慶應義塾大学学術情報リポジトリ
Keio Associated Repository of Academic resouces

Title	ネットワーク形成をともなうクールノー・ゲーム
Sub Title	Cournot game with network formation
Author	川又, 邦雄(Kawamata, Kunio)
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	2004
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.96, No.4 (2004. 1) ,p.633(171)- 648(186)
JaLC DOI	10.14991/001.20040101-0171
Abstract	プレイヤー間のリンクの形成は, それに関係する経済主体に利益をもたらす。それとともに他の経済主体にも様々な影響をもたらす。ここでは所与のネットワーク構造の下でクールノー競争が行われることを予見して, 経済主体がもっとも有利なネットワーク形成を行うものとする。ただし, ここではリンクの形成には二人のプレイヤーの合意があればよく, リンクの切断には単独のプレイヤーの意志があれば十分であると考える。 そのようなネットワーク形成をともなうクールノー・ゲームでは, ゲームの凸性が重要な役割を演ずる。4人ゲームでは, 完全グラフ（すべての主体が結ばれたグラフ）の他に3人が互いに連結し1人が独立したグラフが安定なネットワークとなる。また尾を持った三角形のネットワーク（互いに結ばれた三人の一人に他の一人が結ばれたグラフ）を含むサイクルが生じるケースがあることが示される。 The formation of links among players benefits the related economic agents. Simultaneously, it has various impacts on other economic agents. Here, we assume that economic agents, who are supposed to play the Cournot game under a given network structure, form the most advantageous networks. However, we also assume that it takes two agents to form a link and a single player to sever a link. In a Cournot game with such a network formation, the convexity of the game plays an important role. In a four-person game the perfect graph (all agents are linked to each other), and the one with three agents linked together and the last one being independent, becoming stable networks. Moreover, a case is shown where a cycle including a triangular network with a tail (one agent is linked to one of the three agents that are linked to each other) can be generated.
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-20040101-0171

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

ネットワーク形成をともなうクールノー・ゲーム
Cournot Game with Network Formation

川又 邦雄(Kunio Kawamata)

プレイヤー間のリンクの形成は，それに関係する経済主体に利益をもたらす。それとともに他の経済主体にも様々な影響をもたらす。ここでは所与のネットワーク構造の下でクールノー競争が行われることを予見して，経済主体がもっとも有利なネットワーク形成を行うものとする。ただし，ここではリンクの形成には二人のプレイヤーの合意があればよく，リンクの切断には単独のプレイヤーの意志があれば十分であると考える。
そのようなネットワーク形成をともなうクールノー・ゲームでは，ゲームの凸性が重要な役割を演ずる。4 人ゲームでは，完全グラフ（すべての主体が結ばれたグラフ）の他に 3 人が互いに連結し 1 人が独立したグラフが安定なネットワークとなる。また尾を持った三角形のネットワーク（互いに結ばれた三人の一人に他の一人が結ばれたグラフ）を含むサイクルが生じるケースがあることが示される。

Abstract
The formation of links among players benefits the related economic agents. Simultaneously, it has various impacts on other economic agents. Here, we assume that economic agents, who are supposed to play the Cournot game under a given network structure, form the most advantageous networks. However, we also assume that it takes two agents to form a link and a single player to sever a link. In a Cournot game with such a network formation, the convexity of the game plays an important role. In a four-person game the perfect graph (all agents are linked to each other), and the one with three agents linked together and the last one being independent, becoming stable networks. Moreover, a case is shown where a cycle including a triangular network with a tail (one agent is linked to one of the three agents that are linked to each other) can be generated.

「三田学会雑誌」96巻4号（2004年1月）

ネットワーク形成をともなうクールノー・ゲーム*

川　又　邦　雄

要　　旨

プレイヤー間のリンクの形成は，それに関係する経済主体に利益をもたらす。それとともに他の経済主体にも様々な影響をもたらす。ここでは所与のネットワーク構造の下でクールノー競争が行われることを予見して，経済主体がもっとも有利なネットワーク形成を行うものとする。ただし，ここではリンクの形成には二人のプレイヤーの合意があればよく，リンクの切断には単独のプレイヤーの意志があれば十分であると考える。

そのようなネットワーク形成をともなうクールノー・ゲームでは，ゲームの凸性が重要な役割を演ずる。4人ゲームでは，完全グラフ（すべての主体が結ばれたグラフ）の他に3人が互いに連結し1人が独立したグラフが安定なネットワークとなる。また尾を持った三角形のネットワーク（互いに結ばれた三人の一人に他の一人が結ばれたグラフ）を含むサイクルが生じるケースがあることが示される。

キーワード

対安定性，完全グラフ，ネットワーク形成，クールノー・ゲーム，4人ゲーム

1．序

プレイヤー間のネットワークの形成は，多くの場合，関与するプレイヤーの利得を増す。ネットワーク構造の違いがもたらす利得変化の大きさを調べることでリンク形成のインセンティブを論じることができる。本稿では寡占市場の競争モデルを用い，情報交換を行う企業が生産にともなう費用を削減できるものと想定し，ネットワークの形状を調べその安定性について分析する。

ここでは主として各プレイヤーが3人以下の他のプレイヤーとリンク（枝）をもつ場合に主な注意を集中する。プレイヤーの総数が4人以下の場合はこのケースの前提条件を満たすことになる。次節では企業の生産技術と消費者の需要関数が提示され，つづいて4節でリンクの構造を所与としてさまざまなクールノー＝ナッシュ均衡が求められる。この結果を予想して企業はネットワークの

＊　本稿の作成に当たって玉田康成慶應義塾大学経済学部助教授，同研究助手奥村保規氏と山崎将太氏ならびに匿名のレフェリーより有益なコメントをいただいた。感謝の意を表したい。

形成を行う。その動きを調べることで安定なネットワークの存在が示される。

3人のプレイヤーのモデルでは，安定なグラフは直線グラフ（中心となるプレイヤーに他の2人がそれぞれリンクをもつグラフ）と完全グラフ（3人がすべてリンクをもつグラフ）の2つであり，どちらに到達するかは，リンクの形成がどの程度費用の節減に寄与するか（リンクの形成の貢献の程度）に依存する。

4人のプレイヤーのモデルでは，完全グラフの他に，3人が互いに連結し，1人が独立しているネットワークが安定となりうる。また一つの特色あるネットワークがサイクルの形成に深いかかわりをもつことが説明される。その構造は，1人の中心となるプレイヤーと他の3人がすべてリンクをもち，さらに3人のうち2人の間にもリンクが存在する形をとっている。別の見方をすれば，これは互いにリンクをもつ3人のプレイヤーのうちの1人が残りの1人のプレイヤーとリンクをもった構造でもある。

ゲーム理論の立場からネットワークの形状を考慮した体系的研究は，Jackson and Wolinsky（1996）によって開始された。Jackson and Watts（2002）やSlikker and Nouweland（2001）もその流れをくむものである。また市場モデルを用いて個別のネットワークの形状の比較を行った最近の文献にはEconomides and Salop（1992），Kim and Shin（1999）等がある。本稿の分析はクールノーの寡占モデルを用いてネットワークの変化・生成を分析したもので，プレイヤーの数が3および4の場合について，すべての可能なネットワークの形態を考慮に入れている点が特色である。主な結論は定理1と定理2および定理3に集約されている。

2．モデルの枠組

(a) 需要関数

単一生産物についての市場需要関数が，p を価格，X を需要量として，

$$p=a-bX,\ a, b>0$$

のように表されるとする。その背後にある代表的消費者の効用関数は

$$U(X, N)=aX-\frac{1}{2}bX^2-(\bar{N}-N),\ a,\ b>0$$

のように示される。ここで $\bar{N}$ は労働供給量（1日では24時間），N は労働時間を示すものとする。いま経済には n 個の企業が存在するとし，企業 i の産出量を $x_i(i=1, 2, \cdots, n)$ と記す。

(b) 費用関数

企業 $i(i=1, 2, \cdots, n)$ の費用関数はリンク数に依存すると仮定する。それは生産技術を向上させ

るための情報の提供，あるいは部品の規格の統一等による費用の削減を反映するものと想定している。また国際貿易モデルでの関税同盟等による税の賦課の免除も類似した形に定式化することができる。ネットワークで結ばれず単独で行動する場合には

$$C_A(x_i)=d_Ax_i+e_A,\ d_A>0,\ e_A>0$$

となる。また2つが情報交換を行った場合には

$$C_B(x_i)=d_Bx_i+e_B,\ d_B>0,\ e_B>0$$

となり，3つの企業とネットワークで結ばれた場合は

$$C_C(x_i)=d_Cx_i+e_C,\ d_C>0,\ e_C>0$$

となるとする。

ここで，リンクの形成が限界費用を低下させること，すなわち

（条件a）　$d_A>d_B>d_C$

を仮定する。また正の生産を行うための需要があるための必要条件として

（条件b）　$a>d_A$

を仮定する。本稿末ではリンクをもたない企業の費用関数について同様の条件を仮定する。

市場の需給バランスは，総生産量と総需要が等しいときに達成される。その条件は n 企業が存在する場合には，

$$X=x_1+x_2+\cdots x_n$$

のように記される。

3．経済ネットワークの構造

プレイヤーの集合を $N=\{1,2,\cdots,n\}$ とし，それらを端点とし，プレイヤーの結びつきを示すリンクの集合 L を枝とするグラフ (N,L) をネットワークという。プレイヤー i と j の間のリンクは $\{i,j\}$ あるいは ij で示す。すべての端点が結合しているグラフ，つまり

$$L^N=\{\{i,j\}|\{i,j\}\subset N,\ i\neq j\}$$

を枝の集合とするグラフを完全グラフという。

つぎに，ある $i_0 \in N$ が存在して

$$L^S = \{\{i_0, j\} | j \in N, i_0 \neq j\}$$

となるグラフ L を星形グラフあるいは単一センターネットワークといい，i_0 をセンターという。また

$$L^l = \{\{i, i+1\} | i \in N \backslash \{n\}\}$$

となるグラフを線形グラフといい，

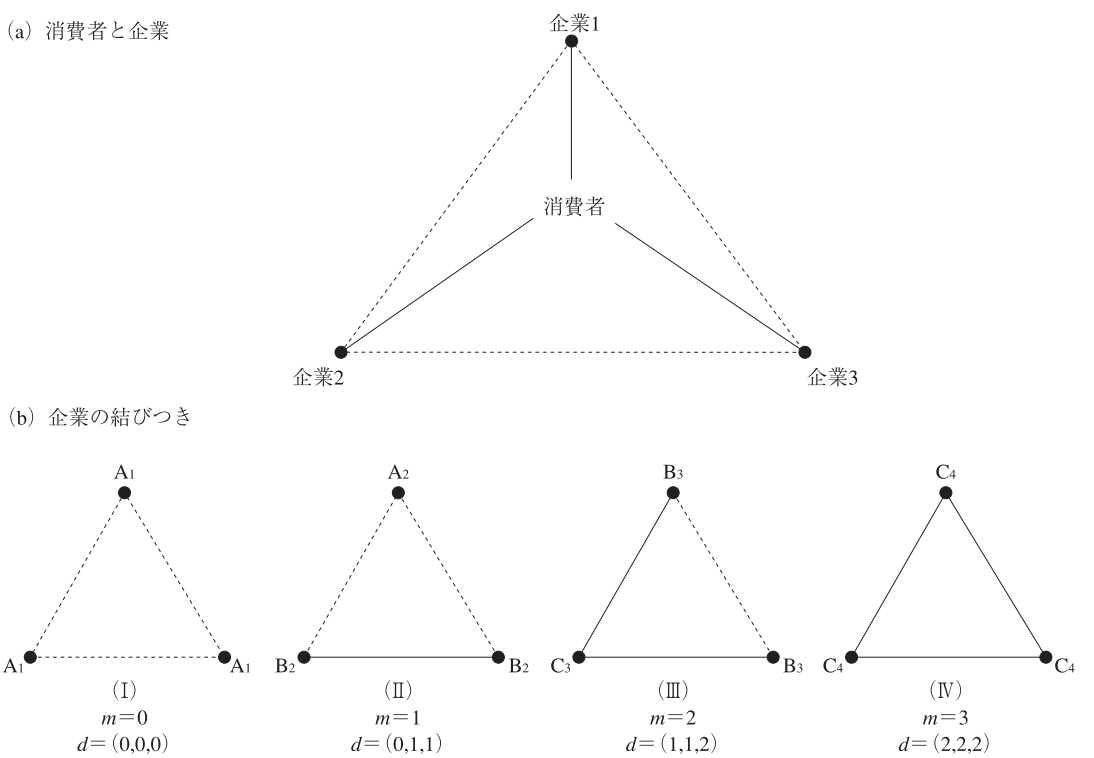
$$L^C = \{\{i, i+1\} | i \in N\}$$

となるものを円形グラフという。ただしリンク $\{n, n+1\}$ は $\{n, 1\}$ とみなすものとする。

(a) $n=3$ のケース

第１図（a）のグラフは，各企業が市場で消費者と直面していることを示したものである。３つ

$n=3$ のグラフ



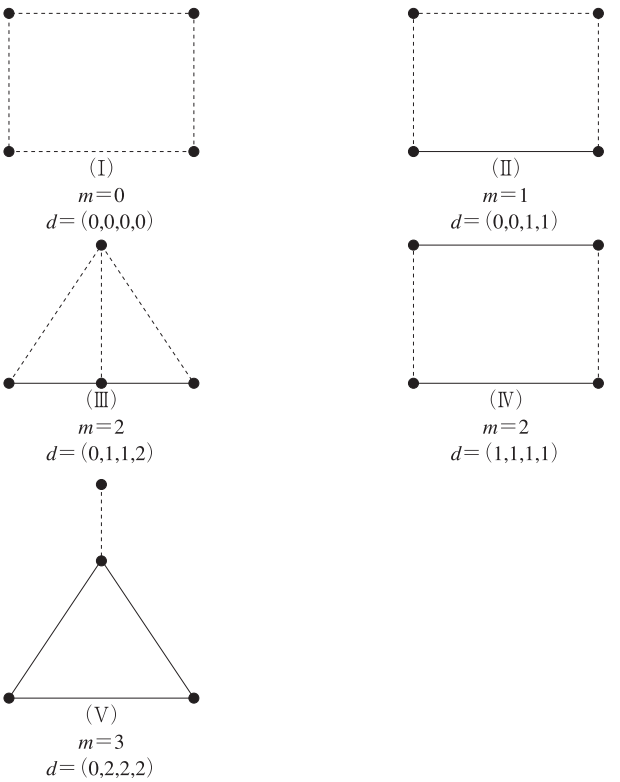
第１図

の企業の間のネットワークの結びつきは，同型のケースを除けば，第1図（b）のような4つの図式で示される。上の各グラフは頂点の数 n，辺の数 m と次数（degree）d（各頂点で出会う辺の数）で示すとつぎのようになる。グラフ（Ⅲ）は線形グラフあるいは単一センターネットワークである。またグラフ（Ⅳ）は完全グラフである。

（b）$n=4$ のケース

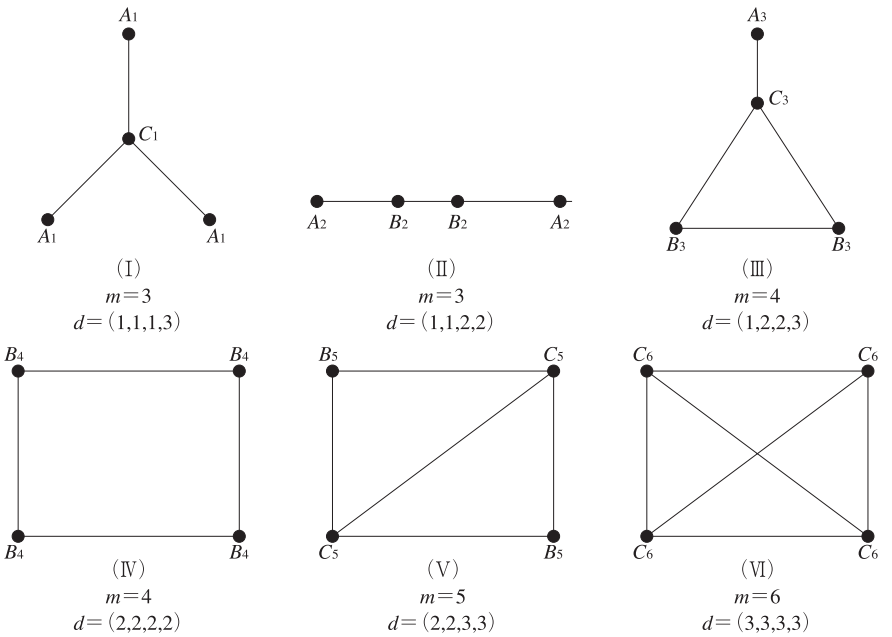
プレイヤーの数 n が4の場合，連結していないグラフは第2図に示したように5つある。また連結したグラフは第3図で示したように6つある。それらを頂点の数 n，辺の数 m と次数 d（各頂点で出会う辺の数）で示すと第2図と第3図のようになる。

$n=4$ の場合の連結していないグラフ



第2図

n=4 の連結したグラフ



第 3 図

4．所与のネットワークの下でのクールノー均衡

各企業はすべて消費者と市場を通じて結ばれている。企業は互いに費用を削減するための情報交換を行うものとする。ここでは，まずネットワークの構造，したがって費用関数を所与としたクールノー均衡として定まる産出量と利得を計算することにする。

(a) n=3 のケースについての均衡産出量と利潤

これらのネットワークは費用削減のための情報交換等の同意を示すものであるが，企業はそれらによって定まる費用関数と市場の需要関数を所与としてクールノー競争を行うものとする。第 1 図の（Ⅰ），（Ⅱ），（Ⅲ），（Ⅳ）で示されるネットワークを所与とするとき企業 i の利潤は，そのリンクの数 M（A ならば 0，B ならば 1，C ならば 2 とする）に依存して

$$\pi^i(x_i)=px_i-d_Mx_i$$
$$=(a-bX)x_i-d_Mx_i,\quad (M=A, B, C)$$

となる。したがってクールノー行動を仮定した場合の利潤最大化のための条件は，各 $M(M=A,$

B, C) について

$$a-bX-bx_i-d_M=0, \quad (i=1, 2, 3)$$

となる。ここで，$X=x_1+x_2+x_3$ となることに注意すれば，クールノー競争の結果として定まる各企業の均衡産出量と均衡利潤はネットワークの構造Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ，Ⅳと各点の位置 A，B，C に依存して以下のようになる。

$$x_A^*(\mathrm{I})=(a-d_A)/4b$$
$$x_A^*(\mathrm{II})=(a-3d_A+2d_B)/4b$$
$$x_B^*(\mathrm{II})=(a-2d_B+d_A)/4b$$
$$x_C^*(\mathrm{III})=(a+2d_B-3d_C)/4b$$
$$x_B^*(\mathrm{III})=(a-2d_B+d_C)/4b$$
$$x_C^*(\mathrm{IV})=(a-d_C)/4b.$$

この解の性質は，後により一般的場合について説明される。また，それら産出量に対応する均衡利潤は，ネットワークの構造 $k=$ Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ，Ⅳに依存して

$$\pi_M^*(k)=b(x_M^*(k))^2-e_M, \quad M=A, B, C$$

のように表される。以下各点の利潤の大小を選好関係 $\succ$ で示す。例えば $B_3 \succ A_1$ は点 B_3 の利潤が点 A_1 の利潤より大きいことを意味する。

以下では固定費用を無視して均衡利潤の大きさを比較する。そのために次の条件を用いる。

条件 1 ：$d_A+d_C>2d_B$
条件 2 ：$3d_A+d_C>4d_B$
条件 3 ：$4d_B>d_A+3d_C$

以上の結果よりつぎのことがわかる。なお第 4 図参照のこと。

補助定理１

条件（a），（b）を仮定すると

(1)　$C_3 > C_4$，$C_4 > B_3$，$C_4 > A_1$，$A_1 > A_2$，$B_2 > A_1$ および $B_2 > B_3$ はつねに成立する。

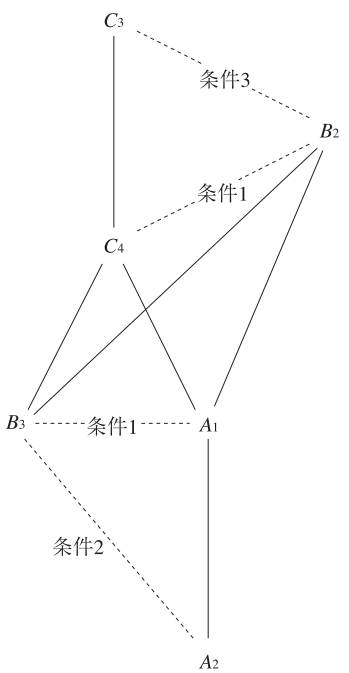
(2)　$B_3 > A_1$ および $B_2 > C_4$ は条件１と同値である。また $B_3 > A_2$ は条件２と同値である。また $C_3 > B_2$ は条件３と同値である。

(3)　条件１は条件２より強い。

(4)　条件１はネットワークの費用節減の程度がリンクの数についての減少関数であること（$d_A - d_B > d_B - d_C$）と同値である。これはゲームの凸性（リンクの増加がどの程度利得を増すか）に関連するものである。

均衡利潤の大きさ（$n=3$ のケース）

ここでは固定費用 e_1，e_2 および e_3 はすべて０であるとし，各位置における利得の大小をしている。実線で結んだ点は上のものほど利得が大きいことを意味しており，点線で結んだ利得の大きさは条件（1）あるいは条件（2）による。



*　条件（1）$B_3 > A_1 \Leftrightarrow d_A + d_C > 2d_B$

**　条件（2）$B_3 > A_2 \Leftrightarrow 3d_A + d_C > 4d_B$

第４図

以上の考察によって次の命題を得る。

命題１

$n=3$ の場合，固定費用 e_A，e_B，e_C，がすべて等しいとして，条件（a），（b）の下で均衡利得の大きさの関係の主なものを示すと，第４図のようになる。条件３の下では C_3 の利得が最大，つづいて C_4，B_2 が大きい。また，B_2 の利得は A_1 より，さらに A_1 は A_2 より利得が大きい。その他の位置における均衡利得の大きさは等号の成立する場合を除けば，条件１あるいは条件２に依存する。

（b）$n=4$ のケースについての均衡産出量と利潤

n が４の場合の各位置における均衡生産量と利得も $n=3$ の場合と同様に求めることができる。その結果を示すと次のようになる。

$$x_A(\mathrm{I})=(a-2d_A+d_c)/5b$$
$$x_C(\mathrm{I})=(a+3d_A-4d_c)/5b$$
$$x_A(\mathrm{II})=(a-3d_A+2d_B)/5b$$
$$x_B(\mathrm{II})=(a-3d_B+2d_A)/5b$$
$$x_A(\mathrm{III})=(a-4d_A+2d_B+d_C)/5b$$
$$x_B(\mathrm{III})=(a-3d_B+d_A+d_C)/5b$$
$$x_C(\mathrm{III})=(a-4d_C+d_A+2d_B)/5b$$
$$x_B(\mathrm{IV})=(a-d_B)/5b$$
$$x_B(\mathrm{V})=(a-3d_B+2d_C)/5b$$
$$x_C(\mathrm{V})=(a-3d_C+2d_B)/5b$$
$$x_C(\mathrm{VI})=(a-d_C)/5b$$

$k=(k_A, k_B, k_C)$ を各タイプの頂点の数とするとき，上の公式は

$$x_A^*=\frac{a-(5-k_A)d_A+k_Bd_B+k_Cd_C}{5b}$$
$$x_B^*=\frac{a+k_Ad_A-(5-k_B)d_B+k_Cd_C}{5b}$$
$$x_C^*=\frac{a+k_Ad_A+k_Bd_B-(5-k_C)d_C}{5b}$$

$$\pi_A^*=b(x_A^*)^2,\quad \pi_B^*=b(x_B^*)^2,\quad \pi_C^*=b(x_C^*)^2$$

のようになる。一般の n の場合の均衡値は上式の５をすべて $n+1$ に変えたものとなる。

以下では固定費用を無視して各点の利潤を比較する。そのためにつぎの条件が用いられる。なお第２節の条件（a），（b）はつねに満たされるものとする。

条件１：$d_A+4d_C>5d_B$

条件２：$2d_A+3d_C>5d_B$

条件３：$2d_A+d_C>3d_B$

条件４：$d_A+d_C>2d_B$

条件５：$4d_A+d_C>5d_B$

条件６：$3d_A+2d_C>5d_B$

条件７：$d_A+2d_C>3d_B$

- 条件４は条件３，５，６の十分条件である。
- 条件１は条件４の十分条件である。

これについてつぎの補助定理が成立する。なお利得の大小関係については第５図を参照されたい。右図の実線で示したものはつねに成立する関係，点線は条件付で成立する関係を示す。

補助定理２

条件（a），（b）を仮定する。このとき

(1) $C_1>B_2$，$C_1>C_3$，$C_3>C_5$，$C_5>C_6$，$C_6>B_4$，$B_2>B_4$，$B_4>B_5$，$B_4>A_1$，$B_4>A_2$，$A_1>A_3$，$A_2>A_3$，$B_3>A_1$，$B_2>B_3$，$C_3>B_3$，$B_3>B_5$ はつねに成立する。

(2) $B_2>C_3$ および $B_3>C_5$，は条件１($d_A+4d_C>5d_B$) と同値。

(3) $B_2>C_5$ は条件２($2d_A+3d_C>5d_B$) と同値。

(4) $B_2>C_6$ および $B_5>A_1$ は条件３($2d_A+d_C>3d_B$) と同値。

(5) $B_3>B_4$ および $A_1>A_2$ は条件４($d_A+d_C>2d_B$) と同値。

(6) $B_5>A_3$ および $B_3>A_2$ は条件５($4d_A+d_C>5d_B$) と同値。

(7) $B_5>A_2$ は条件６($3d_A+2d_C>5d_B$) と同値。

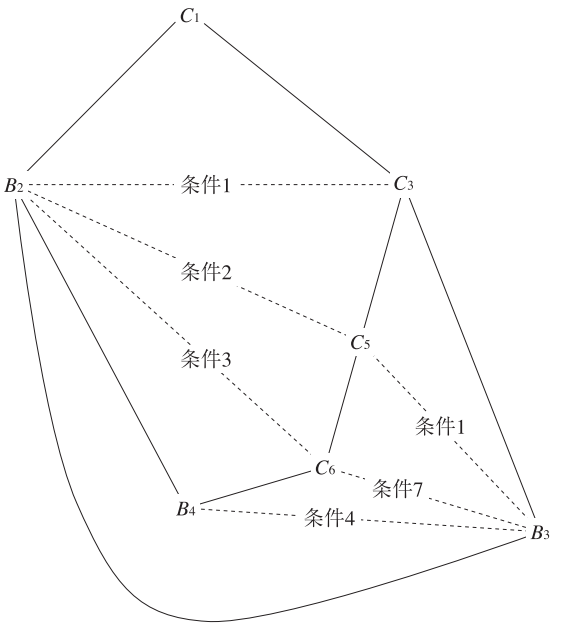
(8) $B_3>C_6$ は条件７($d_A+2d_C>3d_B$) と同値。

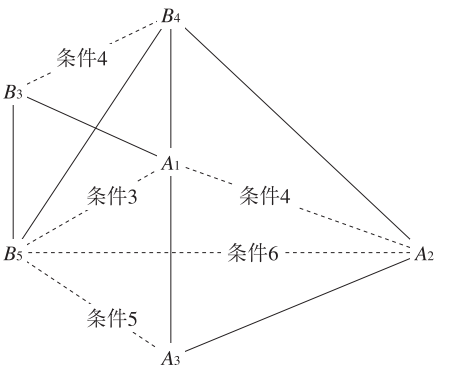
- 条件４は条件３，５，６の十分条件。さらに，条件１は条件４の十分条件。

命題２

$n=4$ の連結グラフに関して固定費 e_A，e_B および e_C が等しいとして均衡利潤の大小を示すと第５図のようになる。センター C_1 の利得が最大で C_3，C_5，C_6 の順に利得は大きい。また B_2 の利得は B_4 のそれより大で，B_4 の利得は A_1，A_2，A_3 より大で B_3 の利得は A_1 の利得より大である。さらに $4d_A+d_C>5d_B$ のとき A_3 の利得は最小である。

均衡利潤の大きさ（$n=4$ のケース）





1. $B_2 > C_3, B_3 > C_5 \Longleftrightarrow d_A + 4d_C > 5d_B$
2. $B_2 > C_5 \Longleftrightarrow 2d_A + 3d_C > 5d_B$
3. $B_2 > C_6, B_5 > A_1 \Longleftrightarrow 2d_A + d_C > 3d_B$
4. $B_3 > B_4, A_1 > A_2 \Longleftrightarrow d_A + d_C > 2d_B$
5. $B_5 > A_3, B_3 > A_2 \Longleftrightarrow 4d_A + d_C > 5d_B$
6. $B_5 > A_2 \Longleftrightarrow 3d_A + 2d_C > 5d_B$
7. $B_3 > C_6 \Longleftrightarrow d_A + 2d_C > 3d_B$

第 5 図

5．ネットワーク形成と企業の行動

各企業は，さまざまなネットワーク構造の下でのクールノー＝ナッシュ均衡を予想して，最大の利得をもたらす最適なネットワークを選択する。リンクの形成，切断に関してはいくつかの異なった想定が可能である。ここではリンクの形成は2人のプレイヤーの間でのみ行われるとし，さらに両者の利得が増すことを条件とする。またリンクの切断は各リンクについて1人のプレイヤーの利得が増す場合には単独で行うことができるものとする。ネットワークのパターンは有限であるから，リンクの形成，切断が行われると均衡状態が実現しうる。そのさい，初期のネットワークの形態は所与であると考えるのが自然である。

(a) $n=3$ の場合

需要関数と費用関数のパラメータいかんによっては上の4つのネットワーク構造のどれもが均衡になりうる。たとえば固定費用 e_A に比べ e_B，e_C が大きい場合にはネットワークⅠが均衡になる。しかし固定費用が同一であるとすると安定なネットワークの構造はより制限される。リンク形成の動きについてはつぎのことがわかる。第2節の条件（a），（b）の下では，

1．（Ⅰ） → （Ⅱ） はつねに成立。

2．（Ⅱ） → （Ⅲ） が成立するための十分条件は，条件2と条件3が成立することである。

条件2か条件3のどちらかが逆向きの不等式ならば，（Ⅲ） → （Ⅱ） が成立する。

3．（Ⅲ） → （Ⅳ） はつねに成立。

(1) （（Ⅰ）→（Ⅱ））；プレイヤーがすべて分離されたグラフ（Ⅰ）から単一のリンクをもったグラフ（Ⅱ）へ移ることによってどれか1組のプレイヤーの利得を増す。

(2) （（Ⅱ）→（Ⅲ））；条件（2）と（3）の下では，1対にリンクをもったグラフ（Ⅱ）においてリンクされているプレイヤーがもう1人のプレイヤーと接続されていることは2人の利得を増す。どちらか一つの逆向きの不等式が成立している場合には（Ⅲ→Ⅱ）となる。

(3) （（Ⅲ）→（Ⅳ））；グラフ（Ⅲ）から新しいグラフを形成し，完全グラフ（Ⅳ）に移ることは関与するプレイヤーの利得を増す。

第4図に注意してネットワーク形式の様子を分析すると第6図のようになる。

リンクの形成と切断（n=3 のケース）

ケースａ　　$3d_A+d_C>4d_B>d_A+3d_C$

（Ⅰ）→（Ⅱ）→（Ⅲ）→（Ⅳ）

ケースｂ　　$4d_B>3d_A+d_C$（条件２の反対）

または $4d_B<3d_A+3d_C$（条件３の反対）

（Ⅰ）→（Ⅱ）←（Ⅲ）⇢（Ⅳ）

第６図

以上によって以下の結論が得られる。ただしケースｂのⅢからの動きのように移行の方向が２つある場合には切断が選ばれるとし，他は点線で示している。これとは別に利潤の増加の大きい方に移動するとすることもできる。

定理１

n=3 で固定費を同一とする。このとき条件（1）（$3d_A+d_C>4d_B>d_A+3d_C$）が成り立つ場合には完全グラフが安定したネットワークとなる。また条件（2）$4d_B>3d_A+d_C$ あるいは $3d_A+d_C>4d_B$ の場合には初期点が（Ⅳ）であれば，（Ⅳ）が安定したネットワークに，初期点が（Ⅰ）（Ⅱ）あるいは（Ⅲ）ならば，（Ⅱ）が安定したネットワークとなる。

(b) n=4 のケース

以下では連結したグラフを主な考察の対象とする。第３図と第５図を参照しながらネットワーク形成の様子を調べると次のようになる。ケースａでは切断を優先し，他の動きを点線で示し，サイクルの発生を強調した。

(1)　（Ⅰ⇒Ⅲ）；センターをもったグラフ（星形グラフ）（Ⅰ）において，（$B_3>A_1$ ゆえ）センターに接続している２人のプレイヤーが新たにリンクを形成し，ネットワーク（Ⅲ）に移る誘因がある。

(2)　（Ⅱ⇒Ⅳ）；線形グラフ（Ⅱ）は両端のプレイヤー２人が新たなリンクを形成することで円形（矩形）ネットワーク（Ⅳ）に移行する誘因がある。

(3)　（Ⅳ⇒Ⅴ）；円形グラフにおいて，（$C_5>B_4$ ゆえ）は連結している２人がリンクをもつことによって一つの絃をもつ円形グラフ（１つの対角線をもつ矩形グラフ）であるネットワーク（Ⅴ）に移る。

(4)　（Ⅴ⇒Ⅵ）；一つの絃をもった円のネットワーク（Ⅴ）は，（$C_6>B_5$ ゆえ）２人のプレイヤーがもう一つの絃をつけ加えることによって完全グラフ（Ⅵ）に移る誘因がある。

(5)　（Ⅱ⇒Ⅲ），（Ⅲ⇒Ⅱ）；線形グラフ（Ⅱ）において，端にいるプレイヤーは中間にいるプレ

イヤーとリンクを形成する誘因がある。そのための条件は $C_3>B_2$（条件1の逆）と $B_3>A_2$（条件5）が成立することである.この条件が成り立たない場合には（Ⅲ⇒Ⅱ）となる。

(6)　（Ⅱ⇒Ⅰ）（Ⅰ⇒Ⅱ）；センターをもったネットワーク（Ⅰ）において，（$A_2>A_1$（条件4の逆）ならば）あるプレイヤーはセンターとの接続を切って第3のプレイヤーと接続し，線形グラフ（Ⅱ）に移る誘因がある。また，$A_1>A_2$ ならば逆のリンク形成の誘因もある。

(7)　（Ⅲ⇒Ⅳ）（Ⅳ⇒Ⅲ）；円形グラフ（Ⅳ）において，（$B_3>B_4$（条件4）のケースでは）あるプレイヤーは一つのリンクを切って結ばれていない他のプレイヤーとリンクを形成し，ネットワーク（Ⅲ）に移行する誘因をもつ。また他の条件の下では逆のネットワーク形成を行う誘因をもつ。

(8)　（Ⅴ⇒Ⅲ）（Ⅲ⇒Ⅴ）；弦をもった円形グラフ（Ⅴ）において，（$A_3>B_5$（条件5の逆）のケースでは）弧で結ばれている2人のプレイヤーがリンクを切ってネットワーク（Ⅲ）に移行する誘因をもつ。また（$B_5>A_3$ のケースでは）逆のネットワーク形成を行う誘因をもつ。

以上に注意してネットワーク形成の様子を図示すると第7図のようになる。このことを考慮すると，$n=4$ の場合のリンク形成の動きはつぎのように記述される。ただし複数の移行の可能性がある場合には切断が選ばれるとする。

定理2

$n=4$ の場合について固定費はすべて同一とすると，$4d_A+d_C<5d_B$ が成り立つならば完全グラフ（Ⅳ）が安定的なネットワークとなる。さらに $d_A+d_C>2d_B$ あるいは $5d_B<4d_A+d_C$ の場合にはグラフ（Ⅲ）（Ⅳ）と（Ⅱ）あるいは（Ⅴ）を含むサイクルが生じる。

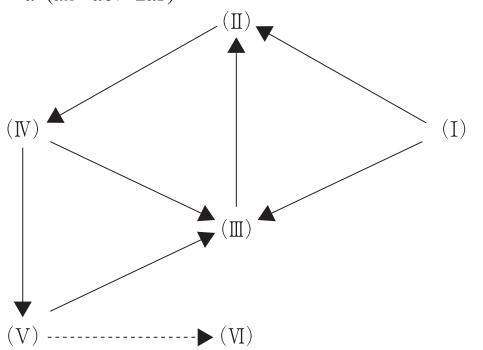
非連結グラフをも考慮するとつぎの命題が成り立つ。ただし d_0 はリンクをもたない企業の限界費用とする。証明は，第2図の各グラフの利得を9頁の公式にならって計算し，連結グラフを含む他のグラフに移行する誘因のないことをいえばよい。

定理3

条件（a），（b）および $d_0-d_A>4(d_B-d_C)$，$d_B-d_C>4(d_B-d_A)$ が成り立つとする。このとき第2図の非連結グラフ（Ⅴ）は安定なネットワークとなる。

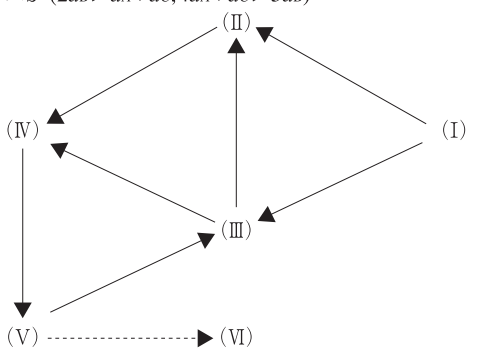
リンクの形成と切断（n=4 のケース）

ケースa ($d_A+d_C>2d_B$)



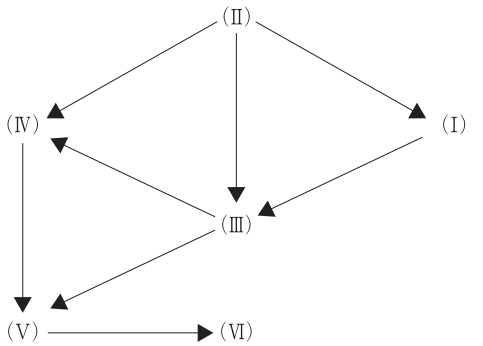
第 7 図（a）

ケースb ($2d_B>d_A+d_C, 4d_A+d_C>5d_B$)



第 7 図（b）

ケースc ($5d_B>4d_A+d_C$)



第 7 図（c）

6．モデルの拡張と残された問題

本稿ではネットワークの形成をともなう線型のクールノー・モデルを用いて均衡産出量と利潤を計算し，安定的なネットワークの形状を明らかにした。プレイヤーの数が4の場合，条件に依存して，完全グラフあるいは3人が互いに連結し他の1人が独立したグラフが安定となる。また三角に尾をつけたネットワークを含むサイクルが出現することがある。完全グラフではプレイヤーの立場は同一であるのに対して，後者での尾にあたるプレイヤーの利得は，他に比べて低く，利潤分布は不均一である。

ここでのモデルは単一生産物のクールノー・モデルが用いられていたが，それを拡張する方法はいくつかある。例えばKawamata and Shimomura（1991）のモデルの枠組みでは非線形の場合にもいくつかの条件の下で均衡利潤の大きさを比較することが可能である。中でも費用関数が2次関数として費用逓増を許容することは興味深い。その場合には本稿では情報交換の利益あるいは自由貿易協定によるとした各ネットワークに応じた限界費用の差を内生的なものとして定めることができる。また企業の数やネットワークの形状を一般化したり，生産物の種類を複数にするなどの拡張も可能である。ネットワークの構造の違いによる利潤分布の変化も興味深い問題である。これらについては今後の研究課題として残したい。

（経済学部教授）

参　考　文　献

Aumann, R.J. and Dreze, J.,（1974）“Cooperative Games with Coalition Structures,” *International Journal of Game Theory* 3, 217-237.

Bulow, J.I., J. D. Geanakoplos and P.D. Klemperer（1985）“Multi-market Oligopoly: Strategic Substitutes and Complements,” *Journal of Political Economy*, Vol. 93, pp. 488-511.

Economides, N. and Salop, S.,（1992）“Competition and Integration among Complements and Network Market Structure,” *Journal of Industrial Economics* XL, 105-125.

Jackson, M. and Watts, A.,（2002）“Evolution of Social and Economic Networks”, *Journal of Economic Theory* 106(2), pp. 265-295.

Jackson, M. and A. Wolinsky.,（1996）“A Strategic Model of Social and Economic Networks”, *Journal of Economic Theory*, 71, 44-74.

Kawamata, K. and Shimomura, K.,（1991）“Cooperation and Competition in a Heterogeneous Oligopoly Model,” *Economic Studies Quarterly*, 42, No.4, pp.334-346.

Kim, C. and Shin, H., “Endogenous Formation of Coalitions with Composite Goods,” *International Journal of Industrial Organization* 20, 1491-1511.

Slikker, M., van den Nouweland. A.,（2001）*Social and Economic Networks in Cooperative Game Theory*, Kluwer Academic Publishers.