

Title	経済学者フランク・ラムゼー
Sub Title	Frank P. Ramsey : a great economist
Author	福岡, 正夫
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1999
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.91, No.4 (1999. 1) ,p.577(23)- 591(37)
JaLC DOI	10.14991/001.19990101-0023
Abstract	
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19990101-0023

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the Keio Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

経済学者フランク・ラムゼー

福岡正夫

1

かつてサミュエルソンが英国ケンブリッジで開催されたある学会で「ケンブリッジの偉大な経済学者」（“A Great Cambridge Economist”）というディナー・スピーチをやると予告されたとき、参加者一同の関心は、誰のことかといやが上にも高まった。が、結果は意外にもフランク・ラムゼーの人と業績を誉め称える話であった。以下に述べるように、彼の経済学への貢献は、最適成長理論、最適課税の理論、そして主観的確率と期待効用の理論の三分野にわたるものであるが、この最後の成果については、また別の機会に同じくサミュエルソンが、それはフォン・ノイマンのゲームの理論、アローの社会的選択理論と並ぶ、今世紀半ばの社会科学への三大里程標をなすといったこともある。

2

フランク・プランプトン・ラムゼーは、1903年2月22日にケンブリッジで誕生した⁽¹⁾。彼の父は数学者で、のちにモードリン・コレッジの学寮長をつとめ、また彼の弟はカンタベリーの大主教になった人である。フランクはウィンチェスターとケンブリッジのトリニティー・コレッジで教育を受け、1924年の秋からはキングス・コレッジのフェローになった。

(1) ラムゼーの生涯については、つぎの三篇に負う。

J. M. Keynes, “F. P. Ramsey” in *Essays in Biography*, Macmillan, 1933, also in *The Collected Writings of John Maynard Keynes*, Vol. X, Macmillan, 1972（大野忠男訳『人物評伝』、ケインズ全集第10巻、東洋経済新報社、1980年）。

F. Partridge, *Memories*, Victor Gollanz, 1981.

P. Newman, “Ramsey, Frank Plumpton” in *The New Palgrave: A Dictionary of Economics*, Vol. 4, Macmillan-Maruzen, 1987.

彼の主たる専門は哲学と数理論理学であり、その天賦の才はこれらについて記された何篇かの論文のなかに余すところなく発揮された⁽²⁾。彼はまた学生時代からヴィトゲンシュタインの『論理哲学論考』(*Tractatus Logico-Philosophicus*)の英訳版を準備する仕事にも尽力し、その初稿の完成はほとんど彼単独の力に負うものであるとも見られている。ウィーン出身のこの異端の大哲学者は1929年のはじめにケンブリッジに復帰し、以降ラムゼーはピエロ・スラッフアとともに、ヴィトゲンシュタインの重要な討論相手となった。彼ら三人がケインズの『確率論』をその著者とともてに昼食時に論じ合ったという逸話は、ケンブリッジの黄金期を彷彿とさせる語り草の一つである。

こうしてラムゼーの本来の研究領域は数学、哲学および論理学であったけれども、彼はまたごく若いころから経済問題にも強い関心をもち、経済学の雑誌に二篇の論文を寄稿した。1927年の「課税理論への一寄与」、1928年の「貯蓄の数学的理論」がそれである⁽³⁾。それらと、1926年の論文「真理と確率」⁽⁴⁾のなかで展開された期待効用仮説による合理的意思決定理論とが、経済学に対する彼の輝かしい貢献のすべてである。

悲しいかな、これらの成果を世に残してからいくばくの歳月も経たないうちに、彼の生命はその卓越の絶頂において、わずか26歳の若さで奪われてしまったのであった。彼の死は、「経済学の純粹理論にとって絶大な損失である」とケインズは書き⁽⁵⁾、「ケンブリッジからはその光り輝く知性人の一人を、また現代哲学からはそのもっとも深遠な思想家の一人を奪い去った」とブレイスウェートは書いた⁽⁶⁾。

3

上記の三つの貢献のなかでも、従来から経済学者にもっともよく知られてきたのは、「貯蓄の数学的理論」におけるラムゼー・モデルの構築であろう。この貢献はとくに1960年代の最適成長理論のルネサンス期にあたって大きな役割を演じ、最近ではマクロ経済学の標準的教科書のなかにさえ据えられるにいたっている。

(2) これらの論文はラムゼーの死後、論文集 R. B. Braithwaite, ed., *The Foundations of Mathematics and Other Logical Essays*, Routledge, 1931 として出版された。その後、彼の論文集は増補されて D. H. Mellor, ed., *Foundations: Essays in Philosophy, Logic, Mathematics and Economics*, Cambridge University Press, 1978 となり、さらに改訂されて D. H. Mellor, ed., *Philosophical Papers*, Cambridge University Press, 1990 となって現在にいたっている。

(3) F. P. Ramsey, "A Contribution to the Theory of Taxation", *Economic Journal*, March 1927, ditto, "A Mathematical Theory of Saving", *Economic Journal*, December 1928.

(4) Ramsey, "Truth and Probability". 前記 Braithwaite, ed., *The Foundations of Mathematics*, Mellor, ed., *Foundations* 所収。

(5) J. M. Keynes, *The Collected Writings*, Vol. X, p. 335 (大野訳『人物評伝』, 443ページ)。

(6) R. B. Braithwaite, Editor's Introduction to *The Foundations of Mathematics*, p. ix.

この論文で考察されているのは、国民がその所得のどれだけを貯蓄に振り向けるべきかということである。ラムゼーは効用の至福水準と各世代の効用の現実水準との差を、現在から無限の将来にわたって積分した値を、配分の制約式の下で最小化するという形でこれを定式化し、この変分法の問題を解くことによって、今日ケインズ＝ラムゼーのルールとして知られる最適条件を導き出した。そのルールとは、貯蓄率に消費の限界効用をかけた積が効用の至福水準とその実際値との差にひとしくならねばならないというものである。⁽⁷⁾

いま消費 C から得られる効用を $U(C)$ で、労働 L から生じる不効用を $V(L)$ で示し、資本を K として、生産関数を $F(K, L)$ で示すとする。また簡単化のため労働人口は一定で、技術進歩もないものとし、消費の限界効用がゼロになるか資本の限界生産力がゼロになるという意味での飽和状態における効用の最高水準を至福水準 (Bliss) と呼んで、それを B であらわす。すると前記の最適化問題は、効用の差の積分値

$$\int_0^{\infty} [B - (U(C) - V(L))] dt$$

を配分条件

$$\frac{dK}{dt} + C = F(K, L)$$

の下で最小化する問題として表現される。通常最適成長理論では至福水準と純効用との差の積分値を最小化する代りに、割りきされた純効用の積分値を最大化するのが定石とされるが、ここでラムゼーがそうしたやり方をとっていないのは、将来世代の効用を割り引くことで現世代の効用より将来世代の効用を低評価するのは「倫理的に弁護できない手続き」⁽⁸⁾ であるとされているからである。

最適条件すなわち前述のケインズ＝ラムゼー・ルールの導出にあたっては、ラムゼーは経済学的な議論と数学的な議論の二通りの手順を提示している。前者においては、まず経済学的に満たされるべき条件として、労働の限界不効用が消費の限界効用と労働の限界生産力との積にひとしくならなければならないという方程式

$$V'(L) = U'(C) \frac{\partial F}{\partial L}$$

と、消費を先送りすることで消費の限界効用が減少する率は利率すなわち資本の限界生産力にひとしくならなければならないという方程式

(7) 以下の説明については、ラムゼーの前記原論文のほか、D. M. Newbery, "Ramsey Model", in *The New Palgrave: A Dictionary of Economics*, Vol.4, Macmillan-Maruzen, 1987, R. J. Barro and X. Sala-i-Martin, *Economic Growth*, McGraw-Hill, 1995, ch.2などを参照されたい。

(8) Ramsey, "A Mathematical Theory of Saving", p.543.

$$\frac{dU'(C)}{dt} = -U'(C) \frac{\partial F}{\partial K}$$

の二つを設定する。そしてこれらの条件と前記の配分の制約条件とを用いて計算すると、微分方程式

$$\frac{d[U'(C) \cdot F(K, L)]}{dt} = C \frac{dU'(C)}{dt} + V'(L) \frac{dL}{dt}$$

が成り立たなくてはならないことを示し、これを解くことによって

$$U'(C) \cdot F(K, L) = CU'(C) - [U(C) - V(L)] + \text{定数}$$

が成り立つこと、ここで積分定数を至福水準 B とすれば、この結果がケインズ = ラムゼーのルールにはかならないことを示す。⁽⁹⁾ ちなみに上記の二つの条件は、現代の手法にしたがってハミルトニアン

$$H = -[B - (U(C) - V(L))] + \lambda[F(K, L) - C]$$

をつくり、 $\partial H/\partial C = U'(C) - \lambda = 0$, $\partial H/\partial L = -V'(L) + \lambda \partial F/\partial L = 0$, $d\lambda/dt = -\partial H/\partial K = -\lambda \partial F/\partial K$ とすれば、容易に導くことができる。

つぎにもう一つの数学的な推論においては、彼はまず配分条件を用いて、独立変数を t から K に変換し、前記の積分を

$$\int_{K_0}^{\infty} \frac{[B - (U(C) - V(L))]}{F(K, L) - C} dK$$

と書き換えるという手順をとる。そうした上で C と L は K の任意の関数であるから、この積分の最小値を求めるにはたんに積分される $[B - (U(C) - V(L))]/F(K, L) - C$ を最小化すればよいとし、これを C について偏微分した結果をゼロとおくことによって、ただちにケインズ = ラムゼーのルール

$$F(K, L) - C = \frac{B - (U(C) - V(L))}{U'(C)}$$

を導き出している。

ラムゼーはこのルールから、最適貯蓄率の値が通常考えられているよりはるかに高いという結論を導き、それが所得の60%を越えさえする事例を例示した。しかし、この点についてはのちの研究

(9) Ramsey, *op. cit.*, p.546. この点については、また R.G.D. Allen, *Mathematical Analysis for Economists*, Macmillan, 1956, pp.537-540 の参照が有益である。

者たちによって、最適貯蓄率の値は効用関数の形や割引率の大きさにかなり敏感に依存すること、また人口の成長や技術進歩を導入する場合には、それは当該のルールが含意する値から大幅に異なるであろうことなどが指摘されてきた。

ラムゼーのモデルは資本蓄積の非定常的な時間経路をとり扱い可能にした点で、古典派や新古典派の定常経済分析に新風を吹き込むものであった。しかし、それ自体究極には定常状態への到達ないしは収束を前提としたものであったから、戦後の成長理論の進展とともに労働人口の増大やハロッド中立的な技術進歩を含んだ均衡成長モデルへのフレームの組替えを余儀なくされたことは、当然の成行きであった。またそうしたモデル内容の拡張に伴って、分析のテクニックの面でも古典的な変分法からハミルトン動学、ポントリアーギンの最大値定理、ベルマンの動的計画法へと向かういちじるしい改善が見られた。しかし、内容、方法の両面にわたるこれらの進展にもかかわらず、ラムゼーがこの論文で他に先駆けて動学的最適化の構想を開拓した功績は、永遠に称賛されつづけてしかるべきものといってよい。

4

つぎにもう一つの貢献、最適課税の理論は、上記の最適貯蓄の理論より前に発表されたもので、今日ではむしろラムゼー価格の理論といったほうがより馴染み深いであろう。

ここでラムゼー価格というのは、企業の利潤にある種の制約を課した場合のパレート最適価格のことである。とくに規模の経済が支配しているような状況の下では、価格を限界費用に一致させれば、周知のごとく赤字の発生を避けるわけにはいかない。そこでその赤字分を補填して利潤の非負性を保証するためには、価格を限界費用から離反させるのでなければならず、そのさいどのような価格を設定すれば資源配分の最適性を達成することができるかというのがラムゼー価格の理論の課題である。当該企業への補助金は当然課税によって賄われなければならないから、ラムゼー価格の理論は同時にまた最適課税の理論をも意味しているのである。

上記のところからも明らかなように、ラムゼー価格の議論は必然的にいわゆるセカンド・ベスト（次善最適）の議論となる。価格を限界費用から離反させる以上、それはあるルールに叶ったシステマティックな離反であるとはいえ、ファースト・ベストの最適の達成は断念されざるをえない。ラムゼー価格のルールは、そのようにファースト・ベストから離れることで失われる効用の損失を最小限に食い止めるためのルールなのである。

ラムゼーは当該の論文で、そうした価格の設定を目的とした課税とは、課税される各生産物の産出量をすべて同一比率で減少させるものであるという注目すべき帰結を示し、その定理をもって最適課税が満たすべき規準であるとした。

もともとラムゼーのこの論文はピグウの示唆によって書かれたものであり、当然師の『財政学研

究』のなかでは言及されているが、先駆的な貢献の例に洩れず、その後長いあいだ無視されつづけてきた。戦後になってそれはポワトー、サミュエルソンなどによって散発的にとり上げられることはあったものの、ほとんど一般には注目を受けてこなかった。ようやく1970年代にいたって、ポワトー=ブラッドフォードの著名な論文⁽¹²⁾が現れてから、それはにわかに脚光を浴び、多くの研究者たちによってさまざまな問題に応用されるようになった。⁽¹³⁾

さて以下ではラムゼー価格の理論の理論構成をなるべく平易な形で解明することに努めてみよう。⁽¹⁴⁾ いまある代表企業（日本株式会社であっても政府であってもかまわない）が n 種類の財を生産していると考え、それらの産出量を (x_1, x_2, \dots, x_n) で、また価格を (p_1, p_2, \dots, p_n) であらわすことにする。投入物の価格については、当該の企業はそれを所与として行動するものとし、簡単化のため投入物は1種類で労働のみから成るものとしよう。 (x_1, x_2, \dots, x_n) を生産するために最小限必要な労働投入量を L で書くことにすれば、技術的な生産の条件は

$$L = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

としてあらわされる。また以下では価格をすべて賃金単位で測ることにすれば、ラムゼーの問題にとって重要な利潤の制約条件は

$$\pi = \sum_{i=1}^n p_i x_i - L = M$$

であらわされることになる。ここで M はあらかじめ定められた任意の非負の数で、収支がちょう

(10) A. C. Pigou, *A Study of Public Finance*, Macmillan, 1928, 1929, and 1947.

(11) M. Boiteux, "Sur la gestion des monopoles publics astreints à l'équilibre budgétaire", *Econometrica*, January 1956.

P. A. Samuelson, "Theory of Optimal Taxation (Unpublished Memorandum for the U.S. Treasury, 1951)", *Journal of Public Economics*, July 1986.

ditto, "A Chapter in the History of Ramsey's Optimal Feasible Taxation and Optimal Public Utility Prices", in S. Anderson, K. Laursen, P. N. Rasmussen and J. Vibe-Petersen, eds., *Economic Essays in Honour of Jørgen H. Gelting*, Danish Economic Association, 1982, also in Kate Crowley ed., *Collected Scientific Papers of Paul A. Samuelson*, Vol.5, The MIT Press, 1986.

(12) W. J. Baumol and D. F. Bradford, "Optimal Departures From Marginal Cost Pricing", *American Economic Review*, June 1970.

W. J. Baumol, "Ramsey Pricing", in *The New Palgrave: A Dictionary of Economics*, Vol.4, Macmillan-Maruzen, 1987.

(13) たとえば P. A. Diamond and J. A. Mirrlees, "Optimal Taxation and Public Production: I—Production Efficiency", *American Economic Review*, March 1971, and "II—Tax Rules", *American Economic Review*, June 1971.

W. J. Baumol, E. E. Bailey and R. D. Willig, "Weak Invisible Hand Theorems on the Sustainability of Prices in a Multiproduct Monopoly", *American Economic Review*, June 1977 など。

(14) 以下の分析はしばらく Baumol and Bradford, *op. cit.*, pp.269 ff にしたがう。

ど相償う場合をとり扱うのであれば $M=0$ と考えればよい。

さて繰り返して述べれば、ラムゼー価格の理論は、この利潤の制約条件を満たすような最適価格のルールを求めることを目指している。つまりその狙いは、そうした価格設定に要する課税が資源配分に与える歪みの分析にある。したがってこのプログラムでは、個人間の再分配効果の分析は主題とはされないから、消費者集団についてはこれも1人の代表的消費者にとりまとめ、最適化とは彼の効用関数 $U(x_1, x_2, \dots, x_n)$ の値をもつばら最大化することであると解して差支えないであろう。ただし目下の課題は価格の最適値を求めることであるから、以下では効用関数を、需要関数を介して価格の関数 $V(p_1, p_2, \dots, p_n)$ の形に書きあらため、それに応じて最適化が服すべき利潤の制約式もまた

$$\Pi(p_1, p_2, \dots, p_n) = \sum_{i=1}^n p_i x_i - F(x_1, x_2, \dots, x_n) = M$$

のように価格のタームで考えていくことにする。

すると、ラムゼー価格を求める基本的な最適化プログラムは、間接効用関数 V の値を利潤の制約 $\Pi(p_1, p_2, \dots, p_n) = M$ の下で最大にすることとして書きあらわされ、そのための必要条件として、まず

$$\frac{\partial V}{\partial p_i} = \lambda \frac{\partial \Pi}{\partial p_i} \quad \text{for } i=1, 2, \dots, n$$

という式が成立する。ここで λ がラグランジュの未定乗数をあらわすことは、いうまでもないであろう。

ところでいま財 i の価格 p_i が Δp_i だけ下ったとき、当該の消費者がかりにいままでどおりの財の組合せを買いつづけるものとすれば、明らかに彼はその予算を $x_i \Delta p_i$ だけ節約することができる。すなわち彼から $x_i \Delta p_i$ と等額を徴収するとしても、彼はなおそうしようと思えば従前の消費をそのまま享受しつづけることができる。実のところ彼に同じ効用を保証するのであればより多くを徴収することができるかもしれず、その意味では $x_i \Delta p_i$ はそのような徴収可能額の上限を下回っているかもしれない。しかし、よく知られているように、価格の変化を限りなく小さいものと考え、その効果の極限を考える場合には、それは x_i に収束し、効用関数の偏導関数をそうした価格の変化に応ずる補整的变化そのものの大きさと考えてよいことになる。ゆえに

$$\frac{\partial V}{\partial p_i} = -x_i \quad \text{for } i=1, 2, \dots, n$$

であり、これを前の式に代入することによって

$$-x_i = \lambda \frac{\partial \Pi}{\partial p_i} \quad \text{for } i=1, 2, \dots, n$$

あるいは λ を消去して

$$\frac{1}{x_i} \frac{\partial \Pi}{\partial p_i} = \frac{1}{x_i} \frac{\partial \Pi}{\partial p_i} \quad \text{for } i=1, 2, \dots, n \quad (1)$$

を得る。すなわち (p_1, p_2, \dots, p_n) がラムゼー最適価格になるためには、どの財の価格変化が利潤に及ぼす影響もそれらの産出量に比例しなければならないことになる。

つぎにこのルールの含意をさらに見やすい形にするために、通例どおり財 i の限界収入と限界費用をそれぞれ MR_i, MC_i であらわし、さしあたって財のあいだの需要の交叉弾力性はすべてゼロと仮定すること⁽¹⁵⁾にしよう。すると

$$\frac{\partial \Pi}{\partial p_i} = (MR_i - MC_i) \frac{dx_i}{dp_i}$$

であるから、これを(1)の前の式に代入することにより

$$-x_i \frac{dp_i}{dx_i} = \lambda(MR_i - MC_i),$$

ゆえに両辺に $(MR_i - MC_i)$ を加え、 $MR_i = p_i + x_i \frac{dp_i}{dx_i}$ であることを考慮することによって、

$$p_i - MC_i = (1 + \lambda)(MR_i - MC_i) \quad \text{for } i=1, 2, \dots, n \quad (2)$$

という帰結が導かれる。つまり (p_1, p_2, \dots, p_n) がラムゼー最適価格であるためには、どの財についても価格と限界費用の差が限界収入と限界費用の差に比例するのではなくてはならない。

このルールはまた需要の(自己)弾力性 e_i を用いて、つぎのようにも表現することができる。すなわち(2)から

$$p_i - MC_i = (1 + \lambda)(p_i + x_i \frac{dp_i}{dx_i} - MC_i)$$

したがって

$$-\lambda(p_i - MC_i) = (1 + \lambda)x_i \frac{dp_i}{dx_i}$$

であるところから

$$\frac{p_i - MC_i}{p_i} = \frac{1 + \lambda}{\lambda} \frac{1}{e_i} \quad \text{for } i=1, 2, \dots, n \quad (3)$$

となる。すなわち各財の価格の限界費用からの相対的離反はそれぞれ需要の弾力性に逆比例するのではなくてはならない。換言すれば、需要の弾力性値が高い財の価格は限界費用に相対的に近い水準に、また需要の弾力性値が低い財の価格は限界費用に大きなマージンを加えた水準に設定されねば

(15) これはラムゼー自身、その所論の一部で採用した仮定である。Ramsey, "A Contribution to the Theory of Taxation", p.55 参照。

ならない、というのがこの条件の意味するところである。

最後に、そのような価格の限界費用からの離反 $p_i - MC_i$ を Δp_i と書くことにしよう。すると、(3)の前の式から

$$\frac{dx_i}{dp_i} \Delta p_i = \frac{1+\lambda}{\lambda} x_i$$

という式が得られるが、この式の左辺は価格が現行の高さから現行の限界費用まで下がることによって生じる需要量したがって産出量の増加を近似的にあらわすと解釈できる。ゆえにこの式は

$$-\frac{\Delta x_i}{x_i} = \frac{1+\lambda}{\lambda} = \theta \quad \text{for } i=1, 2, \dots, n \quad (4)$$

と書き換えられることになる。すなわち現行の限界費用から Δp_i だけ高い水準に価格を離反させた場合、それがラムゼー最適価格になるためには、各財の産出量は同一比例的に縮小しなくてはならないのである。そのような最適価格の設定が、同時にまた厚生⁽¹⁶⁾の損失を最小限に切りつめる課税の決定でもあり、したがって「税は課税される各財の生産を同一比率で減少させるものでなくてはならない」という定理⁽¹⁶⁾の帰結が成立するのである。

以上われわれはラムゼーの定理本来の意匠がはっきりと浮彫りされるように、もっとも明快なポーモル＝ブラッドフォードの所論にしたがい、ラムゼーの最適ルールを(1)、(2)、(3)および(4)のそれぞれのヴァージョンに即して説明してきた。しかし、ここでより厳密かつ完全な推論を所望する読者のために、上記の議論が含む若干の問題点について付言しておかなければならない。

第一に、上記のルールの述べ方のうち、(2)と(3)は、そこでも言及したとおり、需要の交叉弾力性がすべての財の対のあいだでゼロという特殊ケースについてのみあてはまるものである。そのような独立性の仮定に立脚した政策の指針がどの程度に現実妥当性をもちうるかは、真剣に検討されなければならない課題である。

第二に、ポーモル＝ブラッドフォード流のヴァージョンでは、労働が価値尺度財とされ、その価格＝賃金は非課税で不変であるとされている。しかし、サミュエルソンが指摘しているように、元来この種の議論では生産物と生産要素は対称的にとり扱われるべきであって、イチゴに課税するのとイチゴを摘む労働に課税するのとのあいだに本質的な差があってはならないように思われる。結局、生産物と生産要素は、生産ベクトルのなかでプラスとマイナスの符号で区別されるカテゴリーにすぎない。いま p_i を生産者価格、 P_i を消費者価格、 T_i を課税額とし、 $p_i = P_i - T_i$ とするとき、財 i が生産物なら、 p_i が生産者の受けとる価格、 P_i が消費者の支払う価格となり、 $p_i < P_i$ となるが、他方それが生産要素なら、 p_i が生産者の支払う価格、 P_i が消費者の受けとる価格となり、 T_i

(16) Ramsey, *op. cit.*, p.47 参照。

(17) P. A. Samuelson, "Theory of Optimal Taxation", p.141.

は負で $c_i > P_i$ となる。しばしば申し立てられる直接税と間接税との相違も、この脈絡ではたかだか量的な差にすぎないものであり、本質的というより程度の差に帰すべきものであろう。

第三に、前述の議論は所得の補整的变化を想定して行われており、これは代替効果のみに注目し所得効果を無視した場合をとり扱うにひとしい。この点についてはラムゼー自身、「貨幣」の限界効用一定というマーシャル流の想定に立脚している旨を論文のはじめのページで断っている⁽¹⁸⁾。ここではもはや立ち入る余裕がないが、このような限定を排除したより一般的な枠組みのなかでラムゼーの最適価格ルールがどうなるかを明らかにすることは、有意義なりサーチ・プログラムである。そのような研究としては、たとえばサミュエルソンの1982年の論文を参照されたい⁽¹⁹⁾。

これらの点はさておき、現実の世界ではとにもかくにも課税なしの限界費用価格ルールは実行不可能であり、ファースト・ベストの最適資源配分は手のとどかないユートピアでしかない。つまりわれわれは実際問題に手を染めるからには、不可避免的にセカンド・ベストの資源配分に甘んぜざるをえないのであって、正常な経済状況が課する制約の範囲内ではセカンド・ベストが事実上「実行可能なファースト・ベスト」となるほかはないのである。最近の応用ミクロへの関心の高まりのなかで、ラムゼー価格の理論がクローズ・アップされ、その意義を問い直されつつあるのも、理由がないわけではない。

5

第三のラムゼーの貢献は主観的確率論と期待効用仮説に関するもので、これは1926年の論文「真理と確率」のなかで展開された。この分野への彼の興味を触発したのは、すでに1921年に出版されていたケインズの『確率論』であった。

よく知られているように、この著書でケインズは、事象が生起する頻度としての確率概念に代えて、ある命題から他の命題への推論にかかわる蓋然性の判断としての確率概念を樹立しようとした。つまり彼のいう確率とは、ある知識ないしは証拠とそこから推論される帰結とのあいだの論理的な関係であり、そう確率を定義することによって、彼はまたそれが帰結命題に対する合理的な信念の度合いをもあらわすとしたのである。

ラムゼーは「真理と確率」の第2節において、そのようなケインズの見解を徹底的に批判した⁽²⁰⁾。まずケインズの上記のような考え方は、一方で確率を命題間の関係であるとしながら、他方では帰

(18) Ramsey, *op. cit.*, p.47.

(19) Samuelson, "A Chapter in the History of Ramsey's Optimal Feasible Taxation and Optimal Public Utility Prices".

(20) F. P. Ramsey, *The Foundation of Mathematics*, 1931, chapter VII, "Truth and Probability", (2) Mr. Keynes' Theory, pp.160-166.

結命題に対する信念の度合いであるとしてもしており、これら二つはかならずしも同一のことをあらわしているとは思われない。そこでいま確率をもつば前者の意味に限定し、それが命題間の論理的関係によって定義されるものとするれば、そのような関係が本当に存在するとは考えられない、とラムゼーはいう。ケインズはそれが直観によって直接に知覚可能であるとしているが、現にラムゼー自身にとってそれを知覚することはできないし、また相異なる2人の個人が命題間にどのような確率関係が成り立っているかについて何らかの合意に達することもできないであろうというのである。

よって前述の確率概念の二面のうち、ラムゼーが承認できるのは後者、すなわちある命題に対する信念の度合いという概念のみとなる。ところがそのような信念の度合いは、それを抱く当事者の心のあり方に依存するものであり、その意味で主観的なものたらざるをえない。つまりケインズのように、確率は客観的で、相異なる個人のあいだで共通の値をとらねばならないとするのは適切ではなく、同じ命題に対しても違う個人が違う確率を付与することはまったく可能である。

ただそれは確率である以上、主観的なものではあっても、たんにその個人の感じを表明するだけのものであってはならず、数値として測定され、その結果が一つの形式をもったシステムとして表示されるのではなくてはならない。そこでラムゼーは「真理と確率」の第3節で、推論者すなわち行動の選択者としての各人が、その行動の結果に不確実性が伴う状況下においていわゆる数学的期待値の原理にしたがって行動すると想定する。そしてそこから各人の信念の度合いを導出し、それが数値として測定できること、またその結果が確率算の規則を満たす整合的なシステムをなすことを示してみせたのであった。⁽²¹⁾

彼の推論の趣旨を現代風にパラフレーズすれば、つぎのとおりである。⁽²²⁾ まずはじめにある行為者が不確実な状況下で行動 α をとるか行動 β をとるかの選択に当面しているものとしよう。そして不確実性は互いに排反的な事象 e, e' のいずれが起るかにあり、行動 α をとった場合には、事象 e が起れば結果 a を、また事象 e' が起れば結果 b を受けとり、他方行動 β をとった場合には、事象 e が起れば結果 c を、事象 e' が起れば結果 d を受けとるものとする。当該の個人はすべての結果について完全な選好順序をもち、したがって上記のそれぞれの結果についても序数的な価値評価を下すことができる。そこでそのような評価関数を以下では $U(\cdot)$ と書くことにしよう。一方、事象 e, e' に対しては、その個人はそれぞれ $p(e), p(e')$ であらわされる信念の度合いをもちうると仮定する。すると数学的期待値の原理とは、 $p(e)U(a) + p(e')U(b) > \cdot = \cdot < p(e)U(c) + p(e')U(d)$ のうち、 $>$ なら、その個人は α を β より選好し、 $=$ なら、 α と β は無差別であると、 $<$ なら、 α より β を選好することを意味している。

(21) Ramsey, *op. cit.*, (3) Degree of Belief, pp.166-184.

(22) 以下の説明については、P. Newman, "Ramsey, Frank Plumpton", in *The New Palgrave*, Vol.4, pp.42-45 に負うところが大きい。

さてここでラムゼーの推論には、つぎの重要な公準が導入される。それは $U(x) \neq U(y)$ であるようなすべての対 (x, y) について、もし事象 e^* が起これば結果が x となり、事象 $e^{*'}$ が起これば結果が y となるような選択 γ と、逆に事象 e^* が起これば結果が y となり、事象 $e^{*'}$ が起これば結果が x となるような選択 δ とを、ちょうどその個人にとって無差別ならしめるような事象 e^* がかならず存在するという公準である。ラムゼーはこれを価値中立性 (ethical neutrality) の公準と呼ぶが、⁽²³⁾ 前述の数学的期待値の原理の下では、それは

$$p(e^*)U(x) + p(e^{*'})U(y) = p(e^*)U(y) + p(e^{*'})U(x)$$

を意味することになる。ゆえに $U(x) \neq U(y)$ であることを考慮すれば、移項して両辺を $U(x) - U(y)$ で割ることにより

$$p(e^*) = p(e^{*'})$$

となる。つまり議論のこの段階では数値で測れる信念の度合いはまだ定義されていないが、やがてあとで示されるようにもしそれらが測定でき、その和が1になることが判明すれば、事象 e^* の主観的確率は $\frac{1}{2}$ になるべきものなのである。

これらの議論をここで当初の事例に適用するとして、そこでの e が上記の価値中立性を満たす e^* であるとすれば、いうまでもなく

$$p(e^*)U(a) + p(e^{*'})U(b) = p(e^*)U(b) + p(e^{*'})U(a)$$

$$p(e^*)U(c) + p(e^{*'})U(d) = p(e^*)U(d) + p(e^{*'})U(c)$$

が成立し、 $U(a) \neq U(b)$, $U(c) \neq U(d)$ であるかぎり、そのいずれからでも $p(e^*) = p(e^{*'})$ を得る。そこでいま選択 α と選択 β とが無差別である場合を考え、その条件

$$p(e^*)U(a) + p(e^{*'})U(b) = p(e^*)U(c) + p(e^{*'})U(d)$$

に上記の結果を代入して、両辺を $p(e^*)$ で割れば、

$$U(a) - U(c) = U(d) - U(b)$$

となり、評価の差の均等関係を導き出せたことになる。効用関数の確定性の議論からよく知られているように、これは上記の評価の関数すなわち序数的な効用関数がさらに

$$V(\cdot) = \bar{U} + uU(\cdot), \quad u > 0$$

のような、原点と単位を選択をつうじて互いに線形変換の形で結ばれ合う関数のみの族に限定され

(23) Ramsey, *op. cit.*, pp.177-178.

ることを意味している。換言すれば、その意味において可測的な効用関数を導出することができたわけである。

このようにそれぞれの結果について可測的な効用の値を対応させることができれば、あとは仮定された

$$p(e)U(a)+p(e')U(b) = p(e)U(c)+p(e')U(d)$$

の式に、ふたたびどの e についても $p(e)+p(e') = 1$ という仮定を代入することにより

$$\frac{1}{p(e)} = 1 + \frac{U(a)-U(c)}{U(d)-U(b)}$$

という帰結を得、右辺から左辺の $p(e)$ の値を計算できることになる。すなわち、数学的期待値の原理と、可能な結果に関する評価関数 $U(\cdot)$ のいずれとも整合的なやり方で、すべての事象 e に対する信念の度合いを計算する方法を確立できたのである。

あと残された課題として、上記の手続きで導出された信念の度合いについて、推論の途次仮定してきたそれらの和が1になるという命題を、何らかの基本的公準から導き出すのでなくてはならない。この点についてラムゼー自身は直接には何らの推論をも提示しておらず、当事者がいわゆる「ダッチ・ブック」(Dutch book) の脅威にさらされることはないという仮定を、一種の整合性 (consistency) の公準として設けるにとどまっている。ここでダッチ・ブックというのは、どんな事象が起こっても結果的にはかならず賭けた側の損になるような、ずるがしこい胴元の賭け帳のことである。そのような事態を、ラムゼーはあってはならない不条理として却けているわけであるが、⁽²⁴⁾ 実はその意味で当事者の信念の度合いが整合的で、ダッチ・ブックが不可能であることと、それらの信念の度合いを排他的な事象について足し合わせれば和が1になるということとは、互いに等値なのである。以下においてはこの等値定理の証明の概略を記して、ラムゼーの議論の補足として⁽²⁵⁾ おくことにしよう。

最初にまずどんなダッチ・ブックもつukれないと想定すれば、信念の度合いの和はかならず1になることを示す。いま全部で n 個の互いに排反的な事象 e_i があり、個人Aはそのそれぞれについて個人Bが信念の度合い p_i をもつことを知りつつ、つぎのような賭けをもちかけるものとする。すなわち、もし事象 e_i が起これば、個人Aが個人Bに s_i を支払い、その代り個人Bは個人Aに

(24) Ramsey, *op. cit.*, p.182.

(25) この定理にきちんとした証明を与えた功績は通常ド・フィネッティのつぎの論文 B. de Finetti, "La prévision, ses lois logiques, ses sources subjectives", *Annales de l'Institut Henri Poincaré*, Vol.7, 1937, pp.1-68, translated in H. E. Kyburg and H. E. Smoker ed., *Studies in Subjective Probability*, John Wiley, 1964 に帰せられる。以下の推論はニューマンによるその再述に負う。P. Newman, *op. cit.*, p.44 参照。

$\sum_{i=1}^n p_i s_i$ を支払う、というのがそれである。もし個人Bがラムゼーの理論どおりに行動しているとすれば、彼はちょうどこの賭けにのるかからないかの境にいることになる。というのは、どの e_i が起こるか分からない状況の下で s_i を受けとると、確実に $\sum_{i=1}^n p_i s_i$ を受けとるとは、彼にとって無差別なはずだからである。

もし事象 e_j が起こったとすれば、個人Bの利得は

$$g_j = s_j - \sum_{i=1}^n p_i s_i \quad \text{for } j=1, 2, \dots, n$$

となる。そこで添字なしの g, s でそれぞれ列ベクトル $(g_1, \dots, g_n), (s_1, \dots, s_n)$ をあらわし、 I で単位行列を、 P で (p_1, \dots, p_i) を第 i 列にもつ行列をあらわすとすれば、上の連立方程式システムは

$$g = (I - P)s$$

と書ける。計算すれば $|I - P| = 1 - \sum_{i=1}^n p_i$ となることが分かるから、もしここで帰結に反して $\sum_{i=1}^n p_i \neq 1$ であったとすれば、どんな利得ベクトル g を与えても、 $s = (I - P)^{-1}g$ の形で s を計算することができ、したがって個人Aは g のどの成分もが厳密に負となるように s を決めることができるであろう。これはどんな事象が起こっても個人Bは損をすることを意味しており、ダッチ・ブックをつくるのが不可能という仮定と矛盾する。よってこの仮定の下では p_i の和は1となるのでなくてはならない。

他方、信念の度合いの和が1となれば、どんなダッチ・ブックをつくることも不可能である。事実、前の式 $g_j = s_j - \sum_{i=1}^n p_i s_i$ の両辺に p_j をかけ、足し合わせれば、

$$\sum_{j=1}^n p_j g_j = \sum_{j=1}^n p_j s_j - \sum_{j=1}^n p_j \sum_{i=1}^n p_i s_i$$

となるが、 $\sum_{j=1}^n p_j = 1$ であれば右辺はゼロとなり、したがって $\sum_{j=1}^n p_j g_j = 0$ となるのでなくてはならない。ところが $p_j \geq 0$ で、少なくとも一つの j については $p_j > 0$ であるから、 g_j がすべて負になることはできない。よってダッチ・ブックをつくることはできないのである。

本節で述べた分野でのラムゼーの貢献も、他の貢献と同様、長いあいだ無視されてきた。ようやくそれが注目されはじめたのは、1947年にフォン・ノイマン＝モルゲンシュテルンが『ゲームの理論と経済的行動』の第2版において、ラムゼーとはまったく独立に、不確実性下での可測的効用の理論を公理化してからである。しかし、彼らの貢献は確率を客観的な概念として外から与えている点で、ラムゼーの理論とは異なるものであった。またしばしば主観的確率の理論はラムゼーからド・フィネッティに、そしてサヴェッジにと単線的に伝承させてきたかのようにいわれるが、そのような理解もかならずしも正確ではない。ド・フィネッティの貢献はむしろベイジアン伝統にもとづくもので、自分の研究を進めるにあたって彼はラムゼーの業績のあることを知らなかった。そ

してサヴェッジの仕事もまた、ラムゼーよりむしろド・フィネッティの線に沿って進捗してきたといったほうが真実に近いであろう。おそらくラムゼーにもっとも近い立場からなされている研究としては、デヴィッドソン = スッペス⁽²⁶⁾、そしてアンスコム = オーマン⁽²⁷⁾をあげるのがもっとも適当であるかもしれない。

こうしてラムゼーの理論をいま忠実に継承する者はさほど多いとはいえないが、それは決して彼の影響力が強く現代に及んでいることを否定するものではない。枝と葉はいろいろの方向に分岐しているとはいえ、今日の主観的確率論、効用理論、合理的意思決定理論の根幹は、すべてラムゼーのこの論文によってつくられたのである。「期待効用仮説を含むさまざまな議論は、みなラムゼー⁽²⁸⁾のヴァリエーションにすぎない」というアローの言葉はかならずしも誇張であるとは思われない。

6

おおよそ以上に述べてきたところが、経済学に対するラムゼーの貢献である。その短い生涯にわずか三篇の論文でそれぞれの該当分野の基礎を築いた彼の力量は、まことに斯界の驚異と称してよいものではあるまいか。サミュエルソンが述べているように、彼は天才を測るどんな規準にも叶っている天才であった。彼が26歳よりもっと長生きしたならばさぞかし素晴らしい業績が生み出されたことであろうが、それはちょうどモーツァルトが36歳で他界しなかったならどうなっていたかを問うてみるようなものである。

(名誉教授)

(26) D. Davidson and P. Suppes, "A Finitistic Axiomatization of Subjective Probability and Utility", *Econometrica*, July 1956.

(27) F. J. Anscombe and R. J. Aumann, "A Definition of Subjective Probability", *Annals of Mathematical Statistics*, Vol.34, 1963, pp.199-205.

(28) K. J. Arrow, *Aspects of the Theory of Risk-Bearing*, Helsinki, Yrjö Jahnsson Foundation, 1965, p.57.