慶應義塾大学学術情報リポジトリ
Keio Associated Repository of Academic resouces

Title	経済統合における移行動学と内生的経済成長
Sub Title	Transitional dynamics of economic integration and endogenous growth
Author	高橋, 青天 坂上, 智哉
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1996
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.89, No.2 (1996. 7) ,p.211(71)- 224(84)
JaLC DOI	10.14991/001.19960701-0071
Abstract	
Notes	小特集 : 国際貿易と経済成長
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19960701-0071

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

「三田学会雑誌」89巻2号（1996年7月）

経済統合における移行動学と内生的経済成長

高　橋　青　天
坂　上　智　哉

1．はじめに

Rivera-Batiz and Romer [11] [12] では，新たな技術の開発がR&D部門によって行われるという，Romer [14] の内生的技術革新モデルのフレームワークのもとで，国際的な経済統合の効果が分析されている。彼らは，経済統合前と後とでの均斉成長径路（Balanced Growth Path）の比較などを行い，いくつかの興味深い結論を導いている。なかでも，知識主導型のモデルにおいて，(1)財の貿易は長期成長率にまったく影響を与えないが，(2)知識の流出（flow of ideas）を認めるならば，永久により高い成長率を達成できる，といった興味深い結論が得られている。しかし，彼らの分析は同時に重大な欠点も抱えている。それは，Devereux and Lapham [5] でも指摘しているように，Rivera-Batiz and Romer によって分析された均斉成長径路はナイフエッジ的な性質を持つために，その径路は不安定なものとなるということである。したがって，最適な均斉成長径路同士を比較することには意味はなく，Rivera-Batiz and Romer によって得られた結論は頑強（robust）なものとはいえない。さらに，Benhabib and Perli [1]，Boldrin and Persico [2]，Mitra [9]，および Mashiyama [8] などの近年の研究では，より一般的な内生成長モデルのもとで，均斉成長径路は不定性（indeterminacy）や不安定性（instability）を有する可能性のあることが明らかにされてきている。

本稿の目的は，Rivera-Batiz and Romer（RBR）モデルを改良することで，経済統合に関して [11]，[12] とは異なる結論を導くことである。もっとも重要な相違点は，RBR モデルでは，中間財市場が独占的競争であるような状態を仮定していたのに対して，我々のモデルでは，最新の知識のみを用いて生産される中間財をモデルに導入することで，解の径路を完全競争均衡径路として導

本稿は，第5回 Viennese Workshop on Advances in Nonlinear Economic Dynamics および第4回 Pacific Rim Conference において報告した論文に，加筆・修正を行ったものです。Ngo Van Long, Tapan Mitra, Koji Shimomura の諸教授，および Conference 参加者から多くの貴重なコメントを頂きました。ここに記して感謝いたします。

出することが可能となる点にある。そして，競争均衡径路は対応する最適成長問題を解くことで得られる。さらに，各時点での部門間の効率性条件より，各時点において，中間財部門で用いられる人的資本の水準が一定となるため，知識の蓄積を表す微分方程式は，簡単な線形微分方程式となる。よって，対応する最適成長モデルは，外生的技術進歩を伴う最適成長モデルとして記述することができる。このことから，外生的技術進歩モデルにおいてしばしば用いられる分析上のテクニックが，ここでも同様に適用できるようになる。このことは，我々のモデルが単にシンプルなだけでなく，分析上の優位性を有していることを意味している。

第2節ではモデルを提示し，第3節では最適成長モデルを分析する。第4節では，位相図を用いて経済統合の効果を分析する。なお，このときの詳細な比較動学分析は付録に掲載する。

2. モ デ ル

モデルはR&D部門，中間財部門，最終財部門の3部門からなる。各個人は同質的で，一人当り h の人的資本（一人当りの労働生産性）を有している。社会全体の労働力 L は，R&D部門と最終財部門の生産に投入される。それぞれの部門での労働力を L_a, L_y; $L = L_a + L_y$ と表す。また，社会全体の人的資本の水準を H とすると，

$$H = L_a h + L_y h = H_y + H_a,$$

となる。以下，各部門での生産者の最適行動を，順次考察していく。

2.1 最終財部門

最終財 Y は人的資本 H_y と中間財 X を用いて，次のコブ＝ダグラス型の技術のもとで生産が行われる：

$$Y = H_y^{\beta} X^{1-\beta} = (hL_y)^{\beta} X^{1-\beta} \qquad \text{または} \qquad y = h_y^{\beta} x^{1-\beta}; \quad \beta \in (0,1).$$

ただし，$y = Y/L$, $h_y = H_y/L$, $x = X/L$ である。Romer [14] 等では，最終財 Y の生産は人的資本 H や中間財 X の他に労働力 L を投入物としていた。しかし，人的資本は各個人に体化された生産性の指標なので，単位の変換を行うことで H を L で表すことができると考えられる。したがって本稿では最終財の生産関数を H と X または L と X の関数として表現することにする。

最終財の生産者は，賃金率 w_y と中間財価格 p を所与のもとで，利潤を最大にするように h_y と x の水準を選択する。

$$\max_{x, h_y} \{ h_y^{\beta} x^{1-\beta} - w_y h_y - px \}.$$

ただし，最終財の価格をニューメレールとしている。

この問題の一階条件は

$$p = (1-\beta) h_y^{\beta} x^{-\beta}, \tag{1}$$

$$w_y = \beta h_y^{\beta-1} x^{1-\beta}. \tag{2}$$

これらの式から L_y と X についての需要関数を導出することができる。

2.2 中間財部門

中間財部門では，最新の知識と資本ストックを用いて中間財が生産される：

$$X = \dot{A}^{\alpha} K^{1-\alpha}, \qquad \text{または} \qquad x = \left(\frac{\dot{A}}{L}\right)^{\alpha} k^{1-\alpha}, \quad \alpha \in (0,1). \tag{3}$$

ただし，$\dot{A}$ は R&D 部門で生み出された最新の知識を表し，K は物的資本ストックを表す。また，$k = K/L$ である．Romer [14] 等と異なり，ここでの定式化のもとでは新しい知識は中間財の生産性を高めるだけである。さらに，新しい知識は中間財の生産にだけ用いられている。

新しい知識は中間財部門の中の研究開発部（R&D division）によって生み出されるものと仮定しよう。すなわち，R&D 部門は中間財部門に統合されていると考えるのである。Uzawa[15]，Lucas [6]，Romer [14] 等と同様に，新しい知識の生産は，

$$\dot{A} = AH_a \qquad \text{または} \qquad \dot{A}/L = Ah_a, \tag{4}$$

であるとする。ただし，A は社会全体の知識ストックを表す。(4) を (3) に代入すると，中間財部門における生産者は，賃金率 w_a，資本レンタル率 r および中間財の価格 p が所与のもとで，利潤を最大にするような h_a と k を選択することになる。式で表せば次のようになる：

$$\max_{h_a,k}\{p(Ah_a)^{\alpha}k^{1-\alpha} - w_a h_a - rk\}.$$

最適性の一階条件より

$$w_a = \alpha p A^{\alpha} h_a^{\alpha-1} k^{1-\alpha}, \tag{5}$$

$$r = (1-\alpha)p(Ah_a)^{\alpha}k^{-\alpha}. \tag{6}$$

ここまでの定式化では，新しい知識は同質的ではなく，各企業は異なる知識を生み出していると暗に仮定している。このため，生産関数 (3) には $\dot{A}/L$ が入っており，(4) は H_a の関数となっている。このようなモデルを「異なる知識モデル」と呼ぼう。これに対して，各企業の生産する知識がまったく同じであるような場合も考えられる。このとき，各企業の生産する新しい知識 Ah_a は社会全体で生み出される新しい知識 $\dot{A}$ に一致する。これは，(3) および (4) を

$$x = (\dot{A})^{\alpha}k^{1-\alpha}, \quad \alpha \in (0,1), \tag{7}$$

および

$$\dot{A} = Ah_a$$

で置き換えることで表される。このようなモデルを「共通知識モデル」と呼ぼう。

我々のモデルでは，各時点で 3 つの均衡市場が存在していることに注意しよう。それらは，最終財市場，中間財市場，人的資本市場である。これらの市場では価格と取引量は瞬時に決定され，瞬時的均衡が達成される。ワルラス法則より，3 つの市場のうち中間財市場，人的資本市場の 2 つに

ついて考えるだけでよいことがわかる。

最後に，モデルを通時的なものにするために，以下の合理的な代表的個人を考える。

2.3 代表的個人

代表的個人は，次の問題に直面していると仮定しよう：

$$\max_{c(t)} \int_0^\infty e^{-\rho t} \frac{c(t)^{1-\sigma}}{1-\sigma} dt, \quad \sigma \in (0,1)$$

$$\text{s.t.} \qquad \dot{k}(t) = r(t)k(t) + w(t)h(t) - c(t), \quad {}^\forall t \geq 0.$$

ただし，閉鎖経済では貯蓄と投資が等しいという事実を用いている。

ここで，一般性を失うことなく，以下の仮定を導入しよう。

仮定 1　社会全体の人的資本の水準 H および社会全体の労働力 L は一定である。

我々のモデル経済のイメージとフィットする例としては，パソコン産業が考えられる。パソコン産業の中には，IBM のようにたいへん大きな企業から中小の企業まで，数多くの企業が存在している。そのため，パソコン市場は完全競争的な最終財市場であると考えられる。これらの最終財企業は，主に Intel，AMD，Cyrix などの企業で生産されたマイクロチップを中間財として用いている。チップセット市場はたいへん競争が激しく，その市場で生産を行う企業は他社に負けないために最新の技術のみを用いる傾向がある。実際，上記の 3 社は CPU チップの市場でたいへん激しい競争を展開している。マイクロチップ産業の中の研究開発部とは各企業のチップデザイン部門のことである。その部門において，新しいチップセットは労働集約的な方法で，チップデザイナーによって開発される。したがって，この産業はまさに我々の考察しているケースに該当する。すなわち，産業の R&D 部門は中間財部門の中に統合されているのである。

3．最適成長モデル

Debreu [4] や Malinvaud [7] などでも述べられているように，完全予見のもとでは，前節の競争均衡モデルの解径路は次の計画問題の最適径路に一致する：

$$\max_{c(t)} \int_0^\infty e^{-\rho t} \frac{c(t)^{1-\sigma}}{1-\sigma} dt$$

$$\text{subject to} \qquad y = h_y^\beta x^{1-\beta}; \quad \beta \in (0,1), \tag{8}$$

$$x = (\dot{A}/L)^\alpha k^{1-\alpha}; \quad \alpha \in (0,1), \tag{9}$$

$$\frac{\dot{A}}{L} = A h_a, \tag{10}$$

$$h = h_a + h_y, \tag{11}$$

$$y = \dot{k} + c, \tag{12}$$

$$k(0) \text{ and } A(0)\text{: given}$$

まず，(8)から(11)までを一つにまとめることで，次式を得る。

$$y = h_y^{\beta}\{(Ah_a)^{\alpha}k^{1-\alpha}\}^{1-\beta} = (h - h_a)^{\beta}(Ah_a)^{\alpha(1-\beta)}k^{(1-\alpha)(1-\beta)}. \tag{13}$$

h が所与のもとでの h_a の最適配分を考えるためには，次の簡単な最適問題を解く必要がある：Maximize y for $h_a \in (0, h)$. この問題の一階条件より，次の式を得る。

$$h_a = \frac{h}{\dfrac{\beta}{(1-\beta)\alpha} + 1}$$

ここで，$\partial^2 y / \partial h_a^2 < 0$ が満たされており，しかも h_a は所与のパラメータのみで表現されていることに注意しよう。Romer モデルでは，h_a は利子率にも依存していた。そのため，h_a の流列は，利子率の流列が与えられない限り決定することができなかった。このような事実のために，我々の分析はたいへん簡単なものになるのである。

この h_a の値を(13)に代入すると，

$$y = dA^{\alpha(1-\beta)}h^{\alpha(1-\beta)+\beta}k^{(1-\alpha)(1-\beta)},$$

を得る。ただし，

$$d = \left[\frac{(1-\beta)\alpha}{\beta + (1-\beta)\alpha}\right]^{\alpha(1-\beta)+\beta}\left[\frac{\beta}{(1-\beta)\alpha}\right]^{\beta},$$

である。このような誘導型の生産関数において，すべての投入物 A, h, k に関して収穫逓増となっているという点は興味深い。

h_a が既に決まっているので，微分方程式(4)を解くことができ，さらに誘導型の生産関数を簡単にすることができる。(4)より，

$$\frac{\dot{A}}{A} = \frac{H}{\dfrac{\beta}{(1-\beta)\alpha} + 1} \equiv m,$$

なので，これを解くと，

$$A(t) = A(0)e^{mt},$$

となる。m は H と所与のパラメータに依存し，一定値を取ることに注意しよう。この解を誘導型の生産関数に代入することで，最終的に次式を得る。

$$y = D[e^{rt}h]^{\varepsilon}k^{1-\varepsilon} \tag{14}$$

ただし，

$$D = dA(0)^{\alpha(1-\beta)}, \quad \gamma = \frac{m\alpha(1-\beta)}{\alpha(1-\beta)+\beta} = \frac{H}{\left[\frac{\beta}{(1-\beta)\alpha}+1\right]^2}, \quad \varepsilon = \alpha(1-\beta)+\beta,$$

である。ここで，$\ell = e^{\gamma t}h$ とおくと，(14)は

$$y = D\ell^{\varepsilon}k^{1-\varepsilon}, \tag{15}$$

となる。つまり，誘導型の生産関数(15)は，ℓ と k に関して一次同次となっていることがわかる。

さらに，

$$\tilde{y} = \frac{y}{\ell}, \quad \tilde{c} = \frac{c}{\ell}, \quad \tilde{k} = \frac{k}{\ell},$$

という変換を考える。この変換によって，γ は一人当たり変数 y，c，ℓ の成長率を意味する。よって，知識の成長率を表す m と同様に，これらの成長率は社会全体の人的資本ストック H のみに依存することがわかる。共通知識モデルの場合，同じような変換で類似した誘導型の生産関数を導出することができるが，成長率 γ，m は次のように表される。

$$\gamma = \frac{h}{\left[\frac{\beta}{(1-\beta)\alpha}+1\right]^2}, \qquad m = \frac{h}{\frac{\beta}{(1-\beta)\alpha}+1}.$$

この場合，γ と m は一人当たりの人的資本 h のみに依存することがわかる。

次に，消費者の目的関数と(14)および(12)を，$\tilde{y}$，$\tilde{c}$，$\tilde{k}$ を用いて書き換えてみよう。(8)より，

$$\tilde{y} = D\tilde{k}^{1-\varepsilon}, \tag{16}$$

を得る。簡単な計算から $\dot{k}/\ell = \gamma\tilde{k} - \dot{\tilde{k}}$ であることがわかるので，(12)より

$$\tilde{y} = \tilde{c} + \gamma\tilde{k} - \dot{\tilde{k}}, \tag{17}$$

となる。さらに，$c^{1-\sigma} = (\tilde{c}\ell)^{1-\sigma} = \tilde{c}^{1-\sigma}h^{1-\sigma}e^{(1-\sigma)\gamma t}$ なので

$$e^{-\rho t}\frac{c^{1-\sigma}}{1-\sigma} = e^{[\gamma-(\rho+\gamma\sigma)]t}h^{1-\sigma}\frac{\tilde{c}^{1-\sigma}}{1-\sigma} \tag{18}$$

を得る。

(16)，(17)，(18)および $h^{1-\sigma} > 0$ より，我々の最適成長モデルは，ついには次のように表現できる。

$$\max_{\tilde{c}(t)} \int_0^{\infty} e^{[\gamma-(\rho+\gamma\sigma)]t}\frac{\tilde{c}(t)^{1-\sigma}}{1-\sigma}dt$$

$$\text{s.t.} \quad \tilde{y} = D\tilde{k}^{1-\varepsilon}$$

$$\dot{\tilde{k}} = \tilde{y} - \tilde{c} - \gamma\tilde{k}$$

$$\tilde{k}(0) \text{ and } A(0)\text{: given.}$$

このモデルが意味を持つために，次の仮定を導入する。

仮定 2　$\rho + \gamma\sigma > \gamma.$

この変換された最適成長モデルは，Cass タイプの良く知られた成長モデル(Cass [3])と一致する。したがって，最適成長理論でしばしば用いられる標準的な位相図分析によって，ここでの経済統合の効果を分析することができる。

ハミルトニアンを次のように定義しよう：

$$\mathcal{H} = e^{[\gamma-(\rho+\gamma\sigma)]t}\frac{\tilde{c}^{1-\sigma}}{1-\sigma} + \pi[D\tilde{k}^{1-\varepsilon} - \tilde{c} - \gamma\tilde{k}]. \tag{19}$$

ただし，π は $\tilde{k}$ に対する随伴変数 (co-state variable) である。このとき，上記の問題の解径路は，次の 2 本の微分方程式で表される：

$$\frac{\dot{\tilde{c}}}{\tilde{c}} = \frac{(1-\varepsilon)D\tilde{k}^{-\varepsilon} - (\rho + \gamma\sigma)}{\sigma} \tag{20}$$

$$\dot{\tilde{k}} = D\tilde{k}^{1-\varepsilon} - \tilde{c} - \gamma\tilde{k}. \tag{21}$$

重要なパラメータは，ε，H，$A(0)$ の 3 つである。なかでも，このシステムの位相図は ε に大きく依存している。簡単な計算によって，$\varepsilon \geq 1$ であれば不動点は存在しないことがわかる。特に，$\varepsilon = 1$ であれば，すべての径路は境界（$\tilde{c}$軸）に向かって収束し，$\varepsilon > 1$ であれば，$\dot{\tilde{c}}=0$ 線と $\dot{\tilde{k}}=0$ 線は位相図の第 1 象限で交わらない。したがって，径路の移行過程を分析するためには，$0 < \varepsilon < 1$ のケースを取り扱わなければならない。

仮定 3　$0 < \varepsilon < 1.$

仮定 3 のもとで，(20)および(21)に関する位相図を描いてみよう。関数 $f(\tilde{k})$ を，

$$f(\tilde{k}) = D\tilde{k}^{1-\varepsilon} - \gamma\tilde{k},$$

で定義する。これは，$\dot{\tilde{k}} = 0$ に対応する式である。$f(\tilde{k}) = 0$ となるのは，$\tilde{k} = 0$ および $\tilde{k}'' = (\gamma/D)^{-1/\varepsilon}$ のときである．さらに，$f'(\tilde{k}) = 0$ となるのは，$\tilde{k}' = ((\rho + \gamma\sigma + \gamma)/(1-\varepsilon)D)^{-1/\varepsilon}$ のときであり，任意の $\tilde{k} > 0$ に対して，$f''(\tilde{k}) < 0$ である。また，$\dot{\tilde{c}} = 0$ となるのは $\tilde{k}''' = ((\rho + \gamma\sigma + \gamma)/(1-\varepsilon)D)^{-1/\varepsilon}$ のときである。このとき，$0 < \tilde{k}''' < \tilde{k}' < \tilde{k}''$ であり，

$$\frac{\partial(\dot{\tilde{c}}/\tilde{c})}{\partial\tilde{k}} = \frac{-\varepsilon(1-\varepsilon)}{\sigma}D\tilde{k}^{-1-\varepsilon} < 0,$$

$$\frac{\partial\dot{\tilde{k}}}{\partial\tilde{c}} = -1 < 0,$$

であることに注意すると，図 1 のような良く知られた位相図を描くことができる。この図より，鞍

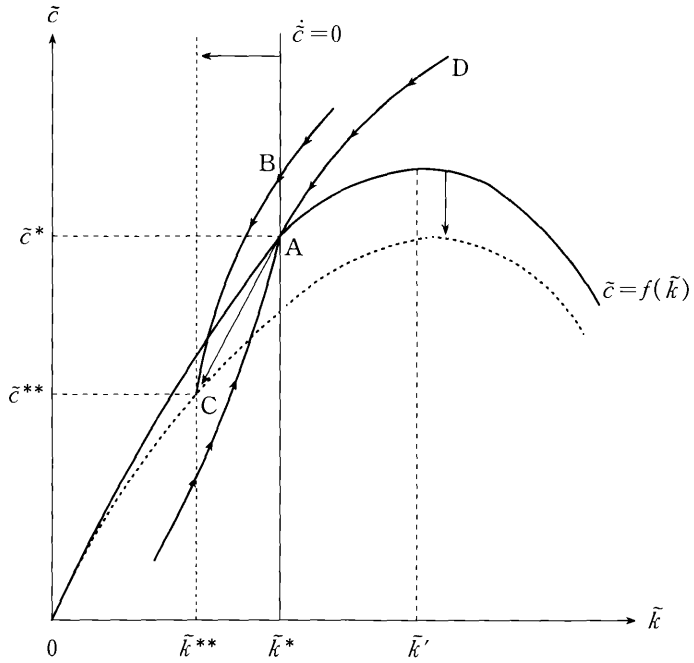
点となるような不動点 $(\tilde{c}^*, \tilde{k}^*)$ が一意に存在し，さらに，その不動点に向かって1組の安定多様体が存在することがわかる。

4．経済統合の移行動学分析

本節では，Rivera-Batiz and Romer [11] によって行われたものと同様の分析を展開する。いま，ここに地理的に隣接してはいるが，財・人々・知識の移動を妨げるバリアによって，お互いに隔離されているような2つの経済があったとしよう。もしもバリアが取り払われ，2つの経済が完全に一つの経済に統合されれば，H と L を賦与された2つの経済は，$2H$，$2L$，$2A(0)$ のストックを有する一つの経済になり，定義より γ の値は増加する。しかし，知識が地域特有のものであり，つねに経済間を行き渡ることがなければ，統合後も $A(0)$ は2倍にはならない。これに対して，知識が常に経済間を行き渡るものであれば，D の値が変化する。以上のことから，経済統合の効果は γ と D の変化としてとらえることができる．

これらの変化によって，位相図上で(20)，(21)に対応する曲線はシフトすることになる。ここで，$(\tilde{c}^*, \tilde{k}^*)$ で統合前の最適定常径路を，γ^* と $A^*(0)$ で統合前の γ と $A(0)$ の値を表すことにしよう。すると，$\dot{\tilde{c}}/\tilde{c}=0$線と $\dot{\tilde{k}}=0$線は，図1のようになる．このとき，$(\rho+\gamma^*\sigma)>\gamma^*$ という事実を用いている．図中，統合前の最適な定常状態は，A 点で示されている．また，A 点に向かって収束する

図1



2つの径路が存在していることにも注意しよう.

さらに分析を展開するためには，γ と $A(0)$ の2つのパラメータが大変重要な役割を演じる．そこで，$\dot{\tilde{c}}/\tilde{c}=0$ と $\dot{\tilde{k}}=0$ を，$(\tilde{c}^*,\ \tilde{k}^*,\ \gamma^*,\ A^*(0))$ の近傍で γ と $A(0)$ に関して微分してみよう。すると，以下の式を得る：

$$\left.\frac{\partial\tilde{k}}{\partial\gamma}\right|_{\dot{\tilde{c}}/\tilde{c}=0}=-\frac{\sigma+1}{(1-\varepsilon)\varepsilon D\tilde{k}^{-\varepsilon}}\quad(<0),$$

$$\left.\frac{\partial\tilde{c}}{\partial\gamma}\right|_{\dot{\tilde{k}}=0}=[(1-\varepsilon)D\tilde{k}^{-\varepsilon}-\gamma]\frac{\partial\tilde{k}}{\partial\gamma}-\tilde{k}\quad(<0),$$

$$\left.\frac{\partial\tilde{k}}{\partial A(0)}\right|_{\dot{\tilde{c}}/\tilde{c}=0}=\frac{1}{\varepsilon}\left[\frac{(1-\varepsilon)D}{\rho+\gamma\sigma+\gamma}\right]^{-1/\varepsilon-1}\frac{1-\varepsilon}{\rho+\gamma\sigma+\gamma}\alpha(1-\beta)A(0)^{\alpha(1-\beta)-1}\quad(>0),$$

$$\left.\frac{\partial\tilde{c}}{\partial A(0)}\right|_{\dot{\tilde{k}}=0}=[(1-\varepsilon)D\tilde{k}^{-\varepsilon}-\gamma]\frac{\partial\tilde{k}}{\partial A(0)}+\tilde{k}^{1-\varepsilon}\quad(>0).$$

第2，第4の結果は $\partial\tilde{k}/\partial\gamma=\partial\tilde{k}/\partial A(0)=0$ より得られる。つづいて，4つの重要なケースを取り上げ，経済統合の効果を検討する。

4.1 異なる知識モデル

4.1.1 財の移動はみられるが，知識の流出はないケース

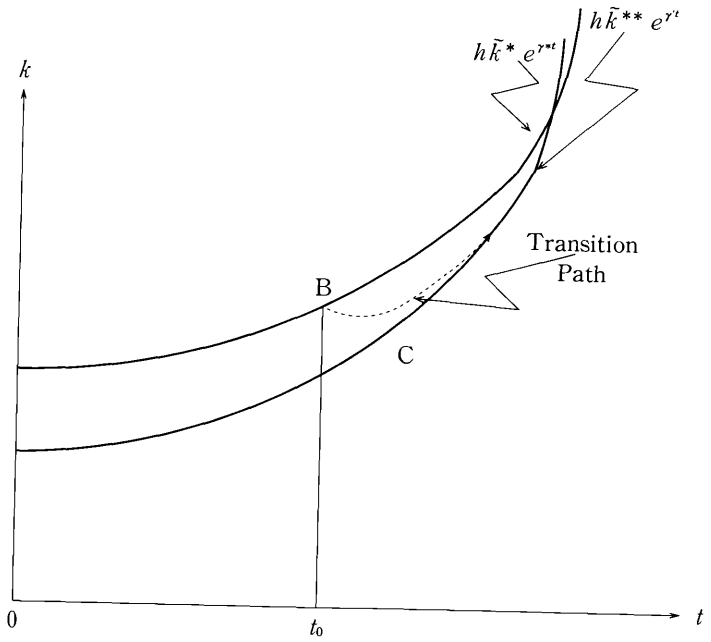
この場合，経済統合の結果，γ は増加して $\gamma'=2\gamma^*$ となるが，$A(0)$ は変化しない。よって，先に示した結果から，$\dot{\tilde{c}}/\tilde{c}=0$ 線は左へシフトし，$\dot{\tilde{k}}=0$ 線は下方にシフトする(図1の点線)。新しい定常状態は C 点となり，消費と資本ストックは減少する。なお，図1のように安定多様体 AD が，統合後 CB の位置にシフトし，B 点が A 点の上方に来ることを確認するためには，厳密には比較動学分析が必要であるが，これは付録で述べることにする。

A 点から C 点への最適な移行径路は次のようなものである：経済統合のショックを受けて，消費者は瞬時的に消費水準を B 点にまで高める。そして，収束径路に沿って C 点に至るまで，経済は消費と資本ストックの水準を次第に低下させる。このように C 点に向かって収束する径路は，横断性条件を満たしているので最適径路である。

このような結果の背景としては，次のようなことが考えられる：完全予見のもとでは，規模の効果のため消費者は消費水準を増加させ，このとき古い定常径路での消費水準を超過してしまう。しかし消費者は，より高い成長率に対応する新しい定常状態において，消費と資本ストックを減少させる。そのために，消費者は瞬時的に消費水準を高め，資本ストックを減少させるのである。この点については，消費と資本ストックの時間径路を描くことで明確になる。

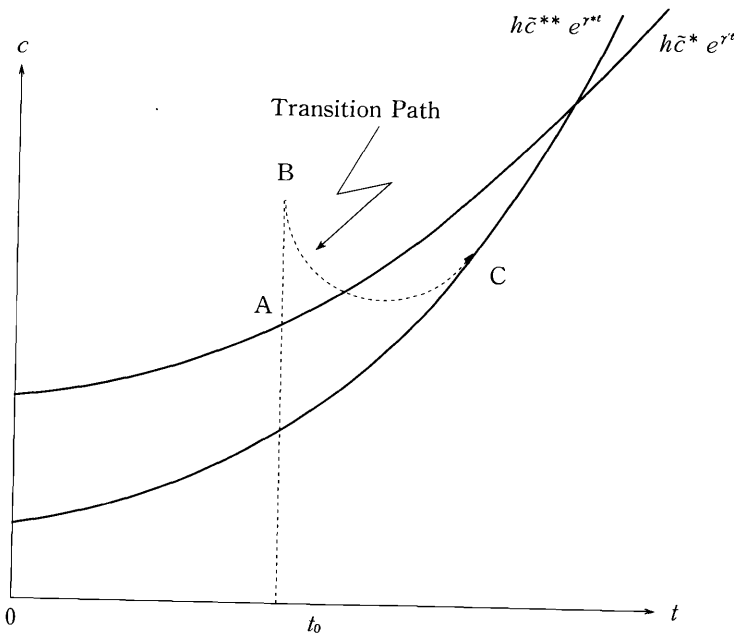
図2および図3で示してあるように，経済統合が生じた時刻 t_0 において，最適径路は古い定常径路から離れ，より高い成長率に対応する新しい定常径路に向かって収束する。また，時間が経過す

図 2



(integration)

図 3



(integration)

ると，新しい定常径路は古い径路を追い越してしまうこともわかる。

4.1.2　情報の流出のみを認めた場合

この場合，知識のみが流出し，財や資本は移動しない。知識の流出によって，知識水準 $A(0)$ は2倍，すなわち $2A^*(0)$ になるが，γ^* は変化しないため，成長率も変化しない。先の結果から，$\dot{\tilde{c}}/\tilde{c}=0$ 線は左にシフトし，$\dot{\tilde{k}}=0$ 線は上方にシフトする。これは，4.1.1節とはまったく逆のケースを得ることを意味する。したがって，新しい定常状態において，消費と資本ストックの双方は，統合ショックの前に比べて高くなるが，統合の前後の成長率は一定のままである。このときの移行径路は次のようなものである：消費者は瞬時的に消費水準を減らし，資本ストックを増加させることで安定径路上に乗る。そして，安定径路に沿って，消費と資本ストックはともに増加して行く。

4.2　共通知識モデル

4.2.1　財の移動はみられるが，知識の流出はないケース

経済統合によって一人あたりの人的資本の水準は変化しないので，この場合，統合を行っても何の変化もみられない。この結果は Rivera-Baitz and Romer [11] に対応するものである。

より現実的な例として，経済統合が，一人あたりで異なる人的資本をもつ2国の間で生じた場合を考えよう。このとき，統合前に高い一人あたりの人的資本を有していた国は，統合によって h の水準が低下し，したがって，γ と m の値も低下する。これは，4.1.1節と反対の結果となり，新しい定常状態は，より高い消費と資本ストックと，より低い成長率をもたらす。

4.2.2　情報の流出のみを認めた場合

同じような理由から，この統合によって $A(0)$ は2倍になるが，一人当たりの人的資本の水準は変化しない。したがって，この場合も4.1.2節と同様の結論を得る。

最後に，これまでの分析では，情報だけでなく財と資本の移動も認めるような重要なケースは取り上げなかったことに注意しよう。この場合，双方のショックは正反対の効果を持ち，$\dot{\tilde{c}}/\tilde{c}=0$ 線と $\dot{\tilde{k}}=0$ 線のシフトの方向は，最終的には決定されない。しかし，もしも双方の効果が相殺し合うのであれば，経済統合後の成長率は変化しないであろう。これに対して，異なる知識モデルのもとでは，統合後の成長率は高くなるであろう。

5．お　わ　り　に

本稿では，Rivera-Batiz and Romer [11] の修正モデルを用いて，経済統合の効果を分析した。その結果，均斉成長径路は安定であることがわかり，移行径路を分析することができた。そして，共通知識モデルのもとでは，同質的な国同士の財の貿易は長期成長率に影響を与えないことが示された。これに対して，異なる知識モデルのもとでは，財の貿易は常に成長率を高めるであろうこと

も明らかになった。Rivera-Batiz and Romer の結論とは対照的に，知識の流出を認めても，双方のモデルにおいて成長率は変化しないことも示された。

付　録：比較動学分析

第4節では，経済統合の効果を分析するために，位相図による議論を展開した。しかし，このような方法では，第4節でも述べたように，分析のあいまいさという問題が残る。そこで，この付録では，Oniki [10] (Sections IV and V)によって示され，さらに最適成長モデルに応用された比較動学分析を，ここでのモデルに適用する。特に，4.1節のケースに限定して議論を展開するが，他の3つのケースにおいても，ここでの比較動学分析と同様の議論が適用可能である。

まず，ハミルトニアン(19)によって次の微分方程式が与えられている。

$$\dot{\pi} = [(\rho + \gamma\sigma) - (1-\varepsilon) D\tilde{k}^{-\varepsilon}]\pi, \tag{22}$$

$$\dot{\tilde{k}} = D\tilde{k}^{1-\varepsilon} - \tilde{c}(\pi) - \gamma\tilde{k}. \tag{23}$$

ただし，π は随伴変数である。

Oniki [10] (Case (a) of Section IV) に従い，$\pi = \pi(t, \gamma)$，$\tilde{k} = \tilde{k}(t, \gamma)$ と表し，(22)と(23)を $\pi(0) \equiv \pi^0$ に関して微分すると，

$$\begin{pmatrix} \dot{\pi}_{\pi^0} \\ \dot{\tilde{k}}_{\pi^0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\rho + \gamma\sigma) - (1-\varepsilon)D\tilde{k}^{-\varepsilon} & \varepsilon(1-\varepsilon)D\tilde{k}^{-\varepsilon-1}\pi \\ -\tilde{c}' & (1-\varepsilon)D\tilde{k}^{-\varepsilon} - \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \pi_{\pi^0} \\ \tilde{k}_{\pi^0} \end{pmatrix}$$

$$\pi_{\pi^0}(0) = 1 \quad \text{and} \quad \tilde{k}_{\pi^0}(0) = 0.$$

正方行列内の各成分の符号は，仮定から次のようになることがわかる。

$$\begin{pmatrix} ? & + \\ + & ? \end{pmatrix}$$

ここで，任意の t に対して $\pi_{\pi^0} > 0$，$\tilde{k}_{\pi^0} > 0$ である。

同様の方法により

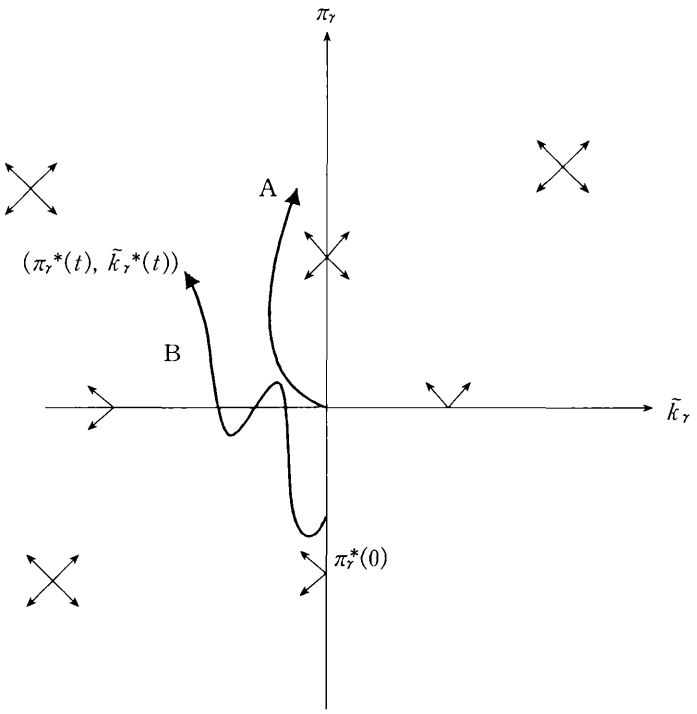
$$\begin{pmatrix} \dot{\pi}_\gamma \\ \dot{\tilde{k}}_\gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\rho + \gamma\sigma) - (1-\varepsilon)D\tilde{k}^{-\varepsilon} & \varepsilon(1-\varepsilon)D\tilde{k}^{-\varepsilon-1}\pi \\ -\tilde{c}' & (1-\varepsilon)D\tilde{k}^{-\varepsilon} - \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \pi_\gamma \\ \tilde{k}_\gamma \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \pi \\ -\tilde{k} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} ? & + \\ + & ? \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \pi_\gamma \\ \tilde{k}_\gamma \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} + \\ - \end{pmatrix}$$

$$\pi_\gamma(0) = 0, \quad \tilde{k}_\gamma(0) = 0.$$

このことと，位相図(図4の径路 A)より，任意の t に対して $\pi_\gamma(t) > 0$ であることがわかる。よって，Oniki(279ページの(62a))の結論から，$\pi^*(t) = \pi^*(t, \gamma)$ および $\tilde{k}^*(t) = \tilde{k}^*(t, \gamma)$ で表される安定多様体上の解径路は，上記の式を満たし，さらに $t = 0$ において

図 4



$$\pi_\gamma^*(0) = -\frac{\pi_\gamma(\infty)}{\pi_{\pi^0}(\infty)} < 0,$$

$$\tilde{k}_\gamma^*(0) = 0,$$

を満たさなくてはならない。また，4.1.1節の位相図による分析から，$\tilde{k}_\gamma^*(\infty)<0$ および $\pi_\gamma^*(\infty)>0$ が成り立つ。初期条件および終端条件より，$(\tilde{k}_\gamma^*(t), \pi_\gamma^*(t))$ は π_γ 軸のマイナス領域から出発し，途中で $\tilde{k}_\gamma$ 軸を横切ることがわかる。よって，ついには第2象限に入り込む。このような径路は，図4の B で示されている。以上のことから

$$\tilde{k}_\gamma^* < 0, \quad \text{for all } t,$$

$$\tilde{c}_\gamma^*(t) = \tilde{c}_\pi^*(t)\pi_\gamma^*(t) \begin{cases} > 0 & \text{for small } t, \\ < 0 & \text{for large t,} \end{cases}$$

このことは，経済統合の直後に消費径路は，図3に示されたように，確実に上方にシフトすることを意味している。

参 考 文 献

[1] Benhabib, J. and R. Perli, "Uniqueness and Indeterminacy: On the Dynamics of Endogenous Growth," *Journal of Economic Theory*, 63 (1994), 113-142.

[2] Boldrin, M. and N. Persico, "A Chaotic Map Arising in the Theory of Endogenous Growth," mimeo (1993).

[3] Cass, D.,"Optimum Growth in an Aggregate Model of Capital Accumulation," *Review of Economic Studies*, 32 (1965), 233-240.

[4] Debreu, G., "Valuation Equilibrium and Pareto Optimum," *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.*, 40 (1954), 1588-1592.

[5] Devereux, M. B. and B. J. Lapham, "The Stability of Economic Integration and Endogenous Growth," *Quarterly Journal of Economics*, 109 (1994), 299-308.

[6] Lucas, R. E. Jr.,"On the Mechanics of Economic Development," *Journal of Monetary Economics*, 22 (1988), 3-42.

[7] Malinvaud, E., "Capital Accumulation and Efficient Allocation of Resources," *Econometrica*, 21 (1953), 233-268.

[8] Mashiyama, K., "The Dynamic Structure of the Endogenous Growth Model with Increasing Specialization,"mimeo (1993).

[9] Mitra, T., "On Equilibrium Dynamics under Externalities in a Model of Economic Development,"mimeo (1993).

[10] Oniki, H., "Comparative Dynamics (Sensitivity Analysis) in Optimal Control Theory ," *Journal of Economic Theory*, 6 (1973), 265-283.

[11] Rivera-Batiz, L. A. and P. M. Romer,"Economic Integration and Endogenous Growth," *Quarterly Journal of Economics*, 106 (1991a), 531-55.

[12] Rivera-Batiz, L. A. and P. M. Romer, "International Trade with Endogenous Technological Change," *European Economic Review*, 35 (1991b), 971-1004.

[13] Romer, P. M.,"Are Nonconvexities Important for Understanding Growth?" *AEA Papers and Proceedings*, 80 (1990a), 97-103.

[14] Romer, P. M., "Endogenous Technological Change," *Journal of Political Economy*, 98 (1990b), S71-102.

[15] Uzawa, H., "Optimum Technical Change in an Aggregative Model of Economic Growth," *International Economic Review*, 6 (1965), 18-31.

(明治学院大学経済学部)
(熊本学園大学経済学部)