慶應義塾大学学術情報リポジトリ
Keio Associated Repository of Academic resouces

Title	製品差別化と市場支配力
Sub Title	Product differentiation and market power
Author	Dierker, E. Dierker, H. 武藤, 功
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1999
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.92, No.3 (1999. 10) ,p.477(21)- 505(49)
JaLC DOI	10.14991/001.19991001-0021
Abstract	
Notes	小特集：経済の数理解析
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19991001-0021

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

「三田学会雑誌」92巻3号（1999年10月）

製品差別化と市場支配力*

E.ディールカー
H.ディールカー**
訳 武藤 功

1 序 文

ベルトラン競争，つまり，各企業がその製品価格を設定する複占市場を考える。これらの企業は，もしその製品が同質的であり各企業の単位費用 c が同一であるならば，まったく市場支配力をもたないことはよく知られている。この場合には，ナッシュ均衡が一意に存在し，均衡における市場価格は c に等しい。これは価格が単位費用を上回っている限り，相手の価格より低い価格を設定する強い誘因が存在するからである。

もし製品差別化が導入され，各企業が異なったブランドを生産するならば競争は緩和され，製品差別化度（degree of product differentiation）が高まれば市場における競争の程度が弱められると推測されよう。すなわち，もし製品差別化が進めば，均衡価格は上昇する。実際，Perloff and Salop（1985）は製品差別化度がパラメーターとして変化するモデルにおいて，上記の推測が次の特定の意味において正しいことを示した。つまり，もし単位費用と消費者の需要については対称性が成り立ち，しかも単位費用が一定であるならば，高い製品差別化度は対称的な均衡における高いマークアップを意味する。このことは，次のような問題を提起することになる。それは，Perloff and Salopの結論は，より一般的に妥当するものなのか，それともそれは特殊な設定に，とりわけモデルの（そして検討している均衡の）対称性と単位費用一定という仮定に本質的に依存しているの

---

* この論文は，*Advances in Mathematical Economics*, volume 1, pp. 39-67 Springer-Verlag, 1999 に英文で掲載されたものを出版社の許可を得て日本語訳したものです。原題 “Product differentiation and market power”。

** 筆者らは，有益な議論の相手になっていただいたB. Grodal氏に感謝の意を表したい。また，貴重なコメントをいただいたR. Amir, G.Gōtz, M. Nermuthの各氏に感謝する。

か，という問題である。

製品差別化と市場支配力と規模に関する収穫とを関連づけている経済学的な直感については，差別化された製品の寡占市場理論について包括的な説明を与えた論文 Anderson et al. (1992) の1ページ以下に，次のように述べられている。「消費者が特異な選好をもつことがひとたび認められたならば，自分自身の嗜好により適した variants に対して，彼らはより多くを支払おうとするであろう。このプレミアムこそが，企業にとっての市場支配力の源泉なのである。嗜好がかなり多様であるにもかかわらず，市場は，研究開発，生産，マーケティング，分配において規模に関して収穫逓増であるために，それほど多くの生産物を維持できそうにない。そのような収穫逓増は，企業が存在するために必要である」。さらに，彼らは「嗜好の多様性との関連で規模の経済を考えることは，いかなる個別企業も価格のわずかな変化によっては，すべての顧客を失うわけではないという意味において，企業はある程度の市場支配力をもっていることを示している。……というのは消費者は，彼らの嗜好により適したvariantsに対してプレミアムを支払おうとするだろうから」(p. 198参照)。これらの言明は確かに，単位費用一定という仮定が緩められることを示唆している。さらに対称性は，これらの直感的議論においてどこにも言及されていない。

本稿では，消費者の需要と費用に関する対称性の仮定を外す。さらに，限界費用が厳密な意味において逓減するケースを考察する[(1)]。より正確に言えば，本稿では，次の問題に取り組む。すなわち，

i）Perloff and Salop (1985) の単調性の結果は，どの程度の妥当性をもつものなのか。そして，より一般的な定理はどのようになるのか。

ii）この結果の根底にある，対称性の仮定の経済学的な意味は何であるか。

iii）もし費用函数が厳密に凹であるならば，製品差別化度は，ナッシュ均衡の存在にどのように影響するか。

ナッシュ均衡の比較は，Perloff and Salop の結果の核心でもあるのだが，それを扱うための自然な枠組みは，近年発展してきたスーパーモジュラゲームの理論によって提供される。この理論は Tarski (1955) と Topkis (1978, 1979) の発展性のある結果に基づいている。彼らは，経済理論と非協力ゲーム理論において生じるさまざまな問題の研究に対してスーパーモジュラの概念が有用であることを明確に指摘した。彼らの論文は，現代の数理経済学及びその関連領域の重要な基礎となっている。より最近では，Vives (1990)，Milgrom and Roberts (1990) と Milgrom and Shannon (1994) によってなされた貢献が大変有益である。本論文の分析にとって重要な基本概念と結果は

（1） 規模に関する収穫逓増を認める文献の大部分は，線形の可変費用函数に固定費用の要素を付け加えている。これは均衡において生産活動をしている企業数と提供される製品のバラエティに関する研究を行う目的でなされている。しかしながら，ある種の結果（例えば，均衡価格が市場の企業数に依存していること）は，費用函数が厳密に凹であるという仮定が導入されるならば変更されることが分かる。

2.1節において要約することとする。さらに，2.2節では，離散的な選択理論を踏まえて，水平的製品差別化のモデルを示す。このモデルは，価格を切り下げることによる顧客獲得競争が価格設定企業の寡占ゲームの中心的特徴である，という直感に基づいている。製品の異質性の程度は容易に変更できるから，このモデルによって異なった製品差別化度に応ずる均衡価格の比較が可能になる。

3節において，少なくともひとつの企業が直感に反する行動を示すような均衡価格をもつ，ベルトラン競争の例をいくつか提示する。すなわち，これらの例においては，ある企業は均衡において，もし製品差別化が進めば，その価格を切り下げる。さらに，すべての企業が直感に反する行動を示す例を与える。この特殊な例は，規模の経済性があることを用いている。これらの例についての包括的な議論は，スーパーモジュラゲームの文脈において自然と生じ，かつ直感に反する行動を排除するためになされる形式的な条件の経済学的性質の説明を与えてくれる。

4.1節においては，他の費用函数とともに，線形の費用函数に適用される局所的結果を示す。考察しているゲームが（局所的）スーパーモジュラであると仮定し，3節で議論をした直感に反する行動を示す経済的根拠がないと仮定しよう。そのときにも，もし製品差別化が進むならば，均衡価格は上昇するということは依然として正しくない。優対角性条件が，この結論を得るための必要かつ十分な条件であることが判明する。この事実は，例えばNikaido (1968) によって発展させられたレオンチェフモデルの周知の理論から馴染みの議論によって導き出される。

優対角性条件が，均衡の一意性を示すのに用いられることはよく知られている。それゆえ，明らかにその条件は制約のきついものである。しかしながら，優対角性条件の経済学的意味は明確にされなければならない。そこで，4.2節において，より特殊な設定にとりかかる。とりわけ，限界費用一定を仮定し，ある種の需要の弾力性の単調性によって，優対角性条件を定式化する。その結果，ベルトラン＝ナッシュ均衡（凹の費用函数を排除して）の存在と一意性を示すのに用いられた主要な仮定は，すべて需要の弾力性によって表現される。さらにその仮定の下での均衡価格は，もし製品がますます異質的になれば上昇する。しかし均衡は，もし限界費用が減少すれば存在しないかもしれない。

5節と6節において，凹の費用函数の場合に，十分に高い製品差別化度が，企業の利潤函数のスーパーモジュラ性と準凹性をそれぞれ回復させるかどうかの問題を扱う。より正確に言えば，限界費用函数の弾力性と要求される製品の異質性の度合とを関連づける不等式を示す。そして，そうした明確な関係はスーパーモジュラ性については確立できないことを論じる。

2　数学的枠組

2.1　トプキスの単調性定理と滑らかなスーパーモジュラゲーム

経済学における均衡解の存在証明の大部分は，ブラウワー（Brouwer）の不動点定理あるいはそ

れの一般化された定理，例えば角谷の定理に基づいている。しかしながら，序文で述べた比較静学の議論を取り込むためには，焦点を位相から半順序（partial order）[(2)] および束（lattice）へと移すのがしばしば有用である。

半順序 $\leq$ を備えた非空集合 S は，S の点のすべての組 x, y に対して，上限 $x \vee y$ と下限 $x \wedge y$ を S の中にもつとき，束であるという。すべての非空部分集合 $S' \subset S$ が上限 $\vee S'$ と下限 $\wedge S'$ を S の中にもつとき，束 $(S, \leq)$ は完備（complete）であるという。

半順序集合 S から半順序集合 T への函数 f は，$x \leq y$ であるとき $f(x) \leq f(y)$ が成り立つならば単調増加（increasing or isotone）であるという。束論のモデルにおける均衡の存在は，Tarski (1955) に負っている。

タルスキーの不動点定理：$(S, \leq)$ を完備束，$f: S \to S$ を単調増加函数，F を f の不動点の集合とする。そのとき，$F \neq \emptyset$ かつ $(F, \leq)$ が完備束であるならば，$\vee F = \sup\{x \in S \mid f(x) \geq x\}$ は，f の最大の不動点，$\wedge F = \inf\{x \in S \mid f(x) \leq x\}$ は f の最小の不動点である。

束の不動点定理の，経済学，そしてゲームの理論およびオペレーションズ・リサーチといった関連領域における重要性は，経済理論の発展に大きな影響を及ぼしたトプキスの一連の著作によって指摘されている。サブモジュラゲームにおける均衡点に関する論文で，Topkis (1979) は，応用問題として「代替財を生産する競争者の価格づけ問題」に言及した。Topkis (1978) は，とりわけ重要な論文である。というのは，この「論文はパラメーターに依存する制約集合と目的函数をもつ最適化問題の族が，パラメータの単調増加函数としての最適解をもつための一般的条件を与えているからである」。

束 $(S, \leq)$ で定義された実数値函数 f は，すべての $x, y \in S$ に対して，$f(x)+f(y) \leq f(x \vee y) + f(x \wedge y)$ が成り立つとき，**スーパーモジュラ**（supermodular）であるという。ふたつの半順序集合の直積 $S \times T$ 上で定義された実数値函数 g は，任意の $t' < t$ に対して x について $g(x, t) - g(x, t')$ が単調増加となるとき**増加的差**（increasing differences）をもつという。

$g(x, t) - g(x, t') \leq g(x', t) - g(x', t')$ が成り立つのは，$g(x, t) - g(x', t) \leq g(x, t') - g(x', t')$ が成り立つとき，かつそのときに限るから，定義におけるふたつの要素 S と T の間の区別はない。

経済学における他の応用問題と同じく寡占問題においても，基礎となる空間は $\mathbf{R}$ における区間の有限個の直積である。そして考察の対象となる函数 f は C^2- 級である[(3)]。Topkis (1978) の 3 節において，そのような実数値函数 f がスーパーモジュラであるためには，$j \neq i$ に対して $\partial_j \partial_i f \geq 0$

(2) 半順序とは，反射性，推移性および反対称性を満たす二項関係のことである。

(3) 通常 f は，もし区間がコンパクトであるとき開近傍上で C^2- 級と想定する。

が成り立つことが必要かつ十分であることが示されている。(4)

Topkis (1978) の6節において，半順序集合 T によってパラメーター化された最適問題の族に対する単調増加な最適解の研究がなされている。トプキスの述べた3つの定理は，本稿では使わない用語を用いているので，彼の結果を，Milgrom and Roberts (1990) により定式化された形で述べて直しておくのが，ここでの目的に適っており，それで十分である。

トプキスの単調性定理：S を束，T を半順序集合とする。$f(s, t): S\times T\to R$ は任意の t に対して，s についてスーパーモジュラであり，s と t について増加的差をもつとする。さらに，$t\geq t'$ かつ $s\in M=\mathrm{argmax}f(s,t)$ であり $s'\in M'=\mathrm{argmax}f(s, t')$ とする。そのとき，$s\wedge s'\in M'$ かつ $s\vee s'\in M$ が成り立つ。特に，($t=t'$ のとき) f を最大化を達成する集合は部分束 (sublattice) である。

次のタイプの滑らかなスーパーモジュラゲームを考える。すべてのプレーヤー $i=1, \ldots, n$ は $\mathbf{R}$ におけるコンパクト区間である戦略集合 S_i をもつ。(5) $S=\prod_{i=1}^{n}S_i$ を戦略プロファイルの（完備）束とする。ゲームの族は，区間 $T\subset R$ によってパラメーター化される。すべてのプレーヤー i の利得函数 $f_i: S\times T\to\mathbf{R}$ は C^2- 級であり，スーパーモジュラ条件 $\partial_j\partial_i f_i(s\,;t)\geq 0$ を満たす。ただしここで交叉偏導函数は戦略 $s_i, s_j, j\neq i$ についてとるものとする。

さらに，f_i は i の戦略 s_i とパラメーター $t\in T$ について増加的差をもつものとする。すなわち，$\partial_t\partial_i f_i(s\,;t)\geq 0$ が成り立つものとする。Milgrom and Roberts (1990) は，タルスキーの不動点定理とトプキスの単調性定理から次の結果を示した [定理6およびその系を参照]。

滑らかなスーパーモジュラゲームにおけるナッシュ均衡の比較静学：上に挙げた条件の下で，各ゲームは純粋戦略の最大および最小のナッシュ均衡をもつ。そのそれぞれは，t の非減少函数である。

もし，企業 i の最適反応が企業 j の価格について増加函数であり，かつその逆も成り立つとき，企業 i と j の間には戦略的補完性 (strategic complementality) があるという。スーパーモジュラ性と戦略的補完性との関係はトプキスの単調性定理により与えられる。戦略的補完性とスーパーモジュラ性のどちらも戦略が表されている座標の選び方には依らない。戦略的補完性とは対照的に，スーパーモジュラ性は利潤の座標変換に関して不変ではない。しかしながら，最適反応の一階の条件を満たす点において，条件 $\partial_j\partial_i\varphi(f_i(s\,;t))\geq 0$ が $\varphi'>0$ となる座標変換 φ 対して，$\partial_j\partial_i f_i(s\,;t)\geq 0$ で

(4) ベクトル $x=(x_1, \ldots, x_n)$ と $y=(y_1, \ldots, y_n)$ に対して，$x\leq y$ はすべての $j=1, \ldots, n$ に対して $x_j\leq y_j$ となることを意味する。

(5) 表記上の調整を除いて，S_i を $\mathbf{R}^{n_i}$ におけるコンパクト区間とすればなんらの変更も必要ではない。

あるときかつそのときに限り成り立つ。[6]

トプキスの単調性定理から，製品差別化度に対応したナッシュ均衡を比較するときには，戦略 s_i とパラメーター t について増加的差をもつという条件が重要な役割を果たすことが明らかになる。3節は，直感に反する行動を示す例を用いて，この要請の経済学的重要性に光を照射する。さらに，2.2節において製品差別化を測るパラメーター t の意味を明らかにする。

2.2 水平的製品差別化モデル

序文において列挙した問題に体系的に取り組むために，製品差別化度の概念を表すことができる理論的枠組を用いなければならない。そのためには，離散的選択モデル，あるいはより正確に加法的確率効用モデル［Anderson, de Palma and Thisse (1992), pp. 86-90参照］を用いるのが自然であろう。このアプローチは，代表的消費者の存在にも，特別な効用函数の特定化にも依存しないという利点がある。

われわれの設定では，完全に分割可能な製品の n 種のブランドがあり，それを $j=1, \ldots, n$ と表す。モデルを閉じるために，0で示される分割可能な（合成）財がある。ブランド j は企業 j によって第0財によって生産される。

第0財をニュメレールとする。各企業の目的は，第0財で測った利潤を最大化することである。すなわち，われわれは暗黙のうちに，あらゆる企業のすべての株主はニュメレールにのみ関心を寄せていることを仮定している。もしそのような制約的な仮定がなされないならば，なぜ第0財で測った利潤の極大化が企業の株主の利益を正確に反映しているかという問題に関わらなければならない。好都合にも，次の結果を副次的に得ることができる。株主はいかなるブランドも消費したり販売したりしないので，企業は利潤の大きさと分配からは独立な需要函数に直面する。

ブランド i と j との間の代替率はすべての個別消費者にとって一定であり，この定数はある確率法則にしたがって母集団にわたって分布していると仮定する。もし分布がある数（それは正規化して1とすることができる）の近傍にかなり集中しているならば，ブランド i と j は，かなり大部分の消費者にとって完全代替に近い。もし標準偏差が大きくなれば，事態は緩和され嗜好の多様性は高まるであろう。すなわち製品はさらに差別化されるであろう。こうして，製品差別化の概念は分布の標準偏差の概念と関連づけることができる。

代替率の分布が，ルベーグ測度に関して絶対連続であるとしよう。すると消費者の零集合のみが所与の価格体系 $(1, p_1, \ldots, p_n)$ においてひとつ以上のブランドを購入する。消費者 a の効用を特定化して，

（6） スーパーモジュラ性の通常の定義については，Milgrom and Shannon (1994) を参照のこと。

$$u^a(x_0, x_1, \ldots, x_n) = v^a(x_0, \sum_{j=1}^{n} \delta_j^a x_j) \tag{1}$$

によって与えよう。ここで，$\delta_j^a > 0$。価格 $(1, p_1, \ldots, p_n)$ を所与とすると，消費者 a は $\delta_i^a/\delta_j^a > p_i/p_j$ であるとき，ブランド i を選択する。なぜなら，そのときブランド i とそれ以外のブランド $j \neq i$ の間の代替率は価格比率 p_i/p_j を超えるからである。価格体系が $(1, p_1, \ldots, p_n)$ であるとき，消費者 a によって需要されるブランド i とニュメレールの量は，条件つき効用函数 $u_i^a(x_0, x_i) = v^a(x_0, \delta_i^a x_i)$ と a の予算制約式とから導かれる。簡単化して，もし消費者（あるいは消費者のグループ）がニュメレールの他に，あるブランド——それを i とする——のみを買うように制限されているならば得られる需要は i に対する**条件つき需要**（conditional demand）と言われる。

消費者 a の嗜好は，彼がニュメレールの他にブランド j のみを消費する場合に a の効用を測る，方程式体系 $u_j^a(x_0, x_j) = v^a(x_0, \delta_j^a x_j), j = 1, \ldots, n$ で記述されうる。

対数変換を施した座標を用いて，$u_j^a(x_0, x_j) = g^a(\log(x_0), \log(x_j) + \varepsilon_j^a)$ と書くのが便利である。ただしここで，$\varepsilon_j^a = \log(\delta_j^a)$。3節において，$u_j^a$ がコブ＝ダグラス型の場合のいくつかの特殊な例を分析する。この場合には，$u_j^a(x_0, x_j) = \log(x_0) + \log(x_j) + \varepsilon_j^a$ が得られ，確率ベクトル $\varepsilon = (\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_n)$ が加法的にはいり込む（加法的確率効用モデル）。もちろん，企業は確率モデルを知っている必要はないが，彼らの需要は正確に予測できると想定される。

CES 型需要函数は，しばしば製品差別化のモデルにおいて用いられるが，ε の分布が次のように特定化された特別な場合として得ることができる［Anderson et al. (1992)，pp. 85-90参照］。

$\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_n$ を $i.i.d$ を満たす確率変数とし，その分布函数は二重指数（double exponential）の式 $F(x) = \exp\{\exp(-(\gamma + x/\mu))\}$ で与えられる。ただしここで，$\gamma \approx 0.577$ はオイラーの定数，μ は，正であり標準偏差を表す。(7) 計算によって，ブランド i は確率 $p_i^{-1/\mu}/(\sum_{j=1}^{n} p_j^{-1/\mu})$ で選ばれることが分かる。明らかに，ブランドに対して CES 型の効用函数をもつ代表的消費者があたかもいるかのように，需要はブランド間に分けられる。上に述べた加法的確率効用モデルにおいて，ブランドに対する支出の割合が固定される(8) コブ＝ダグラス型の効用函数に特定化すれば，ブランド i に対する需要は

$$f_i(p_1, \ldots, p_i, \ldots, p_n) = \frac{1}{p_i} \frac{p_i^{-1/\mu}}{\sum_{j=1}^{n}(p_j^{-1/\mu})} \tag{2}$$

となる。

（7） この分布は離散的選択の応用モデル（いわゆる，ロジットモデル）において，重要な役割を果たす。それは，次のふたつのかなり便利な性質をもっている。ε_1 と ε_2 を，独立に二重指数（double exponential）に従って分布するものとしよう。すると，$\max\{\varepsilon_1, \varepsilon_2\}$ は同一の分布をもち，さらに $\varepsilon_1 + \varepsilon_2$ はロジスティック分布をもつ。

（8） 単純化のために，すべてのブランドに対する総支出は，1に正規化されるものとする。

CES 型効用函数が線形となりブランドが完全代替となる極限ケースは，$\mu \to 0$，すなわち標準偏差が消える場合に対応する。逆に，もし $\mu \to \infty$ であるならば，CES 型効用函数はコブ＝ダグラス型となり，企業 i の需要が他の企業のつける価格によって影響を受けない場合に対応する。

製品差別化度は，CES 型の例の文脈において述べたのと同様の方法によって，任意の確率的な離散選択モデルにおいて表現することが可能である。任意の確率ベクトル ε の分布の標準偏差は，写像 $\varepsilon \mapsto \mu\varepsilon$ を用いて，パラメーター $\mu > 0$ の選択によって任意にその大きさを調整することができる。

もし μ が 0 に近づき，ε が 0 に集中しているならば，$\mu\varepsilon$ の分布は一点 0 に質量 1 をおくディラック測度に（弱）収束する。これは，まったく製品差別化が行われず，同質的な製品に対する純粋なベルトラン競争に退化した場合となる。

いま，ε が連続な密度函数をもつとしよう。すると，μ が ∞ に近づくとき，任意の価格体系において，すべての企業 j の無限小の価格変化 Δp_j がマーケット・シェアに与える影響は無視可能である。というのは，密度函数は十分に大きな μ に対して任意に小さな数によって押さえられているからである。それゆえ，コブ＝ダグラス型のケースのように，交叉価格効果 $\partial_j f_i, j \neq i$ は $i, j \geq 1$ に対して消えてしまう。このとき，企業 j の（有界な）価格変動が，任意の競争相手 $i \neq j$ の利潤に対して影響を及ぼさなくなるという意味で，**完全製品差別化**の状態が出現する。この事実は，ε の確率密度が有界であるならば，その形状からは独立であることに注意しよう。特にここでは，確率的な独立性は関係がないのである。

製品差別化度がかなり大きい場合には，コブ＝ダグラス型のケースを，近似的に用いることができる［Grandmont（1992）参照］。

続いて，製品差別化は，高い製品差別化度に応じて大きな標準偏差をもつ，離散的選択モデルによって記述されることを暗黙に仮定する。これは，形式的分析からは独立ではあるが，その定性的性質は製品差別化と市場支配力との関係を理解するにあたってはとりわけ重要である。

3　企業の直感に反する行動

以下に挙げる三つの例のすべてにおいて，価格設定を行う二企業が存在し，第 0 財から差別化された製品のブランド 1 と 2 をそれぞれ生産するものとする。財 0 は利潤を測るために用いられる。消費者のブランドに対する総需要は CES 型需要函数で与えられる。2.2節において CES 型の需要函数をもった総消費者を生じさせるような確率モデルを示した。製品差別化度は，分布の標準偏差によって表される。明らかに，製品差別化は，もし消費部門が CES 型需要函数をもつ同一の消費者の連続体からなるものとすれば，代替の弾力性を示す CES 型効用函数のパラメーターによって直接的に測定されうる。

例 1 （需要の非対称性）：消費者のブランドに対する評価が非対称である。なぜならブランド 2 はブランド 1 の三倍のウェイト付けがなされているからである。より正確に，効用関数として

$$u(x_0, x_1, x_2)=x_0\cdot(0.25x_1^\beta+0.75x_2^\beta)^{\frac{1}{\beta}}, \tag{3}$$

を考えよう。ただしここで，$0<\beta\leq1$. 市場における差別化された製品に対するすべての消費者の総富（total wealth）は 2 に等しく，ニュメレールとブランドに対して等しく支出が分けられる。$r=\beta/(1-\beta)$ とすれば，ふたつのブランドに対する総需要 $f=(f_1, f_2)$ は次のようになる。すなわち，

$$\begin{aligned} f_1(p_1, p_2)&=\frac{0.25^{r+1}p_1^{-r}}{p_1(0.25^{r+1}p_1^{-r}+0.75^{r+1}p_2^{-r})},\\ f_2(p_1, p_2)&=\frac{0.75^{r+1}p_2^{-r}}{p_2(0.25^{r+1}p_1^{-r}+0.75^{r+1}p_2^{-r})}. \end{aligned} \tag{4}$$

企業 1 を弱い企業と，企業 2 を強い企業と呼ぶことにする。

もし $\beta=1$，すなわち $r=\infty$ であるならば，選好は線形となりブランド間の代替の弾力性は無限大となる。これは製品差別化がまったくない純粋なベルトラン競争のケースに対応する。他方，もし β と r が減少するならば，代替の弾力性も減少する。すなわち，製品の差別化が進む。極限において，もし r が 0 に近づくならば，効用はコブ＝ダグラス型となり製品差別化は完全となる。というのは企業 i の価格の変化は $j\neq i$ のブランド j への支出にはまったく影響を及ぼさないからである。$t=1/r$ は製品差別化の測度である。(9)

この例において，企業は同一で一定の単位費用 $c=1$ をもち，したがって企業 i の利潤は $\Pi_i(p_1, p_2)=(p_i-1)f_i(p_1, p_2), i=1,2$ で与えられる。数値計算によって，$t=1/15$ に対して均衡価格は $p_1\approx1.0693, p_2\approx2.7798$ となり，$t=1/14$ に対して $p_1\approx1.0744, p_2\approx2.7791<2.7798$ である。それゆえ，強い企業は直感に反する行動を示す。さらに，もし製品差別化度が 1/15 から 1/14 へと増加するならば，企業 2 の利潤ばかりではなく，総利潤も減少することが判明する。

さらに，もし t が 1/13 にまで上昇するならば，強い企業 2 の行動は転換する。というのはその価格はわずかに $p_2\approx2.7794$ へと上昇し始めるからである。他方で p_1 の均衡値を計算すると，際立った結果は得られない。こうして次のような問いを発することとなる。

a）弱い企業よりもむしろ強い企業が直感に反する行動をとるのはなぜだろうか。

b）t がある境界値（この例においては 1/14 付近の値）を超えて大きくなるとき，強い企業の行動が転換するのはなぜか。

この問いに直感的な解答を与えるために，すべての t に対する均衡価格の挙動をみるのが有益で

（9） t は，2.2節において同じ目的のために用いた μ と一致することに注意しよう。

ある。もし製品差別化度 t がかなりゼロに近いならば，それに対応する CES 型の無差別曲線は，(1, 3) に近いベクトルを法線ベクトルとして，かなりフラットな形態をとる（$\mathbf{R}^2$ の境界に近い小さい領域は除く。そこでは，無差別曲線が横軸と縦軸に向かって屈折している)。結果的に，弱い企業の価格 p_1 はほとんどその単位費用 $c=1$ に等しく，強い企業は近似的にその三倍を設定する。弱い企業はほとんど無視可能なマーケット・シェアしかもたず，強い企業は，弱い企業がいることによってある程度制限されているけれども，ほとんど独占者の立場にある。依然として低いけれども，もし製品差別化度 t が上昇し始めたならば，弱い企業はより大きなマーケット・シェアを獲得し始め，強い企業は支配力を失い始める。結果として，弱い企業は価格を上げることになる。強い企業は，しかしながら，競争が激しくなることによって，その立場が悪化するのである。その独占力を失うことによって，強い企業はその価格を下げなければならない。

他方，t がかなり大きくなれば，支出の割り当てをそれぞれ 1/4 と 3/4 としたコブ＝ダグラス型のケースによって近似される。双方の企業は少ないがほとんど等しい量を販売し，価格比率 p_1/p_2 はわずかに 1/3 を上回っている。特に，t の増加は双方の企業にとって，市場支配力の増加をもたらす。なぜなら，彼らは市場をほとんど固定された比率で分割するからである。

要約すると，強い企業の価格は t の小さな値に対しては t とともに減少するが，t の大きな値に対しては t とともに増加する。この経済学的な説明は次のようになる。例においては，ふたつの異なった市場支配力がある。$t\approx0$ に対しては需要の非対称性が強い企業を制限された独占者の立場に置く。もし t が増加すれば，消費者はより移動しやすくなり，それゆえ強い企業の立場を弱める。最後に，両企業は t が十分に大きくなれば，より強力になる。後者の場合は，序文で引用した Anderson et al. (1992) でなされている直感的な説明に対応している。彼らの議論は，すべての企業が消費者に対して働きかける市場支配力に焦点が合わされている。しかしそれは，いかに個別の企業の戦略的な立場が，その競争者との関係で，製品差別化度による影響を受けるかという問いから引き出されたものである。

例 2 （小さな費用の非対称性）：上記の議論は，十分に小さな製品差別化度 t に対する直感に反する行動が，企業規模とその根底にある非対称性の原因とは独立に起こり得ることを示している。すなわち，Perloff and Salop の単調性の結果はほとんど妥当性をもたない。この点を例証するために，需要函数ではなく単位費用が非対称的であり，強い企業が 1 パーセントだけ有利な費用条件にあるという例を挙げておこう。

例 2 においては，効用函数はブランドに関して対称的であり，次のように与えられる。(10)

$$u(x_0, x_1, x_2)=x_0\cdot(0.5x_1^{\beta}+0.5x_2^{\beta})^{\frac{1}{\beta}} \tag{5}$$

以前と同様に，すべての消費者の総富は 2 とする。再び $r=\beta/(1-\beta)$ とすると，ブランド $i=1,2$ に対する総需要 f_i は次のようになる。

$$f_i(p_1, p_2)=\frac{p_i^{-r}}{p_i(p_1^{-r}+p_2^{-r})}. \tag{6}$$

単位費用は一定であり，企業 1 にとっては $c_1=1$，企業 2 にとっては $c_2=0.99$ である。

数値計算によって，均衡において強い企業は $t=1/2000$ であるならば，$p_2\approx0.999101$ を課す。この価格は t がほとんど 1/1200 に達するまで減少し，その時 $p_2\approx0.999006$ となり，そして再び上昇し始める。均衡における総利潤は t が約 1/700 に達するまで減少し，そして増加する。この現象の解釈は前の例と同じである。つまり，純粋なベルトラン競争の場合と類似して，製品差別化が増加すれば強い企業の独占力は減少し，それに対して弱い企業は活動的になる。

限界利潤，つまり $i=1,2$ に対する $\partial_i\Pi_i=(p_i-c_i)\partial_if_i+f_i$ の挙動を分析することによって，この現象をより詳しく検討することとしよう。均衡価格 $p=(p_1, p_2)$ を固定する。そして，強い企業 2 の費用の優位性は，その製品を p_1 よりもわずかに低い価格 p_2 で提供できることに注意する。強い企業の価格の無限小の増分 Δp_2 を考えよう。明らかに，Δp_2 は企業 2 の需要の規模 $|\Delta f_2|$ の減少を意味する。もし t がゼロにほとんど近ければ，$|\Delta f_2|$ はかなり小さい。なぜなら，消費者は双方の製品をだいたい同一であると見なすであろうし，企業 2 のほんのわずかな顧客のみが価格 p において，ブランド 2 よりもブランド 1 を手にいれようとして追加的な支払い $p_1-(p_2+\Delta p_2)>0$ をしようとするにすぎないからである。しかしながら，もし製品差別化度 t が大きくなれば，より多くの顧客が自分の選好するブランド 1 を手にいれるための追加的支払いを見合わせるであろう。t が増大すれば強い企業の価格の優位性は，t が上昇すればその重要性の一部が失われるという事実によって，$|\Delta f_2|$ が増加する。$\Delta f_2<0$ であるから，$\partial_t\partial_2f_2(p)$ は十分に小さな t に対して負であると結論づけられる。

さらに議論すべき第二の効果がある。つまり，**強い企業の市場支配力の喪失がそのマーケット・シェアを減少させる**ということである。というのは弱い企業はさらに顧客を獲得するからである。それゆえ，企業 2 はつぎのふたつの性質によって特徴づけられる。製品差別化の低い度合に対しては，不等式 $\partial_t\partial_2f_2(p)<0$ かつ $\partial_tf_2(p)<0$ がナッシュ均衡 p において成り立つ。現在の設定では，単位費用は一定であると仮定されているから，この条件は限界利潤 $\partial_2\Pi_2(p)=(p_2-c_2)\partial_2f_2(p)+f_2(p)$ が t に関して局所的に減少することを意味している。

---

(10) 次のことに言及しておこう。例 1 は対称的な CES 型函数と非対称的な費用からなる例へと変換することができる。$\overline{x_1}=(1/2)^{1/\beta}x_1$，$\overline{x_2}=(3/2)^{1/\beta}x_2$ とおく。すると効用函数は，$u(\overline{x_1}, \overline{x_2})=x_0\cdot(0.5\overline{x_1}^\beta+0.5\overline{x_2}^\beta)^{1/\beta}$ となる。例 1 における，対称的な需要をもつ新しい経済の均衡を計算するために，単位費用を $\overline{c_1}=(1/2)^{-1/\beta}$, $\overline{c_2}=(3/2)^{-1/\beta}$ と変換する。元の経済における均衡価格 (p_1, p_2) は，次のような変換 $p_1=(1/2)^{1/\beta}\overline{p_1}$，$p_2=(3/2)^{1/\beta}\overline{p_2}$ を用いることによって求められる。

弱い企業の状況のほうが理解するのが難しい。というのは，t の小さな値に対して $\partial_t\partial_1 f_1$ と $\partial_t f_1$ の変化の方向が反対であるからである。明らかに $\partial_t f_1$ の符号が正であることは，企業1が顧客を獲得することを反映している。続いて，もし t が小さいならば $\partial_t\partial_i f_i$ は**双方の企業にとって同符号となる**ことを示そう。小さな t に対して均衡価格 p_1 と p_2 はともに単位費用の最大値にほとんど等しい。それゆえ，もし両企業が Δp だけわずかに価格を上げたならば，ふたつのブランドの相対価格は変化せず，顧客は企業を変えない。こうして，もし企業 i がその価格を一方的に Δp だけ上げれば，そのときこれらの顧客はもう一方の企業 j へと行き，もし j がその価格を同じ Δp だけ上昇させれば，これらの顧客は i に戻ってくる。結果として，もし一方的な価格の吊り上げによる i の損失が t よりも $t+\Delta t$ における方が高いならば，同じことが j に対しても当てはまる。

しかしながら，$\partial_t\partial_i f_i<0$ が企業 i の限界利潤 $\partial_i\Pi_i$ に及ぼす影響が，企業 i のマークアップ p_i-c_i によってウェイト付けされていることに注意しよう。このマークアップは，企業2より企業1にとってかなり小さい。実際に，企業1のマーケット・シェアの増加を反映している他の効果 $\partial_t f_1>0$ が優勢であるから，$\partial_t\partial_1\Pi_1$ はナッシュ均衡において正であることが分かる。

この事実は，需要 f_1 の弾力性を考察することによって説明できる。まず，利潤 Π_i の変化とブランド i に対する需要の弾力性 ε_i が次のように関係づけられることに注意しよう。$\log\Pi_i(p;t)=\log(p_i-c_i)+\log f_i(p;t)$ であるから，$\partial_t\partial_i\log\Pi_i(p;t)=\partial_t\partial_i\log f_i(p;t)$ となる。それゆえ，$\partial_t\partial_i\log\Pi_i(p;t)$ と $\partial_t\varepsilon_i(p;t)$ は同符号である。例2において，弱い企業の t における需要の弾力性 f_1 は次のようになる。

$$\varepsilon_1(p;t)=-1-\frac{p_1^{1/t}}{(p_1^{1/t}+p_2^{1/t})t}=-1-\frac{1}{(1+(\frac{p_2}{p_1})^{1/t})t}. \tag{7}$$

この例では，弱い企業の価格 p_1 は，均衡において強い企業のそれ，つまり $(p_2/p_1)^{1/t}$ よりも大きく，$(1+(p_2/p_1)^{1/t})t$ は t について増加する。したがって，$\varepsilon_1(p;\cdot)$ と $\partial_1\log\Pi_1(p;\cdot)$ は均衡価格において t に関して増加している。

t の大きな値に対する強い企業のケースを議論することが残されている。もし t が大きくなれば，強い企業はその需要の幾ばくかを失い続ける。すなわち，$\partial_t f_2(p;t)<0$ である。しかし，もはや制限された独占者ではないから $\partial_t\partial_2 f_2(p;t)\geq 0$ となる。ε_2 を考慮すれば，$(p_1/p_2)^{1/t}t$ は $t>\log(p_1/p_2)$ となる t について増加する。こうして，限界利潤 $\partial_2\Pi_2$ は，もし価格比率 p_1/p_2 がナッシュ均衡において有界であるならば，十分に大きな t に対して増加的である。p_1/p_2 は例2においては1.01付近に（例1においては3付近に）とどまっているから，強い企業の利潤の最大点は，t が十分に高ければナッシュ均衡において右にシフトする。

Perloff and Salop (1985) の単調性の結果に光を投ずるために，しばらくの間単位費用の相違を捨象し，対称的な価格体系 p を考察しよう。企業 i のマーケット・シェアは $s_i(p_1,p_2;t)=p_i^{-1/t}/$

$(p_1^{-1/t}+p_2^{-1/t})$ によって与えられている。企業 i の需要の弾力性 ε_i は企業 i のマーケット・シェアの弾力性 s_i マイナス 1 に等しい。対称的な場合には，企業は市場を半々に分割するから，価格 p におけるマーケット・シェアが，t から独立であるという意味で特別なケースである。それゆえ，対称的な場合においては $\partial_t\varepsilon_i(p\,;t)>0$ が，$\partial_t\partial_i s_i(p\,;t)>0$ であるとき，かつそのときに限り成り立つ。p_i が増加することによって，消費者の喪失 $\partial_i s_i(p\,;t)$ は t と逆の関係にあるから，$\varepsilon_i(p\,;\cdot)$ と限界利潤 $\partial_i\Pi_i(p_i\,;\cdot)$ はすべての企業にとって増加しなければならない。この例における特殊な設定の下では，s_i の弾力性は $p_1=p_2$ であるならば $1/(2t)$ である。したがって，次のことを得る。

注意 1　例 2 にある需要函数，等しい単位費用及び対称的な均衡価格 $p_1=p_2$ を考えよう。すると，$\varepsilon_i(p\,;t)=-1-\dfrac{1}{2t}$ は t について増加的である。だから，限界利潤 $\partial_i\Pi_i(p\,;\cdot)$ は $i=1,2$ に対して t の増加函数である。

注意 1 における設定の下では，この結果はふたつの事実から導かれる。最初の事実は，マーケット・シェアは一定である，つまりナッシュ均衡において $\partial_t f_1=\partial_t f_2$ であるということである。二番目の事実は，製品差別化は市場支配力の唯一の源泉であるということ，それだから $\partial_1 f_1$ と $\partial_2 f_2$ はナッシュ均衡において t について増加的であるということである。

例 3 （すべての企業の直感に反する行動）：両企業が直感に反する行動するような例を作るために，製品差別化のモデルに関連している別の経済現象を先の設定に追加することにする。序文において指摘したように，規模に関する収穫逓増の仮定は，消費者が多様な嗜好をもっているにもかかわらず，制限された範囲のブランドしか，市場には提供されないことを説明するために必要とされる。関連文献において，収穫逓増は一定の限界費用と結び付けられて，固定費用の形で前提されている。しかしながら，利潤函数を微分してしまえば，固定費用の項は消えてしまう。それゆえ，凹の費用函数のケースを研究するのが適当であろう。

例 3 において，需要は対称的であり，例 2 におけるものと同じとする。限界費用は両企業にとって減少的であり，非対称的であるとする。正確に言えば，企業 1 と企業 2 の費用函数の形は，それぞれ次のようになる。

$$C_1(x_1)=3x_1^{\frac{9}{10}},\ C_2(x_2)=x_2^{\frac{9}{10}}. \tag{8}$$

利潤函数 Π_i は p_i に関して必ずしも準凹ではないことに注意しよう。さらに企業には均衡において損失が生じるかもしれない。それゆえ，退出したいかもしれない。そこで，次のように議論を進めていく。異なった t に対して，ナッシュ均衡の一階の条件を求め，それに対応する利潤を計算す

る。十分に高い製品差別化度 t に対して，均衡解において正の利潤を必ずしももたらさない。そればかりではなく，相手の均衡価格を所与とするとき，両企業の利潤函数が準凹であることも意味しない。したがって，ナッシュ均衡は十分に大きな t に対して存在するが，そのときいかなる企業も市場に参入したことを後悔しないことになる。

$t=1/10$ に対して，弱い企業は損失を被る。しかしながら，$t=1/9$ とすれば両企業は正の利潤を獲得し，均衡価格は $p_1\approx 4.784$ と $p_2\approx 3.427$ となる。いま，t が 1/8 にまで増加すれば，均衡価格は $p_1\approx 4.778$ と $p_2\approx 3.348$ となる。だから，両企業は直感に反する行動を示すことになる。

その経済学的説明は次のようになる。最初のふたつの例のように，強い企業 2 はその費用条件の優位性のために，もし t が 1/9 から 1/8 に高まれば，その支配力の一部を失う。それに対して弱い企業 1 は支配力を強める。しかしながら，弱い企業はこの設定では二重のハンディを負っていることに注目しよう。まず，任意の与えられた産出量 x に対して，弱い企業の費用は，強い企業よりも費用よりも三倍高くなっている。それゆえ，弱い企業は強い企業よりも高い価格をつけなければならない。そうしてその販売量は低くなる。しかしこの事実は，企業 1 のもうひとつの不利な条件を意味している。というのも，販売量が減少するとき，限界費用及び単位費用は増加するからである。結果として，もし製品差別化が進めば，弱い企業はより多くを販売し，その価格を引き下げる誘因が存在する。

費用函数の凹性が企業 2 の行動に与える影響は，次のようにして明確に確認することができる。$p=(p_1, p_2)$ における限界費用は，$\partial_i\Pi_i(p)=f_i(p)+p_i\partial_if_i(p)-C_i'(f_i(p))\cdot\partial_if_i(p)$ である。だから，

$$\partial_t\partial_i\Pi_i(p)=(p_i-C_i'(f_i(p))\cdot\partial_t\partial_if_i(p)+(1-C_i''(f_i(p))\partial_if_i(p))\cdot\partial_tf_i(p). \tag{9}$$

ふたつの効果を比較してみよう。つまり，消費者の忠誠心（loyalty）が低下したことによる市場支配力の変化とマーケット・シェアの変化である。どちらも t の僅かな変化によって引き起こされる。第一の効果は，次の事実を反映している。すなわち，強い企業にとって，$t=1/9$ に応ずる均衡において $\partial_t\partial_2f_2(p)\approx -0.43<0$ ということである。上で議論したように，弱い企業の対応する項 $\partial_t\partial_1f_1(p)$ は同符号でなければならない。実際に，$\partial_t\partial_1f_1(p)\approx -0.33<0$ となる。上の式によれば，これらの負の項はマークアップ $p_1-C_1'\approx 0.5$ と $p_2-C_2'\approx 2.4$ によってそれぞれウェイト付けがなされている。そしてこれらは，第二の効果と結び付けられなければならない。

強い企業はマーケット・シェアを部分的に喪失し，$\partial_tf_2(p)\approx -0.36$ となる。弱い企業は顧客を獲得する。こうして，$\partial_tf_1(p)\approx 0.25$ は正である。例 3 における注目すべき側面は，次のことである。すなわち，第二の効果につけられているウェイトが，考察している企業の価格変化に対する需要の反応 $\partial_if_i(p)$ とともに，費用函数の凹性に依存していることである。$C_i''(f_i(p))\cdot\partial_if_i(p)$ の値は，弱い企業 1 にとっては 0.86 であり，強い企業 2 にとっては 0.04 である。強い企業の操業規模は十分に大きいから，C_2'' の絶対値は小さく，C_2 の凹性はほとんど影響を及ぼさない。しかしながら，弱

い企業の場合，状況は完全に異なっている。ふたつの項 $\partial_t\partial_1 f_1(p)<0$ と $\partial_t f_1(p)>0$ は反対の符号をもち，$\partial_t f_1(p)$ につけられたウェイトは，限界費用一定の場合には1であるが，この場合には C_1 の凹性と企業1の需要が低い水準にあることによって $1-0.86=0.14$ にまで減少する。結果的に，第一の効果が第二の効果を凌駕し，$\partial_t\partial_1\Pi_1(p)$ は負になる。それゆえ，弱い企業は限定された独占者として振る舞い，その価格を引き下げる。[11]

上で指摘したように，われわれの例はふたつのタイプの市場支配力の相互作用に依存している。つまり，限定された独占者の支配力と，製品差別化から引き出される支配力とである。Anderson and de Palma (1996) もまた，ふたつの市場支配力のタイプを研究している。彼らは，円周上に等間隔に位置している n 企業を考える。各企業は分割可能な製品のひとつのブランドを提供する。消費者は円上に一様に分布していて，輸送費は購入量からは独立である。もしすべてのブランドが同質的であるならば，それぞれの消費者は価格と輸送費の和が最低である企業から購入する。ブランドがより差別化されると，消費者はより選好するブランドに対して多くを支払うようになるであろう。最終的に，もし製品差別化度がかなり大きければ，輸送費は無視でき，競争は広範に及ぶ。対称的な均衡に焦点を絞り，Anderson and de Palma (1996) は，均衡価格が最初もし製品差別化が増加すれば減少することを示した。しかし，もし製品差別化が十分に強くなれば，均衡価格は製品差別化度 t とともに上昇する。彼らの設定においては，限界利潤の挙動は，ただ $\partial_t\partial_i f_i$ によってのみ決定される。というのは，$\partial_t f_i$ は，対称性の仮定（固定されたマーケット・シェア $1/n$）によって恒等的に0に等しいからである。明らかに，もし消費者が購入を始め，競争が広範に行き渡ると，決定項 $\partial_t\partial_i f_i$ は負となり，企業は市場支配力を失う。十分に大きな t に対して，局所的な市場支配力は殆ど残されていないし，すべての企業は製品差別化がさらに進むことから利益を享受する。

4　いつ製品差別化が高まると市場価格が高まるか？

4.1　規模に関する任意の収穫の局所的結果

前節の例3での議論から，ベルトラン＝ナッシュ均衡は，もし限界費用が厳密な意味での減少函数であるならば，必ずしも存在しないことが明らかとなる。これは，ふたつの型の（ブラウワー，そしてタルスキのアプローチに基づく）不動点定理が，戦略的補完性と準凹性が成り立たないために，かなりの凹性をもった函数のケースには成り立たない，という事実によっている。それゆえ，この節においては，均衡解の存在についての議論は回避して，考察している経済には，ある製品差別化

(11)　これまでの例の直感的議論においては，企業 i の価格変化が企業 $j\neq i$ に与えることを，間接的効果から捨象している。4節では，ナッシュ均衡を考察し，企業間の相互作用を規定する戦略的補完性を仮定する。

度 $\bar{t}$ に対する均衡 p^* が存在することを仮定することにする。そして，次の問題を考察することとしよう。仮定として，

a）それぞれの個別企業 i はもし t が増加すれば，その価格を引き上げる誘因をもつ。すなわち，各 i に対して，$\partial_t\partial_i\Pi_i(p^*;\bar{t})$ は正である。

b）所与の $\bar{t}$ に対して，経済は均衡価格体系 p^* において戦略的補完性を呈する。

どのような条件の下で，t が僅かにその初期の水準 $\bar{t}$ を超えて増加したならば，均衡価格は上昇するであろうか。

この問題に答えることは，比較静学における戦略的補完性の役割について光を投げかける。とりわけ，このことは，2.1節において引用した Milgrom and Roberts (1990) の，最大および最小の均衡の挙動についての結果に正しい見通しを与えることになる。

上に述べた問題を分析するために，つぎのような設定を用いることで十分である。そこでは，利潤 Π_i は i' の利潤の単調増加変換とみなすことができる。各企業 i の戦略空間は価格を表す一次元の区間 S_i である。S_i に属するより大きな要素はより高い利潤を表している。

$s^*\in S=\prod_{i=1}^{n}S_i$ が，所与の製品差別化度 $\bar{t}$ に対する均衡であると仮定し，$\partial_t\partial_i\Pi_i(s^*;\bar{t})$ が，すべての企業 $i=1,\dots,n$ に対して正であるとしよう。すると，各企業 i はもし製品差別化が増大すれば，i が競争相手もまた戦略を変更するということを無視するならば，その価格を引き上げる誘因をもつ。明らかに，これらの誘因は，もし戦略的補完性が現れているならば，企業間の戦略的な相互作用によって強化されるであろう。すなわち，もし i' の最適反応はある企業 $j\neq i$ がその価格を上げたならば，上昇する。もし戦略的補完性が成り立たないとき，$\partial_t\partial_i\Pi_i(s^*;\bar{t})>0$ によって i に対して引き起こされる直接的効果は，i のライバルの戦略的な増加に伴う交叉効果を上回っている。こうして，戦略的補完性を仮定しなければ，反作用の力を比較せずに，明快な予測をすることは不可能となるであろう。戦略的補完性は，局所的には条件 $\partial_j\partial_i\Pi_i\geq 0$ for $j\neq i$（弱い局所的スーパーモジュラ性）[12] によって理解できる。

しかしながら，戦略的補完性の仮定は，製品がより異質的になれば，それが価格を引き上げるための追加的な動因にはなるけれども，より高い市場支配力を意味するという結果を導き出すためには，不十分であるということは強調しておくのがよい。焦点を絞るために，究極的にはナッシュ均衡が，いま素描した動学体系の極限としては必ずしも到達されない方程式体系の解であるということは無視しよう。正確には，$p^*(\bar{t})$ を所与の $\bar{t}$ に対する均衡としよう。もし製品差別化度が $\Delta t>0$ だけ僅かに増加したとき，$\partial_t\partial_i\Pi_i(p^*(\bar{t});\bar{t})>0$ であるならば，価格を引き上げる直接の誘因をもつ。これにより，すべての企業が所与の段階において価格を引き上げるプロセスが始まる。なぜ

(12) 2.1節において述べたように，条件 $\partial_j\partial_i\Pi_i\geq 0$ for $j\neq i$ は，i の最適反応での利潤函数 Π_i の増加変換に関して不変である。

なら，彼らの競争相手は一段階前にそうしているからである。もし戦略的補完性が十分に強いならば，引き続く価格引き上げのプロセスが，p^* に近い，新たな均衡点 $p^*(\bar{t}+\Delta t)$ に収束する保証はない。実際，動学体系を $p^*(\bar{t}+\Delta t)$ に到達するように変更する必要があるだろう。この種の不安定性を排除するために，戦略的補完性の度合を制限する追加的な仮定が必要である。そうでないと，価格が新しい均衡点 $p^*(\bar{t}+\Delta t)$ に到達するように低められなければならない，ということが起こり得る。

上の直感は次の定理によって確実にすることができる。戦略的補完性の度合に制約を課すために，次の定義を用いる。

定義　n 次の行列 $A=(a_{ij})$ は，もし正のウェイト $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$ が存在して，すべての $i=1, \ldots, n$ に対して

$$\lambda_i|a_{ii}|>\sum_{j\neq i}\lambda_j|a_{ij}|.$$

が成り立つとき，優対角行列であるという。

明らかに，A が優対角行列であるのは $-A$ が優対角行列であるとき，かつそのときに限る。この定義における要素 a_{ij} を，$\partial_j\partial_i\prod_i(s^*;\bar{t})$ の値と解釈する。そのとき，弱い局所的なスーパーモジュラ性によって，$i\neq j$ に対して $a_{ij}\geq 0$ である。さらに対角要素は，任意の最適反応において，二階の条件 $\partial_i\partial_i\prod_i\leq 0$ を満たさなければならない。A の要素についてのこれらの符号の制約を考慮にいれると，上の不等式は $-\lambda_i a_{ii}>\sum_{i\neq j}\lambda_j a_{ij}$ となる。すなわち，もし局所的スーパーモジュラ性が仮定されれば，優対角性条件が成り立つのは，正のウェイト $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$ が存在し，ウェイトづけされた列和が負であるとき，すなわち，$i=1, \ldots, n$ に対して

$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j a_{ij}<0 \tag{10}$$

が成り立つとき，かつそのときに限る。

特に，すべての企業 i に対して，$|a_{ii}|$ で与えられた i 自身の戦略 s_i に関して $\prod_i$ の凹性の局所的な度合は，非対角（スーパーモジュラ）要素 a_{ij} に比べて十分に大きくなければならない。

次の定理は，上の設定について述べている。特に，s^* は戦略プロファイルの空間 $S=\prod_{i=1}^{n}S_i$ の内点である製品差別化度 $\bar{t}$ が与えられたとき，それに対応する均衡を表している。そして，$\prod_i(s;t)$ は，製品差別化度が t に等しいとき，そのときの戦略プロファイル s での i の利得を表す。

定理 1　利得函数 $\prod_i$ は $(s_1, \ldots, s_n;t)$ の C^2- 級の函数とし，$s^*\in\mathrm{int}\,S$ は $t=\bar{t}$ に対する $(\partial_j\partial_i\prod_i(s^*;t))_{i,j=1,\cdots,n}$ が最大の階数をもつようなナッシュ均衡であるとする。さらに，つぎのこ

とを仮定する。

1) $j \neq i$ に対して，$\partial_j\partial_i\Pi_i(s^*; t) \geq 0$（弱い局所的スーパーモジュラ性），

2) 任意の i に対して，$\partial_t\partial_i\Pi_i(s^*; t) > 0$（限界利潤が t について増加函数）。

そのとき，s^* の近傍 U が存在して，$\bar{t}$ の近傍における各 t に対して，ナッシュ均衡の一階の条件からなる体系 $\partial_i\Pi_i(\cdot; t)=0$, $i=1, \ldots, n$ は u における一意の解 $s^*(t)$ をもつ。もし $\frac{ds^*}{dt}(\bar{t}) \geq 0$ ならば，行列 $(\partial_j\partial_i\Pi_i(s^*; \bar{t}))$ は優対角行列である。さらに，もし $(\partial_j\partial_i\Pi_i(s^*; \bar{t}))$ が優対角行列であるならば，そのとき $\frac{ds^*}{dt}(\bar{t})$ は厳密に正である。

この定理の証明は，よく知られている線形経済モデルの理論に基づいている。包括的かつ詳細な説明は，Nikaido (1968) を参照されたい。

証明　s^* は内点均衡であるから，$i=1, \ldots, n$ に対して $\partial_i\Pi_i(s^*, \bar{t})=0$. 行列 $A=(a_{ij})$ を $a_{ij}=\partial_j\partial_i\Pi_i(s^*, \bar{t})$ によって定義する。行列 A は非退化であり，陰函数定理によって $\bar{t}$ の近傍で定義され s^* の近傍 U に値をとる函数で，$i=1, \ldots, n$ に対して $\partial_i\Pi_i(s^*(t);t)=0$ となる C^1- 級の函数が存在することが分かる。函数 $s^*(\cdot)$ は $s^*(\bar{t})=s^*$ によって一意に決まる。

方程式 $\partial_i\Pi_i(s^*(t), t)=0$, $i=1, \ldots, n$ を t について微分して，

$$\sum_{j=1}^{n}\partial_j\partial_i\Pi_i(s^*(\bar{t}), \bar{t})\frac{ds_j^{*(?)}}{dt}+\partial_t\partial_i\Pi_i(s^*(\bar{t}), \bar{t})=0, \tag{11}$$

あるいは，

$$(-A)\begin{bmatrix} \dfrac{ds_1^*(\bar{t})}{dt} \\ \vdots \\ \dfrac{ds_n^*(\bar{t})}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial_t\partial_1\Pi_1(s^*, \bar{t}) \\ \vdots \\ \partial_t\partial_n\Pi_n(s^*, \bar{t}) \end{bmatrix} \tag{12}$$

仮定 2 により，右辺のベクトルは厳密に正であるから，すべての i に対して $-a_{ii}\frac{ds_i^*(t)}{dt}(\bar{t})-\sum_{j\neq i}a_{ij}\frac{ds_j^*}{dt}(\bar{t})>0$. $\frac{ds^*}{dt}(\bar{t})\geq 0$ と仮定し，$\lambda_j=\frac{ds_j^*}{dt}(\bar{t})+\varepsilon$ とおく。ただし，$\varepsilon>0$.

連続性によって，ε はすべての $i=1, \ldots, n$ に対して $\lambda_i|a_{ii}|>\sum_{j\neq i}\lambda_j|a_{ij}|$ となるように十分に小さく選ぶことができる。それゆえ，A は優対角行列である。

他方，A，それゆえ $(-A)$ は優対角行列であるとしよう。そのとき，Nikaido (1968) 6.2において定義された $(-A)$ の workability（すなわち，レオンチェフ体系の文脈における正の純生産の可能性）が成り立つ。Nikaido (1968) の定理6.3によれば，$(-A)$ は非負逆行列をもつ。結果的に，$\frac{ds^*}{dt}(\bar{t})$ は正のベクトル $(\partial_t\partial_i\Pi_i)$ に適用された $(-A)^{-1}$ に等しく，それは厳密に正である。　□

注意 2　序文において指摘したように，最大および最小の均衡点は，すべての $i=1, \ldots, n$ に対して $\partial_t\partial_i\Pi_i>0$ となる滑らかなスーパーモジュラゲームにおいては，t について局所的に増加する。もしこれらの均衡が戦略空間の内部にあるならば，それらは優対角性条件を満たさなければならない。

注意 3　定理 1 は Corchón (1996) における命題2.9と関係している。この命題は，もし $\partial_t\partial_i\Pi_i>0$ であるならば均衡価格が上昇し，かつ優対角性条件が成り立つことを述べている。

$(-A)$ の workability と同値ないくつかの条件のひとつは，$(-A)$ のすべての首座小行列式が正，すなわち，$(-A)$ が P-行列であることである。ゲール＝二階堂の定理 [Nikaido (1968)，定理20.2参照] によれば，$(-A)$ が P-行列であるのは，$(-A)$ が 0 ではない任意のベクトルの符号を（要素ごとに）逆転させないことが必要十分である。弱い局所的スーパーモジュラ性の仮定の下では，ナッシュ均衡の局所的な比較静学は，対応する線形経済モデルの理論と本質的に同じ数学的手法によっている。

優対角行列である P-行列は半正定符号であることを注意しよう。特に，P-行列のすべての固有値は正の実部をもたなければならない。明らかに，この性質は行列が正の行列式をもつことを要請するよりはかなり強い。

ベクトル場 $(-\partial_i\Pi_i(s;\bar{t}))_{i=1,\cdots,n}$ を考えよう。このベクトル場のゼロ点 s^* は，もし $(-\partial_j\partial_i\Pi_i(s^*;\bar{t}))_{i,j=1,\cdots,n}$ が優対角行列ならば，指数 (index) $+1$ をもつ。[ベクトル場とオイラー数については，例えば Milnor (1965)，6を参照のこと。]

系　定理 1 の条件の下で，均衡 $s^*(t)$ がベクトル場 $-(\partial_i\Pi_i(\cdot;\bar{t}))_{i=1,\cdots,n}$ が s^* において指数$+1$ をもつときに限り，それは厳密な意味で増加する。

戦略プロファイルの空間 S が凸であるから，オイラーの標数は 1 に等しく，ポアンカレ＝ホッフ (Poincaré-Hopf) の定理が援用できて，一意性が結論づけられる。であるが，ゲール＝二階堂の定理は，そのような位相的な道具を用いることなく，P-行列の概念に基づいて一意性を導きだすことができることを想起しよう [Nikaido (1968) 参照のこと]。このことは，P-行列によって支配される設定はかなり特別な構造をもっているという事実を例証している。

ナッシュ均衡の比較を行うには，スーパーモジュラ性の枠組みで行うのが，一般的に自然であると考えられている。しかしながら，定理 1 及びそれに続く議論から，異質性の高い度合 t が高い均衡価格と結びつくことを意味する条件は，Perloff 及び Salop の対称的なケースの分析から予測できる条件よりは，はるかにキツイことが明らかである。限界利潤が製品差別化とともに増加するという仮定の重要な役割は，3 節における例において説明されている。そこでは経済学的な解釈にも

触れておいた。優対角性条件の数学的含意は明確であるが，その経済学的解釈を理解することが望ましい。この点については，次の節において扱うこととしよう。

4.2 限界費用一定の場合

上の定理1は，戦略的補完性の仮定の下での比較静学に対する，優対角性条件の役割を浮き彫りにするが，やや抽象的な設定の下で述べられているという嫌いがあった。そこでは，利得や戦略に関して特定化をする必要がなかった。もちろんそのようなアプローチは，経済学的な観点からは満足のいくものではない。というのは，優対角性条件はモデルの基本的なデータによって述べられているわけではないからである。そこで，いかなる状況において，需要に直接に課せられたより基本的な仮定から優対角性条件が導かれるのかという問いが提起されるのである。それに答えるために，戦略とともに利得も，より正確な経済学の用語によって特定化される必要がある。

優対角性条件に経済学的意味を与えるために，各企業 i は一定の単位費用 c_i をもつと仮定する。すると，利潤は $(p_i-c_i)f_i(p_i, p_{-i})$ であり，ここで f_i はブランド i に対する需要を示している。利潤に対してよりも需要に対して直接に仮定を課すことにしたいので，需要をマークアップの項から和の形で分離するために，対数変換を施した $\log(p_i-c_i)+\log(f_i(p_i, p_{-i}))$ を利得と考える。

次に，どのような状況において優対角性条件が成り立つかを明らかにするために，戦略空間の代数的構造を特定化する。完全に分割可能な財の場合には，戦略空間 S_i が対数変換を施された価格からなると考えた方が経済学的には適切である。別の言い方をすれば，価格の上の乗法（multiplicative）構造が用いられるべきなのである。

価格体系 p の上で定義された任意の実数値函数 f がスーパーモジュラ条件 $\frac{\partial^2 f}{\partial p_j \partial p_i}(p_1, \ldots, p_n)\geq 0$ を満たすのは，正の導函数をもつ変換 φ_i に対して $\frac{\partial^2 f}{\partial s_j \partial s_i}(\varphi_1(s_1), \ldots, \varphi_n(s_n))\geq 0$ が成り立つとき，かつそのときに限ることに注意しよう。

同様の注意が，限界利潤が製品差別化とともに増加するという仮定にも当てはまる。正確に言うと，もし $\varphi_i'>0$ であるならば，不等式 $\frac{\partial^2 \Pi_i}{\partial t \partial p_i}(p_1, \ldots, p_n; \bar{t})>0$ が成り立つための必要十分条件は $\frac{\partial^2 \Pi_i}{\partial t \partial s_i}(\varphi_1(s_1), \ldots, \varphi_n(s_n); \bar{t})>0$ ということである。それゆえ，利潤に比べて，戦略の方がどのようにも自由に変換され得るので，優対角性条件を解釈するのに好都合である。

対数変換を施した利潤を利得とするから，企業が直面する需要を用いて，すべての仮定を表現することができる。

第一の仮定は，ベルトラン競争の文脈では戦略的補完性を保証するためにしばしば用いられるが，それは価格競争及び限界費用一定の文脈における例では満たされている［Milgrom and Roberts (1990)，p.271，あるいは Vives (1990)，p.318を参照］。$\pi=\log(p)$ とおき，d_i を π とパラメーター t の函数として企業 i の需要を表すものとしよう。企業 i の需要の弾力性（それは，もちろん負である。）は，もし他の企業が価格を引き上げたならば減少しないということを仮定は述べている。

(A-1) 需要の弾力性の弱い交叉単調性：

すべての $i=1,...,n$ とすべての $j\neq i$ に対して，$\partial_j\partial_i\log d_i(\pi;t)\geq 0$.

次に，局所的な限界利潤増加の仮定を需要の弾力性によって定式化しよう。これは，３節において示された例の文脈において動機づけが与えられ、そこではその広範な解釈がなされている。この仮定は，ナッシュ均衡においてのみ成立することが必要とされる。それゆえ，$\pi^*(t)$ を製品差別化度 t である経済のナッシュ均衡を表すものとしよう。

(A-2) 需要の弾力性は製品差別化とともに増加する。つまり，すべての i に対して

$$\partial_t\partial_i\log d_i(\pi^*(t);t)>0.$$

われわれの最後の仮定は，ナッシュ均衡の一意性を含意する。形式的には，等しいウェイトをもった優対角性条件となる。この仮定は2.2節において示された離散的選択モデルの文脈において明快な経済学的解釈をもっている。この設定では，企業 i の需要の弾力性 $\partial_i\log d_i(\pi)$ は次のふたつの効果からなっている。つまり，

i）企業 i が一方的に価格を引き上げたならば，i のマーケット・シェアは減少する。

ii）条件付需要は変化する。なぜなら顧客は第０財を，ブランド i に代替しようとするからである。

（A-1）に対比して，優対角条件は効果 ii）に焦点を当てている。というのは π は価格そのものではなく，その対数変換を施した価格であるから，任意のふたつのブランドの間の価格比率は，もし導函数 $\sum_{j=1}^n\partial_j d_i(\pi)$ をとるならば，不変のままであるからである。結果として，企業 i は各 π に $\Delta\pi$ を加えた前と後で，顧客の同じグループをもっている。それゆえ，$d_i(\pi+\Delta\pi,...,\pi_n+\Delta\pi)-d_i(\pi_1,...,\pi_n)$ は，もし消費者の集合が固定されているならば，$\Delta\pi$ の価格増加に誘発された需要の変化を測定している。簡単に，$\sum_{j=1}^n\partial_j\log d_i(\pi)$ をブランド i に対する**条件付需要の弾力性**と呼ぶことにする。その条件は，消費者が価格上昇の前に選択した企業へ忠誠心から留まることを要請するものである。優対角性条件 $\partial_i\sum_{j=1}^n\partial_j\log d_i(\pi)\leq 0$ は企業 i の条件付需要の弾力性（それは負である）が i の価格に関して減少することを述べている。こうして条件付需要の弾力性 $\sum_{j=1}^n\partial_j\log d_i$ は，もし価格を上昇させれば，条件付けられていない需要の弾力性と同じ方向に変化する。（A-1）によれば交叉効果 $\partial_j\partial_i\log d_i,\ i\neq j$ は反対方向に変化する。

（A-3）条件付需要の弾力性の弱い単調性：すべての i に対して，

$$\partial_i\sum_{j=1}^n\partial_j\log d_i(\pi;t)\leq 0.$$

以上の準備の下で，対称性に依存せずに，ナッシュ均衡の存在と一意性とを議論しているペアロフとサロップの結論を拡張することとしよう。議論の全体を通じて，需要および費用函数は二回連続微分可能であるとする。さらに需要は正であるから，費用函数に対数変換を施した函数は，

well-defined である。

定理 2 各企業 $i=1, \ldots, n$ は一定の限界費用 $c_i>0$ をもつとしよう。各製品に対する需要はいたるところ正であるとする。i の戦略空間は $S_i=]\log c_i, \infty[$ とし，$\pi \in S=\prod_{i=1}^{n} S_i$, $t \in]t_l, t_h[$ とする。

a）各 $t \in]t_l, t_h[$ に対して，戦略プロファイル $\bar{\pi}^t \in S$ が存在し，すべての企業 i に対して最適反応 $\bar{\pi}_{-i}^t$ が存在し，$\bar{\pi}_{-i}^t$ に対する任意の最適反応が $\bar{\pi}_i^t$ より厳密に下回る。さらに仮定（A-1）がすべての $\pi \in S$, $t \in]t_l, t_h[$ に対して成り立つとする。そのとき，各 $t \in]t_l, t_h[$ に対して，ナッシュ均衡 $\pi^*(t)<\bar{\pi}^t$ が存在する。

b）さらに，仮定（A-1）と（A-3）が，すべての $\pi \in S$, $t \in]t_l, t_h[$ に対して成り立つならば，$\pi^*(t)$ は所与の $t \in]t_l, t_h[$ に対する一意なナッシュ均衡である。

c）さらに（A-2）が $\pi^*(t)$, $t \in]t_l, t_h[$ に対して成り立つならば，$\pi^*(t)$ は $t \in]t_l, t_h[$ となる t について厳密な意味において増加する。

仮定（A-1）および（A-3）は 3 節において示された例では満たされている。d_i を CES 型の需要を表すとすれば，$\partial_j \partial_i \log d_i(\pi) \geq 0$ となる。さらに，$\sum_{j=1}^{2} \partial_i \partial_j \log d_i(\pi)=0$. 後者の事実は，厳密な不等式 $\sum_{j=1}^{2} \partial_i \partial_j \log \prod_i(\pi_j, t)<0$ が成り立つことを意味している。3 節において指摘したように，需要の弾力性が増加するという仮定（A-2）は，例においては t がある水準の値（critical level）を超えるときにのみ成り立つ。

証明 i の利潤は $\prod_i(p;t)=(p_i-c_i)f_i(p;t)$ であるから，$p_i=c_i$ に対してはゼロとなり，$p_i>c_i$ のとき正であるから，δ_i^t が存在し，いかなる価格 $p_i \in [c_i, c_i+\delta_i^t]$ も任意の $p_{-i} \in [c_{-i}, \exp(\bar{\pi}_{-i}^t)]$ に対する最適反応とはなりえないようにできる。a）で述べられた境界条件によって，戦略プロファイルを完備束 $\prod_{i=1}^{n}[\log(c_i+\delta_i^t), \bar{\pi}_i^t]$ に制限できることを示すことにする。

そのために，対数変換を施された利潤 $\Phi_i(\pi;t)=\log(e^{\pi_i}-c_i)+\log(d_i(\pi;t))$ を考える。仮定（A-1）によって，すべての π に対して，$\partial_j \partial_i \Phi_i(\pi;t) \geq 0$ である。$\pi_{-i} \leq \bar{\pi}_{-i}^t$ とし，$\pi_i' \in \operatorname{argmax} \Phi_i(\cdot, \pi_{-i};t)$ かつ $\pi_i'' \in \operatorname{argmax} \Phi_i(\cdot, \bar{\pi}_{-i};t)$ と仮定する。トプキスの単調性定理により，$\max\{\pi_i', \pi_i''\} \in \operatorname{argmax} \Phi_i(\cdot, \pi_{-i};t)$ を得る。境界条件によって，$\max\{\pi_i', \pi_i''\} \leq \bar{\pi}_i^t$. それゆえ，$\Phi_i(\cdot, \pi_{-i};t)$ はコンパクト区間 $[\log(c_i+\delta_i^t), \bar{\pi}_i^t]$ においてその最大値をとる。

すべてのプレーヤーの任意の $\pi_{-i} \leq \bar{\pi}_{-i}^t$ に対する最適反応は，$\bar{\pi}_i^t$ 以下であるから，$\prod_{i=1}^{n}[\log(c_i+\delta_i^t), \bar{\pi}_i^t]$ に制限されたゲームにおける最適反応対応の任意の不動点は，もとのゲームのナッシュ均衡である。トプキスの単調性定理により，最大の（そして最小の）最適反応は増加的となる。ナッシュ均衡の存在は，タルスキーの不動点定理［第2.1節参照］から導かれる。すべての $t \in]t_l, t_h[$

に対して，そのナッシュ均衡を $\pi(t)$ としよう。

b）で述べられた一意性の主張は，定理 1 の大域的な議論によって含意される。そこでは，行列 $(-A)^{-1}$ は，$\mathbf{R}^n_+$ 象限をそれ自身に写す。基本的な道具は，初等的な計算による中間値の定理から導かれる補題である。[Milgrom and Roberts (1990)，p. 1272 及び E.Dierker and Grodal (1996)，p.157参照のこと]

補題 t を所与とし，S の中のふたつの戦略プロファイル π' と π'' を考えよう。仮定（A-1）と（A-3）が π' と π'' を結ぶ線分上において成り立つものとする。もし，すべての $i=1, ..., n$ に対して，$\partial_i\Phi_i(\pi';t)\geq\partial_i\Phi_i(\pi'';t)$ ならば $\pi''\geq\pi'$.

t を所与とし，最適反応対応の任意の不動点 π を考える。明らかに，$\log(c_i+\delta_i^t)<\pi_i<\tilde{\pi}_i^t$ であり，$\partial_i\Phi_i(\pi;t)=0$.

π' と π'' をふたつの不動点とする。$\partial_i\Phi_i(\pi';t)=\partial_i\Phi_i(\pi'';t)=0$ であることは確認した。また，仮定（A-3）から Φ の定義によって $\sum_{j=1}^n\partial_j\partial_i\prod_i(\pi;t)<0$. ここで補題が適用できて，$\pi'\geq\pi''$ かつ $\pi'\leq\pi''$ であるから一意性が得られる。

c）を示すために，$t'<t''$ が $]t_l, t_h[$ の中にあるとしよう。すると仮定（A-2）によって，もし t' と t'' とが十分に近いならば，$\partial_i\Phi_i(\pi(t');t'')>\partial_i\Phi_i(\pi(t');t')=0$ が，すべての i について成り立つ。なぜなら，$\pi(t')$ は製品差別化度 t に対する均衡点であると定義されているからである。連続性によって，厳密に正のベクトル a が存在して，$\partial_i\Phi_i(\pi(t')+a;t'')>0=\partial_i\Phi_i(\pi(t'');t'')$ がすべての i に対して成り立つ。補題によって，$\pi(t'')\geq\pi(t')+a$. □

5　戦略的補完性と製品の異質性

3 節の三番目の例は，規模に関する収穫逓増に依存している。この現象は，例えば Anderson et al. (1992)［第 1 節参照］によって指摘されたように，考察している寡占市場にとってはかなり重要である。3 節において，収穫逓増の状況におけるナッシュ均衡の存在が，製品の異質性に依存していることを確認した。そこで，十分に大きな製品差別化度は，束論のアプローチによる定理 2 の設定を超えた存在問題へと拡張することができるのか否か，という問いを提起することになる。より正確に，需要関数が仮定（A-1）を満たし，費用函数は凹と仮定して，増加的な最適反応を特徴づける条件を述べることにする。簡単化のために，製品の異質性の変化を考慮するとき以外は，パラメーター t を省略する。

命題　$\partial_i d_i(\pi)<0,\ \partial_j d_i(\pi)>0$ さらに $\partial_j\partial_i \log d_i(\pi)>0$ を仮定する。

さらに，企業 i の費用函数 C_i は $C_i'>0$ を満たし，しかも一階の条件 $\partial_i\Pi_i(\pi)=0$ が成り立つとする。そのとき，$\partial_j\partial_i\Pi_i(\pi),\ i\neq j$ の符号は，

$$\left(1-\frac{d_i(\pi)}{\partial_i d_i(\pi)}\frac{\partial_i\partial_j d_i(\pi)}{\partial_j d_i(\pi)}\right)-\frac{C_i''(d_i(\pi))}{C_i'(d_i(\pi))}d_i(\pi)\cdot(1+\varepsilon_i(\pi)) \tag{13}$$

と同符号である。ただしここで，$\varepsilon_i(\pi)=\partial_i d_i(\pi)/d_i(\pi)$ はブランド i に対する需要の弾力性である。

証明　企業 i の利潤は，$\Pi_i(\pi)=e^{\pi_i}d_i(\pi)-C_i(d_i(\pi))$ であり，一階の条件 $\partial_i\Pi_i(\pi)=0$ は $e^{\pi_i}(d_i(\pi)+\partial_i d_i(\pi))=C_i'(d_i(\pi))\cdot\partial_i d_i(\pi)$ となる。それゆえ，$\partial_j\partial_i\Pi_i(\pi)=e^{\pi_i}[\partial_j d_i(\pi)+\partial_j\partial_i d_i(\pi)]-C_i'(x_i)\cdot\partial_j\partial_i d_i(\pi)-C_i''(x_i)\cdot\partial_j d_i(\pi)\cdot\partial_i d_i(\pi)$. ここで，$x_i=d_i(\pi)$. この式を，正の数 $(e^{\pi_i}\partial_j d_i(\pi))$ で割り，上の一階の条件を用いて所望の結論をえる。　□

この条件が，費用函数が凹である場合の経済に対してもつ含意を議論するに先だって，まずこの命題が次のよく知られている事実を示していることに注意を促しておきたい。

注意 4　$\partial_i d_i(\pi)<0,\ \partial_j d_i(\pi)>0$，かつ $\partial_j\partial_i\log d_i(\pi)>0$ を仮定する。すると企業 j は，もしその費用函数が凸，すなわち，$C_i'\geq 0,\ C_i''\geq 0$ であるならば，単調な最適反応を示す。

いま，C_i が凹であるとし，最適反応において $\varepsilon_i(\pi)<-1$ であることに注意しよう。さらに，仮定 $\partial_j\partial_i\log d_i(\pi)>0$ は，つぎの式と同値である。すなわち，

$$A=1-\frac{d_i(\pi)}{\partial_i d_i(\pi)}\frac{\partial_i\partial_j d_i(\pi)}{\partial_j d_i(\pi)}>0. \tag{14}$$

この命題は，π において増加的な最適反応は企業 i の限界費用の弾力性の絶対値 $|C_i''(x_i)x_i|/C_i'(x_i)$ が $A/|1+\varepsilon_i(\pi)|$ を超えないことを述べている。

需要函数は積の形で $d_i(\pi;t)=h_i(\pi_i;t)s_i(\pi;t)$ と表せる。ここで，s_i は企業 i のマーケット・シェアを表している。3 節の例において，$h_i(\pi_i;t)=1/e^{\pi_i}$ とおいた（コブ＝ダグラス型）。しかし，h_i の弾力性は -1 以下の値を取りうるとしたほうが示唆に富む。そのケースはとりわけ重要である。というのは，製品差別化のない市場に供給している独占者は最適価格において -1 以下の需要の弾力性をもたなければならないからである。

$d_i(\pi;t)=h_i(\pi_i;t)s_i(\pi;t)$ とすることにより，$j\neq i$ に対して

$$\begin{aligned}\partial_i d_i(\pi;t)&=h_i(\pi_i;t)\partial_i s_i(\pi;t)+\partial_1 h_i(\pi_i;t)s_i(\pi;t),\\ \partial_j d_i(\pi;t)&=h_i(\pi_i;t)\partial_j s_i(\pi;t),\\ \partial_i\partial_j d_i(\pi;t)&=h_i(\pi_i;t)\partial_i\partial_j s_i(\pi;t)+\partial_1 h_i(\pi_i;t)\partial_j s_i(\pi;t).\end{aligned} \tag{15}$$

これゆえ，次の式を得る。$(\pi;t)$ の項を省略して，

$$\begin{aligned}\frac{d_i}{\partial_i d_i}\cdot\frac{\partial_i\partial_j d_i}{\partial_j d_i}&=\frac{s_i}{h_i\cdot\partial_i s_i+\partial_1 h_i\cdot s_i}\cdot\frac{h_i\cdot\partial_i\partial_j s_i+\partial_1 h_i\cdot\partial_j s_i}{\partial_j s_i}\\&=\left(\frac{\partial_i s_i}{s_i}+\frac{\partial_1 h_i}{h_i}\right)^{-1}\cdot\left(\frac{\partial_i\partial_j s_i}{\partial_j s_i}+\frac{\partial_1 h_i}{h_i}\right).\end{aligned}\tag{16}$$

さらに，2.2節において議論した離散的選択モデルにおいては，パラメーター t の定義によって恒等式 $s_i(\pi;t)=s_i(\pi/t;1)$ が成り立つ。それゆえ，$\partial_j s_i(\pi;t)=\partial_j s_i(\pi/t;1)/t$ かつ $\partial_i\partial_j s_i(\pi;t)=\partial_i\partial_j s_i(\pi/t;1)/t^2$. すべての π と $i=1,\ldots,n$ に対して，$|\partial_i s_i(\pi;1)/s_i(\pi;1)|\leq k_i$ かつ $|\partial_i\partial_j s_i(\pi;1)/\partial_j s_i(\pi;1)|\leq K_i$ とする.

そこで不等式

$$\left|\frac{\partial_i s_i(\pi;t)}{s_i(\pi;t)}\right|\leq\frac{k_i}{t},\quad\left|\frac{\partial_i\partial_j s_i(\pi;t)}{\partial_j s_i(\pi;t)}\right|\leq\frac{k_i}{t}\tag{17}$$

が π について一様に成り立つ。t が ∞ に近づくとき，式(16)は1に収束することが分かる。というのは，企業 i の最適反応において，$\varepsilon_i(\pi;t)=\partial_i s_i(\pi;t)/s_i(\pi;t)+\partial_1 h_i(\pi_i;t)/h_i(\pi_i;t)<\partial_1 h_i(\pi_i;t)/h_i(\pi_i;t)<-1$. 3節の例3においては，$1+\varepsilon_i(\pi;t)$ は0に収束することに注意しよう。

注意 5　式(14)における式 A は，t が ∞ に近づくとき0に収束する。さらに，$\partial_j\partial_i\Pi_i(\pi;t)$ は，もし費用函数が $C''<0$ を満たし，$1+\varepsilon_i(\pi;t)$ がゼロにならなければ負になる。

6　準凹性と製品の異質性

5節における命題は，次の理由から不十分である。第一に，式(13)の決定項 A は，ゼロが仮定(A-1)を満たす企業の需要の下界ではないことを反映している。それゆえ仮定(A-1)は，十分に大きな t に対してその妥当性を失う。さらに Grandmont (1992) が示すには，嗜好の十分に強い異質性は，コブ＝ダグラス型の需要函数の顕著な性質が近似的に成り立つことを意味するのである。異質性はここでは，グランモンの扱い方に近い形でモデルに組み込まれているし，コブ＝ダグラス型の需要函数に対しては $\varepsilon(\pi;t)=-1$ であるから，$1+\varepsilon(\pi;t)$ は十分に大きな t に対して，ゼロで押さえられていることは期待すべくもない。しかし5節における命題は，“0マイナス0”のタイプの極限の符号を定めることが残されていることを示している。このいわば練習問題は，かなり限られた興味しか引き起こさない。なぜなら，近似的にコブ＝ダグラス型の需要函数に直面して利潤極大化を行う企業は，無限大に近い価格ではほとんど何も販売しないからである。もしナッシュ均衡の存在を示すのであれば，このようなタイプの極限の結果ではなく，固定された，有限の t に対する主張の方が望ましい。

こうして，厳密に凹の費用函数をもつ寡占ゲームにいて，製品の異質性がどの程度まで，利潤函数の準凹性をとり戻すのか，という問題が提起される。実際，3節の例3における数値計算によって，異質性の十分に大きな度合は準凹性を導くことが示されている。この観察は，製品差別化についての de Palma et al. (1985) の結果とも完全に符合している。

以下の定理3は企業 i の利潤函数は，対数変換を施した需要函数が凹であるとき，i の限界費用函数の弾力性の絶対値が $1/|\varepsilon_i(\pi;t)|$ よりも小さいならば，準凹であることを主張している。この結果は，すべての製品差別化度 t に対して成り立つ。以前に，対数変換を施した価格 π を基礎となる変数とした。需要 $d(\pi)$ の対数変換をした凹性は，$\log d$ が凹であること，言いかえれば需要の弾力性 $\partial_i d(\pi)/d(\pi)$ が減少的であることを意味している。それゆえ，対数変換を施した凹性は，4節における仮定とも整合的である。

定理3　$\partial_i d_i(\pi)<0$ かつ $\log d_i(\pi)$ は π_i に関して凹，すなわち，$d_i(\pi)\cdot\partial_i\partial_i d_i(\pi)<(\partial_i d_i(\pi))^2$ を仮定する。さらに，企業 i の費用函数 C_i は凹とし，$C_i'>0$ 及び次の条件を満たすものとする。つまり，$\partial_i\Pi_i(\pi)=0$ となる任意の π に対して，i の限界費用の弾力性の絶対値は，需要の弾力性の逆数を超えない。すなわち，$|C_i''(x_i)x_i|/C_i'(x_i)\leq 1/|\varepsilon_i(\pi)|$. ここで，$x_i=d_i(\pi)$ かつ $\varepsilon_i(\pi)=\partial_i d_i(\pi)/d_i(\pi)$.
そのとき，企業 i の利潤函数 $\Pi_i(\pi)=e^{\pi_i}d_i(\pi)-C_i(d_i(\pi))$ は π_i について準凹である。

証明　利潤極大化のための一階の条件 $\partial_i\Pi_i(\pi)=0$ を満たす任意の π に対して $\partial_i\partial_i\Pi_i(\pi)<0$ を示せば十分である。この場合には，$e^{\pi_i}=C_i'(d_i(\pi))\cdot\partial_i d_i(\pi)/(\partial_i d_i(\pi)+d_i(\pi))$. 分母は負である。簡潔に $x_i=d_i(\pi)$ と表すこととし，それを一階の条件よりえられる C_i' に代入すると，二階の偏導函数 $\partial_i\partial_i\Pi_i(\pi)$ としてつぎを得る。

$$\frac{e^{\pi_i}}{\partial_i d_i(\pi)}\left\{2(\partial_i d_i(\pi))^2-x_i\cdot\partial_i\partial_i d_i(\pi)+x_i\cdot\partial_i d_i(\pi)-\frac{C_i''(x_i)(\partial_i d_i(\pi))^3}{e^{\pi_i}}\right\}. \tag{18}$$

仮定より，$(\partial_i d_i(\pi))^2-x_i\cdot\partial_i\partial_i d_i(\pi)>0$ であるから，もし

$$\begin{aligned}&(\partial_i d_i(\pi))^2+x_i\cdot\partial_i d_i(\pi)-\frac{C_i''(x_i)\cdot(\partial_i d_i(\pi))^3\cdot(x_i+\partial_i d_i(\pi))}{C_i'(x_i)\cdot\partial_i d_i(\pi))}=\\&\qquad\partial_i d_i(\pi)\cdot(\partial_i d_i(\pi)+x_i)\left\{1+\frac{|C_i''(x_i)|\cdot\partial_i d_i(\pi)}{C_i'(x_i)}\right\}\geq 0,\end{aligned} \tag{19}$$

であるならば，$\partial_i\partial_i\Pi_i(\Pi)$ は負である。最後の不等号は，$|C_i''(x_i)x_i|/C_i'(x_i)\leq 1/|\varepsilon_i(\pi)|$ によって成り立つ。 □

この証明は，次の事実をも示している。

注意 6　$\log d_i(\pi)$ が π_i について準凹であり，C_i が凸，すなわち $C_i'\geq 0, C_i''\geq 0$ であるならば，利潤函数 $\prod_i$ は π_i について準凹である。

系　$\log d_i(\pi)$ を π_i について凹とする。費用函数は，$C_i(x_i)=\gamma_i x_i^{\alpha}, 0<\alpha<1$ としよう。つまり，費用函数 C_i は凹函数であり，等しい弾力性をもつものとするのである。そのとき，もし企業 i の需要の弾力性 $\varepsilon_i(\pi)=\partial_i d_i(\pi)/d_i(\pi)$ が $\partial_i\prod_i(\pi)=0$ となるすべての π に対して $|\varepsilon_i(\pi)|\leq 1/(1-\alpha)$ を満たすならば，利潤函数 $\prod_i$ は，π_i について準凹である。　□

証明

$$\frac{|C_i''(d_i(\pi))|}{C_i'(d_i(\pi))}\,d_i(\pi)=\frac{(1-\alpha)\gamma_i(d_i(\pi))^{\alpha-2}}{\gamma_i(d_i(\pi))^{\alpha-1}}\,d_i(\pi)=1-\alpha. \tag{20}$$

例　需要函数として，3 節における例 3 で用いた $d_1(\pi_1,\pi_2)=(e^{\pi_1})^{-r-1}/(e^{-r\pi_1}+e^{-r\pi_2})$ を考え，製品差別化度 t は $t=1/r$ で与えられることを想起しよう。簡単な計算によって，$\log d_1$ は π_1 について凹函数となり，$\varepsilon_1(\pi_1,\pi_2)=-1-[t(1+\exp(\pi_2-\pi_1)/t]^{-1}>-1-1/t$ となることが分かる。明らかに，もし製品差別化度 t が十分に大きくなれば，任意の弾力性 $\alpha\in]0,1[$ に対して不等式 $|\varepsilon_1(\pi)|\leq 1/(1-\alpha)$ は π について一様に満たされる。

特に任意の $0<\alpha<1$ に対して，企業 1 の利潤函数 $\prod_1(\pi)$ は，$t\geq(1-\alpha)/\alpha$ であるならば π_1 について準凹である。上の例 3 において，両企業の費用函数の弾力性は 0.9 に特定化されていた。

ブラウワーの不動点定理によれば，$t\geq 1/9$ に対してベルトラン＝ナッシュ均衡が存在する。$t=1/9$ のときの製品差別化度を直感的に把握しよう。そのために，対称的な複占における市場支配力によって表して，この数が大体 22 パーセントのマークアップになることを見ておこう。実際には，式 $\varepsilon_1(\pi_1,\pi_2)$ における $1+\exp(\pi_2-\pi_1)/t$ の項を無視しているから，境界 1/9 はそれほど厳格なものではない。

7　結　　論

本稿において，われわれは，価格競争が行われている市場に対して製品の異質性がもたらす影響を分析してきた。均衡の比較についての直感は Anderson et al. (1992) の p.186以下において 次のように述べられている。「選好の強度が増すにつれて，消費者の嗜好はかなり異なってくる。そしてそれぞれの製品の variant にプレミアムを支払っても購入したいという忠誠を示す顧客がますます多くなる。このことは需要がより非弾力的になり，企業はより高い価格を設定することを意味する」と。われわれの分析は，この主張が不十分であることを示した。なぜなら，それはすべての企業が一緒に消費者に影響を及ぼす市場支配力にのみ言及したにすぎないからである。個別企業の戦

略的立場が，その競争者との関係において製品差別化度からいかなる影響を受けるかという点は，見落とされているのである。

企業が，製品差別化度 t が上昇したときに，その価格を引き上げる誘因を得るためには，ふたつの効果が統御されなければならない。まず，企業は市場支配力を獲得するのではなく喪失するかもしれない。なぜなら，ア・プリオリに存在する競争の優位性は，単位費用を引き下げることによって生じたのであるが，もし製品差別化が進めば，それが弱められるからである。この場合，消費者が喜んで支払うプレミアムは，製品の異質性が高まるにつれて**減少する**であろう。そして企業の特定の需要を非弾力的にするであろう。第二に，マーケット・シェアは，また十分に安定的でなければならない。3節における例の分析は，製品の異質性に伴って限界費用が増加することを要請する重要な条件が，いとも簡単に崩れることを示している。

われわれは，水平的製品差別化のモデルを取り入れ，スーパーモジュラゲームの枠組のなかで，市場支配力と製品差別化とがいかに関係しているかという問いを提起した。限界費用が増加し，戦略的補完性が特定の均衡点において成り立つことを仮定したとしても，優対角性条件は，製品差別化が増加するときに均衡価格が上昇することを保証する必要かつ十分条件である。優対角性条件は，スーパーモジュラ性の度合を制限するために必要とされる。

定理2は，限界費用一定の場合を扱っている。需要函数の弾力性にのみ仮定を課すことによって，一意的な均衡の存在を導き，直感に反する行動がないことを示した。それゆえ，定理2は，Perloff and Salop (1985) における結果を強めている。

しかしながら，限界費用が減少するときには，事態はもっと複雑になる。上に挙げた効果は，企業が価格を引き上げる誘因を与えるが，費用函数の凹性によって限界利潤と，それゆえ比較静学に対して別の効果をもっている。さらに，均衡は存在しないかもしれない。なぜなら，費用函数の凹性は，利潤函数の準凹性を成り立たなくするからである。最後に同じ理由から，戦略的補完性は，限界費用一定であるような企業間での価格競争という枠組の中ではかなりもっともらしいと考えられているが，成り立たないかもしれない。

3節の例3は，小さな製品差別化の度合 t に対してスーパーモジュラ性が欠如しているが，t が増加すれば影響がないことを示している。しかしながら，5節において，十分に大きな製品の異質性と費用函数の凹性の度合と利潤函数のスーパーモジュラ性との間に明瞭な関係がないことを論じた。それに対して，もしスーパーモジュラ性が準凹性によっておきかえられたならば，事態はかなり見とおしのよいものになるであろう。6節において，需要が対数変換を施して凹函数であるときに，利潤函数が準凹となるような製品差別化度に対して（限界費用函数の弾力性に依存しているが）はっきりとした下限を述べておいた。こうして，限界費用が厳密に減少し，需要函数に対数変換を施した函数が凹である場合には，もし費用函数が凹である程度があまりキツクなければ，ブラウワーの不動点定理によって均衡解の存在が示せる。

要約すると，製品差別化が進むことは，市場支配力を高めるという直感は，しばしば明確には述べられない制約的な仮定に依存している。このことは，すべての嗜好が満たされるわけではないことの理由を説明するために用いられる，規模に関して収穫逓増の場合にとりわけ当てはまる。それは，限界費用一定に結び付けられる固定費用よりも，限界費用が逓減することを反映している。

（ウィーン大学教授）
（ウィーン大学教授）
（訳者　防衛大学校社会科学教室助教授）

参 考 文 献

Anderson, S. P., de Palma, A., Thisse, J-F. : *Discrete choice theory of product differentiation.* MIT Press, Cambridge, Massachusetts 1992

Anderson, S. P., de Palma, A.: *From local to global competition.* Discussion paper, University of Virginia 1996

Corchón, L.: *Theories of imperfectly competitive markets*. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems 442, Springer, Heidelberg 1996

de Palma, A., Ginsburgh, V., Papageorgiou, Y.Y., Thisse, J.-F.: The principle of minimal differentiation holdsunder sufficient heterogeneity. *Econometrica* **53**, 767-781 (1985)

Dierker, E., Grodal, B.: Profit maximization mitigates competition. *Economic Theory* **7**, 139-160 (1986)

Grandmont, J.-M.: Transformations of the commodity space, behavorial heterogeneity, and the aggregation problem. *Journal of Economic Theory* **57**, 1-35 (1992)

Milgrom P., Roberts, J.: Rationalizability, learning, and equilibrium in games with strategic complementarities. *Econometrica* **58**, 1255-1277 (1990)

Milgrom P., Shannon, C.: Monotone comparative statics. *Econometrica* **62**, 157-180 (1994)

Nikaido, H.: *Convex Structures and Economic Theory*. Academic Press, New York 1968

Perloff, J., Salop, S.: Equilibrium with product differentiation. *Review of Economic Studies*, LII, 107-120 (1985)

Tarski, A.: A lattice-theoretical fixpoint theorem and its applications. *Pacific Journal of Mathematics* **5**, 285-309 (1955)

Topkis, D.: Minimizing a submodular function on a lattice. *Operations Research* **26**, 305-321 (1978)

Topkis, D.: Equilibrium points in nonzero-sum n-person submodular games. *Siam Journal of Control and Optimization* **17**, 773-787 (1979)

Vives, X.: Nash equilibrium with strategic complementarities. *Journal of Mathematical Economics* **19**, 305-321 (1990)