

Title	混雑現象と競争均衡
Sub Title	Congestion and competitive equilibria
Author	中村, 慎助
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1997
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.90, No.1 (1997. 4) ,p.59- 71
JaLC DOI	10.14991/001.19970401-0059
Abstract	
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19970401-0059

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

混雑現象と競争均衡*

中 村 慎 助

1. 序

本論文は、混雑現象が存在するような公共財を含む経済に於いて、市場機構を用いてパレート最適性を実現することの可能性を論じている。

従来、混雑のない、いわゆる「純粋公共財」のみの経済に於いては「リンダール均衡」の概念を用いて、数学的に厳密な形で、完全競争市場均衡に関する分析が行われてきた。しかしながら、混雑現象が重要な役割を果たす経済における同様な分析は、残念ながらあまり行われていない。ところが、現代の社会に於いては、混雑現象によって生じる経済問題が非常に重要となってきた。経済学にとっては古典的ではあるが、高速道路に代表されるような公共施設の混雑に関する諸問題は、現在さらに深刻となってきた。比較的新しい問題としても、インターネットのような情報のネットワークに関する混雑現象は、ネットワークの普及およびマルチメディア化に伴って、現在、重要な議論の対象となっている。

本論文の目的は、純粋公共財におけるリンダール均衡の概念を拡張することによって、このような混雑現象の生じる経済に於ける新しい市場機構の概念を提案し、その均衡の存在ならびにパレート最適性を論理的に厳密な形で保証することにある。数学的には、消費者の集合がノン・アトミックないわゆる「大きな経済」を仮定し、測度がゼロの各消費者の個人的な公共財の利用が、社会全体の混雑の程度に影響を与えないものとして、分析を行っている。すなわち、各消費者は、当該公共財の利用の度合いを現在の混雑のレベルとは独立に決定できるものとしているのである。消費者は、市場によって決定される価格体系、ならびに租税体系を所与として、自分にとって最も望ましい私的財の消費レベル、公共財の建設レベル（総供給量）、本人の公共財の利用の度合い、および

* 本稿は1996年9月京都大学数理解析研究所に於いて開催された数理解析セミナーにおける報告によっている。参加された方々から大変有益なコメントを頂いた。更に、本誌匿名のレフェリーからの建設的なコメントに感謝する。

受け入れることのできる混雑のレベルを決定することとする。その結果、完全競争市場における価格調整によって、パレート最適性が実現できるのである。

具体的にここで用いられている価格システムは、すべての個人間で共通な通常の価格と、リンダール型の個人によって異なる価格体系を合成することによって得られる。純粋公共財のみの経済におけるリンダール均衡のように、それぞれの消費者は公共財を建設する費用を負担するために個人化されたリンダール税を負担することになる。良く知られているように、この値は、典型的な数値例の場合には、各消費者の効用関数の公共財に関する限界代替率に等しいものである。生産者は、そのリンダール税の合計を所与の価格として公共財を売ることにより利潤を得るものとし、完全競争市場に於いて通常の利潤最大化行動をとるものとする。ただし、通常のアロー・ドブリュー型の経済と同様に、私有財産制の経済を想定し、この生産者の利潤は、最終的には、各消費者に分配されるものとする。このような制度によって、公共財の総供給量が決定されるのである。

さらに、公共財の利用料としての税率は、すべての個人にとって共通とし、税額は利用量に比例するものとする。従って、混雑現象が存在する経済に於いてパレート最適性を実現するために、本論文では、混雑のレベルを一種の外部不経済として取り扱っているのである。各々の消費者は、その混雑状態を受容することによって、個人によって異なった額の補助金を受け取ることとなる。従って、各消費者は自分の混雑に関する負効用および、補助金額を計算することによって、自分にとって最も望ましい混雑のレベルを受け入れることになるのである。この補助金は、各個人が公共財を利用するために支払った税金によって負担されるものとする。すなわち、混雑に関する補助金はすべて利用料によってまかなわれ、建設のためのリンダール税は用いないこととするのである。

この公共財に関する建設と利用の予算の独立性が、いわゆる「ワルラスの法則」を保証し、競争市場均衡の存在とパレート最適性を保証するのである。この論文は、このような前提の下に、いわば公共財の建設および利用に関する新しい租税制度の提案を行っているのである。

もちろん、ここで提案されている市場機構は、従来純粋公共財だけの経済において論じられてきたリンダール均衡の一般化であり、その機構が内在するいわゆる「フリー・ライダー」の問題を持っている。すなわち、この市場においては、合理的な消費者は虚偽の需要行動をとることにより、資源配分をゆがめてしまうインセンティブを持つことになる。残念ながら、この問題はいわば市場機構の持つ限界であり、本稿であつかうような、市場機構を用いた最適性実現の可能性を越えた問題であるのかもしれない。市場機構を用いずに、むしろそれを代替する形での新しい社会制度の設計に関する議論は、分権理論 (Decentralization Theory) あるいは誘因両立性の理論 (Incentive Compatibility Theory) と呼ばれている。たとえば、Nakamura (1992) は本稿よりずっと単純なモデルに於てではあるが、一般的な外部性が存在する経済における制度設計の問題を取り扱っている。

競争均衡の存在証明に関しては、従来から非常に多く研究がなされている。公共財の存在しないワルラス型の経済に於いては、たとえば、Debreu (1969), Shafer and Sonnenschein (1975),

Khan and Vohra (1984) 等を含む多くの業績があげられている。特に、Khan and Vohra (1984) は消費者の集合が測度空間である場合を取り扱っており、本稿と直接的に関係している。

純粋公共財を含んだ経済に於いては Foley (1970) や Milleron (1972) が有限人数の経済におけるリンダール均衡の存在証明を行っている。Roberts (1973) は、公共財経済に於いて、初めて無限人の消費者を含む一般の測度空間を消費者の集合としてリンダール均衡の存在証明を与えた。彼は、問題を有限次元に換えることによって、証明に成功したのである。最近では Emmons (1984) が超準解析の手法を用いて証明を行った。Khan and Vohra (1985) は、より直接的に無限次元における不動点定理を用いることによって、均衡の存在を証明した。本稿の証明は、Khan and Vohra (1985) の証明を混雑現象を含んだ公共財経済に拡張したものである。

一方、厚生経済学の第一基本定理の証明は通常背理法を用いることとする。

第二節において、フォーマルなモデルの説明と結論を述べ、第3節および第4節に於いて数学的な証明を与えることとする。本稿で使う数学的な手法は、たとえば Aliprantis and Border (1994), Dunford and Schwartz (1954), Edwards (1965) 等によっている。

2. モデル

m 種類の私的財 x と、 l 種類の公共財 y が存在するような経済を考えよう。公共財は、社会全体の集計された生産可能性集合 $G \subset \mathbb{R}^{m+l}$ を用いて生産されることとする。更に、消費者の集合を通常のルベグ測度を持つ単位区間 $T=[0,1]$ であるとする。各消費者 $t \in T$ は彼の私的財の消費レベル $x(t)$ や公共財の総供給量 y だけでなく、公共財の彼の利用量である $y(t)$ ($y(t) \leq y$) および $\int_T y(s)ds$ で表される混雑のレベルについて関心を持つこととする。従って、消費者 t の持つ選好関係 $\succ_t$ は彼の消費可能集合 $V(t) \equiv X(t) \times Y \times Y \times Y \subset \mathbb{R}^m \times (\mathbb{R}^l)^3$ 上で定義されることとなる。彼の典型的な消費量は消費可能集合の代表元

$$V(t) \equiv (v_{x(t)}(t), v_{y(t)}(t), v_{\int_T y(s)ds}(t), v_{y(t)}(t)) \equiv (x(t), y(t), \int_T y(s)ds, y)$$

を用いて表すこととする。よって、 $X(t)$ は私的財に関する消費可能集合と解釈できるし、公共財に関する消費可能集合 Y は、個人間で共通であると仮定していることとなる。更に、消費者 t は私的財の初期保有量 $e(t) \in X(t)$ および、公共財を生産する企業についての利潤分配率 $\theta(t)$ を持つ。ここで θ は T から $\mathbb{R}_+$ への可積分な関数で、 $\int_T \theta(s)ds=1$ である。

ここで、次のような仮定を置くこととする：

— 62 —

(4) (選好極大化) 全ての $v \in V(t)$ に関して,

$$v(t) >_t (x(t), y(t), \int_T y(s) ds, y)$$

ならば

$$(p, q, -q(t), r(t))v > pe(t) + \theta(t) \max(p, r)G \quad \text{あるいは} \quad v_{y(t)} < vy.$$

(5) (需給均等)

$$\int_T x(s) ds = \int_T e(s) ds + z.$$

一般化されたリンダール均衡に対応する配分のことを一般化されたリンダール均衡配分と呼ぶこととする。

この定義に於いては、それぞれの消費者は、各自にとって最適な私的財の消費量、彼自身にとって最適な公共財の利用レベル、許容できる混雑のレベル、ならびに、最適な公共財の総供給量を市場に対して報告することとなる。市場機構は、各自の報告した混雑のレベルと公共財の総量が等しくなるように、調節を行うこととなる。それ故、この二つについては、「個人化された」価格システムを用いるのである。

リンダール税 $r(t)$ は公共財を作る費用負担として、生産者に支払われる。そのため、 $\int_T r(s) ds = r$ が成立するのである。一方、方程式 $\int_T q(s) ds = q$ は、それぞれの消費者 t が許容する混雑レベルに関する補助金 $q(t)$ が、各人の公共財の利用税 q によってまかなわれることを意味している。

下記では、この経済における弱パレート最適性を定義している。

定義 2. 配分 $(x(t), y(t), z, y) (t \in T)$ が実現可能であるとは：

- (1) ほとんど全ての $t \in T$ に対して $(x(t), y(t), \int_T y(s) ds, y) \in V(t)$ かつ $(z, y) \in G$
- (2) ほとんど全ての $t \in T$ に対して $y(t) \leq y$
- (3) $\int_T x(s) ds = \int_T e(s) ds + z$

を満足することである。

定義 3. 実現可能な配分 $(x(t), y(t), z, y) (t \in T)$ は、ほとんど全ての $t \in T$ について、同時に強く選好される実現可能な配分が存在しないときに、弱パレート最適であると呼ばれる。

本稿の主要な結果は下記のように表される。

定理 1. 仮定 1 – 6 の下で、一般化されたリンダール均衡が存在する。

定理 2. 拡張されたリンダール均衡配分は必ず弱い意味でパレート効率的となる。

定理 2 においては、仮定の 1 から 6 まだが全て不必要であることに注意する。実際の定理 1 およ

び定理 2 の証明は、以下の節においてなされている。

3. 定理 1 の証明

生産可能性集合を以下のように拡張する：

$$\bar{G} = \{v_f = (x_f, y_f, y_{of}, \bar{y}_f) : (x_f, \bar{y}_f) \in G, y_f = y_{of}, y_{of} \leq \bar{y}_f, y_{of} \in Y\}.$$

任意の自然数 k に対して、下記のような制限された消費可能性集合、ならびにリンダール負担率の集合を定義する：

$$V^k(t) = V(t) \cap k[(e(t), 0, 0, 0) + (2, \dots, 2) + \Re^{m+3l}]$$

$$\mathfrak{D}^k = \{\rho : \tau\rho = 1, 0 \leq \rho(t) \leq 2^k \text{ a.e. in } T\}.$$

さらに、 $(\mathfrak{D}^k)^l$ とは $\mathfrak{D}^k$ の l 回の直積とする。

全ての $t \in T$, $\phi \equiv (p, q, r) \in \Delta^{m+2l-1}$ および $\sigma, \delta \in (\mathfrak{D}^k)^l$ に対して、

$$w(t, \phi) = pe(t) + \theta(t) \cdot \max\{(p, r)G\}$$

$$B^k(t, \phi, \sigma, \delta) =$$

$$\{v(t) \in V^k(t) : (p, q, -\sigma(t)q, \delta(t)r)v(t) \leq w(t, \phi), v_{y(t)}(t) \leq v_y(t)\}$$

$$E^k(t, \phi, \sigma, \delta) = \{v(t) \in B^k(t, \phi, \sigma, \delta) :$$

$$v' \in V^k(t), v'_{y(t)} \leq v'_{y(t)}, v' >_t v(t) \implies (p, q, -\sigma(t)q, \delta(t)r)v' > w(t, \phi)\}$$

$$F(\phi) = \operatorname{argmax}\{(p, q, -q, r)\hat{G}\}$$

$$Z = \int_T V^k(t) dt - \bar{G} - \left(\int_T e(t) dt, 0, 0, 0 \right)$$

と定義しよう。

次に、下記の多価写像を定義する：

$$\zeta(\phi, \sigma, \delta) = \{v \in \mathfrak{L}_1(T, V^k) : v(t) \in E^k(t, \phi, \sigma, \delta) \text{ a.e. in } T\}$$

$$\begin{aligned} \beta(\phi, \sigma, \delta, v) = & \left(\int_T v_{x(t)}(s) ds, \int_T v_{y(t)}(s) ds, \int_T \sigma(s) v_{f_y}(s) ds, \int_T \delta(s) v_y(s) ds \right) \\ & - F(\phi) - \left(\int_T e, 0, 0, 0 \right) \end{aligned}$$

(但しここで、ベクトルの乗算は座標ごとに行うものとする。)

$$\gamma(n) = \{\phi \equiv (p, q, r) \in \Delta^{m+2l-1} :$$

$$(p, q, -q, r)n \geq (p', q', -q', r')n \quad \forall \phi' \equiv (p', q', , r') \in \Delta^{m+2l-1}\}$$

$$\xi_i = \operatorname{argmin} \left\{ \int_T \sigma(s) v_{f_y}(s) : \sigma_i \in \mathfrak{D}^k \right\} \quad (i=1, \dots, l)$$

$$\psi_i = \operatorname{argmin} \left\{ \int_T \delta(s) v_{y_i}(s) : \delta_i \in \mathfrak{D}^k \right\} \quad (i=1, \dots, l)。$$

すると,

$$\begin{aligned} \zeta &: \Delta^{m+2l-1} \times (\mathfrak{D}^k)^l \times (\mathfrak{D}^k)^l \rightarrow \Omega_1(T, V^k) \\ \beta &: \Delta^{m+2l-1} \times (\mathfrak{D}^k)^l \times (\mathfrak{D}^k)^l \times \Omega_1(T, V^k) \rightarrow Z \\ \gamma &: Z \rightarrow \Delta^{m+2l-1} \\ \xi &: \Omega_1(T, V^k) \rightarrow (\mathfrak{D}^k)^l \\ \psi &: \Omega_1(T, V^k) \rightarrow (\mathfrak{D}^k)^l \end{aligned}$$

である。

最後に, $\Delta^{m+2l-1} \times (\mathfrak{D}^k)^l \times (\mathfrak{D}^k)^l \times \Omega_1(T, V^k) \times Z$ からそれ自身への多価写像 α を

$$\alpha \equiv \zeta \times \beta \times \gamma \times \xi \times \psi$$

として定義する。

ステップ 1. 多価写像 α は不動点を持つ: 即ち,

$$\begin{aligned} (\phi^k, \sigma^k, \psi^k, v^k, n^k) &\equiv ((p^k, q^k, r^k), \sigma^k, \psi^k, v^k, (\int_T v^k(t) dt - v_f^k - (\int_T e(t) dt, 0, 0, 0))) \\ &\in \alpha(\phi^k, \sigma^k, \psi^k, v^k, n^k) \end{aligned}$$

但し,

$$v^k \equiv (x^k(t), y^k(t), y_o^k(t), \bar{y}^k(t)) \in E^k(t, \phi, \sigma, \delta) \subset V^k(t)$$

および

$$v_f^k \equiv (x_f^k, y_f^k, y_{of}^k, \bar{y}_f^k) \in F(\phi) \subset \hat{G}$$

とする。

証明. α は非空, 凸, かつ弱コンパクトな集合からそれ自身への非空, 凸, 閉値な優半連続な多価写像であるから, Fan-Glicksberg の不動点定理を用いることにより, 不動点が存在する。

Q.E.D.

ステップ 2.

$$\int_T x^k(t) dt \leq x_f^k + \int_T e(t) dt$$

$$\int_T y^k(t) dt \leq \int_T \sigma^k(t) y_o^k(t) dt$$

$$\int_T \delta^k(t) \bar{y}^k(t) dt \leq \bar{y}_f^k$$

証明. この主張は、ワルサスの法則に因る、即ち、予算制約式を積分することにより：

$$(p^k, q^k, -\sigma^k(t)q^k, \delta^k(t)r^k)v^k(t) = w(t, \phi^k) = p^k e(t) - \theta(t)[p^k x_f^k + r^k \bar{y}_f^k]$$

を得、さらに、全ての $(p', q', r') \in \Delta^{m+2l-1}$ に対して、

$$\begin{aligned} & (p^k, q^k, -q^k, r^k) \left[\left(\int_T x^k(t) dt, \int_T y^k(t) dt, \int_T \sigma^k(t) y_o^k(t) dt, \int_T \delta^k(t) \bar{y}^k(t) dt \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - (x_f^k, y_f^k, y_{of}^k, \bar{y}_f^k) - \left(\int_T e(t) dt, 0, 0, 0 \right) \right] \\ & \geq (p', q', -q', r') \left[\left(\int_T x^k(t) dt, \int_T y^k(t) dt, \int_T \sigma^k(t) y_o^k(t) dt, \int_T \delta^k(t) \bar{y}^k(t) dt \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - (x_f^k, y_f^k, y_{of}^k, \bar{y}_f^k) - \left(\int_T e(t) dt, 0, 0, 0 \right) \right] \end{aligned}$$

となる性質、ならびに

$$y_f^k = y_{of}^k$$

を用いることにより、この主張は証明される。

Q.E.D.

ステップ 3. すべての $t \notin S_k$ に対して

$$y_o^k(t) \geq \int_T \sigma^k(s) y_o^k(s) ds$$

$$\bar{y}^k(t) \leq \int_T \delta^k(s) \bar{y}^k(s) ds$$

で $\lambda(S_k) \leq \frac{1}{2^k}$ となる S_k が存在する。

証明. 主張に反して、例えば、ある i について、

$$\bar{y}_i^k(t) > \int_T \delta_i^k(s) \bar{y}_i^k(s) ds \quad \text{for all } t \in W$$

となる W で $\lambda(W) > \frac{1}{2^k}$ となるものが存在したとする。

δ' を

$$\delta'_i(t) = \begin{cases} 1/\lambda(W) & \text{if } t \in W \\ 0 & \text{if } t \notin W. \end{cases}$$

となるように選ぶ。すると、全ての $t \in W$ に対して、

$$\bar{y}_i^k(t) > \int_T \delta_i^k(s) \bar{y}_i^k(s) ds \geq \int_T \delta'_i(s) \bar{y}_i^k(s) ds = \frac{1}{\lambda(W)} \int_W \bar{y}_i^k(s) ds$$

となり、これは矛盾である。

Q.E.D.

ステップ 4. 適当な部分列をとることにより,

$$\begin{aligned}
\phi^k &\rightarrow \phi^* \\
v_f^k &\rightarrow v_f^* \\
\int_T \sigma^k(t) dt &\rightarrow u \equiv (1, \dots, 1) \\
\int_T \psi^k(t) dt &\rightarrow u \\
\int_T x^k(t) dt &\rightarrow x_u \\
\int_T y^k(t) dt &\rightarrow y_u \\
\int_T \sigma^k(t) y_o^k &\rightarrow y_{ou} \\
\int_T \delta^k(t) \bar{y}^k(t) dt &\rightarrow \bar{y}_u
\end{aligned}$$

となる $\phi^*, v_f^*, x_u, y_u, y_{ou}, \bar{y}_u$ が存在する。

証明. これは上記点列が有界であることから, 明らか。

Q.E.D.

ステップ 5.

$$\begin{aligned}
&(\int_T \sigma^*(t) dt, \int_T \psi^*(t) dt, \int_T x^*(t) dt, \int_T y^*(t) dt, \int_T \sigma^*(t) y_o^*(t) dt, \int_T \delta^*(t) \bar{y}^*(t) dt) \\
&\leq (u, u, x_u, y_u, y_{ou}, \bar{y}_u)
\end{aligned}$$

となる

$$\begin{aligned}
&(\sigma^*(t), \psi^*(t), x^*(t), y^*(t), \sigma^*(t) y_o^*(t), \delta^*(t) \bar{y}^*(t)) \\
&\in Ls(\sigma^k(t), \psi^k(t), x^k(t), y^k(t), \sigma^k(t) y_o^k(t), \delta^k(t) \bar{y}^k(t))
\end{aligned}$$

が存在する。

証明. この事実は Fatou の補題 (Hildenbrand (1974 page 69, Lemma 3) を参照のこと。) の直接の帰結である。

Q.E.D.

ステップ 6. ほとんど全ての $t \in T$ に対して,

$$\bar{y}^*(t) \leq \bar{y}_u$$

である。

証明. 主張が成立しないと仮定する。すると、ある i について、

$$\bar{y}_i^*(t) > \bar{y}_{ui} \quad \text{for all } t \in S$$

となる S で $\lambda(S) > 0$ となるものが存在する。 ϵ を $0 < \epsilon < \frac{1}{2}$ とする。すると十分大きな $\bar{k}$ について $(\frac{1}{2^{\bar{k}}}) \leq \epsilon \lambda(S)$ となる。

ステップ 3 により、すべての k に対して

$$\bar{y}_i^k(t) \leq \int_T \delta_i^k(s) \bar{y}_i^k(s) ds \quad \forall t \notin S_k$$

となる S_k で $\lambda(S_k) > (\frac{1}{2^{\bar{k}}})$ となるものが存在する。さらに、

$$\lambda(S) > 2\epsilon \lambda(S) > 2\frac{1}{2^{\bar{k}}} \geq \lambda(\cup_{k \geq \bar{k}} S_k)$$

であるから、 $\lambda(S \setminus \cup_{k \geq \bar{k}} S_k) > 0$ かつ、ほとんど全ての $t \in S \setminus \cup_{k \geq \bar{k}} S_k$ に対して、

$$\bar{y}_i^k(t) \leq \int_T \delta_i^k(s) \bar{y}_i^k(s) ds \rightarrow \bar{y}_{ui}$$

となる。従って、

$$y \in Ls(\bar{y}_i^k(t)) \quad \text{ならば} \quad y \leq \bar{y}_{ui}$$

となり、これは矛盾である。

Q.E.D.

ステップ 1. ほとんど全ての $t \in T$ に対して、

$$y_o^*(t) - \int_T y^*(s) ds \geq y_{ou} - y_u = 0$$

である。

証明. 最初の不等式が正しくないと仮定する。すると i と $\lambda(S) > 0$ であるような S が存在して、

$$y_{oi}^*(t) - \int_T y_i^*(s) ds < y_{oui} - y_{ui} \quad \text{for all } t \in S$$

となる。 ϵ を $0 < \epsilon < \frac{1}{2}$ とする。すると十分大きな $\bar{k}$ について $(\frac{1}{2^{\bar{k}}}) \leq \epsilon \lambda(S)$ となる。

ステップ 3 により、すべての k に対して

$$y_{oi}^k(t) \geq \int_T \sigma_i^k(s) y_{oi}^k(s) ds \quad \forall t \notin S_k$$

となる S_k で $\lambda(S_k) \leq (\frac{1}{2^{\bar{k}}})$ となるものが存在する。

さらに,

$$\lambda(S) > 2\epsilon\lambda(S) > 2\frac{1}{2^k} \geq \lambda(\cup_{k \geq \bar{k}} S_k)$$

であるから, $\lambda(S \setminus \cup_{k \geq \bar{k}} S_k) > 0$ および, ほとんど全ての $t \in S \setminus \cup_{k \geq \bar{k}} S_k$ に対して,

$$y_{oi}^k(t) - \int_T y_i^k(s) ds \geq \int_T \sigma_i^k(s) y_{oi}^k(s) ds - \int_T y_i^k(s) ds \rightarrow y_{oui} - y_{ui}$$

である。従って

$$z \in Ls(y_{oi}^k(t)) - \lim \int_T y_i^k(s) ds \quad \text{ならば} \quad y \geq y_{oui} - y_{ui}$$

となり, これは矛盾である。

2 番目の等号を証明するために, 選好の強い単調性の仮定から, 全ての価格が極限に於いても正であることに注意する。従って, 十分大きな k について, ステップ 2 の主張は等号で成立する。それ故, ステップ 4 により, $y_{ou} = y_u$ である。

Q.E.D.

ステップ 8.

$$\int_T x^*(t) dt = x_u$$

$$\int_T y^*(t) dt = y_u$$

$$y_o^*(t) = \int_T y^*(s) ds \quad \text{for almost all } t \in T$$

$$\bar{y}^*(t) = \bar{y}_u \quad \text{for almost all } t \in T$$

証明. 極限をとる前と後に於いて, 予算制約式を積分することによって,

$$\begin{aligned} & (p^*, q^*, -q^*, r^*) \left(\int_T x^*(t) dt - x_u, \int_T y^*(t) dt - y_u, \right. \\ & \quad \left. \int_T \sigma(t) y_o^*(t) dt - y_{ou}, \int_T \delta(t) \bar{y}(t) dt - \bar{y}_u \right) \\ &= (p^*, q^*, r^*) \left(\int_T x^*(t) dt - x_u, \int_T y^*(t) dt - y_u, \int_T \sigma(t) y_o^*(t) dt, \int_T \delta(t) \bar{y}(t) dt - \bar{y}_u \right) \\ &= 0 \end{aligned}$$

を得ることができる。

単調性の仮定から, 全ての価格は正であるから, ステップ 5 および 7 の不等式から,

$$\int_T x^*(t) dt = x_u$$

$$\int_T y^*(t) dt = \int_T \sigma(t) y^*(t) dt$$

$$\int_T \delta(t) \bar{y}(t) = \bar{y}_u$$

を得る。

従ってステップ 6 および 7 より

$$\bar{y}^*(t) = \bar{y}_u \quad \text{for almost all } t \in T$$

$$y^*(t) = \int_T y^*(s) ds \quad \text{for almost all } t \in T.$$

となるのである。

Q.E.D.

ステップ 9.

$$\int_T x^*(t) dt = x^* + \int_T e(t) dt$$

証明. ステップ 2 および, 強く単調な選好関係の下でのワルラスの法則の直接の帰結である。

Q.E.D.

上記議論から, 利潤最大化および, 選好の極大化の条件の証明は明らかであろう。

Q.E.D.

4. 定理 2 の証明

証明は背理法による。定理 2 の主張に反して, 一般化されたリンダール均衡配分 $(x^*(t), y^*(t), z^*, y^*)$ $t \in T$ が弱パレート最適でないとする。すると, 実現可能な別の配分 $(x(t), y(t), z, y)$ $t \in T$ で, ほとんど全ての $t \in T$ に強く選好されるものが存在する。

従って, 選好の極大化から, ほとんど全ての $t \in T$ に対して

$$px(t) + qy(t) - q(t) \int_T y(s) ds + r(t)y > pe(t) + \theta(t) \max(p, r)G$$

$$\geq pe(t) + \theta(t)(p, r)(z, y)$$

となる。

この不等式を積分することにより,

$$p(\int_T x(s) ds - \int_T e(s) ds - z) > 0$$

を得ることができる。

ところが配分 $(x(t), y(t), z, y) \ t \in T$ は実現可能であるから,

$$\int_T x(s)ds - \int_T e(s)ds - z = 0$$

となり, これは矛盾である。

Q.E.D.

(経済学部教授)

参 考 文 献

- Aliprantis, C. D. and K. C. Border (1994), *Infinite Dimensional Analysis: A Hitchhiker's Guide*, Berlin: Springer-Verlag.
- Artstein, A. (1979), "A Note on Fatou's Lemma in Several Dimensions," *Journal of Mathematical Economics* 6 : 277-282.
- Debreu, G. (1969), *Theory of Value*, New York: Wiley.
- Dunford, N. and J. T. Schwartz (1958), *Linear Operators Part I: General Theory*, New York: Wiley.
- Edwards, R. E. (1965), *Functional Analysis: Theory and Applications*, New York: Dover Publications.
- Emmons, D. (1984), "Existence of Lindahl Equilibria in Measure Theoretic Economies without Ordered Preferences," *Journal of Economic Theory* 34 : 342-359.
- Foley, D. K. (1970), "Lindahl's Solution and the Core of an Economy with Public Goods," *Econometrica* 38 : 66-72.
- Hildenbrand, W. (1974), *Core and Equilibria of a Large Economy*, Princeton NJ: Princeton University Press.
- Khan, M. A. and R. Vohra (1984), "Equilibrium in Abstract Economies without Ordered Preferences and with a Measure Space of Agents," *Journal of Mathematical Economics* 13 : 133-142.
- Khan, M. A. and R. Vohra (1985), "On the Existence of Lindahl Equilibria in Economies with a Measure Space of Non-Transitive Consumers," *Journal of Economic Theory* 36 : 319-332.
- Milleron, J. C. (1972), "Theory of Value with Public Goods: A Survey Article," *Journal of Economic Theory* 5 : 419-477.
- Nakamura, S. (1992), "Feasible Nash Implementation of Competitive Equilibria in an Economy with Externalities" *経済研究 (一橋大学)* 43 : 30-38.
- Roberts, D. J. (1973), "Existence of Lindahl Equilibrium with a Measure Space of Consumers," *Journal of Economic Theory* 6 : 355-381.
- Shafer, W. and H. Sonnenschein (1975), "Equilibrium in Abstract Economies without Ordered Preferences," *Journal of Mathematical Economics* 2 : 345-348.