「三田学会雑誌」91巻1号（1998年4月）

低所得水準における最適限界税率*

ジェームズ・A・マーリーズ
訳 桜 井 正 則

1．イントロダクション

本論文ではスタンダードなモデルにおける最適非線型労働所得課税を取り扱う。消費者は労働生産性においてのみ差異があり，消費と労働についての選好を持つものとする。このようなモデルでは，高所得層に対する最適課税スケジュールの形について，いくつかの一般的な結論が得られている。［Phelps, 1973］と［Sadka, 1976］は，生産性が上に有界の場合最高所得に対する限界税率はゼロとなることを示し，また［Mirrlees, 1971］では有界でない場合における多くの漸近的結果が得られている。いくつかの具体例について実際に最適課税スケジュールを計算した研究（例えば，［mirrlees, 1971］や［Tuomala, 1990］）では，限界税率は所得水準の広い範囲において下落することがかなりあるとわかった。一般的には，所得ゼロにおける限界税率は正であり，しかも無視できないほど大きい。さて，ある仮定のもとでは所得分布の下限で限界税率はゼロになるという一般的な結論が［Seade, 1977］で得られている。この結果は最適課税問題を解くための制御問題における横断面条件から導かれ，またその仮定とは，生産性は正の下界を持ち，最適状態では失業が存在せず（なぜなら生産性の下限は十分大きいから），生産性は最低生産性水準において密度関数の値が正となるように分布しているというものである。

最適課税スケジュールの形についての一般的結果を得るための研究において，私はこの仮定に再び注目し，生産性は必ず正であるというわけではないが，最適状態では失業が存在しないというモデルを考えてみた。そのモデルにおいては，十分小さい労働水準では労働の限界効用が正になる。この仮定は完全に非現実的というわけではないが，異論も数あろう。現実では多くの仕事において固定費用が存在するし，それがたとえ一分間だけだったとしても，苦痛しかもたらすことのない仕事もあるだろう。いかなる仕事からもその本質的な喜びを味わうことのできない人もいることだろ

* Date : 13 October 1997.

う。さらに，税という目的のために観察される仕事というのは限られている。しかし，私はこの仮定は広く妥当性を持つし，それが何を意味するかということを研究するに十分値するものと考えている。

生産性，つまり労働効率がゼロを下回りうるという仮定には反対意見が多いかもしれない。もしとても少ない生涯賃金の人々がいたとして，それは最適課税理論において使われる競争モデルでは予想することのできない理由によって過小となっている総労働需要によるものかもしれないからである。しかし非常に低い生産性しか持たない人々がいるというのはもちろん，全く生産性のない人が大勢いるということですら十分ありうることだと私には思われてならない。本論文では扱われないが，これは新たな問題提起である。というのもそれは無論不完全ではあるが直接生産性を観察するということが，我々が「無能力」という言葉で表現するように，少なくともそのレベルでは可能であるということを示唆するからである。

一方，なぜそのような仮定を持つモデルを分析するのは興味深いのかというテクニカルな理由がある。というのも，失業の存在しない状態が最適となるようなモデルでは［Seade, 1977］と同様，所得の低い範囲についての横断面条件を用いることにより，税率についての一般的な結果が得られると予想されるのだが，非常に異なった結果が得られるからである。すなわち，本論文の主定理は，現実的な生産性の分布の下では，最低所得水準において100％の限界税率が最適となるというものである。ただし，この結果はすべての分布に当てはまるものではないということは強調されねばならない。この定理は特定の条件が満たされたときに成立するのであって，それ以外の場合においては成立しないのである。したがって，この結果は，人々はある程度の労働は好んでするという仮定によって単純に導かれるものではない。もちろんこの仮定によって金銭的利益がなくとも人々は働くかもしれない，ということは説明されうるのだが。

さて，このモデルでは失業のない状態が最適であるから，現実世界において失業を生み出す力がモデルに導入されると結論はどのように変わるのかということは興味深い問題である。これは最終章で考察される。

2．所得税モデルの要約

課税前の労働所得を z で，課税後所得を x で，タイプ n の消費者の効用を

$$u(x, z, n)$$

で表すことにする。単純化のため，効用関数は

$$u=a(x)+b(z/n) \tag{1}$$

という特別な形をしているものとする。すると n は生産性をあらわし（これは経済で内生的に決定されているのかもしれないが），$y=z/n$ は労働（課税することのできる雇用，という意味において）に費

やされた時間と自然に解釈できる。a と b は強凹関数，a は増加関数，b は始めは増加するがやがて減少する，と仮定する。明示的には，

$$b'(1)=0, \qquad b''(y)<-B, \text{ for all } y, \tag{2}$$

ということである。ここで，B は正の定数である。直観的にいえば，労働時間は一単位の労働がベストであるように単位が設定される，ということである。もしさらに y の取りうる値が上に有界であると仮定されるならば，二つ目の仮定は b'' が常に負であることを意味する。また生産性 n は密度関数 f をもち，f は 分布関数 F の微係数であるとする。注意すべきは，$F(0)=0$ であるということである。ただし，ゼロにおいてアトムが存在する場合は後に考察される。これらの性質は後程重要となるが，唯一の一般的仮定は f がいつでも強い意味で正だということである。

社会的厚生は

$$\int G(u)f(n)dn \tag{3}$$

で計るものとし，G は凹であるとする。線形化された資源制約は

$$\int (x-z)f(n)dn=-\gamma \tag{4}$$

と表される。すると最適課税問題は関数

$$x=c(z) \tag{5}$$

を資源制約と誘因両立性条件の下で見つけることということになる。ここで誘因両立性とは，すべてのタイプの消費者が制約条件(5)の下で効用最大化した結果，$x(n)$ および $z(n)$ を選択するということである。

よく知られたことであるが，u について単一交差性条件が満たされるならば，誘因両立性は Z が n について非減少関数であり，（最適状態において u は変数ごとに微分可能であるものとして）

$$\frac{du}{dn}=u_n(x, z, n) \tag{6}$$

が成立することと同値である。この単一交差性条件とは二人のタイプの異なる消費者の無差別曲線は最大でも一回しか交差しないということであるが，効用はある範囲では z について増加しうると仮定すると，成り立つとは考えにくくなる。というのも，二本のU字型をした無差別曲線が二回以上交差するということはとても簡単に起こってしまうからである。これはたやすく回避できる問題ではなく，そのための最も簡単な方法は，新たな制約を導入することである。

その，後に導入される追加的制約とは，関数 c は非減少関数であるというものである。これは極めて自然である。というのも，もし c がある範囲では減少関数であるとすると，ある量の労働をしている労働者は，その範囲の影響がなくなるように，その範囲の最低（たとえば，ゼロ）賃金を受け取ることを望むかもしれないからである。すると市場においての価格変動というものは無く

なり，均衡は達成されなくなるかもしれない。より正確に言うならば，均衡はそれぞれの市場の価格変動によって達成される（このような価格調整プロセスが経済を均衡に向かって収束させるという保証は全くないが）ものと考えられるのだが，その価格変動が無くなってしまうかもしれない，ということである。さて，もし c' が負であるような範囲に賃金が入っているようなあるタイプの労働に対する超過需要が存在したとすると，雇用者が賃上げを申し出たとしても全く労働者を集めることはできないだろう。逆にそのようなタイプの労働者は，より低い賃金を申し出ている雇用者の下へ行ってしまうかもしれない。いかなる場合でも，もし c が最低所得水準において減少しているならば，その範囲に入っているような技術水準の仕事を供給しうるものはみな，より低い技術水準の仕事を好むだろう。（人々の仕事への好みというものはそのタイプ，特にその人がしていることの技術水準というものに依存するという事実をこのモデルでは取り入れているのである。）

ところで，税と補助金は価格メカニズムの働きを鈍くする可能性があり，全く働かなくしてしまう可能性すらある。これが価格機構に対する財政システムの影響の費用と便益であり，いわゆる均衡からの乖離の度合いというものである。これらのマクロ経済的費用・便益はただちにミクロ経済学的費用・便益と比較することはできない。ここではこれらの要素をモデルに取り入れようとするよりはむしろ，単純に市場均衡への動きというものは決して無くならないものと仮定しよう。さて，大抵の場合においては c は強い増加関数であろう。しかしサーチと移動費用の存在しないモデルにおいてその増加の度合いが大きいという理由は全くない。それゆえ単純に

$$c'(z) \geq 0 \tag{7}$$

であるものとする。この結果は，この関数は現実において強い増加関数であろうという意味で，近似的なものにすぎないと言うこともできるだろう。ただしこの条件を導入することによってこの制約条件付き最適化問題は数学的に取り扱いが簡単になるということは強調されるべきである。というのも，この条件によって財空間の中で分析の対象になる範囲すべてにおいて，選好が単一交差性を満たすようになるからである。後に，この制約条件(7)が導入されない場合に，この問題への解がどのようになるかについて，若干述べることにする。

さて，c が非減少関数ならば，全員が $z \geq n$，すなわち $y \geq 1$ を選択し，(x, z) 空間において無差別曲線の非減少部分に位置することとなろう。この非減少部分について単一交差性を仮定することはとてももっともらしいことであり，実際この性質は特別な加法的な場合(1)では自動的に満たされる。

3．最適化行動

まず資源制約を目的関数に代入することにより，

$$\int[G(u)-\lambda.(x-z)]f(n)dn \tag{8}$$

を最大化するという制御問題が得られる。ここで x は x, z, そして $a(x)+b(z/n)=u$ によって与えられる n の関数である。制約条件は微分方程式によるもの(6)と，z は非減少であり，それゆえ $z \geqq n$ であるということである。以下では z は非減少関数であるという制約を無視して分析を進めるが，適切な条件の下ではこれは自動的に満たされることを後に明らかにする。ここでは z に関する最適政策の形に関心があるので，それは特に重要な問題ではない。もう一方の制約は興味深いものであり，それは

$$y \geqq 1 \tag{9}$$

のような形によって与えられる。

実際，このこの問題と［Mirrlees, 1971］で論じられた問題の間には一つわずかな差異があるに過ぎない。すなわち，（最適状態での失業を存在させる）制約条件 $y \geqq 0$ が $y \geqq 1$
で置き換わっているだけである。この問題についての最適性条件は，方程式(6)により規定される u を状態（state）変数として扱い，y を制御変数とし，x は効用関数より決定されると考えれば導くことができる。そして双対関数 $\mu(n)$ は必ず存在して

$$\frac{d\mu}{dn}=\left[G'(u)-\frac{\lambda}{a'(x)}\right]f(n) \tag{10}$$

となり，（y について微分することによって）

$$-\mu\frac{b'+yb''}{n^2} \geqq \lambda tf(n), \tag{11}$$

となる。ここで限界税率は

$$t=1+\frac{b'}{na'}, \tag{12}$$

であり，(11)における不等式は制約 $y \geqq 1$ が等号で成立している時に限り強い意味で成り立つ。さらに μ についての横断面条件は

$$\mu(0)=0, \qquad \lim_{n\to\infty}\mu(n)=0 \tag{13}$$

となる。

これらの方程式が，$n=0$ のまわりでは何を意味するかを考えてみよう。はじめに，$n>0$ ならば μ は正であることが示せる。まず，（［Mirrlees, 1971］）における議論がここでも当てはまり，すなわち，(10)における四角い括弧で囲まれた部分は n についての非増加関数である。というのも(6)から u は増加し，よって G' は非減少であり，そして x は z 同様非減少であり，a' は非増加であるからである。実際 x は定数ではありえない。よって四角い括弧で囲まれた部分は減少しうるということがわかる。そして μ は 0 で始まり 0 で終わるので，四角い括弧で囲まれた部分は最初のう

ちは正でμは増加し，そして負になってμは減少する。よってμは$n>0$で正であり，そして初めのうちは増加することになる。

次に，xは $n\to 0$の時にゼロでない極限を持ち，さらにuも有限の極限u_0を持つという仮定の下で，(10)から十分小さいnについて，

$$\mu(n)\sim\left[G'(u_0)-\frac{\lambda}{a'(x_0)}\right]F(n), \tag{14}$$

が成り立つことがわかる。この式をkを定数として$\mu\sim kF$という形で書くとする。μははじめのうち増加するので，$k>0$である。

この事実を用いて，(11)から十分小さいnについて，

$$(-b'-yb''(k\gtrsim\lambda t\frac{n^2f(n)}{F(n)}$$

であることがわかる。ここで通常のものとは異なる不等号の記号は，これが漸近的フォームであることを示している。左辺の括弧に囲まれた部分は$-b''>B$よりも大きいか等しく，正である。よって左辺は正の値Bkよりも大きい。さて，限界税率tは0と1の間にある。よってもし$n\to 0$の時にn^2f/Fの極限がゼロであるなら，

$$-\mu\frac{b'+yb''}{n^2}>\lambda tf(n),$$

がすべての十分小さいnについて成り立つことがわかる。不等式(11)は$y=1$の時に限り強い意味で成り立ち，そしてその場合は個人の労働所得はnであり，また限界税率が$t=1$である時に限りyは1と等しくなるように選ばれうるから，以下の結果が成り立つ。

定理1． もし

$$\lim_{n\to 0}\frac{n^2f(n)}{F(n)}=0 \tag{15}$$

ならば，$n_0>0$が存在して，$n\leq n_0$に対して

$$x(n)=x_0,\qquad y(n)=1,$$

が成り立ち，n_0より少ない労働所得水準では限界税率は1となる。

条件(15)はその左端がパレート的であるようなどんな分布，すなわち漸近的に$f=\Lambda n^r$であるような分布について成り立ち，そして対数正規分布$f=Cn^{-1}\exp[-\frac{1}{2}(\log\frac{n}{n_1})^2]$についても成り立つ。同じ結果はモデルが$F(0)>0$の場合も含むように修正された場合も成り立つ。また，n^2f/Fが正の定数であるような分布はその左端でとても薄くなる。より明確には，密度関数は

$$f(n)=Ce^{-\frac{a}{n}}$$

のようになる。(15)を満たすような分布は，所得分布のデータから判断して，最も実証的に意味深いものだと思われる。ここで注意すべきはnの分布は内生的であるが，その下限において限界税率

が100%になるということによって実際に観察されるよりも分布の左端が薄くなってしまうということは起こりにくいということである。その他の場合は次の節において分析される。

もし $c'\geqq 0$ という制約をこの問題で課さないとしたら，先ほど分析された場合については低所得の範囲で $c'<0$ となり，$\lim_{z\to 0}c'(z)=-\infty$ となりうる。そしてこの場合のみが一階の条件と整合的である。

ゼロにおいてアトムが存在するケース，すなわち $F(0)>0$ の場合も同じ性質をもつ，つまり，低所得については限界税率はゼロとなることは注意されるべきである。このことはゼロにおけるアトムの効用を明示的に取り入れることにより，今までと同様に証明される。

4．左端の薄い分布

$$\lim_{n\to 0}\frac{n^2f(n)}{F(n)}=\infty \tag{16}$$

と仮定する。極限が有限の場合は，これはむしろ特別な中間的な場合であるが，最後に分析される。

再び，十分もっともらしい仮定の下で x と y が $n=0$ で極限を持つという条件は満たされうるかということを検討する。μ についてのここまでの議論はここでもあてはまり，すなわち(14)で導かれたように μ は漸近的には小さい n に対しては $F(n)$ に正比例する。さて仮にもし y が十分小さいすべての n について1であるならば，その範囲で $t=1$ となる。この場合も(11)は成立しなければならないので，f で割ることにより，

$$(-b'-yb'')\frac{\mu}{n^2f(n)}\geqq\lambda t, \tag{17}$$

ということがわかる。ここで $\mu/(n^2f)\to 0$ であるから，$t=1$ であり $y=1$ の場合はこの式は成立しない。よって，今考察していた場合は不可能である。よって(17)において等号が成り立つ。

このことは $-b'-yb=\to\infty$ あるいは t $\to 0$ を意味する。前者は不可能ではないが，それは y が可能な労働供給の上界に収束するということを意味し，最適ではないだろう。実際，もし $u(n)$ が下に有界であるなら，y は1に必ず収束する。我々が分析している加法分離的な場合では，条件(6)は

$$\frac{du}{dn}=\frac{-yb'(y)}{n}$$

という形を取る。であるから，もし y が極限を持つなら，$yb'(y)$ はその極限においてゼロであるはずであり，さもなければ $u\to-\infty$ となる。また $y\geqq 1$ であるから，$b'\to 0$，すなわち $y\to 1$ となる。従って $-b'-yb''$ は $n\to 0$ の時有限の極限 B を持つ。また他の可能性，すなわち $t\to 0$ の場合は最適条件と整合的である。さて，n がゼロに近づくにつれて消費者はより平坦な予算線に直面し，

従ってより1に近い y を選択することになる。最低消費水準を x_0 で表すことにすると，

$$a'(x_0)=\lim_{n\to 0}\frac{-b'(y(n))}{n}$$

となる。前と同様，f と u の性質のみから x_0 の水準について何かを言うことは不可能である。

よってこの場合についての結論は以下のようにまとめられる。

定理2. もし a が下に有界でなく

$$\lim_{n\to 0}\frac{n^2f(n)}{F(n)}=\infty \tag{18}$$

であるならば，$n\to 0,\ y\to 1$ につれて限界税率はゼロに近づく。

n^2f/F が有限の正の極限に収束するという中間的な特別な場合には，限界税率は低所得水準で0でも100%でもない他の値に収束しうる。(17)から極限はゼロではありえないということがわかるが，極限が十分小さい場合には100%でありえる。

5. ロールジアンの場合

今までの結果はきわめて一般的な凹関数 G について成り立つが，その極限であるロールジアンの場合には成り立たない可能性がある。ここでロールジアンの場合とは，厚生評価のウェイトがすべて $n=0$ のタイプの消費者に与えられている場合である。この場合を分析するため，$G'=0$ であると仮定し，さらに $\mu(0)=0$ とは仮定しないことにする。それによって，条件(16)が成立していても，ある低所得の範囲で限界税率は100%でありうること[1]になる。$a=z$ という特別な場合には，方程式(10)を明示的に積分することが可能になり，

$$\mu=\mu_0-\lambda F(n)$$

を得る。さて，末端における横断面条件 $\mu(\infty)=0$ は $\mu_0=\lambda$ を意味する。従って以前の議論より $y\to 1$ であり，また 条件(11) は $n\to 0$ の時に $\mu\to\lambda$ という事実から，(漸近的に)

$$B\geq tn^2f$$

となる。従って $n^2f\to 0$ でさえあれば，不等式は強い意味で成立し，よって低い n の水準で $y=1$ と $t=1$ が成り立つ。

6. 最　後　に

この種の分析を，人々の労働への好みが変動するようなモデル，たとえば異なった年齢の人々が

(1) これは E Saez によって指摘された。所得効果がない例を考案したのも E. Saez である。

いるようなモデル，に当てはめたいと思う人がいるかもしれない。もし労働を（ある程度は）好む人々の割合が十分大きければ，連続性から同じ結果が得られる。しかしそのモデルはなぜ年齢に応じて変動する，特に低所得において異なった限界税率を異なった年齢の人々に割り当てるような，所得税スケジュールが望ましいのかということを明らかにする。ただし年齢に応じて変化するのは人々の好みだけではなく，年齢層に応じて“技術”の分布もかなり変化するということには注意を払わねばならない。

人々のレジャーへの選好以外の理由で失業が存在・存続するようなモデルもまた望まれる。もしその理由というのが，相当な部分そうであろうと私が思うように，賃金の調整が鈍く，また賃金の変化に対して労働需要の反応が鈍いせいであるならば，失業を消滅させるほどに十分大きい労働所得補助金の導入することによってモデルを修正するのが自然である。(本論文において税金とは限界生産物と実際に労働者が手にする賃金の差であるが，現実には企業の限界労働費用とその限界生産物の間にはかなり大きな乖離があるだろう。補助金はすべてのタイプの労働について十分大きな需要をもたらし，完全雇用を実現できるほどに大きくなければならない。）しかしそのようなモデルは単純すぎる。というのも，求められているモデルは，労働供給を人数で，供給される労働時間で，供給される労働のタイプで，明確に述べねばならないからである。そのようなモデルで同様の結果が成立するかどうかを述べるのは難しい。

もしこの論文が現実の政策について何らかの含意を持つとしたら，それは低所得層への100%の限界税率が望ましい，ということではないが（そのような税率は多くの国に存在するし，我々が考えるように悪いものではないかもしれないが)，低所得層への高限界税率はおそらく望ましいだろう。

（ケンブリッジ大学経済学部教授）
（訳者　ポンペウ・ファブラ大学大学院）

参 考 文 献

[Mirrlees, 1971] An exploration in the theory of optimum income taxation, *Review of Economic Studies*, **38** (1971), 175-208.

[Phelps, 1973] E.S. Phelps, The taxation of wage income for economic justice, *Quarterly Journal of Economics*, (1973),

[Sadka, 1976] E. Sadka, On income distribution incentive effects and optimal income taxation, *Review of Economic Studies*, **43** (1976), 261-8.

[Seade, 1977] J. Seade, On the shape of optimal tax schedules, *Journal of Public Economics*, **7** (1977), 637-43.

[Tuomala, 1990] M. Tuomala, *Optimal Income Tax and Redistribution*, Oxford: Clarendon Press, 1990.