

Title	経済ネットワークの効率と安定性をめぐって
Sub Title	On the efficiency and stability of economic network
Author	川又, 邦雄
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1997
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.90, No.1 (1997. 4) ,p.18- 29
JaLC DOI	10.14991/001.19970401-0018
Abstract	
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	<a href="https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19970401-0018">https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19970401-0018</a>

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

# 経済ネットワークの効率と 安定性をめぐって\*

川 又 邦 雄

## 1. 序

経済主体間の財の交換や情報の伝達の機構は、財の輸送の流れと同様一つのネットワークとみなされる。それによって意思決定者は直接あるいは間接的に結び付けられ、ある場合は市場を形成する。

ネットワークを建設するにあたっては、便益と費用がともなう。その比較によってネットワークの優劣が評価される。ただしどのようなネットワークを実現可能なものとするか、あるいは便益と費用に何を含めるかで、さまざまなモデルが考えられ、結論も多様なものとなる。本稿では第一の目的として、ネットワークにおいてどのような接続が有用であるかを吟味し、形態上の特徴——たとえばピラミッド型、ベルトコンベアー型等——に着目しながら、それらの効率性について比較検討する。

第二の着眼点は、ネットワーク建設の誘因に関するものである。各人の利得最大化の行動によって、いくつかの接続は維持されない可能性がある。この意味でのネットワークの安定性が本稿の分析のもう一つのモチーフである。

本稿ではそうした視点から、これまで文献で研究された問題のいくつかについて整理し、得られた興味深い命題を集めることで、未開拓なこの分野の研究のための手引きとしたい。

## 2. ネットワークの基本概念

$N = \{1, 2, \dots, n\}$  を個人（プレイヤーともいう）の集合とし、それを分岐点とするグラフ  $g$  によ

---

\* 本稿の作成にあたっては、匿名のレフェリーから多くの貴重なコメントを頂いた。また慶應義塾大学学事振興資金の援助を得た。ここに深く謝意を表したい。

ネットワークを表現する。一般にネットワークは  $N$  のどの2つが結び付けられているかで記述される。とくに  $N$  の2つの元より成る部分集合の全体を完全グラフといい  $G(2)$  で示す。また  $ij$  によって  $i$  と  $j$  を含む  $N$  の部分集合を示し、 $i$  と  $j$  のリンクあるいは接続という。もし  $ij \in g$  ならば、分岐点  $i$  と  $j$  は直接的に連結されていることを意味する。

つぎにグラフ  $g$  に  $i$  と  $j$  のリンク  $ij$  を付け加えることによって得られるグラフを  $g+ij$  によって、また  $g$  から  $i$  と  $j$  のリンク  $ij$  を取り除くことによって得られるグラフを  $g-ij$  で示す。

ここでの関心はグラフによって示されるネットワークの成果（全生産量や各人ごとの効用等）と、それがいかに個人間に分配されるかということである。 $g$  をグラフとすると、各  $g$  に実数を対応させる関数  $v(g)$  をグラフの価値という。たとえば  $g$  に各人の利得（あるいは生産量） $u^i(g)$  の和  $v(g) = \sum u^i(g)$  を対応させる関数はその一例である。

グラフ  $g \in G(2)$ （あるいはそれによって表現されるネットワーク）が効率的であるとは、すべてのグラフ  $g' \in G(2)$  について  $v(g) \geq v(g')$  となることをいう。また分配ルール  $Y_i(g, v)$  は各  $(g, v)$  に各人の配分（ $R^N$  の元）を対応させる関数をいう。

以下ではネットワークが与えられている場合とともに、その一部の接続が個人の意志で改廃される場合を想定する。ここでどのようなネットワークが形成されやすいかについて考察してみよう。2人の間に新しいネットワークを接続することも、いまあるものを断絶することも、利得の増加をもたらさないなら、 $v$  に関して  $g$  は二者間で安定であるという。このことは記号では

(i) すべての  $ij \in g$  について

$$Y_i(g, v) \geq Y_i(g-ij, v),$$

$$Y_j(g, v) \geq Y_j(g-ij, v)$$

(ii) すべての  $ij \notin g$  について

$$Y_i(g, v) < Y_i(g+ij, v) \quad \text{ならば}$$

$$Y_j(g, v) > Y_j(g+ij, v)$$

となることを意味する。なお以下では  $Y_i(g, v)$  をたんに  $Y_i(g)$  と記すことがある。

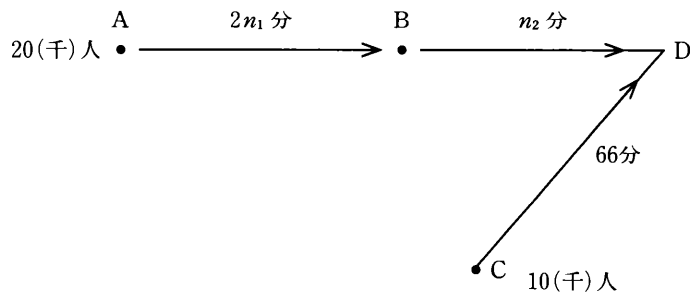
### 3. ネットワークの建設の効果

新しいネットワークの建設は、その建設費用を無視しても、どの個人の利益にもならないことがある。ここでは新しい道路の建設によってどの個人の通勤のための所要時間も短縮しないことがあるという例を示そう。本節については Garcia and Zangwill (1981) Ch. 9 を参照せよ。

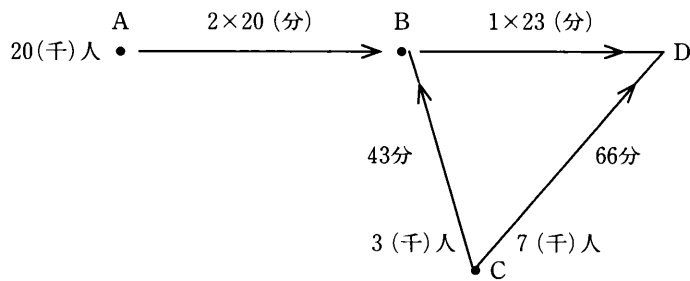
ここで指摘したい点は、各人が目先の利益を求めて分権的に行動するために、無用なネットワークが存在するという点である。古典的な線型計画の輸送問題のように、中央当局（センター）がグラフを所与として輸送費を最小にするような場合にはこのような事態は生じない。

例 1

第 1 a 図



第 1 b 図



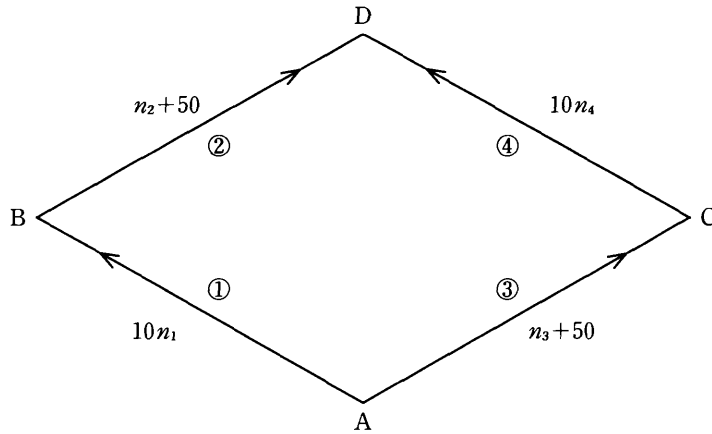
以下 A, B, C, D は町の名を示すものとし, D には大きなオフィス街があるとする。第 1 a 図では 20 (千) 人が A から B を通り D 町に到る。また 10 (千) 人が C 町から D 町に到る。いま第 1 b 図のように新しく C から B への道路が建設されたとしよう。CD 間は起伏があるために良い道ではないが混雑はなく, 10 (千) 人以下ならいつも 66 分で目的地に到達できるとしよう。しかし B と D の間の新たな混雑が生じる。A から B へ到る道は起伏がなく, 利用する人数が AB 間が  $n_1$  (千) 人, BD 間が  $n_2$  (千) 人である場合には, 通勤時間は AB 間は  $2n_1$  分, BD 間は  $n_2$  分となる。A からの 20 (千) 人に C からの 3 (千) 人を加えた 23 (千) 人が BD 間の道路を利用した場合, C から直接 D に到る時間と C から B を経て D に到る時間が同じになるとする。このとき新しい道路の建設によって C 町の人々は便益を受けず, A 町の人々は混雑によって被害を被ることになる。

上の例では, 新しい道路の建設によって一部の通勤者の立場は悪化し, 他の無差別のままであった。しかし全員の立場が悪化する例を作ることができる。つぎの例は Braess のパラドックスとして知られている。

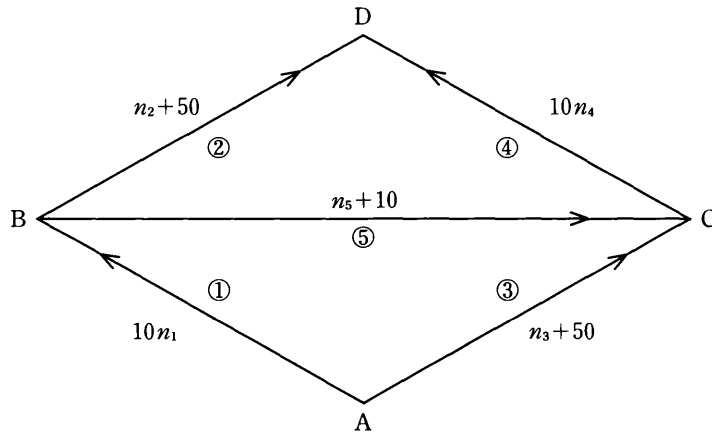
例 2

Braess のパラドックス

第 2 a 図



第 2 b 図



第 2 a 図において、A から D への通勤者が 6 (千)人いて (以下人数は千倍して考えよ)、ABD のルートで  $n$  人、ACD のルートで  $(6-n)$  人通勤しているものとする。一般に各道路の所要時間は人数  $n_1, n_2, n_3, n_4$  によって図のように一意に与えられているものとする。このときの均衡条件は、2つのルートの通勤時間が等しいことであるから、 $n=3$  と求まる。また 2つのルートの所要時間はいずれも 83 分である。

つぎに B から C への新しい道路が開通したとする。ルート AB に  $n_1$  人、BD に  $n_2$  人、AC に  $n_3$  人、CD に  $n_4$  人そして BC に  $n_5$  人の通勤者がいるとすると、このときの均衡条件は、

$$\begin{aligned}
 10n_1 + n_5 + 10 &= n_3 + 50 && \text{(AC 間の所要時間)} \\
 n_2 + 50 &= n_5 + 10 + 10n_4 && \text{(BD 間の所要時間)} \\
 n_1 &= n_2 + n_5 && \text{(B 町での人数)}
 \end{aligned}$$

$$n_2 + n_4 = 6 \quad (\text{D 町での人数})$$

$$n_3 + n_5 = n_4 \quad (\text{C 町での人数})$$

の解として求められる。これを解くと、

$$n_1 = 4, n_2 = 2, n_3 = 2, n_4 = 4, n_5 = 2$$

となり、AD間の所要時間はいずれのルートをとっても92分となる。この例のように新しい道路の建設はその費用がゼロであるとしても、全員の不利をまねくことがある。

第2 a 図では、同じ人数の利用者がいる場合には、右のルートの前半（後半）の時間は、左のルートの後半（前半）の時間に等しい。新しい道路が建設される前は、その意味で2つのルートは同じような便宜を各人に与えていた。しかし第2 b 図の新しい道路の建設の結果、Aにいる個人は左のルートをより魅力的なものと考えられるようになる。しかし後半において予見できない道路CDの混雑が生じ、社会的ロスを生むことになる。

#### 4. マッチングモデル

A と B 2 組のプレイヤーが  $n$  人ずつおり、それぞれ正の実数

$$a_1 < a_2 < \dots < a_n$$

$$b_1 < b_2 < \dots < b_n$$

によってその大きさが示される 1 個ずつの非分割財をもっている。またそれらの任意の 1 対、たとえば  $a_i$  と  $b_j$  を組み合わせることにより、

$$x_{ij} = u(a_i, b_j)$$

の生産量が得られるものとする。この場合、意味のあるネットワークは A の一人と B の一人を結び付けるリンクより成る。

ここで  $u$  は単調増加な優モデュラ関数であるとしてみよう。この仮定の意味は、任意の非負の実数  $a < a'$  および  $b < b'$  について

$$u(a, b) + u(a', b') > u(a, b') + u(a', b)$$

が成立することをいう。このとき A の一つと B の一つを重複を許さず選んで、任意に組み合わせることによってられる生産量の和

$$v = \sum u(a_i, b_j) \quad (\text{和は上の意味で任意})$$

の最大値  $v^*$  は、

$$v^* = \sum_i u(a_i, b_i)$$

のような、大きさの順序に対をつくり生産を行うことによって達成される。じっさいたとえば  $a_1 < a_2, b_1 < b_2$  とすれば、優モデュラ性によって

$$u(a_1, b_1) + u(a_2, b_2) > u(a_1, b_2) + u(a_2, b_1)$$

であるから、順位の異なるものを組み合わせるのは得策ではない。この種の問題に関しては、Arbin and Sotomayor (1994) 等を参照のこと。なお優モデュラ性は、 $u$  の2階の偏導関数  $u_{ij}$  が正の場合には満たされることになる。この点に関しては、Topkis (1978) 等を参照のこと。

**例 3**

上のモデルで  $n=2$  とし  $a_1=1, a_2=2, b_1=1, b_2=2$  かつ  $u(1,1)=1, u(2,2)=4, u(1,2)=u(2,1)=3$  と仮定しよう。このときは

$$u(1,2)+u(2,1) > u(1,1)+u(2,2)$$

となる。このように優モデュラ性を仮定しない場合には、順位の異なるものを組み合わせることによる生産量の和の方が大きくなることがある。

ここでリンクをもった2人がその生産量を分けるように、そして  $a_2$  を持つ個人の配分を

$$Y_2(2,1) < Y_2(2,2)$$

となるように定めよう。このとき上の意味で非効率的なグラフ  $\{(1,1), (2,2)\}$  のみが安定である。なぜなら、他の有意義なグラフは  $\{(1,2), (2,1)\}$  しかないので、 $a_2$  を持つ個人は  $b_2$  をもつ個人とのリンクの方を好むからである。

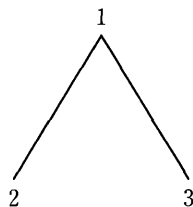
5. コミュニケーションモデル

ここでは個人のコミュニケーションの利得と費用を導入したモデルを考えよう。ネットワークの形は上のモデルより一般的になっているが、利得関数の形はより特殊である。

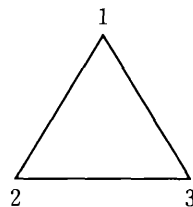
個人はリンクによって結び付けられており、コミュニケーションの利得は、その間に何人を介するかによって異なっている。直接的なリンクのもたらす利得は、個人によらず  $w$ 、 $(k-1)$ 人を間に介する場合は  $w^k$  とする。まただれか一人と直接リンクする場合の費用は、個人によらず  $c$  で、すでに存在するネットワークは、費用なしに使えるものとする。またリンクをもたない個人の利得はゼロとする。つぎの例は、Jackson = Wolinsky (1996) によるものである。

**例 4**

第 3 a 図



第 3 b 図



ネットワークを示すグラフは、

第 3 a 図では、直線と同型の  $g=\{12,13\}$

第3 b 図では、円と同型の  $g'=\{12, 13, 23\}$

である。第3 a 図のグラフ  $g$  の価値  $v(g)$  は各人の利得の和として

$$(3) \quad v(g)=2(w-c)+2(w+w^2-c) \\ =4w+2w^2-4c$$

のように求められる。

第3 b 図については同様に

$$(4) \quad v(g')=6(w-c)$$

となる。したがって

$$v(g)-v(g')=2(c-w-w^2)$$

となり、 $g$  が  $g'$  より効率的であるのは、 $c > w+w^2$  の場合である。

つぎに分配ルールとして、 $i, j$  はリンク  $ij$  のもたらす利得を均等に分割するものとする。つまり、すべての  $g, i, j$  について

$$(5) \quad Y_i(g, v)-Y_j(g-ij, v) \\ = Y_j(g, v)-Y_i(g-ij, v)$$

が成り立つものとする。以下では必要に応じ  $v$  を省略して記すことがある。

$g$  からリンク 13 を除くと、12 だけが残るから

$$Y_1(g-13)=Y_2(g-13)=w-c, \\ Y_3(g-13)=0$$

が導かれ、12 を除くと同様に

$$Y_1(g-12)=Y_3(g-12)=w-c \\ Y_2(g-12)=0$$

となる。また (5) より

$$Y_1(g)-(w-c)=Y_2(g)-0=Y_3(g)-0$$

となる。他方 (3) より

$$Y_1(g)+Y_2(g)+Y_3(g)=4w+2w^2-4c$$

となる。したがって

$$(7) \quad Y_1(g)=2w+(2/3)w^2-2c \\ Y_2(g)=Y_3(g)=w+(2/3)w^2-c$$

と計算される。当初の個人 2 と 3 の利得は  $w+w^2-c$  であったから、彼らはセンター 1 に  $(1/3)w^2$  だけを支払うことになる。

(b) の  $g'$  については

$$(8) \quad Y_1(g')=Y_2(g')=Y_3(g')=2(w-c)$$

となる。

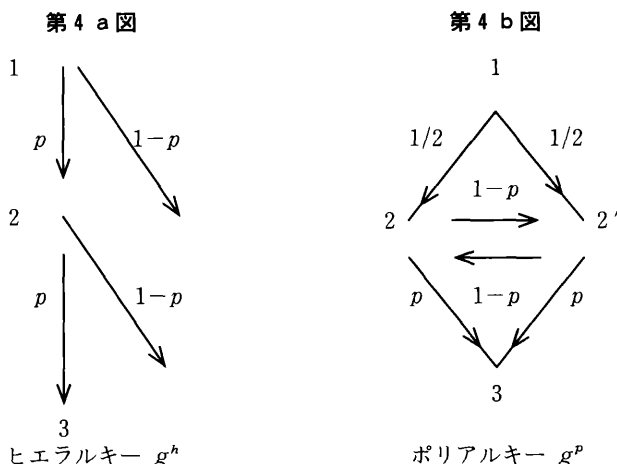


(7) と (8) を比較することによって、効率的なグラフ  $g$  が安定であるのは  $w - (2/3)w^2 < c < w$  のときのみであることがわかる。この例のように、効率的なネットワークは必ずしも安定なネットワークではない。コミュニケーションモデルでの両者の関係は、Jackson = Wolinsky (1996) において詳細に分析されている。なお独占企業のネットワークの構造について論じた興味深い文献に、Hendricks, Piccione and Tan (1995) がある。

## 6. ヒエラルキーとポリアルキー

あるネットワークを通じて、特定の個人から他の個人に意思の伝達が行えた場合に、それが示すグラフ  $g$  の成果を 1 とし、そうでなければ 0 とする。同数の個人を通じて、情報を伝達する場合でも機構の差によって成果の期待値  $v(g)$  は異なってくる。ここでは簡単なモデルを用いてヒエラルキー（階層制）とポリアルキー（多頭制）を比較してみよう。

### 例 5



上の第 4 a 図で個人 1 から個人 2 にある情報が伝えられ、さらに 2（あるいは 2'）と個人 3 にその情報が伝達される。各段階で情報が受理される確率は  $p$ 、棄却される確率は  $1-p$  であるとする。したがって 1 から 3 まで情報が伝わる確率、すなわちグラフ  $g^h$  の期待値は、

$$v(g^h) = p^2$$

となる。

第 4 b 図では、個人 1 が  $1/2$  の確率で個人 2 あるいは個人 2' を選び、ある情報を伝える。2（あるいは 2'）は  $p$  の確率でその情報を 3 に伝え、 $1-p$  の確率で 1 に伝えなかった旨を知らせる。その場合には、確実に情報は 2'（あるいは 2）に伝えられる。そして 2'（あるいは 2）は、 $p$  の確率で情報を 3 に伝える。この場合、グラフ  $g^p$  の期待値  $v(g^p)$  は  $p + (1-p)p$ 、つまり

$$v(g^p) = p(2-p)$$

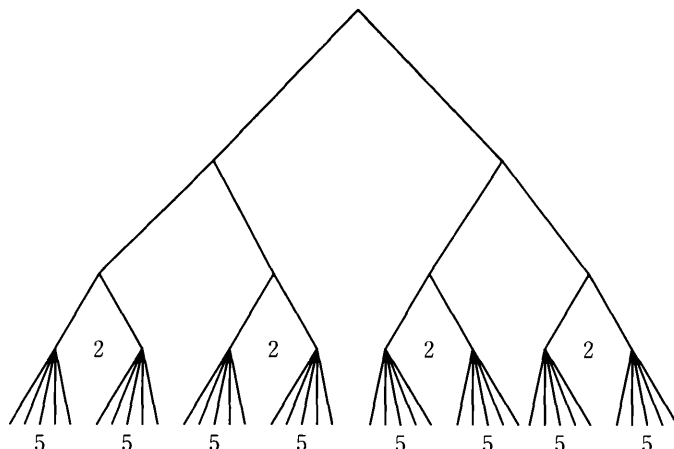
で与えられる。 $v(g^p) - v(g^h) = 2p(1-p) > 0$ である。

ネットワークを通じて、下層から上層に（上の図では上下を逆にして1から3に）情報が伝えられる場合、各リンク間の伝達の確率を、ある立案が承認される確率と読むこともできる。そのときうへの例は、ポリアルキーの下ではヒエラルキーの場合より多くの意思決定が容認されることを意味している。

このような結論の一般化および意思決定過程に確率的要因を導入した場合の分析としては、Sah = Stiglitz (1985,86) および Sobel (1992) を参照されたい。

Radner (1993) は、有限の能力をもった個人が情報処理を行うモデルを考察している。 $N$ の量のデータが、 $T$ 時間ごとに到着する。またデータ処理にともなう費用を  $C$  とする。これは  $N$ 、 $T$ のみならず、ネットワーク内の処理機の数  $P$  に依存する。このときどのようなネットワークの構造が効率的なものであろうか。

第5図



第5図には、1つのヒエラルキーの図が描かれている。最下層にある  $8 \times 5 = 40$  個の情報が処理されねばならない。図のツリーには全部で  $8 + 4 + 2 + 1 = 15$  個の端点があり、そこには1個ずつ計15個の処理機（プロセサー）が置かれている。いま、情報量を  $N$ 、処理機の数  $P$  とするとき、どのような構造のツリーが考えられる。上の図では、 $4 + 4 + 2 + 1 = 11$  回下の段階から上の段階に伝達を行わねばならない。これを遅れといい  $C$  で表す。

Radner の論文で得られた結論のうち重要なものには、次のようなものが含まれる。

- ①  $N$  と  $P$  および  $N(P - N/T)$  が大きいとき、 $(P, C)$  効率フロンティア上の点は近似的に

$$C \cdot \left( P - \frac{N}{T} \right) = \frac{N}{T}$$

を満たす。

②  $N \geq P \geq 1$  とすると、 $P$  個の処理機で  $N$  の情報量进行处理するために最小限必要な時間がある具体的な関数形を用いて示される。また各人が同じ数の部下をもつ何階層かの正常ピラミッドが最小の費用（遅れ）を達成のために十分である。

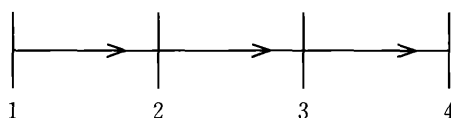
①より遅れ1単位当たりの処理機の価格を  $p$  とすると、 $C$  と  $P$  の最適解を求めることができる。なお、上のヒエラルキーは②の意味で最適なものではないことに注意しておく。詳しくは Radner 論文を参照されたい。

Bolton = Dewatripont (1994) は、組織が情報の処理を行い伝達する問題を扱っている。情報伝達に費用がかかるのは、他人が送る情報を消化するのに時間がかかるからである。人々が特定の種類の情報の処理に特化することによって時間を節約できる、そして特化による利益が伝達の費用を上回るときには、何人かの人々が共同して作業するのがよい。

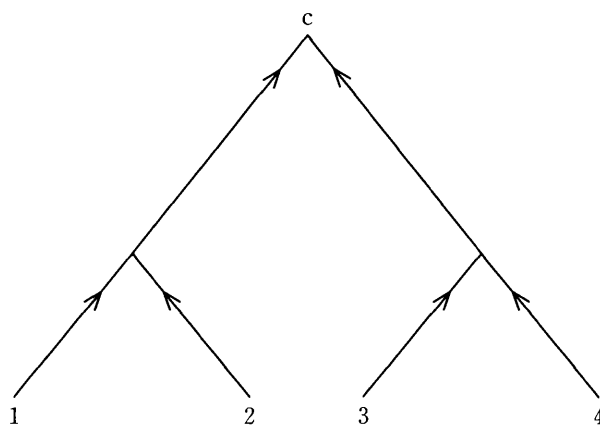
効率的なネットワークは、情報をプロセスするか、それを総計するのに特化する方がよい場合は、各分岐点から同数の枝の出る正常ピラミッド型になる。ただし大部分の個人が情報のプロセスと総計を行わなければならない状況下では、効率的なネットワークは単進直線的なベルトコンベア型となる。この問題を理解するには、つぎの例は有用である。

#### 例 6

第 6 a 図 ベルトコンベア型



第 6 b 図 ピラミッド型



上の第 6 a 図、b 図では 1, 2, 3, 4 の 4 人が情報を処理（解読）し、それをだれか 1 人（a

図では  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$ , b 図では c) に伝えることを組織の目的とする。1 単位の情報の処理には  $\tau$  だけの費用 (時間) がかかり, それを伝達するのに  $\lambda\tau$  だけの費用 (時間) がかかる。

a 図のネットワークの費用は, 1, 2, 3, 4 の各人が処理に要する費用は  $4\tau$  で, 伝達の費用は  $3\lambda\tau$ , したがって総費用は  $(4+3\lambda)\tau$  となる。b 図では, 情報処理の費用は  $4\tau$  で, 伝達すべき情報の費用は  $6\lambda\tau$  である。

このモデルではベルトコンベアー型の方がコストは低くてすむ。ただしここで一定とした  $\tau$  は, 分業による専門化によって変化することがあり, その場合は b 図の方が有利になりうる。

以上の結論は経営組織や生産工程の組織の問題にも妥当する。ただしここでの考察は, コミュニケーションと情報処理のコストのみに着目している。

## 7. 残された問題

ネットワークの構造と人々の行動インセンティブに関する分析は, 古い歴史をもつものである。ネットワークは経営組織や経済機構を特色づける要因の一部であり, たとえば1930~40年代の Mises や Hayek に対する, Lange-Lerner の間の論争や, 近年の Hurwicz らの古典的業績もそれにかかわるものである。

本稿で扱いえなかったテーマのなかでネットワークの構造の優劣を論じる上で, とりわけ重要な要因は, 組織における情報構造の問題である。この問題は展開型ゲームにおける情報構造の変化を分析することによって解明される。情報量の増加は, それを得た個人の効用を高めるとは限らない。それについては, Mertens and Zamir (1971), Levine and Ponsard (1977), Zamir, Kamien and Tauman (1990) 等を参照のこと。

ここではとりわけネットワークの構造と行動のインセンティブに着目して, それらの形態上の優劣について, 多少立ち入った考察を行ってみた。本稿の分析は断片的なものであり, 結論も限定的な仮定に依拠している。しかし他方において未開の分野は広く, 解明すべき多くの課題が残されている。いくつかの具体例を通じて, ネットワークとインセンティブに関する有力な議論のエッセンスと今後の研究の方向を示すことができたならば, 本稿の目標の大半は達成されたといってよい。

(経済学部教授)

## 参 考 文 献

- Arbin Roth E. and M. Sotomayor (1994), "Two-Sided Matching", *Handbook of Game Theory with Economic Applications Volume I*, ed. by Robert J. Aumann and Sergiu Hart, North-Holland, Chapter 16.
- Bolton, P. and M. Dewatripont (1994) "The Firm as a Communication Network", *The Quarterly Journal of Economics* 109, 809-839.
- Forges, F. (1986), "An Approach to Communication Equilibria", *Econometrica* 54, 1375-1385.
- Garcia, C. B. and W. I. Zangwill (1981), *Pathways to Solution, Fixed Points, and Equilibria*, Prentice-Hall, Inc..
- Hendricks, K, Piccione, M and Tan, Guofu (1995), "The Economics of Hubs: The Case of Monopoly", *The Review of Economic Studies* 62.
- Jackson M. O. and A. Wolinsky (1996), "A Strategic Model of Social and Economic Networks", *Journal of Economic Theory* 71, 83-99.
- Levine, P. and J. P. Ponsard (1977), "The Value of Information in Some Nonzero Sum Games", *International Journal of Game Theory* 6, 221-229.
- Mertens, J. R. and S. Zamir, (1971), "The Value of Two Person Zero-Sum Repeated Games with Lack of Information on Both Sides", *International Journal of Game Theory* 1, 36-64.
- Qian, Y. (1994), "Incentives and Loss of Control in an Optimal Hierarchy", *Review of Economic Studies* 61, 527-544.
- Radner, R. (1992), "Hierarchy: The Economics of Managing", *Journal of Economic Literature* 30, 1382-1415.
- (1993), "The Organization of Decentralized Information Processing", *Econometrica* 61, 1109-1146.
- Sah R. Kumar and J. E. Stiglitz (1985), "The Theory of Economic Organizations — Human Fallibility and Economic Organization-", *Aea Papers and Proceedings* 75.
- and —— (1986), "The Architecture of Economic Systems: Hierarchies and Polyarchies", *The American Economic Review* 76.
- Sobel J., (1992), "How to Count to One Thousand", *The Economic Journal* 102.
- Topkis, D. M., (1978), "Minimizing a Submodular Function on a Lattice", *Mathematics of Operations Research* 26, 305-321.
- Zamir, S., M. I. Kamien and Y. Tauman (1990), "Information Transmission", in T. Ichiishi, A. Neyman and Y. Tauman ed., *Game Theory and Applications*, Academic Press.