

Title	異質財のオークション
Sub Title	Auctions with heterogeneous sellers
Author	馬場, 弓子(Baba, Yumiko)
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	2000
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.93, No.3 (2000. 10) ,p.581(69)- 594(82)
JaLC DOI	10.14991/001.20001001-0069
Abstract	
Notes	小特集：情報とネットワークの経済
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-20001001-0069

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

異質財のオークション*

馬場弓子

要 約

伝統的なオークションの研究は、独占的な売り手が一単位の財を販売する状況を分析の対象としている。本論文は独占者の仮定を緩め、各々一単位の異質な財を所有する複数の売り手の問題を分析する。この分野における先行文献は同時オークションの分析に限定されている。本稿は、各売り手の期待利得の観点から同時オークションと逐次オークションを比較し、複数の売り手達は全員一致で同時オークションよりも逐次オークションを愛好し、さらに、より高品質の財を所有する売り手が先にオークションを行うことを示す。このことは、売り手達は先行文献が主張するような同時オークションは選択しないことを意味する。また、この場合の逐次オークションは、ただ一人の売り手が異質な複数の財を所有する際に選ばれるオークション・ルールと一致する。つまり、複数の売り手による自己の期待利得の最大化、という非協力ゲーム的行動が、完全に協力的な行動を想定する時の解と一致することが明らかになる。

1. はじめに

伝統的なオークションの研究は売り手としての、或いは買い手としての独占者が一単位の財を販売、あるいは購入する状況を分析の対象とした。近年、二つの方向で拡張が行われている。その一つは独占者の仮定を維持したまま、複数単位の財の売買を考察することである。もう一つは、独占者の仮定を緩め、複数の売り手（買い手）がそれぞれ一単位の財を所有するものとして、これらの売り手（買い手）がメカニズム競争を行うモデルを分析することである。第二の流れを代表するものとして、McAfee (1993) と Peters and Severinov (1997) をあげることができる。このうち、

* 本稿の制作にあたっては、Jeremy Bulow, Paul Milgrom, Michael Schwartz, Robert Wilson の各教授から有益な助言をいただいたことを感謝する。また、慶應義塾経済学会主催の箱根コンファレンスをはじめ、大阪大学、京都大学、スタンフォード大学、東京大学ワークショップ、イスタンブールにおける SED2000 コンファレンスの参加者の方々にも感謝する。また、昭和シェル石油環境研究助成財団の援助に深謝する。いうまでもなく文責はすべて筆者にある。

McAfee は対称な複数の売り手による動学的なメカニズム競争の定常均衡をオークションがインプリメントすること、さらに売り手と買い手の比率を保ったまま、その人数を無限にもっていくとき、効率的な留保価格が設定される、つまり、留保価格が売り手の限界費用に近づくことを示した。McAfee の動学的モデルは、その分析の複雑さが、ある売り手による留保価格の変更が他の売り手や買い手の利得に与える影響を十分に考慮することを困難にした。そこで、Peters and Severinov は、静学的なモデルで、さらに、はじめからオークションによる競争に焦点を絞ることで、留保価格の変更が買い手の利得に与える影響を完全に考慮し、やはり、売り手と買い手の比率を保ったまま、その人数を無限にもっていくとき、効率的な留保価格が設定される、つまり、留保価格が売り手の限界費用に近づくことを示した。いずれの論文も、買い手は複数の売り手が同時に行うオークションのうちただか1つにしか参加できないこと（以下、このようなオークションを参加制限付きの同時オークションとよぶことにする）をはじめから仮定している。本論文では、特に有限複数の売り手の場合に注目し、入札者が複数のオークションに参加することを許して売り手が競争を行う場合とただか1つのオークションにしか参加することを許されない場合とを、各売り手の期待利得の観点から比較する。また、本稿は売り手間に非対称性を導入する、すなわち、異なる売り手が所有する財の品質は異なるものとする。このとき、高品質の財からオークションされるという順序に従う逐次オークションは、参加制限付きの同時オークションよりすべての売り手にとって望ましいことが明らかになる。さらに、この場合の、逐次オークションは独占者としての売り手がメカニズム・デザインを行う結果をインプリメントすることから、内生的に逐次オークションが選択されることは、複数の売り手による自己の期待利得の最大化、という非協力ゲーム的行動が、完全に協力的な行動を想定する時の解と一致することを意味する。この結果は売り手の差異をその生産費用の違いに求める場合にも成立する。すなわち、売り手は実際には、McAfee や Peters and Severinov が考察の対象とした、参加制限付き同時イングリッシュ・オークションを選択しないことを意味する。以下、2-1節が参加制限付きの同時オークションを、2-2、2-3節が逐次オークションを分析し、3節がそれらオークションにおける売り手の期待利得を比較し、4節がまとめと展望を与える。

2. モデル

異質な一単位の財を持つ二人の異なる売り手1, 2が、ただか一個の財を需要する $n+1$ 人の潜在的買い手（以下入札者とよび、入札者の集合を N で表す）にオークションにより財を販売する状況を考える。タイプ v_i の買い手 ($\forall i \in N$) が価格 p を支払って、第 k 財 ($k=1, 2$) を獲得するとき、 $t_k v_i - p$ の利得を得る。はすべての売り手と買い手にとって、コモン・ナレッジであり、一般性を失うことなく、 $t_1 \geq t_2$ を仮定する。また、 v_i は $v_i \in [v, \bar{v}]$ で、各 i に共通な確率分布関数 $F(\cdot)$ からの i.i.d. であり、 $F(\cdot)$ は微分可能で密度関数 $f(\cdot)$ を持つとする。以下ではさらに、 $F(\cdot)U[0, 1]$ を仮

定するが、数学的記述を簡単性にするための仮定であり、以下の議論はより一般的な $F(\cdot)$ についても成立する。ここで、 t_k は財の品質、或いは、財の大きさを表す指標であると解釈することができる。前者の例としては異なるオークション・ハウスが同じ画家の同じ版画でありながら、保存状態の良し悪しによって、品質に明らかな差異が生じているような作品をオークションにかけようとする場合があげられ、後者の例としては、異なるオークション・ハウスが同じ日本画家の異なる大きさの作品をオークションにより販売する状況が考えられる。⁽¹⁾ 以下の議論では t_k が財の品質を表す、という解釈に統一する。従って、 $t_1 \geq t_2$ を仮定することは売り手 1 が売り手 2 より高品質の財を所有していることを意味する。

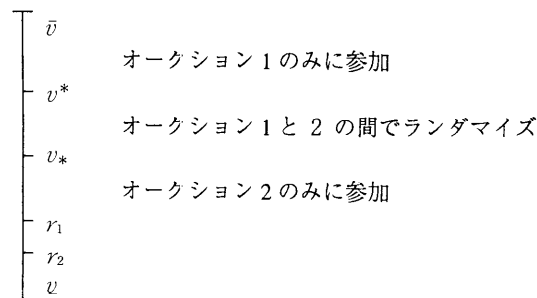
2-1. 参加制限付き同時イングリッシュ・オークション

この節は、参加制限付き同時イングリッシュ・オークションを考察する。この場合のゲームのタイミングは次のようになる。

- (1) 2人の売り手が同時イングリッシュ・オークションで財を販売することを宣言する。
- (2) 各入札者 $i (\forall i \in N)$ はただか 1つのオークションに参加できるという制約のもとで、同時に参加の意志決定を行う。
- (3) 各入札者 $i (\forall i \in N)$ が実際にオークションに参加し、入札を行う。
- (4) 入札の結果、最高額を提示した者が勝者となり、敗者の中での最高額を売り手に支払う。

このゲームにおける入札者の均衡戦略を求めるために、まず、均衡戦略を推論し、それが正しい推論であることを証明するという手順をとる。図 1 が与えるように、 v^* 以上のタイプは売り手 1 (高品質の財) のオークションにのみ参加し、 v_* 以上 v^* 以下のタイプは売り手 1 と売り手 2 (低品質の財) のオークションの間でランダムイズし、売り手 2 が設定する留保タイプである r_2 以上、

図 1



(1) 日本画家の作品の価格の主たる決定要因は、しばしば画号の大きさであることを、京都大学のワークショップで御教示いただいたことに感謝する。

かつ v_* 以下のタイプは売り手2のオークションのみに参加する、とする。低い財のオークションにのみ参加するグループは $\forall v \in |r_2, r_1|$ を含むことに注意する。この推論が正しいことを示すには2つの境界値、 v_* と v^* がウェル・ディファインドであることを示せばよい。

いま、 $\forall v \in [v_*, v^*]$ が売り手1と売り手2のオークションの間でランダムイズするとき、売り手1のオークションへの参加から得られる期待利得と売り手2のオークションへの参加から得られる期待利得が等しくなければならないことから、次式を得る。

$$EU(v) = \int_{r_1}^v (t_1 q_1(w)^n) dw = \int_{r_2}^v (t_2 q_2(w)^n) dw, \quad (1)$$

或いは同じことであるが、

$$\begin{aligned} & \int_{r_1}^v \left(t_1 \left(1 - \int_v^{v^*} \varphi_1(w, r_1, r_2) dw - \int_{v^*}^v \varphi_1(w, r_1, r_2) dw \right)^n \right) dv = EU_1(v) \\ & = EU_2(v) = \int_{r_1}^v \left(t_2 \left(1 - \int_v^{v^*} \varphi_2(w, r_1, r_2) dw \right)^n \right) dv + \int_{r_2}^v \left(t_2 \left(1 - \int_v^{v^*} \varphi_2(w, r_1, r_2) dw \right)^n \right) dv \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 $q_k(w)^n$ ($k=1, 2$) は入札者がタイプであると報告する時、第財を手に入れることができる確率である。また、 $\varphi_k(w, r_1, r_2)$ ($k=1, 2$) は売り手が r_1 と r_2 という最低必要報告タイプを設定する時にタイプ w の入札者が売り手 k のオークションに参加する確率である。

次に、 v^* を決定するには、まず、すべてのタイプ $\forall v \in |v_*, v^*|$ は高品質の財と低品質の財のオークションの間でランダムイズすることから (2) が導かれたことに注意すれば、さらに (2) を次のように変形することができる。

$$\begin{aligned} & EU_1(v_*) + \int_{v_*}^v \left(t_1 \left(1 - \int_v^{v^*} \varphi_1(w, r_1, r_2) dw - \int_{v^*}^v \varphi_1(w, r_1, r_2) dw \right)^n \right) dv \\ & = \int_{r_2}^{v_*} \left(t_2 \left(1 - \int_v^{v^*} \varphi_2(w, r_1, r_2) dw \right)^n \right) dv + \int_{v_*}^v \left(t_2 \left(1 - \int_v^{v^*} \varphi_2(w, r_1, r_2) dw \right)^n \right) dv. \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 $EU_1(v_*)$ はタイプ v_* の入札者が高品質の財のオークションに参加するときの期待利得である。

いま、すべての入札者が図1で示されるような参加戦略をとるかぎりにおいては、タイプ v_* の入札者が高品質の財を獲得できるのはほかのすべての入札者が彼より低いタイプである場合か、彼より高いタイプの入札者がすべて低品質の財のオークションに参加する場合に限られることに注意する。どちらの場合にも v_* が高品質の財のオークションにおける唯一の参加者となり、 r_1 を支払うことになる。このことを考慮に入れることで、次の式を満足するように v_* が決まることがわかる。

$$\begin{aligned}
& \left(t_1 v_* - r_1 \right) \left(1 - \int_{v_*}^{v^*} \varphi_1(w, r_1, r_2) dw - \int_{v_*}^{\bar{v}} \varphi_1(w, r_1, r_2) dw \right)^n = EU_1(v_*) dv \\
& = EU_2(v_*) = \int_{r_2}^{v_*} \left(t_2 \left(1 - \int_v^{v^*} \varphi_2(w, r_1, r_2) dw \right)^n \right) dv
\end{aligned} \tag{4}$$

(4) を (3) の $EU_1(v_*)$ に代入することで、次の式を得る。

$$\begin{aligned}
& \int_{r_2}^{v_*} \left(t_2 \left(1 - \int_v^{v^*} \varphi_2(w, r_1, r_2) dw \right)^n \right) dv + \int_{v_*}^{\bar{v}} \left(t_1 \left(1 - \int_v^{v^*} \varphi_1(w, r_1, r_2) dw - \int_{v_*}^{\bar{v}} \varphi_1(w, r_1, r_2) dw \right)^n \right) dv \\
& = \int_{r_2}^{v_*} \left(t_2 \left(1 - \int_v^{v^*} \varphi_2(w, r_1, r_2) dw \right)^n \right) dv + \int_{v_*}^{\bar{v}} \left(t_2 \left(1 - \int_v^{v^*} \varphi_2(w, r_1, r_2) dw \right)^n \right) dv.
\end{aligned} \tag{5}$$

(5) の左辺と右辺の第一項は等しいので、(6) 式を得る。

$$\begin{aligned}
& \int_{v_*}^{\bar{v}} \left(t_1 \left(1 - \int_v^{v^*} \varphi_1(w, r_1, r_2) dw - \int_{v_*}^{\bar{v}} \varphi_1(w, r_1, r_2) dw \right)^n \right) dv \\
& = \int_{v_*}^{\bar{v}} \left(t_2 \left(1 - \int_v^{v^*} \varphi_2(w, r_1, r_2) dw \right)^n \right) dv
\end{aligned} \tag{6}$$

さらに、図 1 より、次の 3 式を得る。

$$\begin{aligned}
& \forall v \in [v^*, \bar{v}], \varphi_1(v, r_1, r_2) = 1 \text{ and } \varphi_2(v, r_1, r_2) = 0 \\
& \forall v \in [v, \bar{v}_*], \varphi_1(v, r_1, r_2) = 0 \text{ and } \varphi_2(v, r_1, r_2) = 1 \\
& \text{and } \forall v \in [v, \bar{v}], \varphi_1(v, r_1, r_2) + \varphi_2(v, r_1, r_2) = 1
\end{aligned}$$

これらを (6) に代入することで (7) 式を得る。

$$\int_{v_*}^{\bar{v}} \left(t_1 \left(1 - \int_v^{v^*} \varphi_1(w, r_1, r_2) dw - \int_{v_*}^{\bar{v}} 1 dw \right)^n \right) dv = \int_{r_2}^{v_*} \left(t_2 \left(1 - \int_v^{v^*} \left(1 - \varphi_1(w, r_1, r_2) \right) dw \right)^n \right) dv \tag{7}$$

すべてのタイプ $\forall v \in [v_*, v^*]$ について、(7) が成立するための必要十分条件は (8) で与えられる。

$$\sqrt[n]{t_1} \left(1 - \int_v^{v^*} \varphi_1(w, r_1, r_2) dw - \int_{v_*}^{\bar{v}} 1 dw \right) = \sqrt[n]{t_2} \left(1 - \int_v^{v^*} \left(1 - \varphi_1(w, r_1, r_2) \right) dw \right) \tag{8}$$

(8) を順に変形することで、(9) を得る。

$$(\sqrt[n]{t_1} + \sqrt[n]{t_2}) \left(\int_0^{v^*} \varphi_1(w, r_1, r_2) dw \right) = (\sqrt[n]{t_1} + \sqrt[n]{t_2}) (1 - v^*) - \sqrt[n]{t_2} v + \sqrt[n]{t_1} \quad (9)$$

ここで、タイプ v の入札者が高品質の財のオークションに参加する確率 $\varphi_1(w, r_1, r_2)$ を (10) と推論しよう。

$$\varphi_1(w, r_1, r_2) = \frac{\sqrt[n]{t_2}}{(\sqrt[n]{t_1} + \sqrt[n]{t_2})} \quad (10)$$

推論される均衡戦略が正しいことを示すには、(10) を (9) に代入する時、 v^* がウエル・ディファインドであることを示せばよい。(10) を (9) に代入すると、(11) 式を得る。

これを v^* について解くことで、

$$v^* = \sqrt[n]{\frac{t_1}{t_2}} \text{ を得る。従って、} v^* \text{ はウエル・ディファインドである。}$$

以上の議論より命題 1 を得る。

命題 1.

参加制限付きの同時イングリッシュ・オークションにおける各入札者の参加戦略は次のように特徴づけられる。

$$\forall v \in [v^*, \bar{v}], \varphi_1(v, r_1, r_2) = 1 \text{ and } \varphi_2(v, r_1, r_2) = 0$$

$$\forall v \in [\underline{v}, v_*], \varphi_1(v, r_1, r_2) = 0 \text{ and } \varphi_2(v, r_1, r_2) = 1$$

$$\text{and } \forall v \in [\underline{v}, \bar{v}], \varphi_1(v, r_1, r_2) + \varphi_2(v, r_1, r_2) = 1$$

(a) v^* は $v^* = \sqrt[n]{\frac{t_1}{t_2}}$ を満足する。

(b) $\forall v \in [v_*, v^*], \varphi_1(v, r_1, r_2) = \frac{\sqrt[n]{t_2}}{(\sqrt[n]{t_1} + \sqrt[n]{t_2})}$ 。

(c) $\Psi_k(\cdot)$ を $\varphi_k(\cdot)$ を密度関数として持つ確率分布関数であるとすれば、 $v_*, r_1, r_2, (r_1 \geq r_2)$ は

$$(3) \text{ と } u(t_k, r_k) - \left(\frac{\partial u(t_k, v)}{\partial v} \Big|_{v=r_k} \right) \left(\frac{1 - \Psi_k(r_k)}{\varphi_k(r_k)} \right) = 0 \quad (k=1, 2) \text{ を満足するように決まる。}^{(2)}$$

注意 1.

命題 1 のように、各入札者が 2 つのオークションのうちたかだか 1 つにしか参加できない場合には、一般には事後的に効率的な配分を達成できない。このことは、実現値として最も高いタイプを

(2) 技術的理由により、一般の場合に v_*, r_1, r_2 について明示的な解を得ることは困難である。

持つ入札者が低品質の財のオークションに参加する確率が常に 0 というわけではないことから明らかである。

2-2. 高品質の財が先にオークションされるような逐次オークション

前節の議論と対比して、この節は高品質の財が先にオークションされるような逐次オークションを分析する。このことは、売り手 1 が先にオークションを行い、売り手 2 が売り手 1 のオークションの終了を待って自分のオークションを行うことを意味するから、売り手 1 のオークションにおける敗者はすべて自動的に、売り手 2 のオークションに参加することを意味する。いいかえれば、各入札者は高品質の財を手に入れることができなかつたとしても、まだ低品質の財を手に入れる機会を保有する。この点は、前節のオークションで、各入札者はたかだかどちらか一方のオークションにしか参加できないとした場合と大きく異なる。

まず、 v_i は各 i に共通な確率分布関数 $U|0, 1|$ からの i.i.d. であると仮定されているから、逐次イングリッシュオークションの完全ベイズ均衡戦略と逐次第二価格入札の完全ベイズ均衡戦略が一致することに注意して、後者を考察する。さらに、後ろ向き帰納法を用いて、先に、第 2 期の均衡戦略を特徴付ける。第 2 期は最終期であるから、タイプ v の入札者の均衡戦略は $t_2 v$ であることは明らかである。

次に、タイプ v の入札者の第 1 期の均衡戦略を求めよう。すべての入札者が事前に対称であるという仮定から、一般性を失うことなく、入札者 1 について考えればよい。入札者 1 がタイプ v であるとき、次のような問題に直面する。

$$\text{Max}_w EU_1(w, v)$$

ここで、 $EU_1(w, v)$ は入札者 1 の真のタイプが v である時に、売り手 1 のオークションで w であると報告するときの第一期の時点で評価された期待利得である。以下、報告値が真のタイプより高い場合と低い場合とにわけて分析を進める。

$$(A) w > v. \\ EU_1(w, v) = \int_0^w (t_1 v - B_1(y_1)) n y_1^{n-1} dy_1 + n(1-v) \int_0^v (t_2 v - B_2(y_2)) (n-1) y_2^{n-2} dy_2 \quad (5)$$

ここで、 y_i は入札者 1 を除く n 人の入札者に関する第 i 番目の順序統計量であり、 $B_k(y_i)$ はタイプ y_i の売り手 k のオークションにおける均衡での入札額である。

$$(B) w < v. \\ EU_1(w, v) = \int_0^w (t_1 v - B_1(y_1)) n y_1^{n-1} dy_1 + n(1-v) \int_0^v (t_2 v - B_2(y_2)) (n-1) y_2^{n-2} dy_2 \\ + n \int_v^w (n-1) \int_0^{y_1} (t_2 v - B_2(y_2)) y_2^{n-2} dy_2 dy_1 \quad (6)$$

(5), (6) を w について微分して得られる一階の条件を $w=v$ で評価すると (A), (B) に共通に次の式を得る。

$$(t_1v - B_1(v))nv^{n-1} - nv^{n-1}t_2v + B_2(y_2)n(n-1)y_2^{n-2}dy_2 = 0 \quad (7)$$

(7) を整理し, (8) を得る。

$$B_1(v) = (t_1 - \frac{1}{n}t_2)v \quad (8)$$

ここで, (A), (B) においてそれぞれ, $\frac{\partial^2 EU(w, v)}{\partial v \partial w} = t_1nw_1^{n-1}$, $\frac{\partial^2 EU(w, v)}{\partial v \partial w} = t_1nw_1^{n-1} + n(n-1)\int_0^{y_1} t_2y_2^{n-2}dy_2$ となることから, タイプに関して単調な均衡戦略が存在することは明らかである。

以上の議論より命題 2 を得る。

命題 2 .

高品質の財が先にオークションされるような逐次イングリッシュ・オークションにおける入札者の完全ベイズ均衡戦略は次のようになる。

$$B_1(v) = (t_1 - \frac{1}{n}t_2)v$$

$$B_2(v) = t_2v$$

注意 2 .

各期の均衡戦略がタイプに関して厳密に単調増加関数であることから, 高品質の財が先にオークションされるような逐次イングリッシュ・オークションにおいては, 非負の留保価格による非効率を除いては, 事後的に効率的な配分が達成される。

2-3. 低品質の財が先にオークションされるような逐次オークション

前節と逆に, この節は低品質の財が先にオークションされるような逐次オークションを分析する。前節の議論で t_1 と t_2 の役割を入れ替えることにより, 命題 3 を得る。

命題 3 .

低品質の財が先にオークションされるような逐次イングリッシュ・オークションにおける入札者の完全ベイズ均衡戦略は次のようになる。⁽³⁾

$$B_1(v) = (t_2 - \frac{1}{n}t_1)v$$

$$B_2(v) = t_1v$$

3. 期待利潤の比較

本節は前の2節のオークションを、それぞれの売り手の期待利得の観点から比較する。そのためには次の補題が有用である。

補題1 (Weber 1983).

一人の売り手が2単位の同質財を逐次イングリッシュ・オークションによって販売するとき、期待価格の条件付き期待値の経路はマルティンゲールになる。

補題2.

二人の売り手がそれぞれ1単位の同質財を逐次イングリッシュ・オークションによって販売するとき、期待価格の条件付き期待値の経路はマルティンゲールになる。

証明

補題1と、各入札者の完全ベイズ均衡戦略が、逐次イングリッシュ・オークションというオークション・ルールにのみ依存し、一人の売り手が2単位の同質財を販売するか、二人の売り手がそれぞれ1単位の同質財を販売するかには依存しないことから明らか。 Q.E.D.

補題3.

二人の売り手がそれぞれ1単位の同質財を参加制限付き同時イングリッシュ・オークションで販売するとき、留保価格をこえるすべてのタイプの入札者は $\frac{1}{2}$ の確率で高品質の財のオークションと低品質の財のオークションに参加する。

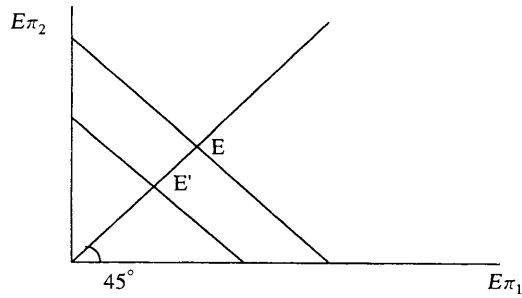
証明.

命題1において、 $t_1 = t_2$ とおけばよい。

Q.E.D.

(3) 命題3で示される第1期の均衡戦略が存在するためには、 $t_2 > \frac{1}{n}t_1$ の条件が必要だが、これが満たされているものとしている。

図 2



補題 1, 2, 3 より次の図を得る。ただし, 図 2 の中で, E は逐次イングリッシュ・オークションにおける売り手一人あたりの期待利得を, E' は参加制限付き同時イングリッシュ・オークションにおける売り手一人あたりの期待利得を表すものとする。

図 2 より命題 4 を得る。

命題 4 .

自己の期待利潤最大化を目的とする売り手が同質財を 1 単位ずつ販売するとき, 双方の売り手とも, 逐次イングリッシュ・オークションを参加制限付き同時イングリッシュ・オークションより選好する。

次に異質財の場合を考える。まず, 参加制限付き同時イングリッシュ・オークションと高品質の財が先にオークションされる逐次イングリッシュ・オークションにおける売り手 2 の期待利得を比較する。そのため, $t_1=t_2$ (同質財のケース) から, t_2 を固定して t_1 を増加させる。ここで, 参加制限付き同時イングリッシュ・オークションにおいては, 脚注 2 で指摘したように, 留保価格を明示的に求めることが技術的に困難なため, 以下では二つの異なる t_1 の値に関する参加制限付き同時イングリッシュ・オークションにおける留保価格の差異がもたらす効果を見捨てる, これに伴い, 参加制限付き同時イングリッシュ・オークションと逐次イングリッシュ・オークションにおける留保価格の差異がもたらす効果をも見捨てる。このとき, 命題 1 より, より高い t_1 に対応する $\Psi_2(r_1, r_2, v)$ ($\Psi_2(r_1, r_2, v)$ は $\varphi_2(r_1, r_2, v)$ の確率分布関数) がより低い t_1 に対応する $\Psi_2(r_1, r_2, v)$ を F.O.S.D. するから, 売り手 2 の期待利得は t_1 の増加に伴って減少することがわかる。一方, 命題 2 から明らかのように逐次イングリッシュ・オークションにおける売り手 2 の期待利潤は t_1 の値にかかわらず, 一定である。売り手 2 の参加制限付き同時イングリッシュ・オークションにおける期待利得を $E\pi_{2,t_1}$, 高品質の財が先にオークションされる逐次イングリッシュ・オークションにおけるそれを $E\pi_{2,t_1,t_2}$ とすれば, 以上の議論は図 3 に要約される。

次に, 同様の練習問題を売り手 1 について解く。再び $t_1=t_2$ (同質財) から, t_2 を固定して t_1 を

図 3

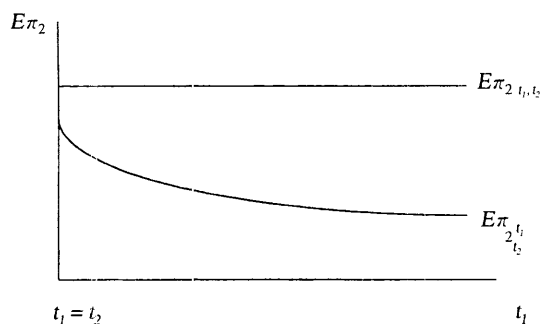
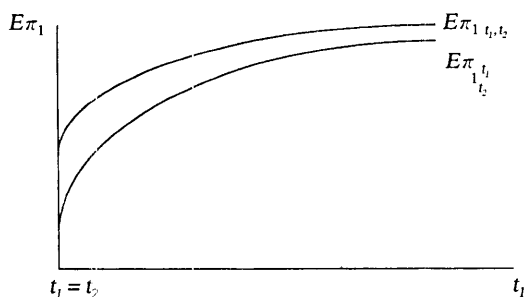


図 4



増加させるとき、命題 2 から明らかなように、逐次イングリッシュ・オークションにおいては、 t_1 の増加に伴う売り手 1 の期待利得の増加量は $U[0, 1]$ から $n+1$ 個の独立抽出における第 1 番目の順序統計量の期待値となる。一方、命題 1, 3 から明らかなように、参加制限付き同時イングリッシュ・オークションと逐次イングリッシュ・オークションではこれより厳密に小さい値でしか増加しない。これは、高品質の財が先にオークションされる逐次イングリッシュ・オークションではすべての入札者が確率 1 で売り手 1 のオークションに参加するのに対し、参加制限付き同時イングリッシュ・オークションでは、1 より小さい確率でしか売り手 1 のオークションに参加しないような入札者のタイプが存在し、また、低品質の財が先にオークションされる逐次イングリッシュ・オークションでは、 $(n+1)$ 人の入札者のなかで、最高のタイプを持つ者が第 1 期に低品質の財を獲得するので、高品質の財のオークションに参加しないためである。以上より、売り手 2 の参加制限付き同時イングリッシュ・オークションにおける期待利得を $E\pi_{1, t_1}$ 、高品質の財が先にオークションされる逐次イングリッシュ・オークションにおけるそれを $E\pi_{1, t_1, t_2}$ とすれば、図 4 を得る。

図 3, 4 より売り手 1, 2 の双方とも逐次イングリッシュ・オークションを参加制限付き同時イングリッシュ・オークションより選好することがわかる。よって、命題 5 が証明された。

図 5

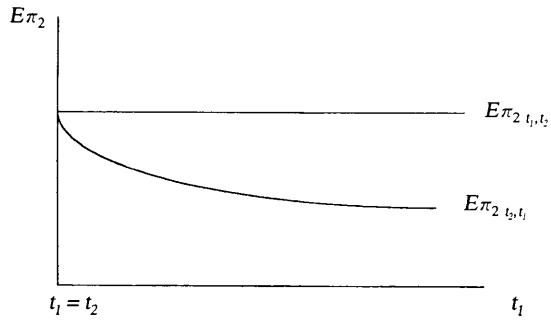
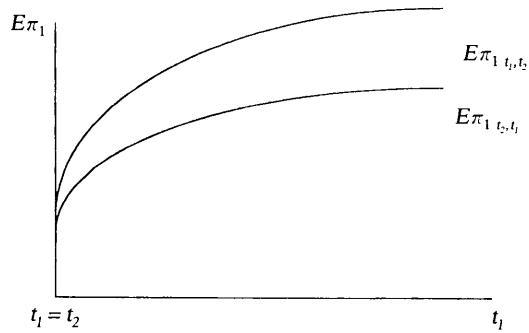


図 6



命題 5 .

自己の期待利潤最大化を目的とする売り手が異質な財を 1 単位ずつ販売するとき、双方の売り手とも、高品質の財が先にオークションされる逐次イングリッシュ・オークションを参加制限付き同時イングリッシュ・オークションより選好する。

次に、逐次イングリッシュ・オークションについて、高品質の財が先にオークションされる場合と、低品質の財が先にオークションされる場合について、売り手 2 の期待利得を比較する。命題 5 の場合と同様の議論により、図 5、6 を得る。ここで、 $E\pi_{2,t_1,t_2}$ ($E\pi_{1,t_1,t_2}$) は、低品質の財が先にオークションされるような逐次イングリッシュ・オークションにおける売り手 2 (売り手 1) の期待利得を表す。

これらの図より以下の命題を得る。

命題 6 .

自己の期待利潤最大化を目的とする売り手が異質な財を 1 単位ずつ販売するとき、双方の売り手とも、高品質の財が先にオークションされる逐次イングリッシュ・オークションを低品質の財が先

にオークションされる逐次イングリッシュ・オークションより選好する。

命題 5, 6 より次の結果を得る。

命題 7 .

自己の期待利潤最大化を目的とする売り手が異質な財を 1 単位ずつ販売するとき、双方の売り手とも、高品質の財が先にオークションされる逐次イングリッシュ・オークションを低品質の財が先にオークションされる逐次イングリッシュ・オークションや参加制限付き同時イングリッシュ・オークションより選好する。

4. まとめ

本稿は、命題 7 が示すように、異質な財を 1 単位ずつ販売する売り手が、自己の期待利潤最大化のみを目的とするという意味で完全に非協力的に行動する時、結果としては完全に協力的な行動がもたらすのと同じ結果に至ることを示した⁽⁴⁾。この結果は、売り手の差異をその所有する財の異質性ではなく、生産費用の違いに求める場合にも応用することができる。特に命題 4 は、McAfee や Peters and Severinov のように、複数の対称的な売り手が、正の生産費用により生産された各々一単位の同質財を販売する場合にそのまま適用することができる。このとき、自己の期待利潤最大化を目的とする複数の（対称的な売り手の場合には、売り手の人数を二人に限定する必要はない）売り手が同質財を 1 単位ずつ販売するとき、各売り手は、逐次イングリッシュ・オークションを、参加制限付き同時イングリッシュ・オークションより選好することがわかる。このことは、売り手は実際には、McAfee や Peters and Severinov が考察の対象とした、参加制限付き同時イングリッシュ・オークションを選択しないことを意味する。無論、本稿は、彼等の分析の焦点がオークションと完全競争均衡の橋渡しにあり、参加者の数が無限に近づくにつれ、参加制限付き同時イングリッシュ・オークションにおける留保価格が売り手の生産費用に収束する、という重要な貢献をもたらしたことに少しの傷をつけるものではない。

次に本稿の問題点に言及しよう。まず、本稿では命題 1 に関する脚注 1 で触れたように、技術的な理由により明示的に留保価格の効果を分析することができなかった。このことは、参加制限付き同時イングリッシュ・オークションにおける留保価格が、逐次イングリッシュ・オークションのそ

(4) 自己の期待利潤最大化を目的とする一人の売り手が異質な財を 1 単位ずつ販売するとき、高品質の財が先にオークションされる逐次イングリッシュ・オークションが最適オークションをインプリメントすることに関しては、Baba (1997) を参照。

れよりも低く設定される場合においてのみ問題となる。しかしながら、われわれは、より低い留保価格はより低いタイプをもが勝者になりうることを意味するものであり、より低いタイプの勝者の売り手の期待利得への貢献は相対的に小さく、命題7を導いた他の効果を相殺するものではないと考える。また、別の課題としては、売り手の人数が三人以上である場合に分析を拡大することが望まれる。さらに、売り手の期待利得にとどまらず、消費者余剰、或いは社会的厚生を含めて、異なるオークション・ルールを比較することが重要と考えられるが、これらについては稿を改めて言及したい。

(青山学院大学経済学部専任講師)

参 考 文 献

- Baba, Yumiko (1997): "Three Essays on Auctions and Bargaining," Ph.D. dissertation at Stanford University.
- Baba, Yumiko (1998): "Auctions with Heterogeneous Sellers," mimeo, The University of Tokyo.
- McAfee, Preston (1993): "Mechanism Design by Competing Sellers," *Econometrica*, 61, 1281-1312.
- Myerson, Roger (1981): "Optimal Auction Design," *Mathematics of Operations Research*, 58-73.
- Peters, Michael, and S. Severinov (1997): "Competition among Sellers Who Offer Auctions Instead of Prices," *Journal of Economic Theory*, 75, 141-179.