Title	貨幣の非中立性と金融政策の効率性 : 不完備金融市場理論からのアプローチ
Sub Title	Non-neutrality of money and efficiency of monetary policy
Author	須田, 伸一
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1997
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.90, No.3 (1997. 10) ,p.543(75)- 558(90)
JaLC DOI	10.14991/001.19971001-0075
Abstract	
Notes	小特集 : 貨幣の機能とその役割
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19971001-0075

「三田学会雑誌」90巻3号（1997年10月）

貨幣の非中立性と金融政策の効率性*

——不完備金融市場理論からのアプローチ——

須　田　伸　一

1　はじめに

本稿の目的は，経済主体が合理的に将来を予想したとしても，貨幣が非中立的になることを，「不完備金融市場（Incomplete financial market）の理論」を使って示すことにある。「貨幣の中立性」とは「貨幣供給量の変化が物価水準を同率だけ上昇させ，相対価格，実質利子率，消費財の配分を不変に保つ」ことを意味し，貨幣部門と実物部門が互いに影響を及ぼさない状態（古典派の二分法の成り立つ世界）を表わすので，貨幣が非中立的であるとは，貨幣供給量の変化という金融政策が実物経済に影響を及ぼすことを指している。

貨幣が中立的かどうかについては繰り返し論争の対象になってきた。たとえば，中立性が成り立つためには経済主体が「貨幣錯覚（money illusion）」に陥っていないこと，すなわち消費者の需要関数が名目価格と金融資産の初期保有量に関して0次同次であることが必要であると言われてきた（Patinkin, 1965）。ただし，これは現在価格に関する将来価格の予想の弾力性が1であるとの暗黙の前提の上に成り立つ議論であり，将来価格の予想の形成に関しては議論の余地が残された。（これについてはGrandmont（1983）が詳しい。）一方ルーカスは合理的期待形成を仮定して貨幣の中立性について考察し（Lucas, 1972），消費者が一般物価の変動と相対価格の変動を区別できないならば，貨幣が非中立的になることを示した。彼のモデルによると，消費者に予期される貨幣数量の変化は実物変数に影響を与えない，つまり金融政策は無効になるという結論が導出される（Sargent and Wallace, 1975）。

この金融政策無効命題，すなわち「合理的期待形成のもとでは予期される貨幣数量の変化は中立的である」という命題に関しても，理論，実証の両面から賛否両論が提出されてきた。たとえばフィッシャー（Fischer, 1977）は，長期の労働契約によって名目賃金の水準が固定されるというモデ

＊　本稿の作成にあたっては財団法人 清明会から助成を頂いた。ここに深く謝意を表したい。

ルを用いて上記命題が成り立たないことを示したし，フェルドシュタイン（Feldstein, 1982）は，名目変数に依存する税体系（利子所得への課税が名目利子に対して課されることなど）に注目して非中立命題を導出した。

本稿では，金融市場で取引される証券の来期の支払額が貨幣単位で測られる名目資産を用いることにより，貨幣の非中立性を導出する。来期の貨幣供給量の変化により一般物価水準が変化すると名目資産の実質収益率が変化し，それが貨幣の非中立命題を成り立たせるわけである。ただし第4節でみるように，金融市場の不完備性も非中立命題を導くために必要な条件である。名目資産は不完備な金融市場と組み合わされることにより，はじめて貨幣の非中立性を産み出すことになる。

本稿で扱ったモデルは Magill and Quinzii (1992) によって考案され，彼らはそれを一般の不確実性が存在する経済に当てはめて貨幣の非中立性命題を導出した（Theorem 3(b)）。それに対して本稿では，来期の貨幣供給量の変化のみを不確実性の源泉と考える。そしてこのように限定された状態のもとでも貨幣の非中立性が成り立つことが示される（定理1）。（これらの命題には「ほとんどすべての経済においては」という限定がつくので，一般の状況で証明できたからといって特殊な状況でも成立するとは限らない。）さらに，来期の貨幣供給量の変化のみを不確実性の源泉と考えることにより，本稿では金融政策の効率性について議論することが可能になっている。そこでの結論は，パレート最適を達成するためには今期から来期にかけての貨幣供給量の成長率を一定にすることが必要十分であるということである（定理2，3）。つまり金融市場が不完備であれば，来期の貨幣供給量をランダムに動かすことは，たとえその確率分布が公表されていたとしても，パレート最適な配分をもたらさないことがわかる。

以下，本稿はつぎのように構成される。第2節ではモデルが提示され，基本的な仮定が述べられる。第3節では簡単な例を用いて主要な結論を示し，第4節ではその例を用いて金融市場の完備性，不完備性について説明する。一般の分析は第5節（貨幣の非中立性）と第6節（金融政策の効率性）で行われる。

2　モデルの構造と仮定

今期と来期の二期から成る純粋交換経済を考え，来期の貨幣供給量の変化のみが経済主体にとって知られていないと考える。すなわち，来期の貨幣供給量はランダムな値を取る可能性があるが，各消費者の来期の財の初期賦存量と選好は来期の状態（つまり来期の貨幣供給量）に依存しないものとする。また，すべての財は今期から来期へ持ち越すことのできない非耐久財であり，各期において貨幣が交換手段および価値尺度の基準として用いられる。このうち前者についてはクラウアー流のキャッシュ・イン・アドバンス制約を想定し，後者については財および債券の価格がすべて貨幣単位（円）で表示されるものと仮定する。

今期を $t=0$ と呼び，来期を $t=1$ と呼ぶ。来期の貨幣供給量は S 個の異なる値をとる可能性があり，そのそれぞれの値が実現する状態を $s=1,2,\cdots,S$ の事象と呼んで区別する。各事象の実現する確率はどの消費者にも知られていて，それらを $\pi_s>0$, $s=1,\cdots,S$ で表わす ($\sum_{s=1}^{S}\pi_s=1$)。また各期には $j=1,2,\cdots,J$ の添え字で区別される J 種の消費財が存在し，すでに述べたようにそれらは次期に持ち越して消費することができない。さらに，今期から来期への価値の移転手段として価格 q の債券を考える。これは，今期その1単位を保有していれば来期どの状態が生じても1円を受け取れる，という証券である（割引債を考えればよい）。このとき名目利子率は $\dfrac{1}{q}-1$ となる。

消費者は H 人 ($H>1$) で $h=1,2,\cdots,H$ の添え字で区別される。消費者 h の今期の j 財の消費量を $c_{h0}^{j}\geq 0$, 来期，事象 s が実現したときの j 財の消費量を $c_{hs}^{j}\geq 0$ と書き，消費ベクトルを $c_{hs}=(c_{hs}^{1},\cdots,c_{hs}^{J})^{T}$, $s=0,1,\cdots,S$, $c_h=(c_{h0},c_{h1},\cdots,c_{hS})$, 消費財の配分を $c=(c_1,\cdots,c_H)$ のように定義する。また消費者 h の債券の保有量を θ_h で表し $\theta=(\theta_1,\cdots,\theta_H)$ と定義する。ここで債券は売り買いの両方が可能なので θ_h は正負のどんな値もとれるものと考える。さらに消費者 h の今期と来期の財の初期賦存量ベクトルを，消費ベクトルに倣って $e_{hs}=(e_{hs}^{1},\cdots,e_{hs}^{J})^{T}$, $s=0,1,\cdots,S$, $e_h=(e_{h0},e_{h1},\cdots,e_{hS})$, 初期賦存量の配分を $e=(e_1,\cdots,e_H)$ と定義する。これはどの要素も厳密に正の値をとるものとする。来期の財の初期賦存量が来期の状態に依存しないことを示しているのがつぎの仮定である。

仮定 1 $e_{h1}=\cdots=e_{hS}$, $h=1,\cdots,H$

また，消費者の選好については以下のことを仮定する。

仮定 2 どの消費者 h の選好も連続な効用関数 $u_h(c_h)$ で表現可能であり，それが $u_h(c_h)=\sum_{s=1}^{S}\pi_s v_h(c_{h0},c_{hs})$ のように期待効用の形で書き表せる。さらに $v_h(c_{h0},c_{hs})$ はつぎの性質を満たす。(1)

(a) R_{++}^{2J} 上で2回連続微分可能。

(b) 任意の $(c_{h0},c_{hs})\in R_{++}^{2J}$ に対して $Dv_h(c_{h0},c_{hs})\gg 0$。(2)

(c) 任意の $(c_{h0},c_{hs})\in R_{++}^{2J}$ に対して $D^2v_h(c_{h0},c_{hs})$ は負値定符号をとる。(3)

(d) 任意の $(c_{h0},c_{hs})\in R_{++}^{2J}$ に対して $\{(c'_{h0},c'_{hs})\in R_{++}^{2J}\mid v_h(c'_{h0},c'_{hs})\geq v_h(c_{h0},c_{hs})\}\subset R_{++}^{2J}$。

仮定 (b) は限界効用が正であることを，仮定 (c) は効用関数が凹関数であることを意味している。仮定 (d) は消費者の効用最大化問題の解が内点解になることを保証する条件である。

---

(1) $v_h(c_{h0},c_{hs})$ の関数形が s に依存しないことで，選好が来期の状態に依存しないことが意味されている。

(2) $Dv_h(c_{h0},c_{hs})=\left(\dfrac{\partial v_h}{\partial c_{h0}^{1}},\dots,\dfrac{\partial v_h}{\partial c_{h0}^{J}},\dfrac{\partial v_h}{\partial c_{hs}^{1}},\dots,\dfrac{\partial v_h}{\partial c_{hs}^{J}}\right)$

(3) $D^2v_h(c_{h0},c_{hs})$ は $v_h(c_{h0},c_{hs})$ のヘッセ行列。

さて市場の構造はつぎのようになっている。消費者はまず今期の期首に各自の初期賦存財すべてを中央交換所に売り，その見返りに貨幣を受け取る。そのあと債券を消費者同士で取引し，今期末に手持ちの貨幣を使って中央交換所から消費財を購入し消費する。来期になると，1から S までのある事象が実現し，中央交換所への貨幣供給量が明らかになると，再び各消費者は初期賦存財を中央交換所に売って貨幣を受け取り，さらに債券の元利合計を貨幣で受け取り，期末に中央交換所から消費財を購入して消費する（図を参照のこと)。これは Magill and Quinzii (1992) が考案した方法で，消費者は各期末に手持ちの貨幣を使って中央交換所から消費財を購入しなければならないので，一種のキャッシュ・イン・アドバンス制約を考えていることになる。またこれは，流通速度を1として貨幣数量説が成り立っている状況とも考えられる。そして金融当局は中央交換所から供給される貨幣数量を調節することにより，経済に流れ込む貨幣数量をコントロールし，一般物価水準を変化させることが可能になる。貨幣を今期から来期に持ち越すことは認められていない。(第5節の最後のパラグラフを参照せよ。) 今期の消費財の価格ベクトルを $p_0=(p_0^1, \cdots, p_0^l)$，来期，事象 s のときの価格ベクトルを $p_s=(p_s^1, \cdots, p_s^l)$，$s=1, \cdots, S$，$p=(p_0, p_1, \cdots, p_S)$ と書くことにする。また，各期における貨幣供給量のベクトルを $M=(M_0, M_1, \cdots, M_S)$ とする。ここで，M_0 は今期の貨幣供給量，$M_s\,(s=1, \cdots, S)$ は来期の事象 s に対応する貨幣供給量をあらわしている。貨幣供給量が M である経済を $\mathscr{E}(M)$ で表わす。

各消費者は合理的期待形成を行ない，将来の価格および貨幣供給量に関して完全予見が可能，すなわちどの事象が実現するかは知らないが，それぞれの事象が実現した場合の価格と貨幣供給量は知っているものと仮定する。したがって消費者の解くべき効用最大化問題は，p，q を所与として

$$
\begin{aligned}
&\max_{c_h, \theta_h} u_h(c_h) \\
(1) \qquad &\textit{subject to } p_0(c_{h0}-e_{h0})=-q\theta_h \\
&\qquad p_s(c_{hs}-e_{h1})=\theta_h, \quad s=1, \cdots, S
\end{aligned}
$$

となる。予算制約式は全部で $S+1$ 本，つまり今期の制約式が1本，来期の制約式は各事象に応じて一本ずつある。これだけの準備のもとで，貨幣的均衡を定義する。

定義　経済 $\mathscr{E}(M)$ における**貨幣的均衡**とは，つぎの (a), (b), (c), (d) を満たす財，債券価格および財，債券の配分の組 $(p, q; c, \theta)$ のことである。

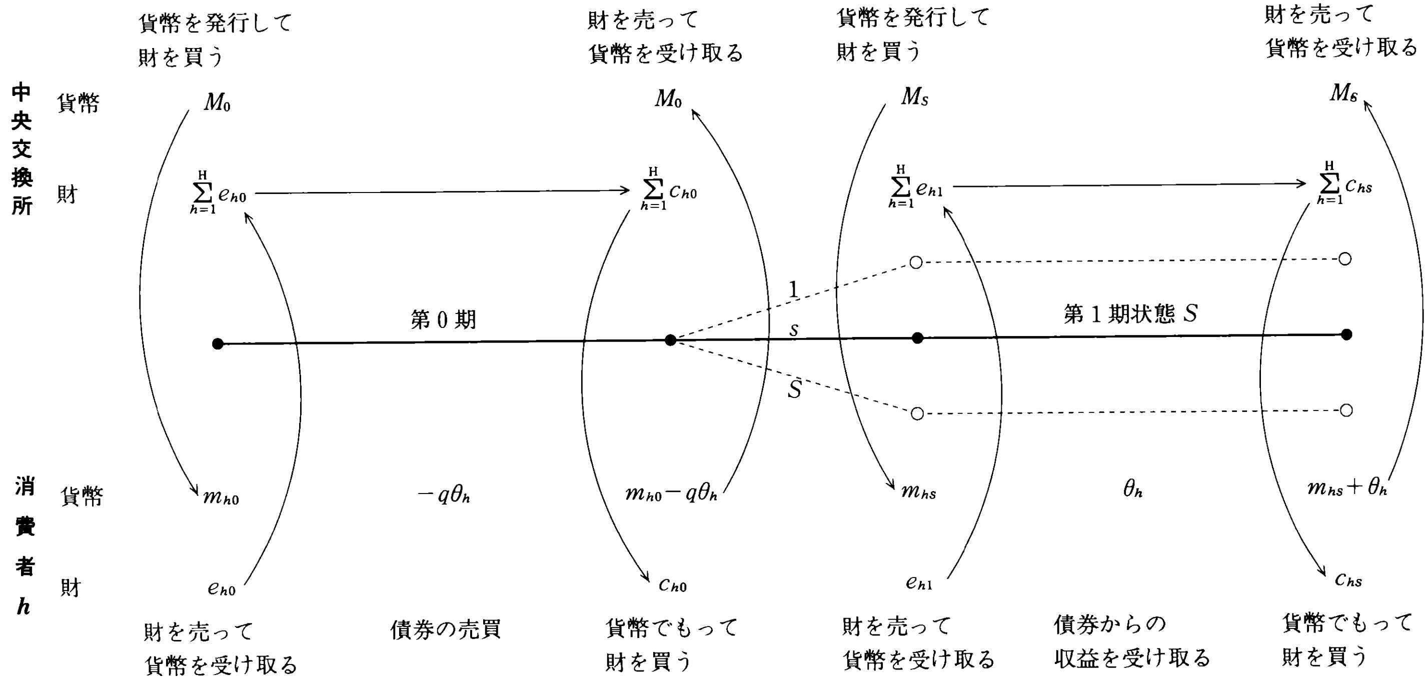
(a)　どの消費者の (c_h, θ_h) も (1) の解である。

(b)　$\sum_{h=1}^{H}(c_h-e_h)=0$

(c)　$\sum_{h=1}^{H}\theta_h=0$

(d)　$p_s\sum_{h=1}^{H}c_{hs}=M_s, \quad s=0, 1, \cdots, S$

(a) は消費者の主体的均衡条件，(b) は財市場の需給均衡条件，(c) は債券市場の需給均衡条件，



市場の構造

(Magill and Quinzii, 1996, の図をもとに作成)

(d) はキャッシュ・イン・アドバンス制約である。

仮定2より，条件 (a) はつぎの一階の条件を用いて記述することも可能となる。

$$\sum_{s=1}^{S} \pi_s D_0 \nu_h(c_{h0}, c_{hs}) = \mu_{h0} p_0$$

$$\pi_s D_1 \nu_h(c_{h0}, c_{hs}) = \mu_{hs} p_s, \quad s=1, \cdots, S$$

$$\mu_{h0} q = \mu_{h1} + \cdots + \mu_{hS}$$

$$p_s(c_{hs} - e_{h1}) = \theta_h, \quad s=1, \cdots, S$$

ここで μ_{h0}, μ_{h1}, μ_{hS} は $S+1$ 本の予算制約式それぞれに対応するラグランジュの乗数，$D_0\nu_h(c_{h0}, c_{hs}) = \left(\frac{\partial \nu_h}{\partial c_{h0}^1}, \ldots, \frac{\partial \nu_h}{\partial c_{h0}^l}\right)$, $D_1\nu_h(c_{h0}, c_{hs}) = \left(\frac{\partial \nu_h}{\partial c_{hs}^1}, \ldots, \frac{\partial \nu_h}{\partial c_{hs}^l}\right)$ である。

また，貨幣が中立的であることを厳密に定義するとつぎのようになる。

定義　$(p, q; c, \theta)$ を経済 $\mathscr{E}(M)$ の任意の貨幣的均衡とする。このとき任意の M' に対してある p', q', θ' が存在し，$(p', q'; c, \theta')$ が経済 $\mathscr{E}(M')$ の貨幣的均衡になるならば，この経済において**貨幣が中立的である**という。

3　貨幣的均衡の例

本節では貨幣の非中立性が成り立つことを，簡単な例を解くことにより具体的に示そうと思う。本節の結論は第5節で一般化される。

来期の事象が二つ（α と β とする）で，それらの生起確率を $\pi_\alpha = \frac{1}{3}$, $\pi_\beta = \frac{2}{3}$ とする。さらに消費者が2人，財の種類が一つで，財の初期賦存量ベクトルについては $e_1 = (1, 2, 2)$, $e_2 = (2, 1, 1)$ のように特定化する。また

$$\nu_h(c_{h0}, c_{hs}) = -(c_{h0} - X)^2 - (c_{hs} - X)^2 \quad (X \text{ は十分大きな定数})$$

とする。（この $\nu_h(c_{h0}, c_{hs})$ は仮定2を完全には満たさないが，均衡の性質を見るうえでは問題はない。）すると効用関数は

$$u_h(c_h) = -(c_{h0} - X)^2 - \frac{1}{3}(c_{h\alpha} - X)^2 - \frac{2}{3}(c_{h\beta} - X)^2$$

と書ける。以下ではこの経済の貨幣的均衡を具体的に計算していく。

(1) の効用最大化問題における予算制約式は

$$p_0(c_{h0} - e_{h0}) = -q\theta_h$$

$$p_\alpha(c_{h\alpha} - e_{h1}) = \theta_h$$

$$p_\beta(c_{h\beta} - e_{h1}) = \theta_h$$

と書けるが，これらを c_{h0}, $c_{h\alpha}$, $c_{h\beta}$ について解き，効用関数に代入することにより消費者の効用最大化問題は

$$\max_{\theta_h} -(e_{h0}-\frac{q\theta_h}{p_0}-X)^2-\frac{1}{3}(e_{h1}-\frac{\theta_h}{p_\alpha}-X)^2-\frac{2}{3}(e_{h1}-\frac{\theta_h}{p_\beta}-X)^2$$

となる。この問題は $A=\frac{q^2}{p_0^2}+\frac{1}{3p_\alpha^2}+\frac{2}{3p_\beta^2}$ とおいて

(2) $\theta_1=\frac{(1-X)q}{Ap_0}-\left(\frac{1}{3p_\alpha}+\frac{2}{3p_\beta}\right)\frac{2-X}{A}$

(3) $\theta_2=\frac{(2-X)q}{Ap_0}-\left(\frac{1}{3p_\alpha}+\frac{2}{3p_\beta}\right)\frac{1-X}{A}$

と解ける。

ここでまず貨幣的均衡の条件の (b) と (d) を使うと

(4) $p_0=M_0/3$

(5) $p_\alpha=M_\alpha/3$

(6) $p_\beta=M_\beta/3$

のように均衡における財価格を決定できる。つまり，今期と来期の貨幣供給量が与えられると各期の物価水準が決定される。さらに (b) は (c) が満たされれば予算制約式より自動的に満たされる（ワルラス法則）ことに注意すると，均衡における債券の価格 q が条件 (c) $\theta_1+\theta_2=0$ に (2)，(3) を代入することより求められる。すなわち

$$\frac{(1-X)q}{Ap_0}-\left(\frac{1}{3p_\alpha}+\frac{2}{3p_\beta}\right)\frac{2-X}{A}+\frac{(2-X)q}{Ap_0}-\left(\frac{1}{3p_\alpha}+\frac{2}{3p_\beta}\right)\frac{1-X}{A}=0$$

を整理して得られる

(7) $\frac{q}{p_0}=\frac{1}{3p_\alpha}+\frac{2}{3p_\beta}$

を解けば q が求められる。次にこれらの $(p_0, p_\alpha, p_\beta, q)$ を (2)，(3) 式に代入して (θ_1, θ_2) を求め，さらに予算制約式から $(c_{h0}, c_{h\alpha}, c_{h\beta})_{h=1}^2$ が求められる。

たとえば $M=(2, 3, 3)$ ならば貨幣的均衡における配分は $(c_{10}, c_{1\alpha}, c_{1\beta}, c_{20}, c_{2\alpha}, c_{2\beta})=(1.5, 1.5, 1.5, 1.5, 1.5, 1.5)$ に一意的に決まるし， $M=(2, 3, 4)$ ならば $(c_{10}, c_{1\alpha}, c_{1\beta}, c_{20}, c_{2\alpha}, c_{2\beta})=(\frac{151}{101}, \frac{142}{101}, \frac{157}{101}, \frac{152}{101}, \frac{161}{101}, \frac{146}{101})$ に一意的に決まる。したがって，貨幣供給量 M を変えることにより均衡における財の配分が変わる，すなわち貨幣の非中立性が成り立つことが言える。さらに配分 $(1.5, 1.5, 1.5, 1.5, 1.5, 1.5)$ はパレート最適であるが，$(\frac{151}{101}, \frac{142}{101}, \frac{157}{101}, \frac{152}{101}, \frac{161}{101}, \frac{146}{101})$ はパレート最適ではないことも示すことができる（第 6 節の定理 2， 3 を見よ）。

4　市場の完備性

前節では簡単な例を用いて「貨幣の非中立性」を確かめた。実は，この結論を導きだす上で本質

的な役目を果たしているのが「金融市場の不完備性」と呼ばれる性質である。このことを確認することが本節の目的である。

本稿のモデルでは，金融市場は今期から来期への富の移転を行う機能を果たしている。その移転が経済主体の望み通りに行われる状態を指す言葉が「金融市場の完備性」である。たとえば「完備な」金融市場が存在するならば「来期 α が生じたときには200万円，β が生じたときには100万円の資産を持っていたい」という望みが叶えられることになる。しかし，前節の例ではこの望みは叶えられない。なぜならば，そこでは価格 q の債券が金融市場で取引される唯一の証券なので，今期その債券をいくら購入しようが，来期の資産は α が生じても β が生じても同額にならざるを得ないからである。(4) したがってこの金融市場は「不完備」である。

今ここで前節の金融市場を「完備」にしてみよう。それには今期の価格が r で，それを1単位持っていれば来期の事象が α のとき1円を受け取れるが，β なら何も受け取れないという証券が新たにこの金融市場で取引されるようにすればよい。(5) なぜならば，このときどんな I_1，I_2 を選んできても，今期，債券を I_2 単位，新しい証券を I_1-I_2 単位購入すれば，来期 α が生じたときには I_1 円，β が生じたときには I_2 円の資産を持つことが可能になるからである。

このようにして「完備化」された金融市場を持つ経済を考えると，貨幣の「中立性」が成り立つことを以下のように示すことができる。

この経済を $\mathscr{E}(M)$ と書くことにする。θ_h で今まで通り消費者 h の債券への投資量をあらわし，η_h で新たに加わった証券への投資量をあらわすことにすれば，この金融市場に直面した消費者の効用最大化問題は

$$
\begin{aligned}
&\max_{c_h,\theta_h,\eta_h} u_h(c_h)=-(c_{h0}-X)^2-\frac{1}{3}(c_{h\alpha}-X)^2-\frac{2}{3}(c_{h\beta}-X)^2\\
(8)\qquad &\textit{subject to}\ \ p_0(c_{h0}-e_{h0})=-q\theta_h-r\eta_h\\
&\qquad\qquad p_\alpha(c_{h\alpha}-e_{h1})=\theta_h+\eta_h\\
&\qquad\qquad p_\beta(c_{h\beta}-e_{h1})=\theta_h
\end{aligned}
$$

と書ける。そして経済 $\mathscr{E}(M)$ における貨幣的均衡は，つぎの (a), (b), (c), (d), (e) を満たす $(p, q, r; c_1, c_2, \theta_1, \theta_2, \eta_1, \eta_2)$ として定義される。

(a) どの消費者の (c_h, θ_h, η_h) も (8) の解である。

(b) $c_1+c_2=e_1+e_2$

(c) $\theta_1+\theta_2=0$

(d) $\eta_1+\eta_2=0$

(e) $p_0(c_{10}+c_{20})=M_0$, $p_\alpha(c_{1\alpha}+c_{2\alpha})=M_\alpha$, $p_\beta(c_{1\beta}+c_{2\beta})=M_\beta$

(4) これは，債券が安全資産であることの言い換えにすぎない。

(5) 以下の議論から明らかなように，来期の収益が事象 α のときと事象 β のときで異なる証券ならば，どんな証券を導入してもここでの金融市場を完備化できる。

以下ではつぎの主張を示すことにより，経済 $\mathscr{E}(M)$ で貨幣の中立性が成り立つことを示す。(6)

主張　どんな M に対しても，経済 $\mathscr{E}(M)$ の貨幣的均衡においては $c_1=c_2=(1.5, 1.5, 1.5)$ となる。

この主張は，任意の M に対して $\mathscr{E}(M)$ の貨幣的均衡を直接計算することで確かめられる。また，同様の定理はより一般の場合についても証明されている（たとえば Magill and Quinzii (1996) の命題 35.4 を見よ）。ここでは一般の定理の証明になるべく沿うような形で上の主張を確認してみる。

効用最大化問題 (8) のラグランジュ関数を

$$\Lambda=-(c_{h0}-X)^2-\frac{1}{3}(c_{h\alpha}-X)^2-\frac{2}{3}(c_{h\beta}-X)^2-\mu_{h0}(p_0(c_{h0}-e_{h0})+q\theta_h+r\eta_h)$$
$$-\mu_{h\alpha}(p_\alpha(c_{h\alpha}-e_{h1})-\theta_h-\eta_h)-\mu_{h\beta}(p_\beta(c_{h\beta}-e_{h1})-\theta_h)$$

とおくと，一階の条件は

(9)　$-2(c_{h0}-X)-\mu_{h0}\,p_0=0$

(10)　$-\frac{2}{3}(c_{h\alpha}-X)-\mu_{h\alpha}\,p_\alpha=0$

(11)　$-\frac{4}{3}(c_{h\beta}-X)-\mu_{h\beta}\,p_\beta=0$

(12)　$-\mu_{h0}\,q+\mu_{h\alpha}+\mu_{h\beta}=0$

(13)　$-\mu_{h0}r+\mu_{h\alpha}=0$

(14)　$p_0(c_{h0}-e_{h0})+q\theta_h+r\eta_h=0$

(15)　$p_\alpha(c_{h\alpha}-e_{h1})-\theta_h-\eta_h=0$

(16)　$p_\beta(c_{h\beta}-e_{h1})-\theta_h=0$

となる。

このとき $\lambda_\alpha=\mu_{h\alpha}/\mu_{h0}$，$\lambda_\beta=\mu_{h\beta}/\mu_{h0}$ と定義すれば，(12)，(13) より

$$\begin{pmatrix} q \\ r \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \lambda_\alpha \\ \lambda_\beta \end{pmatrix}$$

となるので，λ_α，λ_β は h に依存しない。すると (9)，(10)，(11) より

(17)　$\frac{c_{h0}-X}{p_0}=\frac{c_{h\alpha}-X}{3\lambda_\alpha p_\alpha}=\frac{2(c_{h\beta}-X)}{3\lambda_\beta p_\beta}$

が，(12)，(13)，(14)，(15)，(16) より

(18)　$p_0(c_{h0}-e_{h0})+\lambda_\alpha p_\alpha(c_{h\alpha}-e_{h1})+\lambda_\beta p_\beta(c_{h\beta}-e_{h1})=0$

がいえる。

(17) より

（6）　第 2 節の仮定のもとでは経済 $\mathscr{E}(M)$ に少なくとも一つ貨幣的均衡が存在する。

$$\frac{\lambda_\beta p_\beta}{2\lambda_\alpha p_\alpha}=\frac{c_{1\beta}-X}{c_{1\alpha}-X}=\frac{c_{2\beta}-X}{c_{2\alpha}-X}$$

が言えるが，貨幣的均衡の条件 (b) より $c_{1\alpha}+c_{2\alpha}=c_{1\beta}+c_{2\beta}=e_{11}+e_{21}=3$ でなくてはならないことより $\lambda_\beta p_\beta=2\lambda_\alpha p_\alpha$ となる。したがって $c_{1\alpha}=c_{1\beta}$, $c_{2\alpha}=c_{2\beta}$ となり，(18) は

$$p_0(c_{h0}-e_{h0})+3\lambda_\alpha p_\alpha(c_{h\alpha}-e_{h1})=0$$

と書ける。この式と (17) の前半，および均衡条件の (b) を使うと $p_0=3\lambda_\alpha p_\alpha$ が導かれ，それより $c_1=c_2=(1.5, 1.5, 1.5)$ が示される。

以上の推論では均衡条件の (e) を用いなかったので，結局 $\mathscr{E}(M)$ の貨幣的均衡では $c_1=c_2=(1.5, 1.5, 1.5)$ が言えたことになる。

5　貨幣の非中立性

本節は，第 3 節の例で得られた結論を，第 2 節の一般のモデルで示すことを目的としている。本節の主張はつぎの定理に要約できる。

定理 1　ほとんどすべての経済において貨幣は非中立的である。とくに，貨幣供給量 M をいろいろ動かすことにより実現される貨幣的均衡での財配分の全体は $S-1$ 次元の不決定性を持つ。

定理の主張で「$S-1$ 次元の不決定性を持つ」というのは，貨幣的均衡での財配分の全体が $S-1$ 次元の空間と同じだけの自由度を持つという意味である[(7)]。第 3 節の例は $S=2$ のケースなので，M をいろいろ動かすことにより，貨幣的均衡における財配分の集合が 1 次元の自由度を持つことが確かめられる。

なお「ほとんどすべての経済において」という但し書きが付いているが，これは極くまれに定理の主張が成り立たない場合があるからである。たとえば第 3 節の例において財の初期賦存量ベクトルを $e_1=(1.5, 1.5, 1.5)$, $e_2=(1.5, 1.5, 1.5)$ と特定化すれば，どのような M に対しても貨幣的均衡における財の配分は $(c_{10}, c_{1\alpha}, c_{1\beta}, c_{20}, c_{2\alpha}, c_{2\beta})=(1.5, 1.5, 1.5, 1.5, 1.5, 1.5)$ に一意的に決定されることを示すことができる。定理 1 は，このようなことは極くまれにしか生じないと主張している。

さて，定理 1 はサン・スポット経済に関するある補題を応用することにより簡単に証明できる。「サン・スポット」とは太陽黒点のことであるが，不確実性の経済学の文脈では「経済の基礎的要件（消費者の選好，財の初期賦存量，企業の技術）と無関係な，予測不可能な動きを示すもの」という意

(7)　とくに非貨幣的均衡の配分は無数に存在する。より厳密な定義については以下の補題およびその脚注を見よ。

味で使われる。たとえば将来の技術進歩は「サン・スポット」ではないが，来年の日本シリーズの優勝チームは「サン・スポット」である。本稿のモデルでは，来期の貨幣供給量がこれに対応している。来期の貨幣供給量は各消費者にとって予測不可能（確率分布は知られているが実際にどれだけになるかは今期にはわからない）であり，かつそれは消費者の選好や財の初期賦存量に影響を与えないからである（第2節の仮定を見よ）。

定義　貨幣的均衡の条件 (a) - (d) のうち，(d) を除いた (a), (b), (c) だけを満たす $(p, q; c, \theta)$ を**非貨幣的均衡**と呼ぶ。

補題1 (Cass, 1992)

財の初期賦存量の配分 $(e_1, \cdots, e_H)$ の集合を X で表わす。すなわち

$$X=\left\{(e_1, \cdots, e_H) \in R_{++}^{IH(S+1)} \middle| e_{h1}=e_{h2}=\cdots=e_{hs} \ \forall h\right\}$$

とする。このとき X の開かつ稠密なある部分集合 X' が存在し，その中からどんな $(e_1, \cdots, e_H) \in X'$ を選んできても，それを財の初期賦存量ベクトルとする経済の非貨幣的均衡の財配分は $S-1$ 次元の不決定性を持つ。[8]

補題2 (Suda, Tallon and Villanacci, 1992)

全消費者のフォン・ノイマン＝モルゲンシュテルン効用関数 $(\nu_1, \cdots, \nu_H)$ の集合を V で表わす。このとき V の開かつ稠密なある部分集合 V' が存在し，[9] その中からどんな $(\nu_1, \cdots, \nu_H) \in V'$ を選んできても，それを財の初期賦存量ベクトルとする経済の非貨幣的均衡の財配分は $S-1$ 次元の不決定性を持つ。[10]

補題1または2を使うと，貨幣的均衡の条件 (a) - (c) を満たす $(c_1, \cdots, c_H)$ の集合は $S-1$ 次元の不決定性を持つことがわかる。そして，その中の任意の非貨幣的均衡 $(p, q; c, \theta)$ は，(d) を満たすように $M=(M_0, M_1, \cdots, M_S)$ を構成してやれば，その M に関して $\mathscr{E}(M)$ の貨幣的均衡となる。したがって貨幣的均衡の財配分全体の集合は $S-1$ 次元の不決定性を持つことになり，c が異なると (d) を満たす M は一般に異なってくるので貨幣の非中立性が示される。

---

(8)　厳密には，非貨幣的均衡の配分の集合が $S-1$ 次元の多様体を含む，ことが示される。

(9)　V の正確な構成の仕方，およびその位相については Suda, Tallon and Villanacci (1992) を見よ。そこではさらにいくつかの仮定が追加されている。

(10)　厳密には，非貨幣的均衡の配分の集合が，$S-1$ 次元の多様体の C^1 かつ単射な写像による像を含む，ことが示される。

ここで債券の名目利子率について一つ注意をしておく。$(p, q; c, \theta)$ を貨幣的均衡とすると，$\frac{1}{q}-1$ が名目利子率となることは前に述べた。もしこれが負になるのなら（つまり $q>1$ なら），債券に投資することにより資産の名目価値が目減りしてしまう。本稿では貨幣は計算単位と交換手段のみの役割を与えられ，今期から来期への貨幣の貯蔵は禁止されているから問題はないが，もしそれが認められるのであれば名目利子率が負になる債券は誰も所有したがらないであろう。そのときには名目利子率が正になる均衡と負になる均衡とで貨幣の役割が違ってくるわけである。ただし $(p, q; c, \theta)$ が経済 $\mathscr{E}(M)$ の貨幣的均衡であるならば，M_0 を M_0/α に変えて経済 $\mathscr{E}(M_0/\alpha, M_1, \cdots, M_S)$ を考えることにより $(p_0/\alpha, p_1, \cdots, p_S, q/\alpha; c, \theta)$ をその経済の貨幣的均衡にすることができる。つまり配分 c がある経済の貨幣的均衡として実現されるのであれば，貨幣供給量を動かすことによりその配分を $q<1$ であるような均衡としても実現できる。したがって，今期から来期への貨幣の貯蔵を認めたとしても，貨幣の非中立性という結論は変わらない。

6　金融政策の効率性

前節では金融政策，すなわち貨幣供給量の変化が実物的な影響を持つことを示した。本節では，そのうちのどの金融政策がパレート最適な配分を実現できるのかについて考察する。本節の主張はつぎの二つの定理にまとめられる。

定理 2　ほとんどすべての経済において，経済 $\mathscr{E}(M)$ の貨幣的均衡 $(p, q; c, \theta)$ がパレート最適であるならば $M_1=M_2=\cdots=M_S$ である。

定理 3　$M_1=M_2=\cdots=M_S$ ならば経済 $\mathscr{E}(M)$ の貨幣的均衡でパレート最適なものが必ず存在する。

定理 2 に「ほとんどすべての経済において」という条件が付くのはつぎの理由による。もし財の初期賦存量ベクトルをそのまま消費することによりパレート最適が達成されるならば，どんな M に対しても貨幣的均衡における財配分は初期賦存量ベクトルそのものになる。[11] したがってこのときには貨幣的均衡がパレート最適であるからといって $M_1=M_2=\cdots=M_S$ であるとは限らない。

定理 2 を証明するに先立って，つぎの補題を証明しておく。

補題 3　経済 $\mathscr{E}(M)$ の貨幣的均衡 $(p, q; c, \theta)$ がパレート最適であるならば，どの消費者について

(11)　貨幣的均衡においては，どの消費者も初期賦存量をそのまま消費したときの効用と等しいかまたはより高い効用の状態にある。よって効用関数の強い凹性と初期賦存量ベクトルがパレート最適ということより，初期賦存量ベクトル自体が唯一の貨幣的均衡となることがわかる。

も来期の消費ベクトルは来期の事象に依存しない。すなわち

$$c_{hs}=c_{hs'} \quad \forall h, \forall s, s'=1, \cdots, S$$

が成立する。

この補題はよく知られた結果であるが（たとえば Cass (1989), Proposition 3), 簡単なので証明を載せておく。

証明　仮にある消費者 $\bar{h}$ とある s, s'について $c_{\bar{h}s} \neq c_{\bar{h}s'}$ であったとしてみよう。このとき新たな配分 $c'=(c'_1, \cdots, c'_H)$ を

$$c'_{h0}=c_{h0} \qquad h=1, \cdots, H$$

$$c'_{hs}=\textstyle\sum_{\sigma=1}^{S} \pi_\sigma c_{h\sigma} \qquad h=1, \cdots, H, \ s=1, \cdots, S$$

で定義すれば, c' は実現可能でしかも

$$u_{\bar{h}}(c'_{\bar{h}}) > u_{\bar{h}}(c_{\bar{h}})$$

$$u_h(c'_h) \geq u_h(c_h) \qquad h=1, \cdots, H$$

が言える。これはもともとの配分がパレート最適であることに矛盾する。　（証明終り）

さて，このパレート最適な貨幣的均衡においては，通常は少なくとも一人の消費者は債券を購入しているものと考えられる。これを厳密に示したのがつぎの補題である。

補題 4　ほとんどすべての経済において，パレート最適な貨幣的均衡における債券の取引量は 0 でない。つまりある消費者 h が存在して，$\theta_h \neq 0$ である。

この補題は Cass (1992, Proposition 1 と Lemma 2) および Suda, Tallon and Villanacci (1992, Theorem 1) で証明されているので参照していただきたい。なお,「ほとんどすべての経済」とは, Cass (1992) では補題 1 で述べた意味, Suda, Tallon and Villanacci (1992) では補題 2 で述べた意味である。

以上の準備のもとで定理 2 を証明しよう。

証明　$(p, q; c, \theta)$ が経済 $\mathscr{E}(M)$ の貨幣的均衡のとき,

$$p'_0=p_0/q, \quad p'=(p'_0, p_1, \cdots, p_S)$$

$$M'_0=M_0/q, \quad M'=(M'_0, M_1, \cdots, M_S)$$

とおくと[(12)] $(p', 1; c, \theta)$ が経済 $\mathscr{E}(M')$ の貨幣的均衡となる。よって以下では，一般性を失うことなく $q=1$ として話を進めていく。

まず補題3より $c_{hs}=c_{hs'}\quad \forall h, \forall s, s'=1, \cdots, S$ である。また補題4より，ほとんどすべての経済において，ある消費者 h については $\theta_h \neq 0$ である。このとき貨幣的均衡において彼が効用最大化問題を解いていることから，それを一階の条件で書き表すと

$$D_0 \nu_h(c_{h0}, c_{h1})=\mu_{h0} p_0$$

(19) $\pi_s D_1 \nu_h(c_{h0}, c_{h1})=\mu_{hs} p_s, \quad s=1, \cdots, S$

(20) $\mu_{h0}=\mu_{h1}+\cdots+\mu_{hS}$

$$p_0(c_{h0}-e_{h0})=-\theta_h$$

(21) $p_s(c_{h1}-e_{h1})=\theta_h, \quad s=1, \cdots, S$

となる。そして $\lambda_s=\mu_{hs}/\mu_{h0},\ s=1, \cdots, S$ とおけば，(19) より

(22) $\dfrac{\lambda_1 p_1}{\pi_1}=\dfrac{\lambda_2 p_2}{\pi_2}=\cdots=\dfrac{\lambda_S p_S}{\pi_S}$

また (21) より

$$\frac{\lambda_1 p_1}{\pi_1}(c_{h1}-e_{h1})=\frac{\lambda_1}{\pi_1}\theta_1$$

$$\cdots$$

$$\frac{\lambda_S p_S}{\pi_S}(c_{h1}-e_{h1})=\frac{\lambda_S}{\pi_S}\theta_1$$

となる。(22) よりこれらの式の左辺はすべて等しいので，$\theta_h \neq 0$ を使うと $\lambda_1/\pi_1=\cdots=\lambda_S/\pi_S$，そして (20) によって $\lambda_s=\pi_s,\ s=1, \cdots, S$ となる。これを (22) に代入すれば $p_1=\cdots=p_S$ が言える。これと貨幣的均衡の条件 (d) より $M_1=M_2=\cdots=M_S$ が示される。　（証明終り）

定理3はつぎのようにして証明される。

証明　まず，$M_1=M_2=\cdots=M_S$ となっている経済 $\mathscr{E}(M)$ と同じ構造で不確実性のない純粋交換経済を取り上げて，そこでのワルラス均衡を考える。すなわち，消費ベクトル，財の初期賦存量ベクトル，財価格および効用関数を(13)

$$\bar{c}_h=(\bar{c}_{h0}, \bar{c}_{h1}), \quad h=1, \cdots, H$$

$$\bar{e}_h=(e_{h0}, e_{h1}), \quad h=1, \cdots, H$$

$$\bar{p}=(\bar{p}_0, \bar{p}_1)$$

$$\nu_h(\bar{c}_{h0}, \bar{c}_{h1}), \quad h=1, \cdots, H$$

として，つぎの条件 (I), (II) を満たす $(\bar{p}, \bar{c}_1, \cdots, \bar{c}_H)$ を考える。(14)

(I)　どの $h=1, \cdots, H$ についても $\bar{c}_h$ は

$$\max_{\bar{c}_h}\ \nu_h(\bar{c}_h)$$

---

(12)　貨幣的均衡では必ず $q \neq 0$ となる。

(13)　これまでのモデルと区別するために，不確実性のないモデルの変数には“—”をつける。

$$\text{subject to}\ \ \bar{p}_0(\bar{c}_{h0}-e_{h0})+\bar{p}_1(\bar{c}_{h1}-e_{h1})=0$$

の解である。

(II) $\sum_{h=1}^{H}(\bar{c}_h-\bar{e}_h)=0$

厚生経済学の第1基本定理により配分 $(\bar{c}_1, \cdots, \bar{c}_H)$ は（不確実性のない純粋交換経済において）パレート最適である。そして

$$c_h=(\bar{c}_{h0}, \bar{c}_{h1}, \cdots, \bar{c}_{h1}),\quad h=1, \cdots, H$$

と定義すれば，補題3の証明と同様に考えることにより，配分 $c=(\bar{c}_1, \cdots, \bar{c}_H)$ が経済 $\mathscr{E}(M)$ においてパレート最適になることがわかる。以下ではこの財配分を経済 $\mathscr{E}(M)$ の貨幣的均衡として達成できることを示す。それには

$$p_0=\bar{p}_0\frac{M_0}{\bar{p}_0\sum e_{h0}},\quad p_s=\bar{p}_1\frac{M_1}{\bar{p}_1\sum e_{h1}},\quad s=1, \cdots, S,\quad p=(p_1, p_1, \cdots, p_S)$$

$$\theta_h=\bar{p}_1\frac{M_1}{\bar{p}_1\sum e_{h1}}(\bar{c}_{h1}-e_{h1}),\quad q=\frac{\bar{p}_1\sum e_{h1}}{M_1}\frac{M_0}{\bar{p}_0\sum e_{h0}}$$

とすればよい。なぜなら，(I) の制約条件付き最大化問題のラグランジュ乗数を $\bar{\mu}_h$ として $\bar{\mu}_{h0}$ および $\bar{\mu}_{hs}$, $s=1, \cdots, S$ を $\mu_{h0}=\bar{\mu}_h\frac{\bar{p}_0\sum e_{h0}}{M_0}$, $\mu_{hs}=\bar{\mu}_h\frac{\pi_s\bar{p}_1\sum e_{h1}}{M_1}$ で定義することにより (c_h, θ_h) が貨幣的均衡の条件 (a) の一階の条件を満たすことが言え，(b), (c), (d) についても p, q, θ の定義から満たされることが容易にわかるからである。よって $(p, q; c, \theta)$ が経済 $\mathscr{E}(M)$ の貨幣的均衡になる。（証明終り）

7　まとめと残された課題

本稿では，合理的期待形成が想定され，貨幣数量説が成り立つように貨幣が導入された世界においても，金融市場が不完備ならば貨幣が非中立的となることが示された。逆に金融市場が完備であるなら，貨幣は常に中立的になる。また，今期から来期にかけての貨幣供給量の増加率が不確定なときには，均衡はパレート最適にならない。これに対して貨幣供給量の増加率が正確に分かっているときにはパレート最適な配分が実現される。前者の政策の典型は裁量的政策であり，後者の政策の典型はルール化された政策であるから，この結果は裁量的政策が経済の非効率性をもたらす可能性があるとも解釈される。

残された課題としては，貨幣的均衡の決定性の問題がある。これは経済 $\mathscr{E}(M)$ の貨幣的均衡配分の個数を調べるもので，これが有限個であるならば貨幣的均衡が決定性を持つといわれる。たとえば第3節の例では $\mathscr{E}(M)$ の貨幣的均衡配分は必ず一つに決まるので，貨幣的均衡は決定性を持

(14)　第2節の仮定のもとでは，ワルラス均衡が存在する。

っていた。Magill and Quinzii (1992) は一般の不確実性を想定して貨幣的均衡の決定性を証明しているが，本稿のモデルにおいて決定性が証明できるかどうかは今後の課題である。

（経済学部助教授）

参 考 文 献

Cass, D. (1989), "Sunspots and Incomplete Financial Markets: The Leading Example", in G. Feiwel ed., *The Economics of Imperfect Competition and Employment: Joan Robinson and Beyond*, MacMillan.

Cass, D. (1992), "Sunspots and Incomplete Financial Markets: The General Case", *Economic Theory*, 2.

Feldstein, M. (1982), "Inflation, Capital Taxation, and Monetary Policy", in R. E. Hall ed., *Inflation: Causes and Effects*, University of Chicago Press.

Fischer, S. (1977), "Long-Term Contracts, Rational Expectations, and the Optimal Money Supply Rule", *Journal of Political Economy*, 85, no. 1.

Grandmont, J.-M. (1983), *Money and Value*, Cambridge University Press.

Lucas, R. E., Jr. (1972), "Expectations and the Neutrality of Money, *Journal of Economic Theory*, 4

Magill, M. and M. Quinzii (1992), "Real Effects of Money in General Equilibrium", *Journal of Mathematical Economics*, 21.

Magill, M. and M. Quinzii (1996), *Theory of Incomplete Markets*, Vol 1, MIT Press.

Patinkin, D. (1965), *Money, Interest, and Prices*, 2nd ed., Harper & Row.

Sargent, T. J. and N. Wallace (1975), "'Rational' Expectations, the Optimal Monetary Instrument, and the Optimal Money Supply Rule", *Journal of Political Economy*, 83, no. 2.

Suda, S., J.-M. Tallon and A. Villanacci (1992), "Real Indeterminacy of Equilibria in a Sunspot Economy with Inside Money", *Economic Theory*, 2