Title	動学経済における最適課税と公共サービス
Sub Title	Optimal taxation and productive government services in a dynamic macro model
Author	木村, 正信
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	2000
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.92, No.4 (2000. 1) ,p.835(173)- 851(189)
JaLC DOI	10.14991/001.20000101-0173
Abstract	
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-20000101-0173

「三田学会雑誌」92巻4号（2000年1月）

動学経済における最適課税と公共サービス*

木　村　正　信

1　はじめに

最適課税に関する動学的マクロ経済分析では，通常，政府支出は民間主体の効用や生産性に影響のでないところで費やされると仮定し，その役割が不明確である。一方において，政府支出の役割を特定化して分析を進めている研究では，その分析の関心は政府による政策の動学的効果であり，最適な課税政策まで検討されることはあまりない。したがって，この論文の目的はこのように独立に扱われることが多い，最適課税の問題と政府部門の役割を動学的マクロモデルを用いて統合的に分析することである。その際，分析の中心は，近年，研究のさかんな資本所得税の問題におかれ，政府が最適に政策を実行できるかぎり，長期均衡において最適な資本所得税率がゼロとなることを示す。

これまで，動学的な経済における最適課税を求める方法として，Ramsey（1927）による一時点の最適課税理論を応用するという方法がとられてきている。もともとRamsey（1927）は，財の価格と数量が競争的に確立される経済のなかで，政府は必要な収入を得るという制約のもとで，異なる財に対してどのように課税するのが厚生損失を小さくするのかという問題を考えた。しかし，80年代の米国の低成長と低貯蓄率の問題を背景として，サプライ・サイドの経済学者を中心に資本所得税の減税といったことが主張されるようになった。そこで，その主張を経済厚生的に分析するために，マクロ経済学ではRamsey（1927）の一時点の最適課税問題を通時的モデルに応用するようになり，従来の物品税の問題のかわりに資本所得（利子所得）税の問題が分析の中心となった。

そのいくつかの理論研究では，資本所得税は著しい経済厚生上の損失をもたらしているという結

＊　本稿は修士論文（慶應義塾大学　97年度）を加筆，修正したものである。本稿の作成にあたり神谷傳造教授（慶應義塾大学）ならびに伊藤幹夫助教授（慶應義塾大学）より貴重なコメントを頂いた。特に，神谷傳造教授には草稿段階から有益なご指摘を数多く頂いた。ここに深く感謝したい。ただし，有り得べき誤りはすべて著者に帰すものである。

論を得ている。その代表的な研究が Chamley (1986) であり，彼は動学的なマクロモデルを用いて，定常状態における最適な資本所得税率はゼロであることを証明した。彼の導いた命題の意味は，非弾力的に供給される要素に重く課税すべきである，というよく知られた Ramsey の課税ルールから明らかである。Chamley (1986) で用いた新古典派の成長モデルでは，定常状態への移行過程では資本所得への課税があっても資本蓄積が続く。しかし，いったん定常状態に達すると，課税後の資本収益率はある一定の時間選好率に等しくなるので，課税によって定常状態における資本が減少することになる。したがって，資本が半ば非弾力的である初期のころには課税することの厚生損失は小さいが，資本が完全に弾力的である定常状態ではそれによって厚生の損失を著しくするのである。

その後，この Chamley 命題はさまざまな動学モデルを用いて再検討されている。物的資本に加えて人的資本を考慮に入れた成長モデルを使って分析したものには，Lucas (1990)，Jones, Manuelli and Rossi (1990)，Roubini, Milesi-Ferretti (1994) 等がある。また，モデルに貨幣を取り込んで分析したものには，Chari, Christiano and Kehoe (1996)，Correia and Teles (1996) 等がある。

しかし，それらの先行研究の多くは，政府支出の役割を明示的に扱わず，政府支出は民間主体の厚生や生産性に影響のないところで使われていると仮定し，一定の政府支出をどういう形でファイナンスすべきか，という問題設定になっている。しかし，現実には政府支出は公共財の供給など，経済厚生や生産性に影響を与えると期待されているものに利用される例が多い。そして，そのように政府支出をとらえると，政府が税をどのように設定するかという最適課税の問題は，政府支出が民間主体の経済的環境に与える影響にも依存することになり，それによって Chamley 命題がどのように修正されるのかを確認する必要がある。したがって，この論文であえて政府支出の役割と最適課税の問題が統合されたモデルを構築して，Chamley 命題を再検討することは意義があると思われる。

ここでは，政府支出は生産的な公共サービスの供給にのみ利用されると考える。例えば，道路や空港，教育，職業訓練などの広い意味のインフラストラクチュアのサービスがこの種の事例に該当するであろう。ここで生産的サービスを取り上げるのは，わが国において政府による公共事業支出は極めて大きいという事実があるからである。また，最近，Aschauer (1989) 等の実証研究により，公共財としての政府支出の役割が生産面に与える効果，すなわち生産関数を通じた供給ショックの効果が重視され，それに関するさまざまな理論研究が生まれているからである。

ところで，こうした政府支出の生産面に与える効果を分析した，動学的マクロモデルを用いた研究としては，モデルの取扱いの違いによって大きく 2 つのタイプが存在する。それは，徴税や公共財の提供といった政府の活動が長期的な成長率に影響を及ぼさない，外生的技術進歩率をもつ標準的な新古典派成長モデルを用いた研究と，政府の活動が長期的な成長率に影響を及ぼす内生的成長

モデルを用いた研究である。

前者のタイプの研究には，Barro (1989) や Baxter and King (1989) 等がある。彼らのモデルでは，政府活動の変化によって生産関数のシフトがもたらされ，定常状態の資本ストックと，定常状態への移行過程における（短期の）成長率に影響を与えることになる。しかし，長期の成長率は外生的技術進歩率で与えられるので，政府の活動によってそれは影響を受けないのである。後者のタイプの研究は Barro (1990) が先駆的なものとしてあるが，彼のモデルは，生産関数の資本と公共サービスの２つの投入物に関して規模の収穫一定性を規定することで，内生的成長を可能としている。すなわち，資本とともに公共サービスが増大すれば，収穫逓減性は生じることがなく持続的な成長を達成でき，また，政府はその長期的な成長率を制御できる。

そこで，それらの先行研究より，政府支出が生産関数の投入物となっている場合での最適課税問題を扱う場合には，政府支出や税など政策変数が短期的にしか成長効果をもたないケースと，それが長期的にも成長効果をもち得るケースとの，両方のケースにおける問題の特徴をそれぞれ比較検討してみることは重要である。(1)

そこで残りの節は次のように構成される。まず，２節では資本と労働に加えて公共サービスを生産要素として用いる生産技術を前提として，本稿の分析で用いられる基本的な動学モデルを構築する。生産的な公共サービスが含まれている以外は，Chamley (1986) でも利用されている，労働と余暇の選択がある外生的成長モデルである。３節では２節の基本モデルの中で政府が直面している問題を，Ramsey (1927) の伝統の範囲内にある，Atkinson and Stiglitz (1980) の最適課税論に基づいて定式化する。４節では生産関数が資本と労働と公共サービスの３つの投入物に対して規模の収穫が不変である場合の，最適な資本課税の問題を考える。そこで，生産関数の規模の収穫不変性の仮定により，公共サービスによる生産性の向上の貢献に裏打ちされた利潤が発生することになる。その利潤に完全に課税できれば，長期均衡における最適な資本所得税率はゼロとなることが示される。５節では，Barro (1990) の公共部門を含んだ内生的成長モデルを用いて最適な資本所得税の問題について再論する。すなわち資本と公共サービスの2つの投入物に対して規模の収穫の不変性を仮定することで，モデルを修正して分析を行なう。そのとき，最適な水準で政府支出の規模が決められている限り，定常成長経路上での最適資本所得税率がゼロとなることを示す。最後の６節はまとめと展望について記す。

（1） 上で述べた先行研究では，その分析の中心は政策変数の定常分析におかれ，Ramsey (1927) の伝統に基づいた最適課税問題について触れられていない。

2　基本モデル

この節では以下の分析に用いるモデルについて記述する。そこで，同一で無限期間生存する多数の消費者からなる単純な経済を考える。そして，ある生産技術は $F(k_t, n_t, g_t)$ を通じて資本 k，労働 n と公共サービス g を生産物に変換し，その生産物は消費財としても資本の蓄積や公共サービスの提供にも利用可能であるとする。ここで実現可能制約は

$$c_t + \dot{k}_t + g_t = F(k_t, n_t, g_t) \tag{1}$$

と記述できる。

政府は公共サービスを企業に無償で提供するが，その費用をファイナンスするために徴税や公債の発行を行なう。

以下では，まず消費者の行動を記述し，つぎに生産者行動を記述し，最後に競争均衡を定義する。

2．1　消費者

それぞれの消費者の選好は

$$\int_0^\infty u(c_t, l_t) e^{-\rho t} dt \tag{2}$$

である。ここで $\rho(>0)$ は時間選好率を表している。u は消費 c と余暇 l について増加関数であり，また，厳密な意味で凹関数であり，有界であると仮定する。消費者は労働 n を $1-l$ だけ供給するものとする。

消費者は，資本と労働の私的投入物のすべてと，生産者の持分権を保有している。各期に，消費者は消費財の生産者に生産要素を供給し，そこから要素所得を得，生産者から利潤の配当と公債保有の利子所得を受け取る。[(2)] 公債の利子所得以外の各所得に対して税を支払った後，消費財を購入して残りを資本の蓄積か公債の購入にあてる。t 期の労働所得と資本所得と企業からの利潤の配当に対する税率をそれぞれ τ_t と θ_t と α_t とおく。また，公債を b_t とおき，その収益率を R_{bt} とおく。したがって，消費者のフローの予算制約は

$$\dot{k}_t + \dot{b}_t = (1-\tau_t) w_t n_t + (1-\theta_t) r_t k_t + R_{bt} b_t + (1-\alpha_t) \Pi_t - c_t \tag{3}$$

とかける。ここで r_t と w_t はそれぞれ資本の実質レンタル価格と労働の実質賃金率を示している。また，Π_t は消費者が受け取る生産者の利潤の配当である。$x_t = \{c_t, n_t, k_t, b_t\}$ を t 期の消費者の配分とおき，すべての t 期の配分を $x = \{c_t, n_t, k_t, b_t\}_{t=0}^{\infty}$ とおく。

（2）　ここでは Stokey and Lucas, with Prescott（1989）の chapter. 2 にしたがって，消費者の所得の源泉を労働所得と資本のレンタル所得と企業からの利潤の配当と公債の利子所得の 4 つに分けた。

2．2　生産者

生産者は何も保有していない。したがって，各期に消費者から労働と資本の提供を受け，政府によって無償で供給される公共サービスを利用して生産を行なうので，生産者行動を一時点の利潤最大化問題として記述できる。すなわち，生産者はすべての t に対して

$$\max_{\{k_t, n_t\}} F(k_t, n_t, g_t) - r_t k_t - w_t n_t. \tag{4}$$

を解く。ここで，生産関数 F は資本 k，労働 n，公共サービス g の3つの投入物に対して規模の収穫一定性を示し，各投入物に対して増加関数であり，限界生産力の逓減が規定されている。

そこで g_t を与件として k_t と n_t についてその最大化問題を解くと，最大化のための条件より，産出物単位での実物賃金率 w_t と資本の実物レンタル価格 r_t はすべての t に対して

$$w_t = F_n(k_t, n_t, g_t) \tag{5}$$

$$r_t = F_k(k_t, n_t, g_t) \tag{6}$$

を満たしていなければならない。F_k と F_n と F_g は資本と労働と公共サービスの限界生産性を表している[(3)]。規模に関して収穫不変性を仮定しているので，公共サービスの生産に対する貢献に対応した利潤 $\prod_t = F_g(k_t, n_t, g_t)g_t$ が各期に発生する。生産者は内部留保を持たず，利潤はすべて消費者に配当されるものとする。

2．3　競争均衡

政府はその支出をファイナンスするために，労働所得と資本所得と利潤に対する各税率を設定する。政府の予算制約は，

$$\dot{b}_t = R_{bt} b_t + g_t - \tau_t w_t n_t - \theta_t r_t k_t - \alpha_t \prod_t. \tag{7}$$

である。$\pi_t = \{\tau_t, \theta_t, \alpha_t\}$ を t 期の政府の政策とおき，すべての t 期の政策を $\pi = \{\tau_t, \theta_t, \alpha_t\}_{t=0}^{\infty}$ とおく。初期の公債 b_0 と初期の資本 k_0 を歴史与件と考える。

そこでこのように経済が記述されると，競争均衡を定義することができる。競争均衡とは，政府支出の経路 $\{g_t\}_{t=0}^{\infty}$ を与件として，次を満たす政策 π と価格体系 $\{w, r, R_b\} = \{w_t, r_t, R_{bt}\}_{t=0}^{\infty}$ と配分 x のことである。(a) 消費者は政策と価格を与件として，予算制約式（3）のもとで効用関数（2）を最大化するように配分 x を選び，(b) 生産者は価格を与件として利潤を最大化するように k と n の配分を選び，かつ，(c) 政府の予算制約式（7）が満たされ，(d) c と k と n の配分はすべての t に対して実現可能制約（1）を満たしている。

（3）　以下では関数の下付き添字は微係数を示すものとする。

3　Ramsey 均衡

政府が直面している問題を考える。ここではそれを Ramsey (1927) の伝統の範囲内にある，Atkinson and Stiglitz (1980) の最適課税論に基づいて展開する。Ramsey (1927) では，政府の目標は，政府が直面している制約のもとで，社会的厚生関数を最大化するように税率を選択することである。そこで，政府の直面している制約は 2 種類存在する。まず，政府の予算制約 (7) が満たされるように政策を決定しなければならない。また，政府の選んだ政策によって，民間主体が競争市場体系を通じて反応するので，最適な政策を決定する際には，政策による民間主体の配分 x と価格 $\{w, r, R_b\}$ への反応を事前に考慮しなければならない。すなわち，政策と配分との関係を関数関係，$x(\pi)$ と表現でき，これを配分ルールと呼ぶことにする。同様に，政策と価格との関係も関数関係，$\{w(\pi), r(\pi), R_b(\pi)\}$ と表現でき，これを価格ルールと呼ぶことにする。

そこで以下の均衡が定義できる[4]。Ramsey 均衡とは，ある所与の政府支出の経路 $\{g_t\}_{t=0}^{\infty}$ に対して，以下を満たす政策 $\pi=\{\tau_t, \theta_t, \alpha_t\}_0^{\infty}$ と配分ルール $x(\pi)=\{c_t(\pi), n_t(\pi), k_t(\pi), b_t(\pi)\}_{t=0}^{\infty}$ と価格ルール $\{w(\pi), r(\pi), R_b(\pi)\}=\{w_t(\pi), r_t(\pi), R_{bt}(\pi)\}_{t=0}^{\infty}$ のことであると定義される。

- 政府は政策 π に対する民間主体の反応，すなわち配分ルール $x(\pi)$ と価格ルール $\{w(\pi), r(\pi), R_b(\pi)\}$ を考慮に入れて，政府の予算制約 (7) のもとで

$$\int_0^{\infty} u(c_t(\pi), 1-n_t(\pi))e^{-\rho t}dt$$

  を最大化するように政策 π を決定する。
- 任意の π に対して，配分 $x(\pi)$ と価格体系 $w(\pi)$，$r(\pi)$，$R_b(\pi)$ とその政策 π が競争均衡を構築している。

Atkinson and Stiglitz (1980) では，このような均衡解を単純に得るために以下に示す配分問題を考えた。

$$\max_{\{c,n,k\}}\int_0^{\infty} u(c_t, 1-n_t)e^{-\rho t}dt \tag{8}$$

$$s.t.\ \ c_t+g_t+\dot{k}_t=F(k_t, n_t, g_t) \tag{9}$$

$$\int_0^{\infty}[u_{ct}c_t-u_{nt}n_t-u_{ct}(1-\alpha_t)\Pi_t]e^{-\rho t}dt=u_{c0}(k_0+b_0) \tag{10}$$

$$given\ k_0, b_0$$

ここで，$\{c, n, k\}=\{c_t, n_t, k_t\}_{t=0}^{\infty}$。そして，上の問題を解いて得られた配分が競争均衡として実現

(4)　Chari and Kehoe (1999) に基づいた定義である。

されるように，政策 π と価格変数 $\{w, r, R_b\}$ が暗黙に決定できることを示した。Atkinson and Stiglitz (1980) はこのように最適税率を得る方法を primal アプローチと呼び，Lucas and Stokey (1983) が動学モデルで最適課税を求めるためにこのアプローチを援用して以来，最適課税の primal アプローチに基づいた財政，金融政策の問題が盛んに検討されている(5)。ここでもそのアプローチの下で問題を考える。

ところで，上の配分問題の資源制約 (9) と implementability 制約(6) (10) とが同時に競争均衡を特徴づけている。つまり，競争均衡における消費と労働と資本の配分は (9) と (10) を満たしている。また，(9) と (10) を満たしている配分が与えられたとき，その配分と同時に競争均衡を構成する政策と価格を構築できるのである。したがって，この配分問題を解けば，その解として得られる配分が競争均衡として実現できるような価格と政策を見つけ出せる。

競争均衡の定義により競争均衡では (9) は満たされている。つぎに，競争均衡では (10) も満たされていることを示す。そのため，任意の政策 π に対する消費者問題の最適化条件を考える。消費者は (3) のもとで (2) を最大化するように配分 x を決定する。その条件は予算制約式 (3) とともに消費と労働についての1階の条件

$$u_{ct}e^{-\rho t}=p_t \tag{11}$$

$$u_{nt}e^{-\rho t}=p_t(1-\tau_t)w_t \tag{12}$$

と，資本と公債についての条件

$$\dot{p}_t=-p_tr_t(1-\theta_t)=-p_tR_{bt} \tag{13}$$

かつ横断条件

$$\lim_{t\to\infty}p_tk_t=0 \tag{14}$$

$$\lim_{t\to\infty}p_tb_t=0 \tag{15}$$

である。ここで p_t は予算制約式 (3) にかかる補助乗数である。

(3) と (11)—(15) を満たしているいかなる配分も (10) を満たしていなければならないことを示す。予算制約 (3) を p_t でかけて積分をとり，(13) と横断条件を用いると，

$$\int_0^\infty p_tc_tdt=W_0 \tag{16}$$

$$W_0=p_0(k_0+b_0)+\int_0^\infty p_t[(1-\tau_t)w_tn_t+(1-\alpha_t)\Pi_t]dt$$

(5) Chari and Kehoe (1999) がその代表である。彼らは Ramsey 均衡と Atkinson and Stiglitz の配分問題との関係を厳密に示している。以下で示す事実は彼らの研究に基づいている。

(6) implementability 制約については Lucas and Stokey (1983) 参照。

が得られる。(16) はストックの予算制約式と呼ばれているものである。すなわち将来にわたる消費の総価値が，初期資産と将来にわたる所得の総価値の合計 W_0 に等しくならなければならないことを示している。

(11) と (12) を用いると，ストックの予算制約式を

$$\int_0^{\infty}[u_{ct}c_t-u_{nt}n_t-u_{ct}(1-\alpha_t)\Pi_t]e^{-\rho t}dt=u_{c0}(k_0+b_0)$$

と書き換えることができる。したがって，(9) と同時に (10) は，いかなる競争均衡も満たしていなければならない必要条件である。

次に，(9) と (10) を満たす配分が与えられたとすると，競争均衡は以下のように構築されることを示す。最初に，公債の配分も競争均衡の一部を構成しているので，それは (3) と (11)—(15) を満たしていなければならないことを示す。予算制約式 (3) を p_t でかけて積分をとり，(11)—(15) を利用すると，

$$b_s=\int_{t=s}^{\infty}[u_{ct}c_t-u_{nt}n_t-u_{ct}(1-\alpha_t)\Pi_t]e^{-\rho(t-s)}dt/u_{cs}-k_s \tag{17}$$

が得られる。したがって，いかなる競争均衡の公債の配分も上の式を満たしていなければならない。消費と労働と資本の配分が与えられると，この式を使って公債の配分を定義できる。賃金率と資本のレンタル率は資本と労働の配分より (5) と (6) によって決まる。労働税率は (5) と (11) と (12) から決まり，それは

$$\frac{u_{nt}}{u_{ct}}=(1-\tau_t)F_{nt} \tag{18}$$

によって与えられる。

同様に (3) と (11) と (13) を使って資本所得税率と公債の収益率を構築できる。これらの条件から，配分が与えられたとすると資本所得税率と公債の収益率は

$$\frac{u_{cct}\dot{c}_t}{u_{ct}}=\rho-r_t(1-\theta_t) \tag{19}$$

$$=\rho-Rb_t \tag{20}$$

かつ予算制約式 (3) を満たしている。

4　最適課税構造

この節と次の節では，3節で定式化された Atkinson and Stiglitz の配分問題を解き，最適な資本所得税率に関する Chamley 命題の再検討を行なう。最初の節でも述べたように，政府活動の成長に対する短期効果と長期効果の両方のケースにおける最適課税構造に関心があるので，まず本節

で資本，労働と公共サービスの３つの投入物に関して規模の収穫不変性を仮定して，公共サービスが成長率に対して短期的な効果しか持ち得ないケースでの最適課税問題を考える。のち５節では内生的成長が可能となるように，資本と公共サービスの２つの投入物に関して規模の収穫不変性を仮定して最適課税問題について再論する。

そこで，便宜上の目的のため次のように配分問題を書き換える。

$$\max_{\{c,n,k\}}\int_0^\infty W(c_t,1-n_t)e^{-\rho t}dt$$

$$s.t.\,(9),\ given\ \ k_0,\ b_0$$

関数 W は単に implementability 制約（10）を目的関数に取り込んだものであり，それは

$$W(c_t,1-n_t)=u(c,1-n_t)+\lambda[u_{ct}c_t-u_{nt}n_t-u_{ct}(1-\alpha_t)F_{gt}g_t]$$

である。ここで，λ は implementability 制約（10）にかかる補助変数である。また，生産関数 F に対して規模に関して収穫不変を仮定しているので，公共サービスの生産に対する貢献に裏打ちされた，正の利潤 $\Pi_t=F_{gt}g_t$ が発生することに注意する必要がある。

政府は消費と労働と資本に関して最大化する。しかしその前に利潤税 α について考える。厚生を最大化する α は $0\leq\alpha\leq1$ のもとでは１とならなければならない。利潤に対する課税は所得効果しかもたないため，常に利潤に対してはその最大の税率で課税するのが厚生の損失を小さくするのである。

そこで，以下の議論ではその利潤に対して完全に課税できる場合と，完全には課税ができないという課税制約がある場合とを比較して，最適な資本所得税率の Chamley 命題の成立条件について考える。

４．１　課税制約の存在しない場合

まず，利潤について課税制約のない場合 $(\alpha=1)$ を考える。消費と労働と資本についての最適条件は

$$W_{ct}e^{-\rho t}=q_t \tag{21}$$

$$W_{n_t}e^{-\rho t}=q_tF_{nt} \tag{22}$$

$$\dot{q}_t=-F_{kt}q_t \tag{23}$$

である。ここで，

$$W_{ct}=u_{ct}+\lambda(u_{cct}c_t+u_{ct}) \tag{24}$$

$$W_{nt}=-u_{nt}+\lambda(u_{nnt}n_t-u_{nt}) \tag{25}$$

である。[7] q_t は資源制約（9）にかかる補助変数である。また，１階の条件（21）と（22）は

$$\frac{W_{nt}}{W_{ct}}=-\frac{u_{nt}-\lambda(u_{nnt}n_t-u_{nt})}{u_{ct}+\lambda(u_{cct}c_t+u_{ct})}=F_{nt} \tag{26}$$

と表現できる。(21) を時間微分すると

$$\dot{q}_t = W_{cct}\dot{c}_t e^{-\rho t} - \rho W_{ct} e^{-\rho t} \tag{27}$$

が得られる。さらにこれを (23) に代入すると，

$$F_{kt} = \rho - \frac{W_{cct}c_t}{W_{ct}} \cdot \frac{\dot{c}_t}{c_t} \tag{28}$$

と変形できる。

ここでは定常状態を q_t が ρ の率で減価していく状態，言い換えると $q_t/e^{-\rho t}$ が一定の状態と定義する。したがって，このような定常状態では (21) より W_c が一定，すなわち消費が一定となる。そこで定常状態における (27) は

$$F_{kt} = \rho \tag{29}$$

となる。

また，競争均衡では (11)－(13) より

$$\frac{u_{nt}}{u_{ct}} = (1-\tau_t)F_{nt} \tag{30}$$

$$(1-\theta_t)F_{kt} = \rho - \frac{u_{cct}c_t}{u_{ct}} \cdot \frac{\dot{c}_t}{c_t} \tag{31}$$

である。また，定常状態では，(31) は

$$(1-\theta)F_k = \rho \tag{32}$$

となる。

そこで，(29) と (32) とを比較すると，

$$(1-\theta)F_k = F_k$$

であるので，定常状態での最適な資本所得税率 θ はゼロであることがわかる。したがって，課税制約のない場合は Chamley 命題が成立する。

ところで，Chamley (1986) は次のように効用関数を特定化した場合についても分析している。

$$u(c, 1-n) = \begin{cases} \dfrac{c^{1-\sigma}}{1-\sigma} + L(1-n), & \sigma >,\ \sigma \neq 1 \text{のとき} \\ \log c + L(1-n), & \sigma = 1 \text{のとき} \end{cases}$$

この効用関数を仮定した場合，

$$\frac{W_{cct}c_t}{W_{ct}} = \frac{u_{cct}c_t}{u_{ct}}$$

(7) ここでは分析を簡単化するために，暗黙に $u_{cn}=0$ を仮定して最適条件を導出した。Chamley (1986) 等でもなされているように，このことは最適課税を扱った研究では一般的である。

となることは容易に確認できる。これを（28）と（31）に代入すれば，すべての時点において最適な資本所得税率がゼロとなることがわかる。これは一層強い意味の Chamley 命題を意味している。

命題 1　利潤に対する課税制約がない場合，定常状態においては，最適な資本所得税率はゼロとなり，Chamley 命題が成立する。

４．２　課税制約の存在する場合

実際には利潤 Π に対する完全な課税は困難である。そこで，利潤に完全に課税できないという制約のある場合の，最適な資本所得税の問題を考える。すなわち $\alpha=1$ で課税できず，α の上限，$\bar{\alpha}$が 1 より小さい ($\bar{\alpha}<1$) ケースでの最適課税問題を扱う。

利潤に対する課税は所得効果しかもたないので，課税制約の存在する場合でも最適な α はその上限，つまり $\bar{\alpha}$ で課税することである。そこで，implementability 制約（10）の α に $\bar{\alpha}$ を代入すると，以下のような配分問題となる。

$$\max_{\{c,n,k\}}\int_0^\infty u(c_t,1-n_t)e^{-\rho t}dt$$

$$s.t.\ \int_0^\infty[u_{ct}c_t-u_{nt}n_t-u_{ct}(1-\bar{\alpha})F_{gt}g_t]e^{-\rho t}dt=u_{c0}(k_0+b_0)$$

$$(9),\ given\ \ k_0,\ b_0$$

ここでは，implementability 制約の左辺の第 3 項が残っていることに注意して問題を解く必要がある。したがって，消費と資本についての 1 階の条件はそれぞれ，

$$[u_{ct}+\lambda(u_{ct}+u_{cct}c_t-u_{cct}(1-\bar{\alpha})F_{gt}g_t]e^{-\rho t}=q_t \tag{33}$$

$$\dot{q}_t=\lambda e^{-\rho t}u_{ct}(1-\bar{\alpha})F_{gkt}g_t-q_tF_{kt} \tag{34}$$

となる。

定常状態では，(33) は

$$\frac{\dot{q}_t}{q_t}=-\rho \tag{35}$$

を意味している。(35) を用いると，(34) は

$$F_k=\rho+\lambda e^{-\rho t}u_c(1-\bar{\alpha})F_{gk}g/q_t \tag{36}$$

となる。

定常状態での最適な資本所得税率をもとめるために，(32) と (36) とを比較すると，

$$(1-\theta)F_k=F_k-\lambda e^{-\rho t}u_c(1-\bar{\alpha})F_{gk}g/q_t.$$

したがって，必ずしも最適な θ はゼロとはならないことがわかる。$\bar{\alpha}=1$ であれば課税制約のないケースに相当しているので，最適な資本所得税率 θ はゼロとなる。それ以外のケースでは生産関

数の資本と公共サービスとの関係に依存する。例えば，資本と公共財が補完的な関係 ($F_{gk}>0$) であれば，最適な資本所得税率 θ は正の値をとるが，その大きさについては課税制約の度合いに依存する。利潤に対する課税制約が大きい（$\bar{\alpha}$ が1より小さい）ほど資本所得に重く課税しなければならないのである。逆に，資本と公共財が代替的な関係 ($F_{gk}<0$) であれば，θ は負の値をとる。したがって，純粋に Chamley 命題が成立するのは，課税制約がない場合と $F_{gk}=0$ の場合だけであり，一般にはそれは成立しない。

実は，ここで得られた結論は，Correia (1996) で得られた命題の応用の一つであるといえる。Correia (1996) は資本と労働に加えて第3の生産投入物が存在し，その第3の投入物からの所得に課税制約が存在するときは，一般には Chamley 命題は成立しないという結論を導いた(8)。ただし本稿とは異なり，Correia (1996) はその第3の投入物の実態を明らかにせず，またそれは市場で取引されるものであると考えていた。ここでは，その第3の投入物は政府によって無償で供給される公共サービスであり，市場機構を通じて取引されるものとは考えてはいない。

命題 2　利潤に対して課税制約がある場合，定常状態における最適な資本所得税率は，一般にはゼロとはならない。それは F_{gk} の符号条件に依存する。

5　内生的成長と最適課税

これまでは，生産関数の1次同次性を仮定して分析を進めたので，政府活動，ここでは公共サービスの提供と経済活動に対する課税政策は，長期的な成長率に対して中立的であった。つまり，これまで扱ってきたモデルでは外性的な技術進歩率を仮定しない限り，その長期的成長率はゼロへ収束する傾向があるので，政府活動の変化は定常状態における資本ストックの水準と短期の成長率（定常状態への移行過程における成長率）にのみ影響を与えることができた。

この節では，Barro (1990) の政府部門を含んだ内生的成長モデルを援用して，政府活動が長期的な成長率に影響をもち得る場合での最適な資本所得税の問題を考え，その場合でも依然として Chamley 命題が有効であるかを検討する(9)。

5．1　分権的経済

そこで Barro (1990) 同様に，次のような生産関数を前提とする。

---

(8)　Correia (1996) でも簡単に記されているように，労働所得に対して課税制約が存在する場合についても Chamley 命題の不成立がいえる。

(9)　Barro (1990) では Ramsey 問題については触れていない。

$$y_t = F(k_t, n_t, g_t) \tag{37}$$

ただし，この生産関数はこれまでのものと異なり，私的投入物 k と n に関して規模の収穫が一定であり，k と g に関して規模の収穫が一定であると規定されている。しかし，k, n, g それぞれに対して限界生産力の逓減性が仮定される[(10)]。すなわち生産関数（37）は

$$y_t = k_t f(g_t/k_t, n_t) \tag{38}$$

と書き換えることができる。ある一定の n に対して g が k とともに増大する場合には，(38) で示されているように，収穫逓減性が生じることはなく内生的成長が可能である。

政府は持続的な成長を維持するために，経済全体の資本ストック k に対する g の比率を一定に定めると仮定する[(11)]。したがって，政府は政策目標として k に対する g の比率を何らかの方法で事前に決定した上で，最適な資本所得税率と労働所得税率を求める。そこで g と k との関係を以下の式でおく。

$$g_t/k_t = h. \tag{39}$$

ここで h は比例定数である。また，政府の予算制約式は，

$$\dot{b}_t + \tau_t w_t n_t + \theta_t r_t k_t = R_{bt} b_t + g_t \tag{40}$$

である。

生産者の利潤は次のように与えられる。

$$k_t f(g_t/k_t, n_t) - w_t n_t - r_t k_t. \tag{41}$$

生産者は公共サービス g_t を与件として各期の利潤を最大化することであると仮定すると，n_t と k_t についての１階の条件は

$$k_t f_{nt}(g_t/k_t, n_t) = w_t \tag{42}$$

$$f(g_t/k_t, n_t) - f_h(g_t/k_t, n_t)h = r_t \tag{43}$$

となる。そこで，(39) の関係を (43) に代入すると，

$$f(h, n_t) - f_h(h, n_t)h = r_t$$

となる。したがって，h が一定であるので，n が一定であれば，資本収益率 r は k に関して不変であり，n に関して増加的である。

消費者の最大化問題は次のように与えられる。

(10) 例えば次のようなコブ＝ダグラス型の生産関数を仮定して分析してもよい。

$$y_t = a n_t^{1-v} k_t^v g_t^{1-v}$$

ここで，$0 < v < 1$。

(11) Barro (1990) では経済活動の総量 y に対する g の比率を一定にすると仮定されているが，本質的には，結果はかわらない。また，本稿のように政策を定める方法は Turnovsky (1996) 等でも展開されている。しかし，Barro (1990) 同様に，税率の決定は Ramsey 問題に基づいているわけではない。

$$\max_{x}\int_0^{\infty}u(c_t)e^{-\rho t}dt$$

$$s.t.\ \dot{k}_t+\dot{b}_t=(1-\tau_t)w_tn+(1-\theta_t)k_tr_t+b_tR_{bt}-c_t,\ given\ \ k_0,\ b_0$$

ここでは $x=\{c_t, k_t, b_t\}_{t=0}^{\infty}$。また，内生的成長モデルでの Ramsey 配分問題を考えるときの分析上の扱いやすさから，効用関数には労働と余暇の選択を含んでいない。したがって一定の労働供給が非弾力的になされる。また，生産関数の仮定により利潤 Π は発生しないことに注意する必要がある。

ここでは定常成長経路を c，k，y，g がすべて同一の定数で成長している経路であると定義する。このような経路上での最適課税の問題に関心があるので，以下では効用関数を

$$u(c)=\frac{c^{1-\sigma}-1}{1-\sigma}$$

と特定化して分析を行なう。そこで，消費と資本についての1階の条件から，成長率が次のように求められる。

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t}=\frac{(1-\theta)(f(h,n)-f_hh)-\rho}{\sigma} \tag{44}$$

この経済では，移行動学は存在せず，c，k，y，g の成長率はすべて同一の定数で与えられる。[12]

5．2　最適課税構造：再論

以上の設定のもとで4節と同様に，Atkinson and Stiglitz (1980) の primal アプローチによる最適課税問題を考える。先にも述べたように，政府は資本に対する政府支出の割合 h を何らかの方法で事前に決めていると仮定し，h を与件として Atkinson and Stiglitz 計画のもとで最適税率の決定を行なう。

そこで4節によれば，Atkinson and Stiglitz の配分問題の解は，消費者の効用が最大化されているような配分である。その解として得られる配分が競争均衡として分権的に実現できるように価格体系と税率の値が決まる。その配分が分権的に実現できることを保証する制約は，3節で導出された implementability 制約 (10) であり，それは消費者問題の最適条件を使って，税と価格変数を数量に置き換えることによって導出できる。

そこで Atkinson and Stiglitz の配分問題は

$$\max_{\{c,k\}}\int_0^{\infty}\frac{c_t^{1-\sigma}-1}{1-\sigma}e^{-\rho t}dt$$

(12)　成長率が正になるためには，課税後の資本の限界生産力が時間選好率より大きくなくてはならない。

$$s.t. \int_0^{\infty}[u_{ct}c_t - u_{ct}(1-\tau_t)nF_{nt}]e^{-\rho t}dt = u_{c0}(k_0+b_0) \tag{45}$$

$$(9), \textit{given}\ k_0, b_0$$

となる。

ここで $\{c, k\}=\{c_t, k_t\}_{t=0}^{\infty}$。労働供給はその税率 τ とは無関係に非弾力的になされるので，労働所得に対する課税は所得効果しかもたない。したがって $\tau=1$ で完全に課税することが最適となる。implementability 制約（45）に $\tau=1$ を代入して，消費と資本についての 1 階の条件を求めると，Atkinson and Stiglitz 計画での成長率が次のように導出できる。

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t}=\frac{f(h, n)-h-\rho}{\sigma} \tag{46}$$

分権的経済の配分と同様に，Atkinson and Stiglitz 計画の配分も定常成長経路に収束する。しかし，分権的経済の成長率（44）と Atkinson and Stiglitz 計画の成長率（46）は，それぞれその大きさが異なっていることに注意する必要がある。すなわち，それは，社会的にみた場合，資本の増大は公共サービスを増大させ限界生産性を引き上げる効果をもっているが，民間主体はこの効果に気づかずに，公共サービスを与件として最適化行動をとっている。これに対して政府はこの効果を充分認識した上で問題を解いているので，その情報の差が成長率の差になっているのである。

定常成長経路における資本所得についての最適税率は，（44）と（46）とを均等化することによって導出できる。すなわち，

$$(1-\theta)[f(h, l)-f_h h-\rho]=f(h, l)-h-\rho \tag{47}$$

を満たす税率である。したがって資本所得の最適税率はゼロとはならないことがわかる。

しかしながら，政府が成長率（46）を最大化するように h を選んでいる場合，

$$f_h=1$$

が成立しているので，これを上の最適税率の決定式（47）に代入すると，

$$(1-\theta)[f(h, l)-h-\rho]=f(h, l)-h-\rho$$

が得られる。したがって，最適な資本所得税率 θ はゼロとなり，Chamley 命題が再び成立することがわかる。

しかし，労働所得に完全に課税することは困難である。そこで労働所得に対して課税制約がある場合については，4．2 節の利潤所得に課税制約があるケースと同様の方法で，最適な資本所得税率がゼロとはならないことを容易に示すことができる。また，ここでは分析上の困難を避ける目的のため固定労働供給のケースを扱ったが，労働供給が十分弾力的であれば，課税による所得効果ばかりではなく余暇との代替効果が発生するので，労働所得に対する最適税率は 1 とはならないことに注意する必要がある。その際，完全な労働所得税という極端なケースを考えずに，Chamley 命題の成立が確認できるかもしれない。

命題 3　政府が資本に対する政府支出の規模を成長率が最大化されるように設定していれば，定常成長経路における最適な資本所得税率はゼロとなる。

6　おわりに

本稿では政府支出が生産的な公共サービスの供給に利用される場合における，最適な資本所得税率の問題を Atkinson and Stiglitz (1980) の定式化に基づいて考察した。ここで取り扱ったモデルは，Chamley (1986) 等の動学的な Ramsey 問題を扱った研究で頻繁に利用されている，余暇と労働の選択を含んだ外生的成長モデルと，Barro (1990) の公共部門を含んだ内生的成長モデルとを基礎としたものである。生産関数の投入物として公共サービスを取り扱い，政府がそれを税などでいかにファイナンスするか，という問題を最適課税論の立場から検討したものはこれまであまりなかった。そして，さらにここでは生産関数の仮定によって，政府の活動が成長率に対して短期的効果しかもたない場合と，長期的効果をもつ場合の 2 つに分けて分析を進めた。そして分析の結論は次の通りまとめられる。

本稿で与えられたモデルの枠組みの中で，政府が最適な政策をとることが可能であれば，成長のタイプに依存せず Chamley 命題は成立する。資本と労働と公共サービスの 3 つの投入物に対して生産関数が規模の収穫不変性を満たせば，公共サービスの生産への貢献に裏打ちされた正の利潤が発生する。この利潤は資本保有者である消費者である家計に分配されるが，利潤に対して最適税率で課税することが可能であれば，定常状態における最適な資本所得税率はゼロとなり，Chamley 命題が成立する。しかし，課税制約があれば一般にはその定理は成立しない。また，生産関数が資本と公共サービスの 2 つの投入物に対して規模の収穫不変性を満たす場合，政府の政策手段によって長期的な成長率を制御できるが，政府が最適規模の公共サービスの提供を行なえる場合に限り，Chamley 命題は成立する。

しかし，本稿の公共サービスの扱い方はきわめて限定的なものである。ここで扱った公共サービスは，インフラストラクチュアの役割を捉えたものであるが，一財モデルで考えたので，そのようなサービスは物理的に最終生産物と区別することが困難である。最終生産物の一部が消費者に対する税として徴収され，生産部門への投入物として戻ってくるのである。したがってここでの公共サービスは純粋なフローである。

しかし，インフラストラクチュアはサービスフローを提供する役割以外に，ストックとしての役割も大きい。また，そのほか，インフラストラクチュアの運用は税金ばかりではなく，使用者料金によってまかなわれることも多い。したがって，生産物と異なる技術をもつ，公共ストックを生産する部門をモデルにとり入れて，料金による排除可能な公共ストックと最適課税の問題を再検討してみることは意義があるだろう。Dasgupta (1999) もこのような問題意識で Barro (1990) モデル

を拡張しているが，Barro (1990) 同様に Ramsey (1927) の最適課税論のフレームワークで検討しているわけではない。したがって，Dasgupta (1999) 等を踏まえて，公共ストックの運用は料金だけで運用するのが望ましいのか，あるいは資本所得税等の何らかの税をミックスするのが望ましいのか，最適課税論の立場から検討することなど分析の拡張の余地が残されている。

（経済学研究科博士課程）

参考文献

[1] Ashauer, D. A (1989) "Is Public Expenditure Productive?" *Journal of Monetary Economics* 23 : 177-200.

[2] Atkinson, A. B. and J. E. Stiglitz (1980) *Lectures on Public Economics.* Maidenhead : McGraw-Hill.

[3] Barro, R. J (1989) "The Neoclassical Approach to Fisical Policy." In *Modern Business Cycle Theory*, R. J. Barro, ed. Cambridge, MA : Havard University Press.

[4] Barro, R. J (1990) "Goverment Spending in a Simple Model of Endogenous Growth." *Jounal of Political Economy* 98 : S103-S125.

[5] Baxter, M. and R. G. King (1993) "Fisical Policy in General Equilibrium." *American Economic Review* 83-3 : 315-334.

[6] Chamley, C. (1986) "Optimal Taxation of Capital Income in General Equilibrium with Infinite Lives." *Econometrica* 54 : 607-622.

[7] Chari, V. V and P. J. Kehoe (1999) "Optimal Fisical and Monetary Policy." NBER Working Paper No. 6891.

[8] Chari, V. V., L. J. Christiano and P. J. Kehoe (1996) "Optimality of the Friedman Rule in Economies with Distoting Taxes." *Journal of Monetary Economics* 37 : 203-223.

[9] Correia, I. H (1996) "Should Capital Income be Taxed in the Steady State?" *Journal of Public Economics* 60 : 147-151.

[10] Correia, I and P. Teles (1996) "Is the Friedman Rule Optomal When Money Is an Intermediate Good?" *Journal of Monetary Economics* 38 : 223-244.

[11] Dasgupta, D (1999) "Growth Versus Welfare in a Model of Nonrival Infrastrucuture." *Journal of Development Economics* 58 : 359-385.

[12] Jones, L., J. Manuelli and P. Rossi (1993) "Optimal Taxation in Models of Endgenous Growth." *Journal of Political Economy* 101 : 485-517.

[13] Lucas, R. J (1990) "Supply Side Economics : an Analytical Review." *Oxford Economic Papers* 42 : 293-316.

[14] Lucas, R. J and N. Stokey (1983) "Optimal Fisical and Monetary Theory in a World without Capital." *Journal of Monetary Economics* 12 : 55-93.

[15] Ramsey, F. P (1927) "A Contribution to the Theory of Taxation." *Economic Journal* 37 : 47-61.

[16] Roubini, N and G. M. Milesi-Ferretti (1994) "Optimal Taxation of Human and Physical Capital in Endogenous Growth Models." NBER Working Paper No. 4882.

[17] Turnovsky, S. J (1996) "Optimal Tax, Debt, and Expenditure Policies in a Growing Economy." *Journal of Public Economics* 60 : 21-44.