

Title	高齢化社会と年金保険システム
Sub Title	Aging society and annuity insurance system
Author	塩澤, 修平
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1997
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.89, No.4 (1997. 1) ,p.568(30)- 581(43)
JaLC DOI	10.14991/001.19970101-0030
Abstract	
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19970101-0030

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the Keio Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

高齢化社会と年金保険システム⁽¹⁾

塩澤修平

1 序

高齢化社会における望ましい配分のあり方、それを実現する方法について、世代重複モデルを用いて考察する⁽²⁾。各消費者の生存期間は不確実であり、そのもとで各消費者は期待効用最大化行動をとると考える⁽³⁾。

各世代の消費者は若年期と老年期の2期間生存する長命者と、若年期の1期間のみ生存する短命者のふたつに類型化され、各消費者は自分がどちらであるのかは若年期にはわからない。ここで高齢化とは、世代間の人口成長率の低下と、同一世代内での長命者の比率の上昇というふたつの面を指す。生存期間の不確実性に対しては、個人の貯蓄、積立方式ならびに賦課方式の年金保険などの手段が考えられる。それらの手段を比較検討することにより、望ましいシステムを探る。個人貯蓄の場合には、一般に遺産が残され、それをどう扱うか、そしてその扱いを消費者が認識しているかどうか配分に影響を与える。

もし遺産の扱いに関する情報が完全で消費者の期待が合理的ならば、短命者の遺産を一律に同世代の長命者に移転するシステムは、積立方式の年金保険のもとの配分と一致する。積立方式と賦課方式のどちらの年金保険がより高い期待効用をもたらすかは、人口成長率と実物投資の収益率の大小関係に依存する。1人当たりの消費が同一であり、初期保有と生産技術の制約条件のもとで、各消費者の期待効用を最大化する最適配分は、賦課方式の年金保険の導入により、個々の消費者の期待効用最大化行動に基づいて分権的に達成されることが示される。しかし、積立方式の年金保険

(1) 本稿は金融学会1996年度秋季大会での筆者の報告に基づいている。そのさい、一橋大学の小川英治氏より有益な助言を頂いた。また吉野直行教授からも有益な助言を頂いた。ただしあり得る誤りは筆者のみに帰される。なお、本稿は簡易保険文化財団より助成を頂いた調査研究の一部である。

(2) 世代重複モデルの一般的な議論については McCandless=Wallace [1991]などを参照せよ。

(3) 吉野他 [1994]での理論分析では、2期間生存するものとして効用最大化行動を定式化している。

では一般に最適配分は達成されない。また、それぞれの均衡配分について人口成長率や老年世代の生存率の変化がおよぼす効果について比較静学分析も行う。比較静学から得られる主な結論は、老年世代の生存率の上昇は貯蓄の増加をもたらす、人口成長率の低下は賦課方式のもとでの各消費者の期待効用を低下させることである。

2 期待効用最大化と市場均衡

2-1 経済環境

離散的な時間を考え、各期において1種類の実物財が存在する。消費者は1期のみ生存する者と、2期間生存する者の双方が存在し、個々の消費者は自分の生存期間を知らない。t期の若年人口を $L(t)$ とし、人口成長率 $n = L(t)/L(t-1)$ と老年期の生存率 q は一定である。効用関数はすべて同一であり、長命者の事後的な効用は若年期の消費 c_y からの効用 $u(c_y)$ と、老年期の消費 c_o からの効用 $u(c_o)$ に時間選好率 a をかけたものの和

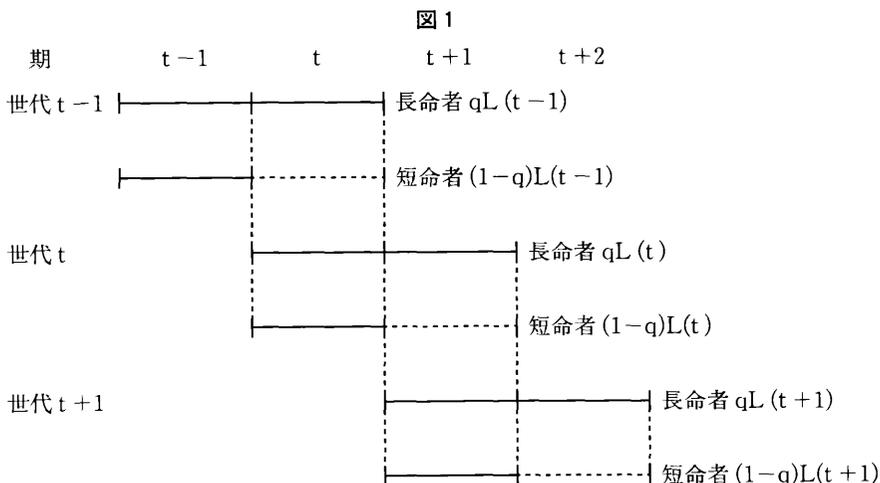
$$u(c_y) + a \cdot u(c_o) \tag{1}$$

とする。短命者の事後的な効用は若年期の消費 c_y からの効用 $u(c_y)$ のみであるが、すべての消費者は期待効用の最大化行動をとると考える。

生産技術については、財がある一定の率で保存可能とし、その特殊な事例として保存不可能な場合を考える。

効用関数、財の初期保有ならびに生産技術に関して以下の仮定をおく。

仮定1. 効用関数 u は2回微分可能であり、 $u' > 0$, $u'' < 0$ 。



仮定 2. 各消費者は若年期にのみ初期保有 $w > 0$ が与えられる。

仮定 3. 生産（貯蔵）技術は線形であり、 t 期の実物投資量 $V(t)$ に対する $t+1$ 期の産出量 $Y(t+1)$ の関係は

$$Y(t+1) = (1+r)V(t), r \geq -1$$

と表される。

図 1 に示されているように、 t 期においては、老年者として $t-1$ の $qL(t-1)$ 人の長命者、若年者として世代 t の全員 $L(t)$ 人が存在している。

2-2 効用最大化行動

各消費者は、自己の主観的な生存確率 q_e に基づき、期待効用最大化行動をとるものとする。 q_e が 1 に等しいときには、2 期間生存するものとして効用最大化を行う。消費者が正確な情報を持っている場合には q_e は客観的な生存率 q に一致する。

消費者にとっての貯蓄手段の収益率を $1+i$ 、若年期の初期保有あるいは所得を w とすると、期待効用最大化問題は以下のように定式化される。

$$\begin{aligned} \max E(u) &= u(c_y) + q_e \cdot a \cdot u(c_o) & (2) \\ \text{s.t. } c_y + c_o / (1+i) &= w \end{aligned}$$

前述したように c_y は若年期の消費、 c_o は老年期の消費、 a は時間選好率である。この問題の解を c_y^* 、 c_o^* とする。この消費者の貯蓄 s は、初期保有から最適な若年期の消費を引いたものであるので、それを貯蓄手段の収益率 $(1+i)$ 、若年期の初期保有 w 、生存率 q_e 、時間選好率 a の関数 $s(1+i, w, q_e, a)$ として表す。

命題 1. 仮定 1, 2 のもとで、生存率 q_e あるいは時間選好率 a の上昇は貯蓄の増加をもたらす。

証明. 期待効用最大化問題 (2) の解の 1 階の条件は

$$\begin{aligned} u'(c_y) / q_e \cdot a \cdot u'(c_o) &= 1+i \\ c_y + c_o / (1+i) &= w \end{aligned}$$

である。これらの条件および仮定 1 より、 q_e あるいは a の上昇は c_y の低下をもたらす、したがって貯蓄は増加する。

この命題は、平均寿命の伸びにともない、長い老後に備えて若年世代がより多く貯蓄を行うことを意味している。ただし老年人口の増加は老年者の消費の増加をもたらす、社会全体の消費の増加をもたらす場合もあると思われる。

貯蓄手段の収益率の変化は、代替効果と所得効果の相対的な大きさに依存するので、確定的ではない。

補助定理 1. 仮定 1 および 2 のもとで、貯蓄手段の収益率の上昇は、代替効果が所得効果よりも大きい場合には貯蓄の増加をもたらす、逆の場合には貯蓄の減少をもたらす。

2-3 積立方式の年金保険

若年期に保険料 p を支払い、老年期に生存者のみが保険金 b を受け取る、という年金保険システムが存在する場合に、財の配分がどのようになるかを考察する。

一般に年金には

$$\text{年金収支の均等 (賦課方式): 給付金総額} = \text{保険料総額} \quad (3)$$

$$\text{掛金運用収益の均等 (積立方式): 給付金総額} = \text{運用収益} \quad (4)$$

という制約が課せられている。生存率に関しては、各消費者は正しい情報をもっているとする。

仮定 3 のもとでは t 世代の若年者の保険料収入 $L(t)p$ を 1 期間持ち越したものが t 世代の生存者への保険金支払いに等しくなるので、積立方式の制約は仮定 3 および (4) 式より

$$(1+r)L(t)p = qL(t)b \quad (5)$$

と表される。

消費者にとってこの年金保険は、若年期に保険料 p を支払い、老年期に自分が生存していれば保険金 b を受け取ることができるので、収益率 b/p をもつ貯蓄手段である。このときの貯蓄は $s[b/p, w, q, a]$ であり、この貯蓄が保険料として支払われる。

定義 1. 積立方式の均衡年金保険は以下の条件を満たす保険料 p^* と保険金 b^* である。

$$s(b^*/p^*, w, q, a) = p^*$$

$$(1+r)L(t)s(b^*/p^*, w, q, a) = qL(t)b^*$$

またそのときの均衡配分は

$$c_y^* = w - p^*$$

$$c_o^* = b^*$$

である。

この年金保険の収益率 b/p は (5) 式より、均衡においては

$$b/p = (1+r)/q \quad (6)$$

である。

命題 2. 仮定 1～3 のもとで、積立方式の年金保険による均衡配分において、生存率 q の上昇は貯蓄の増加をもたらす。また各消費者の期待効用と短命者の事後的効用を低下させる。

証明. (6) 式より年金保険の均衡における収益率は $(1+r)/q$ であるので、期待効用最大化問題 (2) の解の 1 階の条件は、

$$u'(c_y)/[q \cdot a \cdot u'(c_o)] = (1+r)/q$$

$$c_y + qc_o/(1+r) = w$$

である。 q の上昇にともなって c_y が増加したとすると、仮定 1 より $u'(c_y)$ は低下し、1 階の条件を満たすためには c_o は増加しなければならない。しかし c_y と c_o がともに増加すれば予算制約式は満たされない。

q の上昇は年金保険の収益率 $(1+r)/q$ を低下させ、予算集合が縮小するので、期待効用は低下する。また c_y の減少は、短命者の事後的効用 (c_y) を低下させる。

2-4 個人貯蓄と年金保険

年金保険とは異なり、各消費者が期待効用最大化を目的として個人的に貯蓄をする場合、短命者は一般に若年期の貯蓄を遺産として残すことになる。この遺産をどのように扱うかが問題であるが、基本的には同世代の長命者か次世代に移転されると考える。この遺産を予期したものとするか、そうでないかは消費者の貯蓄行動に影響を与える。

いま極端な事例として、短命者の遺産を 100% の税率の相続税で集めて、同世代の長命者に一律に配分する方式を考える。ただしこの場合の遺産は、子孫のために意図的に残すものではなく、老年期の消費のための貯蓄が、短命者に関しては結果的に使われずに残されたものである。 t 世代の貯蓄総額は $L(t)s$ であり、仮定 3 の生産技術のもとでは $t+1$ 期にはそれが $(1+r)L(t)s$ となる。生存率が q であるので、 t 世代の遺産総額は $(1-q)(1+r)L(t)s$ であり、長命者への移転額は 1 人当たり $(1+r)s(1-q)/q$ となる。長命者 1 人当たりの貯蓄は $t+1$ 期には $(1+r)s$ となっているので、移転額を含めると長命者の老年期には $(1+r)s/q$ が得られる。したがって情報が完全であって、消費者が将来の所得移転を考慮して合理的に期待を形成するのであれば、個人貯蓄の収益率は

$$[(1+r)s/q]/s = (1+r)/q \quad (7)$$

となる。これは積立方式の年金保険の収益率と同じであり、このときの貯蓄額は

$$s[(1+r)/q, w, q, a]$$

である。

情報が不完全で、遺産のことを考慮せず、個人貯蓄の収益率を $1+r$ と考えるような錯覚が存在する場合には、各消費者の貯蓄額は

$$s[1+r, w, q, a]$$

となり、長命者には1人当たり

$$(1+r)s[1+r, w, q, a](1-q)/q$$

の実物財が、老年期に同世代の短命者の遺産として移転される。

命題3. 仮定1～3のもとで、情報が完全で期待が合理的ならば、短命者のすべての遺産を一律に同世代の長命者に移転するシステムは、積立方式の制約を満たす年金保険のもとでの均衡配分と一致する。

証明. 錯覚がなければ、短命者からの移転額を含めた貯蓄に対する収益率は $(1+r)/q$ となり、年金保険の場合と貯蓄額は一致する。移転総額は

$$(1-q)(1+r)s[(1+r)/q, w, q, a]$$

であり、これは年金保険の保険金支払い総額に等しい。

命題4. 仮定1～3のもとで、錯覚が存在するときには、 $s[(1+r)/q, w, q, a]$ と $s[1+r, w, q, a]$ が等しい場合を除いて、一般に各消費者の期待効用は積立方式の制約を満たす年金保険のもとの方が個人貯蓄を行う場合よりも高い。また、所得効果が代替効果よりも大きければ、年金保険のもとでの短命者の事後的効用は個人貯蓄の場合よりも高いが、代替効果の方が大きければ、逆に短命者の事後的効用は低くなる。

証明. 錯覚が存在するときには個人貯蓄は $s[1+r, w, q, a]$ であり、若年期の消費は

$$w - s[1+r, w, q, a]$$

である。老年期の生存者には1人当たり $(1+r)s[1+r, w, q, a](1-q)/q$ の移転が行われるので、老年期の消費は

$$(1+r)s[1+r, w, q, a] + (1+r)s[1+r, w, q, a](1-q)/q = (1+r)s[1+r, w, q, a]/q$$

であり、 $s[(1+r)/q, w, q, a]$ と $s[1+r, w, q, a]$ が等しい場合には、若年期の消費と老年期の消費はともに年金保険の場合の消費

$$w - s[(1+r)/q, w, q, a], s[(1+r)/q, w, q, a](1+r)/q$$

と等しくなる。それ以外の場合には、移転額を含めた個人貯蓄のときの消費は、年金保険のときの予算線上で、効用最大化点以外の点となり、期待効用水準は低下している(図2参照)。

$(1+r)/q > 1+r$ であるので、所得効果が代替効果よりも大きければ、補助定理1より、

$$s[(1+r)/q, w, q, a] < s[1+r, w, q, a]$$

となり、若年期の消費は年金保険の場合の方が大きいので、事後的な効用も高い。

図 2

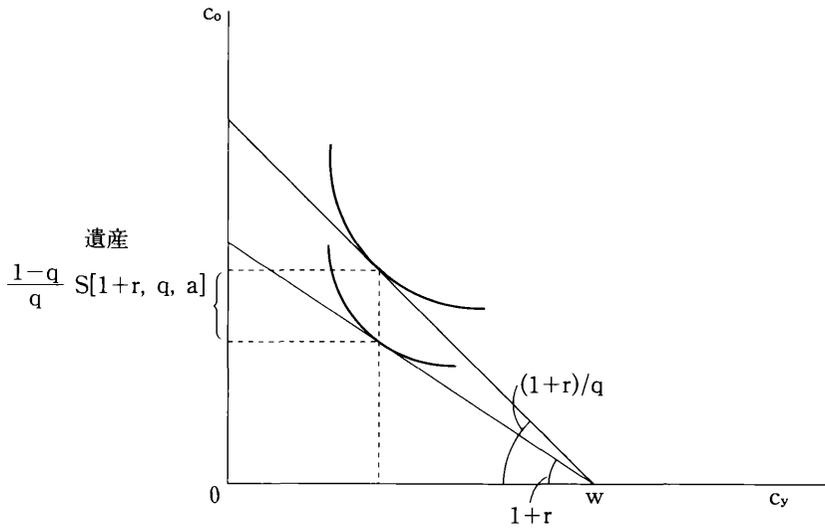


図 2 で示されるように、収益率が $1+r$ のときと $(1+r)/q$ のときで貯蓄額が同じであるならば、個人貯蓄の場合の老年期の消費は、遺産の移転によって年金保険の場合の消費と同じになる。

2-5 賦課方式の年金保険

賦課方式の年金保険は、(3) 式から制約

$$L(t)p = qL(t-1)b \quad (8)$$

を満たさなければならない。このときの年金保険の収益率は

$$b/p = n/q \quad (9)$$

である。

定義 2. 賦課方式の均衡年金保険は以下の条件を満たす保険料 p^* と保険金 b^* である。

$$s(b^*/p^*, w, q, a) = p^*$$

$$L(t)s(b^*/p^*, w, q, a) = qL(t-1)b^*$$

またそのときの均衡配分は

$$c_y^* = w - p^*$$

$$c_0^* = b^*$$

である。

命題 5. 仮定 1, 2 および 3 のもとで、賦課方式の年金保険が存在する場合の均衡配分において、人口成長率 n の低下は、各消費者の期待効用を減少させる。

証明. n の低下は予算集合の縮小をもたらし、したがって期待効用を減少させる。

命題 6. 仮定 1, 2 および 3 のもとで、賦課方式の年金保険が存在する場合の均衡配分において、生存率 q の上昇は貯蓄を増加させる。また各消費者の期待効用および短命者の事後的効用を低下させる。

証明. 均衡における年金の収益率が n/q なので、効用最大化問題 (2) の解の 1 階の条件は

$$u'(c_y) / [q \cdot a \cdot u'(c_0)] = n/q$$

$$c_y + qc_0/n = w$$

である。 n の上昇にともなって c_y が増加したとすると、仮定 1 より $u'(c_y)$ は低下し、1 階の条件を満たすためには c_0 は増加しなければならない。しかし c_y と c_0 がともに増加すれば予算制約式は満たされない。

2-6 積立方式と賦課方式の比較

均衡における制約条件の違いから、積立方式の年金保険のもとの均衡配分と、賦課方式の均衡配分との期待効用の観点からの比較について、次のような命題が導かれる。

命題 7. 人口成長率 n が実物投資の収益率 $1+r$ よりも高い場合には、賦課方式の年金保険のもとの均衡配分における各消費者の期待効用は、積立方式のもとの均衡配分における期待効用より

図 3 (a) $n > 1+r$

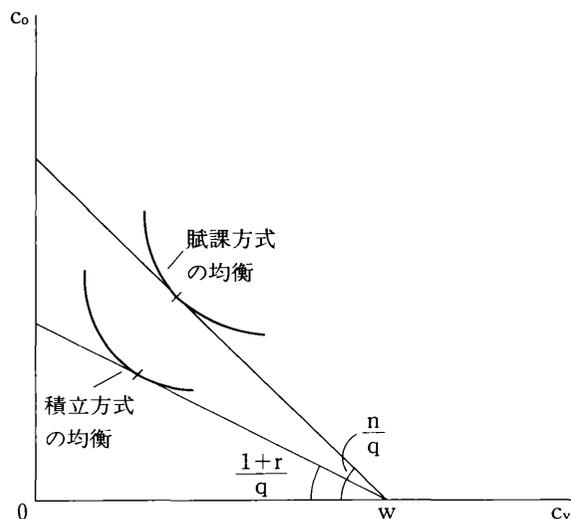
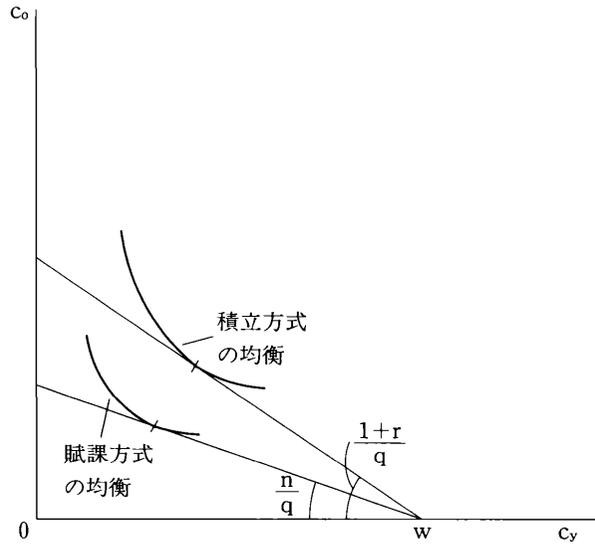


図3 (b) $n < 1 + r$



も大きく、逆に n が $1+r$ よりも低い場合には積立方式の年金保険のもとでの均衡配分における各消費者の期待効用は、賦課方式のもとでの均衡配分における期待効用よりも大きい。

3 最適定常状態の達成

3-1 最適配分の条件

各消費者の期待効用を最大化するような定常状態を考え、それを分権的に実現する政策を考察する。ここで分権的とは、貯蓄手段の収益率、生存率を所与とした各消費者の期待効用最大行動の結果として配分が実現されることをいう。

定義3. 最適定常配分とは、1人当たりの消費 (c_y, c_0) および実物投資 v が同一であり、初期保有ならびに生産技術の制約条件のもとで、各消費者の期待効用を最大化する配分である。

初期保有ならびに生産技術の制約条件とは、各期において、若年者の消費と老年者の消費および実物投資の総計が、初期保有量および前期の実物投資による生産量の総計に等しくなることである。

$$L(t)\{c_y + v\} + qL(t-1)c_0 = L(t)w + (1+r)L(t-1)v \quad (10)$$

(10) 式を $L(t-1)$ で除すことにより、制約条件は次のように表される。

$$nw - n\{c_y + v\} - qc_0 + (1+r)v = 0 \quad (11)$$

また各期の1人当たりの実物投資 v は初期保有量 w を超えないものとする。したがって、最適

定常配分は以下の問題の解である。

$$\begin{aligned} \max E(u) &= u(c_y) + q \cdot a \cdot u(c_o) & (12) \\ \text{s.t. } nw - nc_y - v\{n - (1+r)\} - qc_o &\geq 0 \\ w - v &\geq 0 \end{aligned}$$

効用最大化問題 (12) の解の1階の条件は

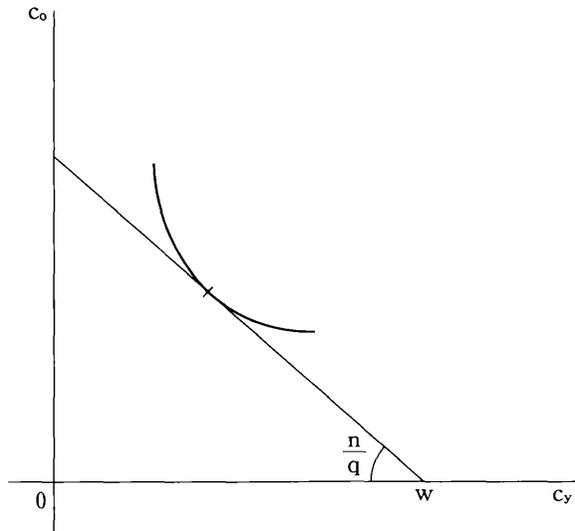
$$\begin{aligned} 0 &\geq u'(c_y) - \lambda_1 n, & \{u'(c_y) - \lambda_1 n\} c_y &= 0 & (13) \\ 0 &\geq q \cdot a \cdot u'(c_o) - \lambda_1 q, & \{q \cdot a \cdot u'(c_o) - \lambda_1 q\} c_o &= 0 \\ 0 &\geq \lambda_1 \{-n + (1+r)\} - \lambda_2, & \{\lambda_1 [-n + (1+r)] - \lambda_2\} v &= 0 \\ \lambda_1 \{nw - nc_y - v[n - (1+r)] - qc_o\} &= 0, & nw - nc_y - v[n - (1+r)] - qc_o &\geq 0 \\ \lambda_2 (w - v) &= 0, & w - v &\geq 0 \end{aligned}$$

である。ここで $\lambda_1 \geq 0$, $\lambda_2 \geq 0$ はラグランジュ乗数である⁽⁴⁾。

これらの条件から、最適な実物投資の水準について以下の主張が導かれる。

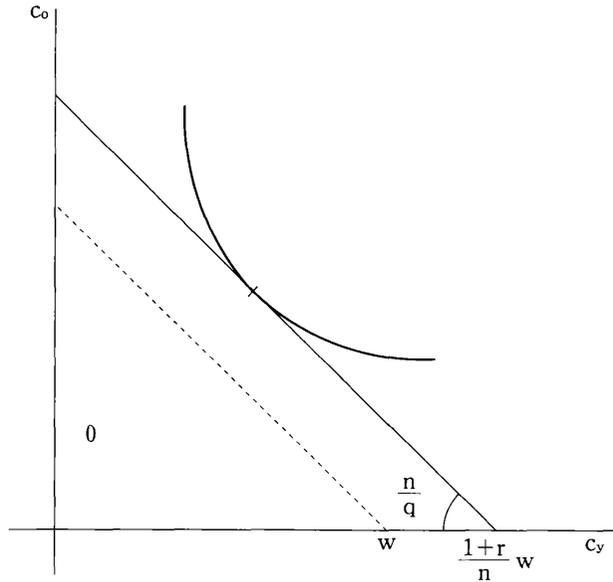
補助定理 2. 最適定常状態達成のための1人当たりの実物投資は、人口成長率 n が実物投資の収益率 $1+r$ よりも高い場合にはゼロであり、 n の方が $1+r$ よりも低い場合は初期保有量 w に等しくなる。

図 4 最適消費
 $n > 1 + r$



(4) この条件の導出についてはたとえば Takayama [1985] p90-92を参照せよ。

図5 最適消費
 $n < 1 + r$



人口成長率 n が実物投資の収益率 $1+r$ よりも高い場合の最適消費は次の条件で特徴づけられる。

$$\begin{aligned} u'(c_y) / [q \cdot a \cdot u'(c_0)] &= n/q & (14) \\ c_y + qc_0/n &= w \end{aligned}$$

人口成長率 n が実物投資の収益率 $1+r$ よりも低い場合の最適消費は次の条件で特徴づけられる。

$$\begin{aligned} u'(c_y) / [q \cdot a \cdot u'(c_0)] &= n/q & (15) \\ c_y + qc_0/n &= (1+r)w/n \end{aligned}$$

3-2 賦課方式による最適配分の分権的達成

最適配分と賦課方式の年金保険のもとでの均衡配分との関係について以下の命題が導かれる。

命題8. 人口成長率 n が実物投資の収益率 $1+r$ よりも高い場合、賦課方式の年金保険の導入により、最適定常状態が均衡配分として分権的に達成される。

証明. 年金保険の収益率が n/q のときの、各消費者の期待効用最大化問題 (2) の解の1階の条件は

$$\begin{aligned} u'(c_y) / [q \cdot a \cdot u'(c_0)] &= n/q \\ c_y + qc_0/n &= w \end{aligned}$$

であり、最適定常配分の条件 (14) が満たされている。

人口成長率 n が実物投資の収益率 $1+r$ よりも低い場合には、補助定理 2 より最適な実物投資 v は初期保有量 w に等しくなり、最適配分の実現のために所得移転が必要となる。

命題 9. 人口成長率 n が実物投資の収益率 $1+r$ よりも低い場合、第 1 期に $(1+r)L(0)w$ の実物財が利用可能であるならば、各期 $L(t)w$ の実物投資と、消費者 1 人当たり $(1+r-n)w/n$ の所得移転を行うことにより、最適配分は賦課方式の制約を満たしつつ分権的に達成される。

証明. 年金保険の収益率が n/q のときに、 $(1+r-n)w/n$ の所得移転を受けた消費者の期待効用最大化の 1 階の条件は

$$\begin{aligned} u'(c_y) / [q \cdot a \cdot u'(c_o)] &= n/q \\ c_y + qc_o/n &= (1+r)w/n \end{aligned}$$

となり、(15) 式の条件を満たしている。

補助定理 2 から $t-1$ 期の最適な実物投資は $L(t)w$ である。 $t-1$ 期に $L(t-1)w$ の実物投資がなされれば t 期には $L(t-1)w(1+r)$ が利用可能であり、 t 期の若年世代からの保険料収入は $L(t)p$ である。したがって年金保険の供給主体の収入総額は

$$L(t-1)w(1+r) + L(t)p$$

である。老年者への年金支払い総額は $qL(t-1)b$ であり、若年世代への所得移転の総額は $L(t)(1+r-n)w/n$ 、実物投資の総額は $L(t)w$ である。したがって支出総額は

$$qL(t-1)b + L(t)(1+r-n)w/n + L(t)w$$

である。賦課方式の制約は

$$L(t)p = qL(t-1)b$$

であるので、

$$L(t-1)w(1+r) + L(t)p = qL(t-1)b + L(t)(1+r-n)w/n + L(t)w$$

が成立、すなわち収入総額が支出総額に等しくなり、実現可能である。

3-3 積立方式と最適配分

積立方式の年金保険では、一般に最適配分は分権的に達成されない。命題 2 の証明で示されたように、積立方式の年金のもとでの均衡配分は次の条件で特徴づけられる。

$$\begin{aligned} u'(c_y) / [q \cdot a \cdot u'(c_o)] &= (1+r)/q \\ c_y + qc_o / (1+r) &= w \end{aligned}$$

人口成長率 n が実物投資の収益率 $1+r$ よりも高い場合、低い場合ともに、各消費者にとっての予算集合は、最適配分を求める場合の制約条件を満たす集合よりも小さくなり、期待効用は低くなる。

图6 $n > 1 + r$

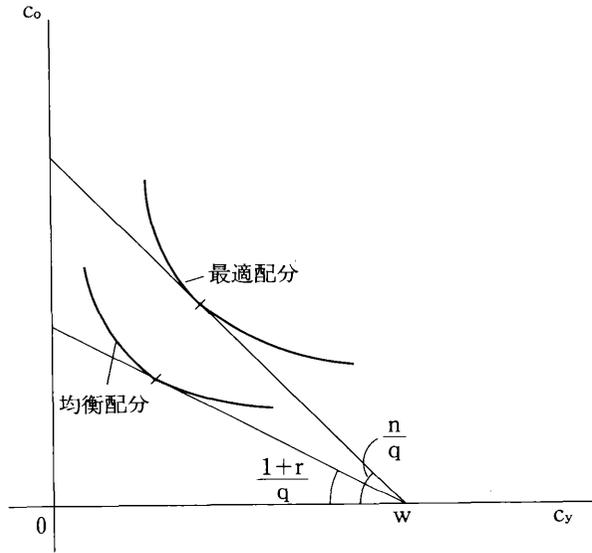
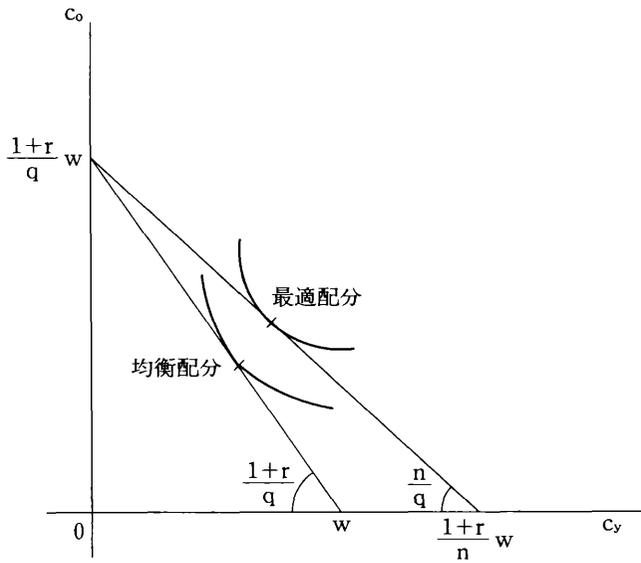


图7 $n < 1 + r$



4 結 語

個人貯蓄や積立方式と賦課方式の年金保険など、異なるシステムのもとでの配分の比較といった高齢化社会の本質的な問題を分析する上で世代重複モデルはきわめて有効な枠組を提供することが示唆された。情報が完全であれば遺産の扱い方によっては、個人貯蓄システムのもとでの配分は積立方式の年金保険のもとでの均衡配分と一致する。人口成長率が実物投資の収益率よりも高い場合には、賦課方式のもとでの期待効用は積立方式のもとでの期待効用よりも大きい、人口成長率が実物投資の収益率よりも低い場合には逆に積立方式の方が高い期待効用をもたらす。賦課方式の年金保険の導入は、ある種の最適配分を分権的に達成するが、積立方式の年金では最適配分は分権的に達成されない。

ここでの理論的帰結は実証分析と組合せることでさらに様々な含意を得ることが可能である。実物投資の収益率と資本蓄積との関係を明示的に取り入れることについては、今後の課題としたい。

参 考 文 献

- G.T. McCandless Jr., N. Wallace, 1991, *Introduction to Dynamic Macroeconomic Theory*, Harvard University Press.
- A. Takayama, 1985, *Mathematical Economics*, 2nd ed. Cambridge University Press.
- 吉野直行, 塩澤修平, 竹森俊平, 荒井貴史, 1994, 『高齢化社会への新たな戦略』財団法人 財政経済協会。

(経済学部教授)