慶應義塾大学学術情報リポジトリ
Keio Associated Repository of Academic resouces

Title	確率的変動下における排出権の最適供給時期および市場均衡
Sub Title	Behavior of emissions trading market under stochastic process
Author	藤田, 康範(Fujita, Yasunori)
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	2002
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.95, No.3 (2002. 10) ,p.493(37)- 502(46)
JaLC DOI	10.14991/001.20021001-0037
Abstract	本研究では、Dixit and Pindyck（1994）を中核とする不確実性下の最適投資時期決定理論に基づいて理論モデルを構築し、不確実性や戦略性が存在する下での排出権市場の通時的挙動およびその効率性についての理論分析を行う。財の生産性が向上する場合や排出権供給者の費用が減少する場合には、任意の均衡排出権価格に対して、排出権取引量が減少し、経済全体の余剰が減少する等の結果が導出される。 This study constructs a theoretical model based on the optimum investment timing decision theory under uncertainty, with Dixit and Pindyck (1994) as primary contributors to the model to provide a theoretical analysis on diachronic behaviors and the efficiency of the emission credit market wherein uncertainty and strategic characteristics exist. In the cases where the productivity of goods improves or the costs of emission credit suppliers decrease, the volume of emission credit transactions and the aggregate surplus in the entire economy decrease for any equilibrium price of emission credits.
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-20021001-0037

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

確率的変動下における排出権の最適供給時期および市場均衡
Behavior of Emissions Trading Market under Stochastic Process

藤田 康範(Yasunori Fujita)

本研究では、Dixit and Pindyck（1994）を中核とする不確実性下の最適投資時期決定理論に基づいて理論モデルを構築し、不確実性や戦略性が存在する下での排出権市場の通時的挙動およびその効率性についての理論分析を行う。財の生産性が向上する場合や排出権供給者の費用が減少する場合には、任意の均衡排出権価格に対して、排出権取引量が減少し、経済全体の余剰が減少する等の結果が導出される。

Abstract
This study constructs a theoretical model based on the optimum investment timing decision theory under uncertainty, with Dixit and Pindyck (1994) as primary contributors to the model to provide a theoretical analysis on diachronic behaviors and the efficiency of the emission credit market wherein uncertainty and strategic characteristics exist. In the cases where the productivity of goods improves or the costs of emission credit suppliers decrease, the volume of emission credit transactions and the aggregate surplus in the entire economy decrease for any equilibrium price of emission credits.

「三田学会雑誌」95巻3号（2002年10月）

確率的変動下における排出権の最適供給時期および市場均衡

藤　田　康　範*

要　　旨

本研究では，Dixit and Pindyck（1994）を中核とする不確実性下の最適投資時期決定理論に基づいて理論モデルを構築し，不確実性や戦略性が存在する下での排出権市場の通時的挙動およびその効率性について理論分析を行う。財の生産性が向上する場合や排出権供給者の費用が減少する場合には，任意の均衡排出権価格に対して，排出権取引量が減少し，経済全体の余剰が減少する等の結果が導出される。

キーワード

確率的変動，排出権取引，最適供給時期，市場均衡

1．はじめに

1997年開催の第3回気候変動枠組み条約締約国会議によって礎を築かれた地球温暖化防止のための国際的枠組みの構築は，現在さらなる進展を迎えている。その後の気候変動枠組み条約締約国会議およびヨハネスブルグでの持続可能な開発に関する世界首脳会議等を経て京都メカニズムの具体化が目前となっているのである。このような状況における関心事の1つが排出権取引の効率性である。実際に排出権取引を行う場合には，市場が完全ではないため，取引が効率的に遂行されるかどうかは必ずしも明らかでない。このような問題意識の下，排出権の価格および取引量が時間を通じてどのように推移するのか，効率性は如何等についての関心が，実験経済学者の間で高まっているのである。

排出権取引の通時的挙動および効率性について，実験経済学は数多くの研究を蓄積している。Bohm（1997）を先駆的業績として，Godby, Muller and Mestelman（1998），Mestelman and Muller（1998），Saijo（2000），Hizen, Kusakawa, Niizawa and Saijo（2001）等が排出権取引の様々な側面に焦点をあて，排出権市場の通時的挙動に関する種々の実験結果を導出し，排出権市場

＊　匿名のレフェリーの方から貴重なコメントをいただいた。記して謝意を表したい。

が必ずしも完全ではないことを明らかにしている。

本研究では，市場の不完全性の要素の中で不確実性および取引主体の行動の戦略性を陽表化して理論分析を行い，排出権取引の通時的挙動および効率性を巡る議論に新たな視点を提供することを試みる。すなわち，Dixit and Pindyck (1994) を中核とする不確実性下の最適投資時期決定理論に基づいて取引主体の戦略的行動をモデル化し，不確実性および戦略性が存在する下での排出権市場の通時的挙動および効率性について分析することが本研究の主要課題である。以下では，財価格が確率的に変動し，それに惹起されて排出権需要が確率的に変動するものとモデル化する。そのような状況下で排出権供給者が，毎期の排出権市場の均衡価格を正確に予想しつつ，戦略的に排出権供給の最適時期を決定するものと定式化する。

本研究での分析によって，均衡において，排出権価格が高い場合には排出権取引量も多く，経済全体の余剰も多いことが明らかとなる。併せて，財の生産性が向上する場合や排出権供給者の費用が減少する場合には，任意の均衡排出権価格に対して，排出権取引量が減少し，経済全体の余剰が減少する等の結果も導出される。

以下では，第2節で分析の枠組みを設定し，続く第3節で排出権供給者が排出権を供給する条件を導出する。それらの結果に基づいて，第4節で，排出権取引の効率性を明らかにする。最後に第5節で本研究の結論を要約し，展望を述べる。

2．分析の枠組み

排出権の価格および取引量が時間を通じてどのように推移するのかについて分析するために，経済主体を排出権需要者と排出権供給者とに二分した通時的経済を考える。時間は0期から無限の将来に向かって連続的に推移し，毎期取引が行われるものとする。本研究では，財生産者および温暖化ガス削減技術保有者がそれぞれ排出権需要者および排出権供給者となるものとする。すなわち，財生産者は財生産に伴って温暖化ガスを排出するが，温暖化ガス削減技術を保有していないため排出権を需要し，その一方で温暖化ガス削減技術保有者が温暖化ガスを削減して排出権を供給するものとする。本研究では結論を明確化するために排出権需要者への排出権割当はゼロとし，排出権需要者は排出した温暖化ガスに等しい排出権を購入しなくてはならないものとする。

財生産者の財生産技術は費用逓増的とし，以下では，財生産者がt期に x_t 単位の生産をするには cx_t^2 単位の費用がかかるものと特定化する。c は正の定数である。財生産者は生産1単位につき θ 単位の温暖化ガスを排出するものと仮定し，t期に x_t 単位の生産をする際には θx_t 単位の排出権を購入しなくてはならないものとする。θ は正の定数である。本研究では，不確実性の源が財価格の変動にあるものとし，t期の財価格 p_t が次のようなヴィナー過程に従うものとする。

$$\frac{dp_t}{p_t}=\phi dt+\sigma dZ \tag{1}$$

ϕ および σ はそれぞれ瞬間的財価格の期待値および標準偏差を表し，dZ はヴィナー過程を表している。ここで，t 期の排出権価格を q_t と表記すると，財生産者の t 期の利潤は

$$\pi_t=p_tx_t-cx_t^2-q_t\theta x_t \tag{2}$$

と表現される。

財生産者は価格受容者であるものとすると，利潤最大化の一階条件より，t 期の財生産量が $x_t=\frac{p_t-q_t\theta}{2c}$ の水準に定まり，従って，t 期の温暖化ガス排出量が $\theta x_t=\frac{\theta(p_t-q_t\theta)}{2c}$ となる。この水準が即ち排出権需要量である。二階の条件は満足されている。

一方，温暖化ガス削減技術保有者は温暖化ガス削減量を排出権として供給する。後述するように，温暖化ガス削減技術保有者の数は無数であるものと仮定する。温暖化ガス削減を行う期と排出権を販売する期については，両者が同一の期であるものとする。温暖化ガス削減機会は毎期発生するものとし，それらの機会の中で各温暖化ガス削減技術保有者はどの時期に温暖化ガス削減を行うか，すなわちどの時期に排出権を販売するかを決定する。この時，各温暖化ガス削減技術保有者は，適切な時期が到来するまで温暖化ガス削減を待つこととなる。時の経過につれて将来の重要性が減衰すると仮定し，各排出権供給者の利潤は一定率 ρ で割り引かれるものとする。ρ は正の定数である。

一温暖化ガス削減技術保有者あたり温暖化ガス削減量を 1 と基準化し，第 k 排出権供給者が温暖化ガスを削減するには費用 $C(k)$ がかかるものとする。この時，一温暖化ガス削減技術保有者あたりの t 期における利潤は $(q_t-C(k))$ となる。$C(k)$ は $]0,\mathrm{n}]$ を定義域，正の実数を値域とする増加関数とし，k は $]0,\mathrm{n}]$ の間に一様分布しているものとする。以下では η を正の定数として，$C(k)=\eta k$ と特定化する。排出権供給は 1 期間のみとし，排出権供給終了後に，あらためて，温暖化ガス削減時期すなわち排出権の供給時期を決定するものとする。第 k 排出権供給者が排出権を供給する期を $T(k)$ とすると，第 k 排出権供給者の排出権供給の価値 V_k は排出権供給による収入と温暖化ガス削減費用の差の現在価値の最大値として

$$V_k=maxE[(q_{T(k)}-C(k))e^{-\rho T(k)}] \tag{3}$$

と表現される。

以上より各期の均衡排出権価格が導出される。本研究では，排出権市場は毎期均衡するものと仮定する。以下では，第 k 排出権供給者が排出権を供給する場合には第 k 排出権供給者よりも費用の低い $j\in]0,k[$ の供給者もまた排出権を供給するものとする。この時，第 k 排出権供給者が臨界的排出権供給者であるならば，排出権の供給総量が k となる。第 k 排出権供給者が臨界的排出権供給者である状況とは，k 未満の温暖化ガス削減技術保有者は排出権を供給し，k 以上の温暖化ガ

ス削減技術保有者が排出権を供給していない状況のことである。上述のように排出権の需要量が $\theta x_t = \frac{\theta(p_t - q_t\theta)}{2c}$ であるので，第 k 排出権供給者が臨界的排出権供給者である時の排出権の需給均衡条件は

$$\frac{\theta(p_t - q_t\theta)}{2c} = k \tag{4}$$

となり，t 期の均衡排出権価格が

$$q_t^e = \frac{\theta p_t - 2ck}{\theta^2} \tag{5}$$

の水準に定まる。この (5) 式を上述の p_t のヴィナー過程を表す (1) 式と組み合わせることにより，均衡排出権価格 q_t^e は次のようなヴィナー過程に従うこととなる。

$$\frac{dq_t^e}{q_t^e} = \frac{\theta\phi - 2ck}{\theta^2}dt + \sigma dZ \tag{6}$$

すなわち，瞬間的期待値および標準偏差をそれぞれ $\frac{\theta\phi - 2ck}{\theta^2}$ および σ とするヴィナー過程である。以下では q_t^e の瞬間的期待値 $\frac{\theta\phi - 2ck}{\theta^2}$ を

$$\alpha(k) \equiv \frac{\theta\phi - 2ck}{\theta^2} \tag{7}$$

と定義することとする。

3．排出権供給のための排出権価格の臨界値

前節では均衡排出権価格の通時的挙動を明らかにした。本節では，排出権供給のための均衡排出権価格の臨界値を導出し，それに基づいて，均衡排出権価格と均衡取引量の関係および均衡排出権価格と均衡における経済全体の総余剰の関係を明らかにする。

第 k 排出権供給者は毎期の均衡排出権価格を予想しながら，いつ温暖化ガスを削減するのか，すなわちいつ排出権を供給するのかを決定する。V_k は確率変数を含むので，$T(k)$ の最適値を求めることができない。そこで，以下では，$q_k \geq q_k^{e*}$ であれば排出権を供給するような均衡排出権価格の臨界値 q_k^{e*} を導出することとする。

第 k 排出権供給者のベルマン方程式は

$$\rho V_k dt = E(dV_k) \tag{8}$$

であり，伊藤の補助定理を用いることにより，dV_k は V_k の微係数および dq^e の関数として

$$dV_k = V_k'(q^e)dq^e + \frac{1}{2}V_k''(q^e)(dq^e)^2 \tag{9}$$

と表される。各期の均衡排出権価格に関するヴィナー過程を表す（6）式をこの（9）式に代入することにより，dV_k の期待値 $E(dV_k)$ は

$$E(dV_k)=\alpha(k)q^e V_k'(q^e)dt+\frac{1}{2}\sigma^2 q^{e2} V_k''(q^e)dt \tag{10}$$

となる。ここで（8）式を（10）式と組み合わせて両辺を dt で除することにより，V_k に関する微分方程式

$$\frac{1}{2}\sigma^2 q^{e2} V_k''(q^e)+\alpha(k)q^e V_k'(q^e)-\rho V_k(q^e)=0 \tag{11}$$

が得られる。

ここにおいて第 k 排出権供給者が排出権を供給するための均衡排出権価格の臨界値の導出が可能となる。解を q^{e*} とおき，以下の境界条件

$$V_k(0)=0 \tag{12}$$

$$V_k(q^{e*}(k))=q^{e*}(k)-C(k) \tag{13}$$

$$V_k'(q^{e*}(k))=1 \tag{14}$$

に従うことに注意しながら，（11）式から（14）式を満たす微分方程式を解くことにより，第 k 排出権供給者が排出権を供給するための均衡排出権価格の臨界値 $q^{e*}(k)$ が

$$q^{e*}(k)=\frac{\beta(k)}{\beta(k)-1}C(k) \tag{15}$$

ただし，$\beta(k)=\frac{1}{2}-\frac{\alpha(k)}{\sigma^2}+\sqrt{\left(\frac{\alpha(k)}{\sigma^2}-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{2\rho}{\sigma^2}}$

$$\alpha(k)=\frac{\theta\phi-2ck}{\theta^2}$$

の水準に定まる。

ここで $q^{e*}(k)$ の形状を明らかにすることは容易である。k が増加すると $\beta(k)$ が減少するので，$\frac{\beta(k)}{\beta(k)-1}$ が増加する。従って $q^{e*}(k)=\frac{\beta(k)}{\beta(k)-1}C(k)$ は $k-q^{e*}$ 平面上に図１のような右上がりのグラフとして描かれる。

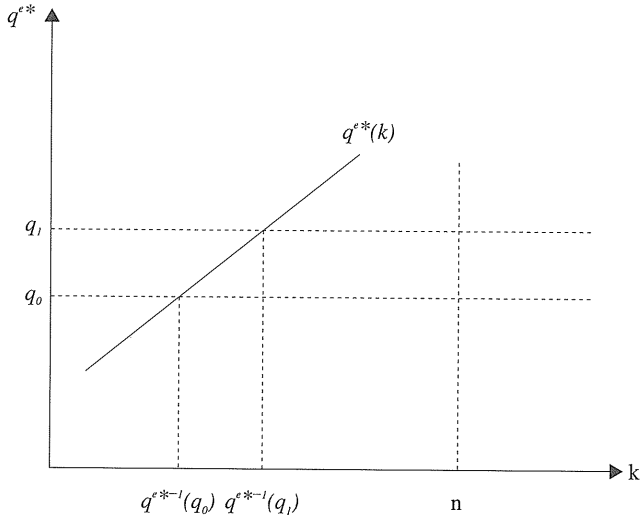
この図１より，均衡排出権価格が q_0 の時には排出権の均衡取引量 $S(q_0)$ が

$$S(q_0)=q^{e*-1}(q_0) \tag{16}$$

となることが読み取られる。

均衡排出権価格が q_1 へと上昇すると，排出権の需給均衡取引量は q^{e*-1} へと増加する。従って，均衡排出権価格と均衡取引量の関係について

図1



命題1：排出権取引の均衡においては，価格が高い場合には取引量も多い。

という命題が得られる。

次に，均衡における排出権価格と経済全体の総余剰との関係を導出しよう。財生産量が x の時，排出権需要量は θx，排出権需要者の余剰は cx^2 となる。従って，均衡における排出権取引量がSの場合には，財生産量は $\frac{S}{\theta}$，排出権需要者の余剰は $c\left(\frac{S}{\theta}\right)^2$ となる。一方，各排出権供給者の余剰は $q-C(k)$ であり，排出権供給者の総数はSであるので，排出権供給者の余剰の総和は $\frac{qS}{2}$ となる。

経済全体の余剰を排出権需要者の余剰 $c\left(\frac{S}{\theta}\right)^2$ と排出権供給者の総余剰 $(q-C)S$ の和と定義すると，均衡価格が q の時の経済全体の余剰 $W(q)$ は

$$W(q)=S(q)\left(\frac{cS(q)}{\theta^2}+\frac{q}{2}\right) \tag{17}$$

ただし，$S(q)=q^{e*-1}(q)$

となる。

均衡排出権価格の変化が経済全体の余剰 $W(q)$ に与える影響について分析するためにWをqで偏微分すると $\frac{\partial W}{\partial q}=\frac{dW}{dS}\frac{\partial S}{\partial q}$ となる。命題1より $\frac{\partial S}{\partial q}>0$ であり，また（17）式より $S>0$ においては $\frac{dW}{dS}>0$ となるので，$\frac{\partial W}{\partial q}>0$ が得られる。従って，均衡におけ排出権価格と経済全体の余剰の関係について

命題 2 ：排出権取引の均衡においては，価格が高い場合には経済全体の余剰も多い。

という命題が得られる。

4．与件の変化が排出権市場の均衡に与える影響

以上の分析に基づいて，本節では与件の変化が排出権市場の均衡に与える影響について分析する。財の生産性の変化，排出権供給者の時間割引率の変化，財生産1単位あたりの温暖化ガス排出量の変化，それぞれが排出権市場の均衡に与える影響について分析することが本節の目的である。

まず，財の生産性の変化が排出権市場に与える影響について分析するために，(15) 式を c で偏微分すると，

$$\frac{\partial q^{e*}}{\partial c}<0$$

が得られる。この式は，c の増加に伴って均衡排出権価格の臨界値が減少することを意味している。すなわち，図2が示すように，c が c_0 から c_1 へと増加すると，$q^{e*}(k, c_0)$ は $q^{e*}(k, c_1)$ へと下方へシフトし，任意の均衡排出権価格 q_0 に対し，均衡排出権供給量が $q^{e*-1}(q_0, c_1)$ から $q^{e*-1}(q_0, c_0)$ へと減少する。c の増加は財の生産性の低下を意味しているので，以下の命題3が得られる。

命題 3 ：財の生産性が低下すると，任意の均衡排出権価格に対して，排出権取引量が増加し，経済全体の余剰が増加する。

図 2

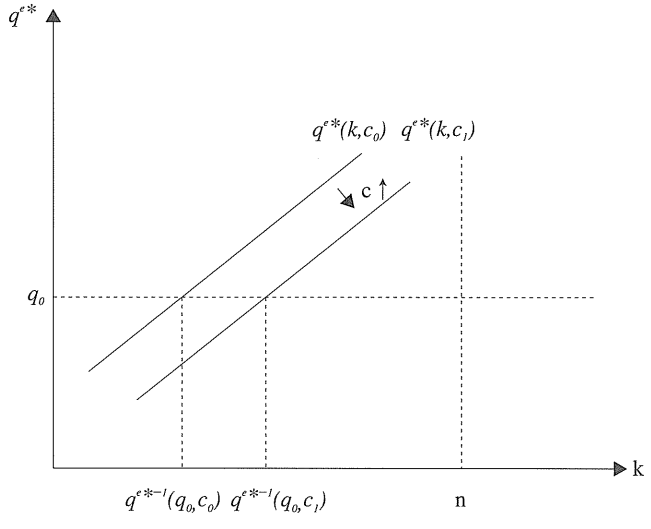
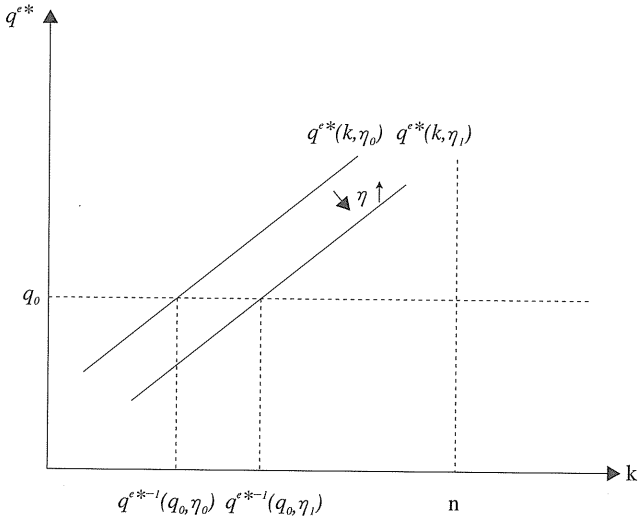


図 3



次に，排出権供給者の費用の変化が排出権市場に与える影響について分析するために，(15) 式を η で偏微分すると，

$$\frac{\partial q^{e*}}{\partial \eta}<0$$

が得られる。この式は，η の増加に伴って均衡排出権価格の臨界値が減少することを意味している。すなわち，図 3 が示すように，η が η_0 から η_1 へと増加すると，$q^{e*}(k, \eta_0)$ は $q^{e*}(k, \eta_1)$ へと下方へシフトし，任意の均衡排出権価格 q_0 に対し，均衡排出権供給量は $q^{e*-1}(q_0, \eta_0)$ から $q^{e*-1}(q_0, \eta_1)$ へと増加する。η の増加は排出権供給者の費用の増加を意味しているので，以下の命題 4 が得られる。

命題 4 ：排出権供給者の費用が増加すると，任意の均衡排出権価格に対して，排出権取引量が増加し，経済全体の余剰が増加する。

最後に，財生産 1 単位当りの排出量の変化が排出権市場に与える影響について分析する。$\frac{\partial q^*}{\partial \theta}$ の符号を考える準備として，(15) 式で表現される α を θ で偏微分し，その上で $S=n-k$ を用いることにより，

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \theta}<\ (>)\ 0 \Leftrightarrow \theta>\ (<)\ \sqrt{\frac{2cS}{\phi}}$$

が得られるので，θ が $\theta>\sqrt{\frac{2cS}{\phi}}$ を満たす場合には $\frac{\partial q^{e*}}{\partial \theta}>0$ となる。この式は，θ の増加に伴って均衡排出権価格の臨界値が増加することを意味している。すなわち，図4-1が示すように，θ が

図4-1　$\theta > \sqrt{\frac{2cS}{\phi}}$ の場合

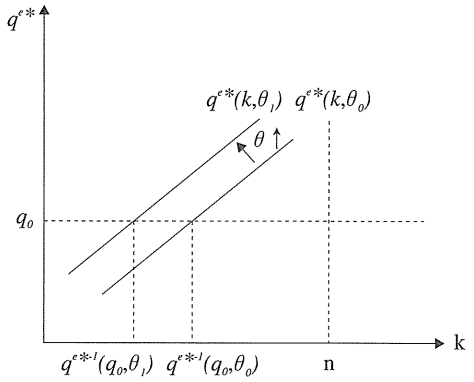
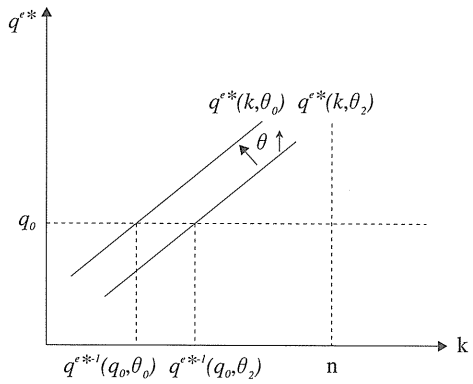


図4-2　$\theta < \sqrt{\frac{2cS}{\phi}}$ の場合



θ_0 から θ_1 へと増加すると，$q^{e*}(k, \theta_0)$ は $q^{e*}(k, \theta_1)$ へと上方へシフトし，任意の均衡排出権価格 q_0 に対し，均衡排出権供給量が $q^{-1*}(q_0, \theta_0)$ から $q^{e*-1}(q_0, \theta_1)$ へと減少する。一方，θ が $\theta < \sqrt{\frac{2cS}{\phi}}$ を満たす場合には $\frac{\partial q^{e*}}{\partial \theta} < 0$ となる。この式は，θ の増加に伴って均衡排出権価格の臨界値が減少することを意味している。すなわち，図4-2が示すように，θ が θ_0 から θ_2 へと増加すると，$q^{e*}(k, \theta_0)$ は $q^{e*}(k, \theta_2)$ へと下方へシフトし，任意の均衡排出権価格 q_0 に対し，均衡排出権供給量が $q^{e*-1}(q_0, \theta_0)$ から $q^{e*-1}(q_0, \theta_2)$ へと増加する。θ の増加は財生産１単位当りの排出量の増加を意味しているので，以下の命題５が得られる。

命題５：財生産１単位当りの排出量が増加すると，$\theta < (>) \sqrt{\frac{2cS}{\phi}}$ が満足される場合には，任意の均衡排出権価格に対して，排出権取引量が減少（増加）し，経済全体の余剰が減少（増加）する。

５．おわりに

本研究では，Dixit and Pindyck (1994) を中核とする不確実性下の最適投資時期決定理論に基づいて理論モデルを構築し，不確実性や戦略性が存在する下での排出権市場の通時的挙動およびその効率性について理論分析を行った。不確実性の源が財価格の変動にあるものとして財価格が確率的に変動するものとし，その下で排出権供給者が均衡排出権価格を予想しつつ排出権供給の最適条件を選択するものと定式化した点に本研究の特徴がある。

まず，排出権取引の均衡においては，価格が高い場合には取引量も多いこと，すなわち，価格と取引量が正の相関関係にあることが示された。同時に，価格が高い場合には経済全体の余剰も多いこと，すなわち，価格と経済全体の余剰も正の相関関係にあることが明らかとなった。併せて，財

の生産性が向上する場合や排出権供給者の費用が減少する場合には，任意の均衡排出権価格に対して，排出権取引量が減少し，経済全体の余剰が減少する等の結果が導出された。財生産１単位当りの排出量の変化が排出権権取引量や経済全体の余剰に与える影響についても明らかとなった。

本研究では，温暖化ガス削減技術保有者が温暖化ガス削減を行う期と排出権を販売する期が同一の期であるものと仮定した。また，排出権取引の期間を無限とした。これらの仮定を緩めた場合に本研究の結論がどのように変化するのかを分析することが今後の課題である。

（経済学部助教授）

参 考 文 献

Bohm, P., A Joint Implementation as Emission Quota Trade: An Experiment Among Four Nordic Countries, Nord 1997: 4 by Nordic Council of Ministers, June 1997.

Dixit, A.K., and Pindyck, R.S. *Investment Under Uncertainty*. Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1994.

Godby. R. W., S. Mestelman, and R.A. Muller, "Experimental Tests of Market Power in Emission Trading Markets," *Environmental Regulation and Market Structure*, Emmanuel Petrakis Sartzetakis and Anstasions Xepapadeas (Eds.), Cheltenham, United Kingdom: Edward Elgar Publishing Limited, September 1998.

R.A. Muller and Godby, R. W., S. Mestelman, "What Have we Learned from Emissions Trading Experiments," *Managerial and Decision Economics* 19 (4-5), June-August 1988.

Saijo, T., "Choosing a Model out of Many Possible Alternatives: Emissions Trading as an Example," *mimeo*, November 2000.

Hizen,Y., Kusakawa, T., Niizawa, H. and Saijo, T, "Two Patterns of Price Dynamics were Observed in Greenhouse Gases Emissions Trading Experiments: An application of Point Equilibrium," *mimeo*, June 2001.