Title	自発的にのみ形成されるパートナーシップ間で情報伝達がない場合の効率性について
Sub Title	Efficiency of voluntary partnerships with no information flow
Author	グレーヴァ, 香子(Fujiwara-Greve, Takako)
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	2000
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.93, No.3 (2000. 10) ,p.515(3)- 521(9)
JaLC DOI	10.14991/001.20001001-0003
Abstract	
Notes	小特集：情報とネットワークの経済
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-20001001-0003

「三田学会雑誌」93巻3号（2000年10月）

自発的にのみ形成されるパートナーシップ間で情報伝達がない場合の効率性について*

グレーヴァ香子

要　　約

大きな人口の中でランダムにペアを組んだ相手と自発的にのみ長期関係が形成され，また，今自分が参加しているペアにおける参加者の行動以外は知ることができないという状況での社会全体のゲームにおいて，効率的な均衡が存在することを示す。社会的には情報伝達がなく，しかし自発的に関係が続く状況は雇用関係などにあてはまる。文献では囚人のジレンマタイプのゲームについて，効率的な均衡の存在はわかっていた。本稿では段階ゲームにはほとんど制約をおいていないにもかかわらず，単に効率的のみならず，間違いによる関係の解消による社会的な効率性のロスも最小となるような均衡を示した。基本的な考えは，もし現在の相手を裏切って一時的な利益を得ても，パートナーシップが解消された後新たな相手をすぐに見つけられる保証がないという罰が社会に存在していることである。従って情報の不足は相手探しの困難さによって補われることになる。

1．序

本稿では，大きな人口の中でランダムにペアを組んだ相手と自発的にのみ長期関係が形成され，また，今自分が参加しているペアにおける参加者の行動以外は知ることができないという状況での社会全体のゲームにおいて，効率的な均衡が存在することを示す。過去の関係における行動が将来のパートナーに知られないのであるから，直観的には，効率的な行動を協調してとるのは難しいと思われるが，ランダムマッチングで新しいパートナーを見つける状況では現在の関係を大切にした方がいい時がある。

モデルの特徴は，ペアを組んだ相手と実際に段階ゲームを行うかどうかや，パートナーシップを継続させるかどうかが両プレイヤーの合意によってのみ決まること，他のパートナーシップからの情報の伝達はないこと，また段階ゲームにほとんど制約をおいていないことである。例えば，雇用

*　岡田章，川又邦雄，ジョエル＝ワトソン，ロバート＝ウィルソン，ヘンリク＝グレーヴァの各氏から有益なコメントをいただいたことを記して感謝します。

関係はこのモデルによく合っている。面接してもお互いに合意がなければ雇用関係はできないし，過去の雇用関係における相手の行動はなかなかわからない。ひとくちに雇用関係といってもいろいろな行動や利得がありえるので段階ゲームを一般の形にしておくことには意味がある。

ゲーム理論の文献ではこのようなモデルにおける均衡の分析はまだ行われていない。自発的でなく，外生的に段階ゲームを繰り返させる通常の無限回繰り返しゲームであればフォーク定理が証明される（Fudenberg and Maskin, 1986)。ランダムマッチングで1回きりの相手と段階ゲームをするというモデルでは情報が将来のパートナーや社会全体に伝わればフォーク定理が証明される（神取, 1992)。ランダムマッチングで出会った相手と自発的に長期関係を結べるというモデルにおいて，段階ゲームが囚人のジレンマのような形であるときは情報が将来のパートナーや社会全体に伝わらなくても協力的行動が均衡になり得ることは Datta (1996), Ghosh and Ray (1996), Kranton (1996) が示した。この3つの論文では協力水準を徐々に上げていく形の行動が均衡になることが示される。もし，どこかの時点で協力から逸脱すると，新たなパートナーとまた低い協力水準から始めなくてはならないので，協力水準を徐々に上げていく行動そのものに逸脱への罰が含まれているのである。これに対し，本稿では段階ゲームに制約はなく，目的の行動を初めから行う均衡を構成する。徐々に協力する行動はちょっとした間違いで協力関係が壊れると大きな利得損失になるが，初めから協力的行動をする均衡があればミスによる利得損失は少なくてすむ。

本稿のモデルで自発的長期関係が均衡になるのは新たな相手をすぐに見つけられる保証がないからである。この考えは効率性賃金の理論（Shapiro and Stiglitz, 1984）と似ている。効率性賃金の基本モデルでは失業の恐怖のために労働者が努力して働くという均衡が示されるが，本稿のモデルはもっと一般のケースについてパートナー探しの難しさが効率的な均衡をもたらすことを示す。

2．モデル

社会には2つのプレイヤーのグループがあり，Pop 1，Pop 2と名付ける。各グループの人数は十分大きいものとする。段階ゲームは任意の2人戦略形ゲーム $G=(A_1, A_2, u_1, u_2)$ で，A_1, A_2 はそれぞれ Pop 1，Pop 2に属するプレイヤーが取り得る行動の集合（有限），u_1, u_2 はそれぞれ Pop 1，Pop 2に属するプレイヤーの利得関数とする。二人のプレイヤーが出会った時，何かの確率的メカニズムを用いて両者の行動を確率的に相関させることができると仮定する。相関確率は均衡によって決められる。任意の有限集合 X について，X 上の確率分布全体の集合を $\Delta(X)$ とすると，このメカニズムにより段階ゲームにおいては $\Delta(A_1 \times A_2)$ という集合の任意の元を行うことができる。記述の簡略化のため，利得関数 $u_i(i=1,2)$ をこの集合上に期待利得として拡張したものも u_i と呼ぶことにする。

時間は離散的 $t=1,2,\ldots$ とする。第1期の初めには全てのプレイヤーがパートナーを持っていな

い状態とする。ランダムプロセスによりパートナーのいないプレイヤーが各グループから一人ずつで構成されるペアが多数形成されるとする。Pop i (i=1, 2) に属するプレイヤーがペアの相手を見つけられる確率は過去の自分や他のプレイヤーの行動とは独立で $\phi_i \in (0, 1)$ とする。定常的な確率であることは結論に本質的には重要でない。

ペアが形成されたら，両者は同時にこの相手と段階ゲームをプレイするか（Accept）しないか（Reject）を決めることができる。両者が Accept を選んだ時のみ，二人は段階ゲームに進みパートナーとなる。もし，一人でも Reject を選んだ場合，両者ともこの期はパートナーなしの状態になり，$\underline{u}_i$ (i=1, 2) という利得を得る。段階ゲームではまず $\Delta(A_1 \times A_2)$ の中から相関戦略を選び，確率メカニズムを作動させ，その実現値に従って行動を A_1, A_2 から同時に選ぶ。確率メカニズムの実現値と二人の行動は両者に観察され，段階ゲームの利得を得る。(確率メカニズムが degenerate であることも許されているとし，独立に行動を選ぶこともできる。）期の終わりにパートナーがいるプレイヤーは現在のパートナーシップを継続するか（Continue）解消するか（Sever）を同時に選択する。両者が Continue を選んだときのみ，次期もこの 2 人はパートナーとなりランダムプロセスには参加せず，段階ゲームに進む。一人でも Sever を選んだ場合，両者は次期の初めにはパートナーなしの状態になり，ランダムプロセスに参加して，ペアを探すことになる。このようにゲームは無限回続いていくとする。

全てのプレイヤーは同じ時間割り引き率 $\delta \in (0, 1)$ で将来の利得を割り引くものとし，無限期間の割り引き利得の総和を最大にしようとする。

各プレイヤーはパートナーシップ内に制限された private history のみを観察する。t 期の期初に acceptance stage にいるプレイヤーは過去からのパートナーがいないが新しくペアを組んだ人である。このときは private history はない。すなわち，双方の過去の行動について何も知らない状態から始める。次に，t 期の段階ゲームにおける private history は過去からのパートナーがいるときはそのパートナーと自分が選んだ過去の確率メカニズム，その実現値と行動の全てである。(従ってパートナーシップ内では perfect monitoring である。）新しいパートナーを得たときは双方が accept を選んだということである。t 期の段階ゲームの後の continuation stage における private history は段階ゲームにおける private history に加えて今期の確率メカニズムの実現値と双方が選んだ行動である。

各プレイヤーの戦略は各期の 3 つまたは 1 つの意志決定時における行動をその時点での private history の関数として選ぶものである。パートナーシップが解消すると private history がなくなってしまうので，このゲームには部分ゲームは多くない。従って，部分ゲーム完全均衡より強い概念として，sequentially rational equilibrium（Fujiwara-Greve and Greve, 2000）を摘要する。

定義：任意のプレイヤーの戦略 f と，そのプレイヤーの任意の意志決定点において，その点にお

ける private history h により導出された継続戦略とは，その点から後の任意の意志決定点におけるその点以降の private history h' について $f_h(h')=f(hh')$ となる関数 f_h である。（ここで，hh' は初め h がおこり，その後 h' がおこるという private history である。）

定義：社会全体のプレイヤーの戦略の組が sequentially rational equilibrium であるとは，各プレイヤーの任意の意志決定点において，その時点での private history により導出された継続戦略は他のプレイヤーの継続戦略に対して最適であることである。

ここで注意しなくてはならないのは，パートナー間では情報は対称的であり，継続戦略が計算できること，ひとたびパートナーシップが解消されれば任意の新しい相手と何も知らない状態から始めるので，継続戦略はもとの戦略と一致することである。ゲームが完全情報であれば，sequentially rational equilibrium は部分ゲーム完全均衡と一致する。

定義：一期間の利得の組 (u_1, u_2) が実現可能であるとは，相関戦略 $a\in\Delta(A_1\times A_2)$ が存在して $u_i(a)=u_i(i=1, 2)$ となることである。

最後に，段階ゲームにはパートナーなしのときの利得の組 $(\underline{u}_1, \underline{u}_2)$ より双方にとって大きい利得 $(u_1', u_2')>(\underline{u}_1, \underline{u}_2)$ を実現する相関戦略が存在すると仮定する。もしそうでなければ，パートナーシップを形成することにはメリットがなくなるからである。

3．効率性

$(u_1', u_2')>(\underline{u}_1, \underline{u}_2)$ となる相関戦略が存在することから，$(\underline{u}_1, \underline{u}_2)<(\mathrm{Max}_a u_1(a), \mathrm{Max}_a u_2(a))$ である。後者は bliss point と呼ばれる，各プレイヤーにとっての段階ゲームにおける最大利得を並べたもので，この組み合わせを実現するような相関戦略は必ずしも存在しないが，bliss point とパートナーなしの利得の組を結んだ線分上には必ず効率的で実現可能な利得の組 (u_1^*, u_2^*) が存在する。（この証明は Kalai and Smorodinsky, 1975, の解の存在証明と同じである。）

ゆえにある $\gamma\in(0, 1]$ が存在して

$$(u_1^*, u_2^*)=(\gamma\mathrm{Max}_a u_1(a)+(1-\gamma)\underline{u}_1, \gamma\mathrm{Max}_a u_2(a)+(1-\gamma)\underline{u}_2)$$

とできる。

命題：任意の $\varepsilon>0$ と任意の $\phi_i\in(0, \gamma)\,(i=1,2)$ について，$\underline{\delta}\in(0, 1)$ が存在し，任意の $\delta\geq\underline{\delta}$ につ

いて Pop $i\ (i=1, 2)$ に属するプレイヤーが受けとる割り引き総利得の平均[1]が u_i^* から ε の差以内でおさまるような sequentially rational equilibrium が存在する。

証明：(u_1^*, u_2^*) を実現する相関戦略 $a^* \in \Delta(A_1 \times A_2)$ をとる。各プレイヤーが任意の相手に対し（Accept, a^*, Continue）を行い，もし過去に1度でもパートナーが a^* から逸脱したら，すぐに Sever を選び，その後任意の新しい相手と（Accept, a^*, Continue）へ戻るという戦略を考える。これが sequentially rational equilibrium であることを示すため，他のプレイヤーがすべて上の戦略をしているときに一人のプレイヤーがどんな意志決定点においても逸脱しないことを示す。以下 Pop i のプレイヤーということにする。

(A) 段階ゲームにいるとき

上の戦略による割り引き総利得は $V_i = u_i^*/(1-\delta)$ である。今期 a^* から逸脱すると最大で

$$\mathrm{Max}_b u_i(b) + \delta[\phi_i V_i + (1-\phi_i) W_i]$$

が得られる。ただし，

$$W_i = \underline{u}_i + \delta[\phi_i V_i + (1-\phi_i) W_i] = \frac{\underline{u}_i + \delta\phi_i V_i}{1-\delta(1-\phi_i)}$$

はパートナーなしの状態から上の戦略に従った時の期待割り引き総利得である。

上の戦略からの利得と逸脱による利得の差は δ が1に近付くと

$$V_i - \mathrm{Max}_b u_i(b) - \delta[\phi_i V_i + (1-\phi_i) W_i] \to [u_i^* - (1-\phi_i)\underline{u}_i]/\phi_i - \mathrm{Max}_b u_i(b)$$

に近付く。出会いの確率が $\phi_i < \gamma$ であるから，十分大きな割引率 δ について上記は正になり，逸脱しない。

(B) 新しい相手にあったとき

Reject を選ぶと W_i が割り引き総利得である。$V_i - W_i > 0$ が任意の δ, ϕ_i について成立するので Accept が最適である。

(C) 段階ゲームの後

現在のパートナーシップ内で逸脱がないときは Continue を選ぶと（次期から先で）V_i が得られ，Sever を選ぶと $\phi_i V_i + (1-\phi_i) W_i$ が得られる。$V_i - W_i > 0$ より Continue が最適である。また，相手が逸脱したときは段階ゲームの後で Sever を選んでくるので，こちらも Sever を選ぶのが最適である。

最後に，出会いの確率は正なので必ずいつかパートナーを得ることができ，上の均衡戦略の平均

（1） 割り引き総利得に $(1-\delta)$ をかけたもの。

利得は十分大きな δ について u_1^* に限りなく近付けることができる。（証明終り）

4．結論的覚書

命題の証明は実は特定した効率的な利得の組 (u_1^*, u_2^*) のみならずその近くの多数の利得ベクトルが均衡によって実現されることを示している。このことから推測されるのは，出会いの確率 ϕ_i が十分小さくなり，逸脱した後でパートナーシップが解消されてしまうと新しい相手を見つけるのが非常に困難なゲームではたくさんの均衡利得の組がありそうだということである。実際，Fujiwara-Greve（1999）では，出会いの確率 ϕ_i が十分小さく割り引き率が1に近いとき，パートナーなしのときの利得の組 $(\underline{u_1}, \underline{u_2})$ より双方にとって大きな利得を与える任意の実現可能な利得の組が均衡において達成されるというフォーク定理が証明される。

モデルの仮定の多くは証明を簡単にするためのもので，緩めても命題が成立する。例えば，出会いの確率が時間を通じて変化しても，そのうちの最大値が γ より小さければよい。パートナーが一緒に使用できる確率的メカニズムが存在せず，相関戦略がとれなくても行動の組み合わせの列をうまく作って平均して (u_1^*, u_2^*) の利得になるようにすればよい。

命題からのメッセージは，『情報の不足により個人的に相手に罰を加えることができなくても，パートナー探しにおける社会機構が厳しいときは効率的な行動が達成できる。』ということである。経済学的には，個別主体同士の関係では罰を与えられなくても，市場が罰を与えてくれるというような直観である。

今後の課題としては，（ア）多数ある均衡をさらに選抜することができるか，（イ）出会いの確率を固定したとき達成できる利得の組の集合を特徴付けられるか，などがある。

（経済学部助教授）

参考文献

Datta, S. (1996), "Building Trust," Discussion Paper No. TE/96/305, March 1996, London School of Economics and Political Science.

Fudenberg, D., Levine, D., and E. Maskin. (1994), "The Folk Theorem in Repeated Games with Imperfect Public Information," *Econometrica*, 62, 997-1039.

Fudenberg, D., and E. Maskin. (1986), "The Folk Theorem in Repeated Games with Discounting or with Incomplete Information," *Econometrica*, 54, 533-556.

Fudenberg, D., and E. Maskin. (1991), "On the Dispensability of Public Randomization in Discounted Repeated Games," *Journal of Economic Theory*, 53, 428-438.

Fujiwara-Greve, T. (1999), "Efficiency and a Folk Theorem with Voluntary Partnerships and No Information Flow," Mimeo. Keio University.

Fujiwara-Greve, T. and H. Greve. (2000), "The Role of Expectation in Job Search and the Firm Size Effect on Wages," Mimeo. Keio University and University of Tsukuba.

Ghosh, P., and D. Ray. (1996), "Cooperation in Community Interaction without Information Flows," *Review of Economic Studies*, 63, 491-519.

Kalai, E., and M. Smorodinsky. (1975), "Other Solutions to Nash's Bargaining Problem," *Econometrica*, 43, 513-518.

Kandori, M. (1992), "Social Norms and Community Enforcement," *Review of Economic Studies*, 59, 63-80.

Kranton, R. (1996), "The Formation of Cooperative Relationships," *Journal of Law, Economics & Organization*, 12, 214-233.

Shapiro, C. and Stiglitz, J. (1984), "Equilibrium Unemployment as a Worker Discipline Device," *American Economic Review*, 74, 433-444.

Watson, J. (1999), "Starting Small and Renegotiation," *Journal of Economic Theory*, 85, 52-90.