Title	「社会としての選択肢の多様性」に関するランキング： 多数決に基づく辞書的順序による特徴づけ
Sub Title	On ranking opportunity sets based on a variety for a society : a characterization by a rexicographic ordering based on a majority rule
Author	巽, 靖昭(Tatsumi, Yasuaki)
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	2004
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.96, No.4 (2004. 1) ,p.649(187)- 658(196)
JaLC DOI	10.14991/001.20040101-0187
Abstract	本論文の目的は, 機会集合によって表現される「社会としての選択肢の多様性」に関する選好について, 特徴づけを行う事である。ここでは, 社会にとって「意味のある」選択肢とは何かという観点に基づき, 公理から導き出される機会集合のランキングを, 多数決決定ルールに基づく辞書的順序によって特徴づける。 This study characterizes preferences regarding "a variety of opportunities for a society," as expressed by opportunity sets. Moreover, it characterizes the ranking of opportunity sets derived from a set of axioms by lexicographic ordering based on a majority rule from the perspective of the type of elements that are "meaningful" for a society.
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-20040101-0187

「社会としての選択肢の多様性」に関するランキング ―多数決に基づく辞書的順序による特徴づけ―

On Ranking Opportunity Sets Based on a Variety for a Society ―A Characterization by a Rexicographic Ordering Based on a Majority Rule ―

巽 靖昭(Yasuaki Tatsumi)

本論文の目的は，機会集合によって表現される「社会としての選択肢の多様性」に関する選好について，特徴づけを行う事である。ここでは，社会にとって「意味のある」選択肢とは何かという観点に基づき，公理から導き出される機会集合のランキングを，多数決決定ルールに基づく辞書的順序によって特徴づける。

Abstract

This study characterizes preferences regarding “a variety of opportunities for a society,” as expressed by opportunity sets. Moreover, it characterizes the ranking of opportunity sets derived from a set of axioms by lexicographic ordering based on a majority rule from the perspective of the type of elements that are “meaningful” for a society.

「三田学会雑誌」96巻 4 号（2004年 1 月）

「社会としての選択肢の多様性」に関するランキング*

――多数決に基づく辞書的順序による特徴づけ――

巽　　靖昭

（初稿受付2003年 7 月10日，
査読を経て掲載決定2003年12月17日）

要　　旨

本論文の目的は，機会集合によって表現される「社会としての選択肢の多様性」に関する選好について，特徴づけを行う事である。ここでは，社会にとって「意味のある」選択肢とは何かという観点に基づき，公理から導き出される機会集合のランキングを，多数決決定ルールに基づく辞書的順序によって特徴づける。

キーワード

社会としての多様性，機会集合，包含関係における単調性，辞書式順序

1　序論

本論文は，従来の機会集合による「個人の選択の自由」の研究を拡張し，「社会としての選択肢の多様性」を社会状態を区別する基準の一つとして考える。ここでは，社会にとって「意味のある」選択肢を議論しながら，「社会としての選択肢の多様性」を表現する機会集合に対する選好を考察する。この研究は 2 つの社会状態を区別する非厚生主義的要請を構築する研究である。

機会集合の「個人の選択の自由」に関してのランキングについては90年代以降，多くの研究がなされてきた。Pattanaik and Xu（1990，1998），Puppe（1995，1996），Sugden（1999），Romero-Medina（2001）等がこの種の研究に分類される。これらの研究は個々人の効用を「善き生（well-being)」を測る一つの尺度と位置づけながらも，もう一つの尺度としての機会集合へのランキングを行おうとする立場である。

この分野の研究のスターティングポイントになったと考えられる Pattanaik and Xu（1990）で

＊　本論文は「経済の数理解析セミナー」で発表の機会を頂き，出席者の方々より非常に有益なコメントを頂いた。また慶應義塾大学経済学部の中村慎助教授よりその草稿段階から有益なコメントを頂いた。ここに感謝する。

は，個々人の選好の情報を機会集合のランキングを行う際に用いずに，公理を定式化した。ここでは機会集合のランキングは個々人の選好とは独立して決定され，機会集合が含む選択肢の個数によってランキングされるという事が特徴づけられた。Puppe（1995, 1996）では個々人の「選好に基づいた（preference-based）自由」という概念が導入され，公理が定式化された。ここでは個々人の選好の情報をもとに「個人にとって（選択の自由の意味で）意味のある選択肢（meaningful choice for each individual）」が決定され，機会集合へのランキングが決められる。

他にランキングを行う際に，選好を考慮するものとして複数選好アプローチ（multi-preference approach）が挙げられる。ここでは客観的な情報的基礎として「常識的な人物（reasonable person）」の持ちうる選好の組（reference set）を用い，機会集合へのランキングを行う。このアプローチを採用しているものとして，Pattanaik and Xu（1998），Sugden（1999），Romero-Medina（2001）等が挙げられる。常識的な人物を定義することは困難で，実際これらの研究では明確な定義づけは行っていない。このアプローチでは常識的な人物の持つ選好の組は社会通念として与えられ，それを所与として機会集合へのランキングを行うという立場をとる。Pattanaik and Xu（1998），Sugden（1999），Romero-Medina（2001）では常識的な人物が持つ選好の組によって「どのような帰結（選択肢）が機会集合に加えられた時」，「機会集合の価値（opportunity value）が増加」するかが決定される。彼らの公理は「個人にとって意味のある自由（meaningful freedom for each individual）」という精神を反映している。特に「包含関係における単調性（Inclusion monotonicity）」の公理は彼らの精神をよく表わしていると思われる。Romero-Medina（2001）においてこの公理は以下のように定式化される。X を選択肢（帰結）全体の集合とし $\wp=\{R_1, R_2, R_3, ..., R_n\}$ を常識的な人物の選好の組であるとする。ここで X の中で $\wp$ の選好どれかにおいて選好を最大化しているものの集合を $\bar{X}$ であるとする。次に $\max(A)$ を X の部分集合 A と $\bar{X}$ との共通部分とする。Romero-Medina（2001）の公理「包含関係における単調性」では包含関係にある2つの集合 $A \supset B$ において A が B より優越するのは $\max(A \backslash B) \neq \phi$ の場合のみである。つまり付け加えられた選択肢が常識的な人物の選好で，選好最大化を行うものである場合のみ，その機会集合の価値が上がると考える。

これらの一連の研究では，個人を基盤として「選択の自由」の概念を議論し，公理を構築している。しかしながら，個々人は自分自身の選択行為に対して価値をおいている反面，自分の立場や選好とは無関係な選択肢に対する他人の選択行為にも価値をおく場合がある。本論文は以上のような「個人を基盤とした選択の自由」ではなく，社会としての選択の広さ，つまり「社会としての選択肢の多様性」について分析するものである事に注意されたい。「社会としての選択肢の多様性」という概念を以下では例によって説明したい。日本国内に住む男性を考える。いま，女性の自衛隊への入隊が禁止されたとする。ここで彼が「常識的」な人間であれば，社会的に選択の範囲が狭められたと感じるであろう。ここで注意してもらいたいのは，彼にとって，女性の自衛隊への加入は，

自分の選択行動とは何ら関係しないという事である。また，ここで彼がこの事に異義を唱える可能性があるのは，女性が自衛隊に入るという選択行動を「常識的な人物（女性)」が取る可能性のある行動だと考えているからである。もしここでこのように狭められた選択肢が「自殺をする」という選択肢であった場合，彼が異義を唱える可能性は明らかに少なくなると考えられる。このように我々は，自分の選好や立場とは離れたところにある選択行動に関して選好を持っている。本論文の目的は，このような「社会としての選択肢の多様性」に対する選好の可能性を分析する。

個人を基盤としたものではなく，社会を分析の基盤とする際に考えなくてはならない点は，どのような選択肢が「社会としての多様性」を考える際に意味のある選択肢であるのかということである。個人を基盤とした既存研究において，これを規定するのが Romero-Medina（2001）にみられるような「包含関係における単調性」であるが，彼らの定式化では以下のような問題があると考えられる。$A\backslash B=\{z\}$ とし，z を i 番目の常識的な人物の選好最大化の選択肢であるとする。この場合，この i 番目の人物の選好最大化の選択肢がすでに B の中に含まれていたとしても，この z の付加によって機会集合の価値は増加する。人物 i の選択という行為に価値を与える定式化を行うのであればこのような公理の定式化は肯定されるであろうが，「社会としての選択肢の多様性」としての機会集合を考えた時にはこの公理の再検討の必要があると考えられる。一方 Tatsumi（2003）では「包含関係における単調性」を以下のように定義する。

公理：包含関係における単調性—Tatsumi（2003）

包含関係にある二つの集合 $A\supset B$ において，A が B より優越するのは，集合 $A\backslash B$ に少なくとも一つの常識的人物の選好最大化の選択肢が含まれており，且つ，B の中に彼ら（$A\backslash B$ の中に選好最大化元がある人物）の選好最大化元がない場合のみである。

ここでは「誰が選好最大化元を持っているか」という事に注目している。Tatsumi（2003）はこの公理のもとで，機会集合のランキングは，その機会集合の中に選好最大化元を持っている人物の人数によって特徴づけられる事を示した。これは（常識的人物が誰かによる）選好最大化元の数によってランキングが特徴づけられた Romero-Medina（2001）の結果とは対照的であり，包含関係による単調性公理がこの差異を導く中心的な役割をはたしていると考えられる。一方で，Romero-Medina（2001），Tatsumi（2003）に共通している点は，機会集合へのランキングを行う際に，個々人の選好最大化元（最も好まれる元）のみをもとにランキングを行う所である。ここでは，ランキングを行う際の手続きの簡略化や，少ない情報量でランキングを行えるという利点があると考えられるが，2 番目以降に好まれる元の情報をすべて無視してしまうという欠点がある。その結果，機会集合への評価が無差別なものが多くなってしまう。ここで，人々が 2 番目以降に好ましいと思っている選択肢（元）の情報を入れることによって，Tatsumi（2003）で無差別と評価されている

機会集合に区別を行う事ができ，機会集合へのランキングが人々の選好をより精緻に反映する「よい」ものになると考えられる。本論文は Tatsumi（2003）の精神を受け継ぎつつ，機会集合のランキングの情報的基礎としての個々人の選好情報の拡張を行う。

2番目以降の選好情報を入れる事の一つの困難な点は，多数決決定ルールによって特徴づけを行おうとする時，二項関係が循環的な関係になってしまいがちだという事である。ここで2人からなる社会 $S=\{1,2\}$ と，選択肢の全体集合 $X=\{x,y,z,w\}$ を考え，それぞれの選好を以下のように仮定する。

1．$wP_1xI_1yI_1z$
2．$xP_2yP_2zP_2w$

ここで aP_ib は i が a を b より強く好むと読む事にし，aI_ib は i が a と b が無差別であると読む事にする。次に機会集合 $\{x,y\}$，$\{y,z\}$，$\{x,w\}$ の3つを考える。この社会において客観的な機会集合への二項関係を決めるにあたって，選好最大化元の情報のみではなく，2，3，4番目の元の情報も考える事とする。また集計方法としては，以下で示すような多数決で行う。$\{x,y\}$ と $\{y,z\}$ について，個人1は2つの機会集合に対して無差別である。なぜならこの2つの機会集合を構成する選択肢がすべて個人1にとって2番目に好まれる元であるからである。個人2については $\{x,y\}$ を好む。なぜなら x が個人2によって選好最大化元であり，$\{y,z\}$ に選好最大化元は入っていないからである。個人1が無差別であり個人2が前者を強く好むので，$\{x,y\}>^S_M\{y,z\}$ と社会的判断を下す事にする。二項関係 $>^S_M$ はこの社会 S で，多数決によって下される判断で，$A>^S_MB$ は A を B より強く好むと読む事にする。同様に $\{y,z\}$ と $\{z,w\}$ については，個人1は $\{z,w\}$ を $\{y,z\}$ より強く好み，個人2は $\{y,z\}$ を強く好む。この場合 $\{y,z\}\sim^S_M\{z,w\}$ と書く。二項関係 $\sim^S_M$ は，この社会 S で多数決によって下される判断で，2つの機会集合が無差別である事を表す。また個人1は $\{z,w\}$ を $\{x,y\}$ より強く好み，個人2については $\{x,y\}$ を $\{z,w\}$ より強く好む。ここでわかるように，このような多数決による集計方法では循環的な機会集合上での二項関係を作ってしまう。このような問題を解決する一つの方法は機会集合への二項関係を定式化する際にある種の辞書式順序を用いることである。

本論文の命題は機会集合の多数決決定ルールによる特徴づけである。ここでは多数決に関する公理として一点集合に関する多数決決定ルール（Majority rule on singleton）だけを設け，機会集合への多数決決定ルールへと拡張する。多数決決定ルールはよく知られているように，個々人の選好の集計方法としていくつかの利点がある。まず最初に多数決決定ルールは匿名性のある集計方法であるという事である。例えばある父親（母親）がレストランを客観的に選択するとき，常識的な選好を持つ家族のメンバーの中において，それぞれの家族内の立場とは独立して機会集合（レストランのメニュー）をランキングするべきであろう。多数決決定ルールは選好最大化選択肢を持つメンバ

ーの数だけが集計されるので立場と独立である。二つ目に多数決決定ルールはもっとも身近で扱いやすい集計方法であるという事である。

2　定義，公理系

2.1　定義

有限集合 X を選択肢の全体集合，$2^X\backslash\phi$ を X のベキ集合から空集合を除いたものであるとする。個々人は機会集合が与えられるとその中から一つの選択肢を自由に選べるものとする。次に，N を個人全体の集合とする。このとき，ある社会 $S\subseteq N$ をとり，この S のもとでの機会集合のランキングを考える。Pattanaik and Xu（1988），Sugden（1999），Romero-Medina（2001）では S を「常識的な人物（reasonable person）の集合である」としているが，ここでは特に解釈に限定を与えない。すべての $A, B\in 2^X\backslash\phi$ と $S\subseteq N$ において，$A\succsim^S B$ とは機会集合 A が機会集合 B より「選択の自由」の意味で同じか，優越すると読む事にする。またこの二項関係の非対称要素を $[A\succ^S B\leftrightarrow A\succsim^S B$ 且つ $\neg(B\succsim^S A)]$ で定義し，対称要素を $[A\sim^S B\leftrightarrow A\succsim^S B$ 且つ$B\succsim^S A]$ で定義する。$\wp(S)=(R_1, R_2, \ldots, R_S)$ を集合 S の選好の集合であるとする。例えば家族でレストランに行く場合を考えると$\wp(S)$ は，家族の選好の集合であるし，既存研究流の解釈をすると，家族中で常識的に選択肢を選ぶ事のできる家族の選好の集合である。ここでは R_i の完備性，推移性を仮定する。ここで $\succsim^{S_j}$ を j レベルにおける二項関係 $\succsim^S$ であるとする。$\bar{X}^j_S$ を選択肢全体の集合 X の中で S の選好を j 番目に最大化する選択肢の集合であるとし，$\max(A|S)^j$ を集合 $A\subseteq X$ と $\bar{X}^j_S$ の共通部分であるとする。最後に $\{i|A, S\}^j$ を集合 A の中に j 番目に選好を最大化する元を持つ S のメンバーの集合であるとし，$\#\{i|A, S\}^j$ をその人数であるとする。

公理–L　二項関係 $\succsim^S$ と $\succsim^{S_j}$ は以下の公理を満たすものとする。

AL–1　一点集合に関する多数決決定ルール：*majority decision on singleton*（MDS）

すべての $x, y\in X, S\subseteq N, j$ について，もし$\#\{i|x, S\}^j>\#\{i|y, S\}^j$ であるなら$\{x\}\succ^{S_j}\{y\}$ が成り立ち，また，もし $\#\{i|x, S\}^j=\#\{i|y, S\}^j$ であるなら $\{x\}\sim^{S_j}\{y\}$ が成り立つ。

AL–2　包含関係における単調性：*Inclusion monotonicity for society*（IMONS）

すべての $A, B\in 2^X\backslash\phi, S\subseteq N, j$ について，もし $A\supseteq B$ 且つ，$\{i|A, S\}^j\backslash\{i|B, S\}^j\neq\phi$ であるならば，$A\sim^{S_j}B$ が成り立ち，もし $A\supseteq B$ 且つ，$\{i|A, S\}^j\backslash\{i|B, S\}^j=\phi$ であるならば，$A\sim^{S_j}B$ が成り立つ。

AL–3　推移性：*transitivity*（TR）

すべての $A, B, C\in 2^X\backslash\phi, S\subseteq N, j$ について，もし $A\succsim^{S_j}B$ 且つ，$B\succsim^{S_j}C$ であるならば $A\succsim^{S_j}C$ が成り立つ。

AL-4　グループの決定に関する整合性：*Composition of groups*（COG）

すべての $A, B \in 2^X \backslash \phi, S_1, S_2 \subseteq N, j$ について，もし $A \gtrsim^{S_{1j}} B$ 且つ，$A \gtrsim^{S_{2j}} B$ であるなら，$A \gtrsim^{S_1 \cup S_{2j}} B$ が成り立ち，もし $A \gtrsim^{S_{1j}} B$ 且つ，$A >^{S_{2j}} B$ であるならば $A >^{S_1 \cup S_{2j}} B$ が成り立つ。

AL-5　辞書式性質：*Lexicographic property of* $\gtrsim^S$（LP）

すべての $A, B \in 2^X \backslash \phi$ と j について，$A \sim^{S_j} B$ であるならば $A \sim^S B$ が成り立つ。またある k が存在し，すべての $j<k$ について $A >^{Sk} B$ 且つ，$A \sim^{S_j} B$ であるならば $A >^S B$ が成り立つ。

公理 MDS は一点集合に関する多数決決定ルールである。この公理は集合において，それぞれのレベルの機会集合のランキングを多数決ルールによって規定する。IMONS は本論文の中心となる公理である。この公理はどのような選択肢の増加が「選択の自由」という観点から社会にとって望ましいかという事を特徴づける。ここで既存研究との関係を明らかにするために一つの例を考える。ある父親とその息子が外食をするためにレストランを選んでいるとする。またレストランの評価はメニューによってのみ評価され，それ以外の要素は考慮されないものとする。ここで $X=$ ｛ピザ，スシ，ホットドック，チーズバーガー｝であるとし，父親と息子の X 上での選好を以下のように仮定する。

父親　ピザ $\sim_F$ スシ $\sim_F$ ホットドッグ $\sim_F$ チーズバーガー

息子　ピザ $\sim_S$ スシ $\sim_S$ ホットドッグ $\sim_S$ チーズバーガー

$a \sim_F b$ は父親が選択肢 a と b が無差別である事を示し，$a >_S b$ は息子が a を b より強く好んでいる事を表しているものとする。ここでレストラン A, B のメニューをそれぞれ

$A=$ ｛スシ，ホットドッグ，チーズバーガー｝

$B=$ ｛スシ，ホットドッグ｝

であるとする。この場合 Romero-Medina（2001）の「包含関係における単調性[1]」を適用すると，$A >^S B$ である。ここではチーズバーガーをメニュー B に加えたものがメニュー A になっているのであるが，このメニューの追加は Romero-Medina（2001）の公理においては機会集合の価値を高める。なぜならば，チーズバーガーは父親にとって選好最大化をする選択肢であり，これを加える事によって父親がより多い選好最大化元の中から食べ物を選ぶ事ができるからである。一方，本論文における IMONS を適用すると，この 2 つのメニューは無差別となる。なぜならばチーズバーガーは息子にとって選好最大化元ではないし，父親にとってもすでに B の中に最大化元が含ま

（1）　包含関係における単調性：Romero-Medina（2001）
すべての $A, B \in 2^X \backslash \phi$ について，もし $A \supseteq B$ 且つ，$\max(A|S) \backslash \max(B|S) \neq \phi$ であるなら $A >^S B$ が成立し，もし $\max(A|S) \backslash \max(B|S) = \phi$ であるなら $A \sim^S B$ が成立する。

れているためである。したがってこの公理に従えばこのチーズバーガーのメニュー B への追加は，意味のある選択肢の追加ではないという事になる。公理 TR は，公理 IMONS で包含関係のみで表された精神を，それ以外の機会集合に対しても反映させる。上の例では $A \sim^S B$ であった。いま選択肢 x が B に加えられるとする。ここで $\{i|B \cup x, S\} = \{i|B, S\}$ であるとする。このとき x の増加によって選好最大化元を持つ個人の人数は変わらないから，x の B への増加は意味のある選択肢の増加ではない。ここで B と $B \cup \{x\}$ に包含関係があることに注意して，IMONS と TR を適用すると，$\{B \cup x\} \sim^S A$ である。以下では，公理 TR が他の公理と矛盾をきたさないことをみることができる。公理 COG は，直感的に受け入れやすいものであると思われる。幾らかの社会で同じランキングがなされたとするとそれらの社会の和集合で構成される社会においても，そのランキングは変わらないというのが公理 COG の含意である。公理 LP は，小さいレベルの二項関係は大きいレベルの二項関係を優越することを要請している。

3　辞書式順序による特徴づけ

機会集合上での多数決ルールによる辞書式順序 $\succsim^S_M$ を以下のように定義する。

$$A >^S_M B \quad \leftrightarrow \quad \exists k \quad s.t. \begin{cases} \#\{i|A, S\}^j = \#\{i|B, S\}^j & \forall j < k \\ \#\{i|A, S\}^k > \#\{i|B, S\}^k \end{cases} \tag{1}$$

$$A >^S_M B \quad \leftrightarrow \quad \forall j \quad \#\{i|A, S\}^j = \#\{i|B, S\}^j \tag{2}$$

命題

$\succsim^S$ が公理 MDS，TR，IMONS，COG，LP を満たす時 $\succsim^S = \succsim^S_M$ であり，その逆も成り立つ。

証明

必要条件は明らかであるため，ここでは十分条件のみを示す。

ステップ 1：$A \sim^S_M B \Rightarrow A \sim^S B$

定義より，すべての j について $\#\{i|A, S\}^j = \#\{i|B, S\}^j$ がいえる。このとき任意の j について集合 S を以下のように 4 つのグループにわける事ができる。

1．$I_1 \subseteq S$：すべての $i \in I_1$, について j 番目の選好最大化元が A と B 両方に入っている。
2．$I_2 \subseteq S$：すべての $i \in I_2$, について j 番目の選好最大化元が A と B どちらにも入っていない。
3．$I_3 \subseteq S$：すべての $i \in I_3$, について j 番目の選好最大化元が A のみに入っている。
4．$I_4 \subseteq S$：すべての $i \in I_4$, について j 番目の選好最大化元が B のみに入っている。

いま，I_1 より個人 i' を任意に決める。その j 番目の選好最大化元を $a'_{i'}\in A$ と $b'_{i'}\in B$ とする。このとき $\{a'_{i'}\}\sim^{\{i'\}j}\{b'_{i'}\}$ が MDS よりいえる。このとき彼／彼女の別の j 番目の選好最大化元が A あるいは B にまだあるかも知れない。ここで他の A の中の j 番目の選好最大化元を $a''_{i'}\in A$ とする。このとき $\{a'_{i'}, a''_{i'}\}\sim^{\{i'\}j}\{a'_{i'}\}$ が IMONS よりいえる。TR より $\{a'_{i'}, a''_{i'}\}\sim^{\{i'\}j}\{b'_{i'}\}$ である。さらに B にも別の j 番目の選好最大化元 $b''_{i'}\in B$ があるとする。同様に $\{a'_{i'}, a''_{i'}\}\sim^{\{i'\}j}\{b'_{i'}, b''_{i'}\}$ を得ることができる。この過程を繰り返すことにより，$\max(A|i')^j\sim^{\{i'\}j}\max(B|i')^j$ を得ることができる。一方，$A\supset\max(A|i')^j$ 且つ $\{i|A, i'\}^j\backslash\max(i|\max(i|A, i')^j, i')^j=\phi$ であることから IMONS より，$A\sim^{\{i'\}j}\max(A|i')^j$ である。また TR より $A\sim^{\{i'\}j}\max(B|i')^j$ を得る。同様に $A\sim^{\{i'\}j}B$。最後に COG で I_1 の個人の和集合をとることによって $A\sim^{I_1 j}B$ がいえる。

I_2 より個人 i' を任意に決める。I_2 の定義より，すべての $a'_{i'}\in A$ と $b'_{i'}\in B$ について $\#\{i|a'_{i'}, i'\}^j=\#\{i|b'_{i'}, i'\}^j=0$ である。したがって MDS より，$\{a'_{i'}\}\sim^{\{i'\}j}\{b'_{i'}\}$ がいえる。IMONS と TR を数回適用する事により，$\max(A|i')^j\sim^{\{i'\}j}\max(B|i')^j$ がわかる。同様に IMONS と TR より $A\sim^{i'j}B$。最後に COG を適用し，$A\sim^{I_2 j}B$ を得る。

グループ I_3 と I_4 について，$\#\{i|A, S\}^j=\#\{i|B, S\}^j$ である事から，$\#\{i|A, I_3\}^j=\#\{i|B, I_4\}^j$ である事がわかる。ここで I_3 と I_4 より任意に $i'\in\{i|A, I_3\}^j$ と $i''\in\{i|B, I_4\}^j$ を決める。i' について $a_{i'}\in A$ を j 番目の選好最大化元であるとし，i'' について $b_{i''}\in B$ を j 番目の選好最大化元であるとする。このとき $\{a_{i'}\}\sim^{\{i'\cup i''\}j}\{b_{i''}\}$ が MDS よりいえる。IMONS を数回適用する事により，$\max(A|i'\cup i'')^j\sim^{\{i'\cup i''\}j}\max(B|i'\cup i'')^j$ である事がわかる。また IMONS より，$A\sim^{\{i'\cup i''\}j}B$ である。$I_3\cap I_4=\phi$ 且つ，$\#I_3=\#I_4$ である事から，$A\sim^{I_3\cup I_4 j}B$ が COG よりいえる。

ここで $[I_1\cup I_2\cup I_3\cup I_4]=S$ である事から，COG より，$A\sim^{Sj}B$ である。さらにすべての j について この関係が成り立つ事から，LP より，$A\sim^{S}B$ が成り立つ。

ステップ 2 ：$A>^{S}_{M}B\Rightarrow A>^{S}B$

$>^{S}_{M}$ の定義より，ある k が存在して，すべての $j<k$ について，$\#\{i|A, S\}^j=\#\{i|B,S\}^j$ 且つ，$\#\{i|A, S\}^k>\#\{i|B, S\}^k$ が成り立つ。したがってステップ 1 より，すべての $j<k$ について，$A\sim^{Sj}B$ が成り立つ。次に $A>^{Sk}B$ を示す。このときステップ 1 と同様に，集合 S を以下のように 4 つのグループに分ける事ができる。

1．$I_1\subseteq S$：すべての $i\in I_1$, について k 番目の選好最大化元が A と B 両方に入っている。
2．$I_2\subseteq S$：すべての $i\in I_2$, について k 番目の選好最大化元が A と B どちらにも入っていない。
3．$I_3\subseteq S$：すべての $i\in I_3$, について k 番目の選好最大化元が A のみに入っている。
4．$I_4\subseteq S$：すべての $i\in I_4$, について k 番目の選好最大化元が B のみに入っている。

ステップ 2 の前提より $\#I_3>\#I_4$ である。ここで I_3 を I'_3 と I''_3 に分割し，$\#I'_3=\#I_4$ が成り立つよ

うにする。ステップ1より，

$$A \sim^{I_1 \cup I_2 \cup I_3' \cup I_4 k} B$$

である。次に $i' \in I_3''$ を任意に決める。このときすべての $b' \in B$ について $\#\{i | b', i'\}^k = 0$ である。また $i'' \in I_3''$ の k 番目の選好最大化元を一つ決め $a' \in A$ とする。このとき MDS より，$\{a'\} >^{\{i'\}k} \{b'\}$ がいえる。また IMONS より，$A >^{\{i'\}k} \{a'\}$，TR より，$A >^{\{i'\}k} \{b'\}$ がいえる。したがって IMONS，TR より，$A >^{\{i'\}k} B$ である。よって COG より $A >^{I_3'' k} B$ を得る。ここで，$A >^{Sk} B$ を得た。

最後に LP より，$A >^S B$ がわかる。ここでステップ1とステップ2より，

$$A \succsim_M^S B \Rightarrow A \succsim^S B$$

が成り立つ。

ステップ3：$A \succsim_M^S B \Leftarrow A \succsim^S B$

背理法によって証明する。いま，いくつかの $A, B \in 2^x \backslash \phi$，$S \in N$ について，ある k が存在して，$\#\{i | A, S\}^k < \#\{i | B, S\}^k$ 且つ，すべての $j < k$ について $\#\{i | A, S\}^j = \#\{i | B, S\}^j$ 且つ，$A \succsim^S B$ が成り立っているとする。このときステップ2より $B >^S A$ を得る。これは矛盾である。

□

4　結論

本研究では「社会としての選択肢の多様性」に関する機会集合へのランキングを行う際の，公理の検討と多数決決定ルールに基づく辞書式順序によるランキングの特徴づけを行った。基本的なフレームワークは Tatsumi（2003）基づき，「誰が選好最大化元」を持っているか，ということに注目し，ランキングを行った。ここでは辞書式順序を導入することで，Tatsumi（2003）より人々の選好をより精緻に反映する機会集合のランキングを行った。ここで注意しておきたいのは多数決ルールに基づく辞書式順序の導入によって，人々の選好をより精緻に反映する事に成功している反面，公理系を複雑にし，ランキングを行う際に必要とする情報量を増加させている事である。したがって2番目以降に好まれる元に対する人々の選好の強度や，その社会の複雑さ等によって，ランキングを行う当事者は，もっとも好まれる元以外の情報をどこまで考慮するかを考え，
望ましいランキング方法の使い分けも考えるべきであると思われる。

公理 IMONS は本研究の核となる公理であり，本研究のスピリットを表している。IMONS によれば，あるレベルでの機会集合のランキングは，選択肢の追加によって，その選択肢をそのレベ

ルにおいて選好最大化元とする個々人が，その選好最大化元を A の中に持っていない時のみ価値が改善される。命題においては 4 つの公理によって表される機会集合へのランキングが多数決ルールに基づく辞書式順序によって特徴づけられた。

（慶應義塾大学大学院研究生）

参　考　文　献

[1] Arlegi, Ricardo and Nieto, Jorge "Ranking opportunity sets: An approach based on the preference for flexibility", *Social Choice and Welfare*, 18 (2001), 23–36.

[2] Pattanaik, P. K and Y. Xu, "On ranking opportunity set in terms of freedom of choice", *Recherches Economiques de Louvain*, 56 (1990), 383–390.

[3] Pattanaik, P. K and Y. Xu, "On preference and freedom", *Theory and Decision*, 44 (1998), 173–198.

[4] Peragine, V. "The Distribution and Redistribution of Opportunity", *Journal of Economic Surveys*, 13–1 (1999).

[5] Puppe C, "Freedom and rational choice", *Social Choice and Welfare*, 12 (1995), 137–153.

[6] Puppe C, "An axiomatic approach to 'Preference for freedom of choice'", *Journal of Economics Theory*, 68 (1) (1996), 174–199.

[7] Romero-Medina, Antonio "More on preference and freedom", *Social Choice and Welfare*, 18 (2001), 170–191.

[8] Sen, A "Welfare, freedom and social choice: a reply", *Recherche Economic de Louvain*, 56 (1990), 451–485.

[9] Sen, A "Welfare, preferences and freedom", *Journal of econometrics*, 50 (1991), 15–29.

[10] Sugden, R. "The metric of opportunity", *Economics and Philosophy*, 14 (1998), 307–337.

[11] Tatsumi, Yasuaki, "On ranking opportunity sets in terms of freedom of choice - A characterazaion by a majority rule", 2003, mimeo.