(4.43, 3.4)$
$c_1\{c\}$		X	$(2, 2.65)$	X	$(2.93, 3.40)$

基本的に，それぞれのプレイヤーは相手がどのような宣言をするかに興味があるが，相手が何を観察したのかには興味がない。なぜなら，いずれの場合においても，それを正確に確認することができないからである。一方で，彼自身が何を見たかについては関心がある。

表2　残された観察，戦略，利得

	P2:	$A_2\{a\}$	$A_2\{b,c\}$
P1:			
$A_1\{a,b\}$		$(4, 5.29)$	$(4, 4)$
$c_1\{a,b\}$		$(2.93, 3.4)$	$(4.43, 3.4)$
$c_1\{c\}$		X	$(2.93, 3.40)$

我々は，よく知られたナッシュ均衡のアイデアをあてはめる。いま考えているゲームにナッシュ均衡を構築するために，我々は以下のように議論を進める。第1と第2列の利得は取り除かれる。なぜなら，それらはP2の観点からすると，第1は第3列に，第2は第4列によってそれぞれ支配されるからである。上の操作をした後の表では，第2行は取り除かれる。なぜなら，P1の観点からすると，第4行によって支配されるからである。

したがって，残されたものは6つのセルをもつ表である。

しかしながら，これは通常の標準形ゲームではない。表は，プレイヤーが何を観察したかによって分割される。第1と第2行はP1が $\{a,b\}$ を観察した場合に対応し，P1はそれらを区別できない。自然の選択にかんする事前の確率分布を与件として，P1は a, b にそれぞれ確率 $\frac{1}{2}$ を割り当てる。そしてこれは，第2行は第1行に支配されることを意味する。このことは，我々がグラフのケースと同様の結論を得ることを意味する。

実際，我々はプレイヤーの戦略の積，すなわち $S_1 = \{A_1, c_1\}, S_2 = \{a_2, A_2\}$ を，彼らの観察 $O_1 = \{\{a,b\},\{c\}\}, O_2 = \{\{a\},\{b,c\}\}$ と組み合わせることで，$\{S_1 \times O_1\} \times \{S_2 \times O_2\}$ を得る。ただし，それぞれのプレイヤーの観察は，それらの要素上の確率分布を伴っている。このようにして，ゲームの木によって定義されたPBEの考え方は適切なものとなる。Glycopantis et al.（近刊）では，通常のタイプの標準形ゲームにおける同時意思決定の問題について考察している。

同時意思決定の場合に得られるナッシュ均衡，あるいはPBEは，図6で示されたものと一致する。一方，逐次意思決定のタイプのゲームでは，P2が最初にプレイし，その宣言が知られる場合には，同時意思決定の場合よりもより多くの情報を提示することになる。

9.　結論

我々は，有限の主体からなり，情報の非対称性が存在する経済にかんして，協力または非協力ゲームの主要な均衡概念がPBEによって遂行可能かどうかについて検討した。様々な代替的概念は，主に以下の内容に依存して定義される。すなわち，計算が事前に行われるのか中間状態で行われるのか，主体間で情報が共有される程度，財が無料処分の仮定を満たすかそうでないかである。我々の観点からすると，情報分割モデルは，情報の異質性のある経済を分析するための自然なやり方であ

り，ゲームの木を用いることは均衡概念の非協力ゲームによる基礎付けを与える。

様々な均衡概念が存在することを与件として，どの均衡概念が満足できる性質を持つのかという疑問が生じる。我々の見解は，以下の 2 つの性質，すなわちベイジアン誘因整合性と均衡の動学的な PBE としての遂行可能性がそれである。

主要な結論は，誘因整合性を満たさない均衡概念，すなわち合理的期待均衡とワルラス期待均衡は，PBE によって容易にはサポートされないということである。対照的に，誘因整合性を満たす均衡概念，すなわち私的コアと私的シャプレー値は，PBE としてサポートされる。

10.　補遺：完全ベイジアン均衡にかんするノート

このノートでは，プレイヤーによる意思決定が順次行われるような，すなわちゲームの木の文脈における均衡概念について検討する。戦略にかんしては以下のアイデアを採用する。あるプレイヤーにとっての**行動戦略**とは，そのプレイヤーの手番となる情報集合において，その集合上で利用可能な選択肢上の確率分布のことである。**完全記憶ゲーム**，すなわち文字通りすべてのプレイヤーが過去の彼の選択を記憶しているゲームでは，行動戦略によるゲームの分析と，より知られた概念である混合戦略によるゲームの分析は同値になるということが Kuhn（1953）によって示された。いずれにしろ，行動戦略は，展開形ゲームとともに用いるのがより自然である。しばしば，我々はそれらを単に**戦略**とよぶ。

展開形ゲームと，与えられた行動戦略のプロファイル

$$s = \{s_i : i \in I\}$$

を考える。ここで I はプレイヤーの集合である。

s が用いられるとき，ゲームの木のそれぞれの点（node）へと導く確率は，その点へと導く経路にそった s が与える確率を掛け合わせることで得られる。とくに，終点（terminal node）の集合上に確率分布が存在し，それぞれのプレイヤー P_i にたいする期待利得 E_i はそれぞれの情報集合から選択される確率によって表現される。

P_i が直面する任意の 1 つの情報集合 J を考える。記号の単純化のために J では二者択一の選択が行われると仮定し，それを $(1-\pi_J, \pi_J)$ とあらわす。E_i の π_J への依存は，J をとおる経路によってのみ決定される。J をとおる経路の任意の 1 つをとりあげると，ゲームが完全記憶であるという仮定により，E_i に影響を与える（ゼロとならない）項は，対応する確率の積において，π_J を一度だけ含む。したがって，そのような経路すべてを足し合わせると，E_i の π_J への依存は線形であり，s の残りの要素に依存する係数をともなう。

このことは，π_J 以外の確率によって π_J を表現する反応関数を作ることを許す。それは，他の確

率を一定として，π_J を最適化するのである。したがって，通常行われるように，これらすべての関数関係を連立方程式として解くことでナッシュ均衡を得ることができる。ここではプレイヤーについてはエージェント・フォームを用いる。その場合，それぞれのプレイヤーの意思決定に関する最適化は，他のプレイヤーからは独立に行われる。解の存在は通常のナッシュ均衡の存在証明によって保証される。

たとえば，図 3 にあるゲームの木を考えよう。I_1, I_2 にある点について，$(1-\alpha,\alpha),(1-\beta,\beta)$ をそれぞれ割り当てる。利得関数はこのとき，（自然の選択の確率をあらわす 1/3 をのぞき，また α を含まない項，すなわち I_1, I_2 を通らない経路にかんする確率をあらわす項を省くと）以下のようになる。

$$E_1{=}5(1-\alpha)(1-\beta)+5(1-\alpha)\beta+4\alpha(1-\beta)+4\alpha\beta+2.5(1-\alpha)+4\alpha+\ldots=7.5+0.5\alpha+\ldots$$
$$E_2{=}5(1-\alpha)(1-\beta)+4(1-\alpha)\beta+5\alpha(1-\beta)+4\alpha\beta+2.5(1-\beta)+4\beta+\ldots=7.5+0.5\beta+\ldots$$

E_1 にある α の係数は正であるので，α の最適な選択，すなわちプレイヤー 1 の反応関数は 1 である。同様に E_2 にある β にかんして 1 を得るが，これがプレイヤー 2 の反応関数である。

以下のことに注意すべきである。すなわち，いずれの計算においても，それぞれの π_J の係数のみが最適化には重要であると言うことである。E_1 の残りの部分は重要でない。我々は，同様にして図 4 における 21 の選択肢の確率を扱うことができて，それらが満たさなければならない 21 の条件を得る。これらは非常に複雑で，おそらくたくさんの解をもつ。しかし 1 つの解がすべての条件を満たすかどうかはチェックできるだろう。

均衡プロファイルが用いられるとき，いくつかの点に到達する確率がゼロになる可能性がある。これは，以下のことを意味している。すなわち，戦略プロファイルのその点以降に続く点にたいする制限は期待利得に影響を与えないので，任意に選択できるということである。ナッシュ均衡集合におけるこのような冗長さを取り除くため，完全均衡の概念にたいする均衡概念の精緻化が完全情報のゲームにたいして導入された。すなわち，それぞれの情報集合が 1 つの点からなるようなゲームである。これは，均衡戦略が与えられたゲームの**任意の**部分ゲームにおいてナッシュ均衡となることを要求する。言い換えれば，均衡戦略のプロファイルは，あたえられたゲームの木のあらゆる点からはじまるゲームのナッシュ均衡でなければならない。単にゲーム全体の実際に到達する点だけではないのである。

この概念を一般のゲームに拡張しようとするすべての試みは，以下の問題に直面する。すなわち，部分ゲームが複数の点を含む情報集合に属する点からはじまるかもしれないという問題である。そのような場合には，最初に行動を選択するプレイヤーは，情報集合のどの位置に自分がいるのかについて確実に知ることが出来ない。プレイヤーにできることは，自分がどこにいるかについての**信念**（それは情報集合に含まれる点にかんする確率分布によって表現される）のもとでゲームをはじめることだけである。さらに，これらの信念は，他のプレイヤーが適切にそれに対して反応できるように

共有知識でなければならない。したがって，望ましい均衡概念の拡張はプレイヤーの戦略と信念を考慮に入れたものでなければならない。ゲームは，あたかも信念をあらわす確率が自然のふるまいによって認識されたかのように，任意の情報集合からプレイされる。

したがって，我々は行動戦略プロファイルと信念のプロファイル

$$\mu = \{\mu_J : J \in \mathcal{J}\}$$

のペアである (s, μ) を考慮に入れる必要がある。ここで $\mathcal{J}$ は情報集合の集合をあらわし，μ_J は情報集合 J に含まれる点にかんする確率分布をあらわす。μ_J は，J において意思決定を行うプレイヤーの信念を表現している。信念のプロファイルを与件として，以下のことが必要となる。すなわち，戦略プロファイルは完全均衡であること，つまり，それぞれのプレイヤーにとって，任意の情報集合からはじまる行動が最適なものとなっているということである。しかし，我々は信念の基礎（source）についても考察する必要がある。

任意の行動戦略のプロファイル s を与件として，戦略 s のもとで点 a に到達する確率を $\nu(a)$ であらわす。最初に情報集合 J を考える。J に属する点のいくつかについては，戦略 s を用いたとき到達確率がゼロではないとする。我々は，情報集合 J に到達したもとでの，点 $a \in J$ に達している条件付き確率を以下のように計算できる。

$$\nu(a|J) = \frac{\nu(\{a\} \cap J}{\nu(J)} = \frac{\nu(a)}{\nu(J)}$$

ここで，$a \in J \rightarrow \{a\} \cup J = \{a\}$ を用いている。したがって，任意の J にたいする信念の確率 $\mu_J(a) = \nu(a|J)$ は，単に J の点に到達した相対確率である。

たとえば，再び図 3 に戻り，すでに述べたような唯一のナッシュ均衡 $\alpha = \beta = 1$ を用いるとする。I_2 の各点に到達する確率は $0, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}$ であるから，I に到達する条件を与件とすると，それぞれの点に到達する条件付き確率を計算すると，すでに述べたように，$0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$ となる。

したがって，PBE にかんしては，行動戦略と信念のプロファイルのペア (s, μ) は以下の 2 つの条件を満足する必要がある。

（i） 与えられた信念のプロファイル μ にたいして，戦略プロファイル s は上に定義したような完全均衡でなければならない。
（ii） 与えられた戦略プロファイル s にたいして，$\nu(I) \neq 0$ となるような情報集合においては，信念プロファイル μ は上で示した公式によって計算されなければならない。

完全情報ゲームにおける完全均衡概念の正当化は以下を主張する。すなわち，プレイヤーは採用すべき望ましい戦略を持つ必要がある。それは，もともとプレイしようとしていた戦略になんらかの問題があり，ゲームがたまたま本来は到達しないような部分ゲームにのることがあってもである。

これを議論するための一つの方法は，エラーを生み出すという摂動の概念を用いて，誤った選択を行う可能性があると考えることである。完全ベイジアン均衡の文脈でこの同じアイデアを採用することで，戦略に小さな攪乱を許すことができ，すべての情報集合に非ゼロの確率で到達させることができる。したがって，戦略と信念の関係をうまく作ることができて，我々はそのような攪乱の極限のケースとしてのみ信念を考えることができる。このようなより制約の強い均衡の定義は，**逐次均衡**と呼ばれる。

（Dionysius Glycopantis, ロンドン市立大学教授）
（Alan Muir, ロンドン市立大学講師）
（Nicholas Constantine Yannelis, イリノイ大学教授）
（訳者　東京国際大学経済学部助教授）

参 考 文 献

[1] Allen, B. (1981) "Generic existence of completely revealing equilibria with uncertainty, when prices convey information". *Econometrica*, 49, 1173–1199.

[2] Dubey, P., Geanakoplos, J., Shubik, M. (1987) "The revelation of information in strategic market games: A critique of rational expectations equilibrium." *Journal of Mathematical Economics*, 16, 105–138.

[3] Glycopantis, D., Muir, A., Yannelis, N. C. (2001) "An extensive form interpretation of the private core."*Economic Theory*, 18, 293–319.

[4] Glycopantis, D., Muir, A., Yannelis, N. C. (2003) "On extensive form implementation of contracts in differential information economies."*Economic Theory*, 21, 495–526.

[5] Glycopantis, D., Yannelis, N. C. (eds)(2005a) "Contributions to equilibrium in differential information economies.",*Studies in Economic Theory*, 19, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg.

[6] Glycopantis, D., Muir, A., Yannelis, N. C. (2005b) "On a non-revealing rational expectations equilibrium." Mimeo.

[7] Glycopantis, D., Muir, A., Yannelis, N. C. (forthcoming) "Non-implementation of rational expectations as a perfect Bayesian equilibrium.", *Economic Theory.*

[8] Hahn, G., Yannelis, N. C. (2001) "Coalitional Bayesian Nash implementation in differential information economies."*Economic Theory*, 18, 485–509.

[9] Ichiishi, T., Yamazaki, A. (2001–2) "Preliminary results for cooperative extensions of the Bayesian game." Discussion paper, Graduate School of Economics, Hitotsubashi University, 1–89.

[10] Krasa, S., Yannelis, N. C. (1996) "Existence and properties of a value allocation for an economy with differential information."*Journal of Mathematical Economics*, 25, 165–179.

[11] Koutsougeras, L., Yannelis, N. C. (1993) "Incentive compatibility and information superiority of the core of an economy with differential information." *Economic Theory*, 3, 195–216.

[12] Kreps, M. D., Wilson, R."Sequential equilibrium. Econometrica 50, 889–904, (1982)

[13] Kuhn, H. W. (1958) "Extensive games and the problem of information."*Annals of Mathematical Studies*, 28, 193–216. Kuhn, H.W., TUcker, A. W.:(eds)*Contributions to the theory of games*, II,Princeton: Princeton University Press. に再掲。

[14] Radner, R. (1968) "Competitive equilibrium under uncertainty." *Econometrica*, 36, 31–58.

[15] Radner, R. (1979) "Rational expectation equilibrium: generic existence and information revealed by prices." *Econometrica*, 47, 655–678.

[16] Scafuri, A. J., Yannelis, N. C. (1984) "Non-symmetric cardinal value allocations." *Econometrica*, 52, 1365–1368.

[17] Shapley, L. S. (1953) "A value for n-person games." *Annals of Mathematical Studies*, 28, 307–316.Kuhn, H.W., TUcker, A. W.:(eds) *Contributions to the theory of games*, II,Princeton: Princeton University Press. に再掲。

[18] Yannelis, N. C. (1991) "The core of an economy with differential information." *Economic Theory*, 1, 183–198.