「三田学会雑誌」89巻1号（1996年4月）

労働者が毎期離職可能な時の報酬のタイミングについて*

——外部オファーが一様分布のケース——

グレーヴァ　香子

1．序

労働市場において労働サービスに対する報酬のタイミングはまちまちであることはよく知られているところである。プロのスポーツ選手は一試合ごとにその試合での功績によりボーナスのようなものが支払われるし，工場での出来高賃金も一日の功績に対する報酬と考えることができる。これに対し，ホワイトカラーの労働者の賃金システムはあらかじめ決まっており，今日の努力はすぐには賃金に反映されないがいずれ昇進や昇給のかたちで報いられる。したがって前者が直ぐに与えられる報酬というシステムであるとすると，後者は後で与えられる報酬のシステムであると言えよう。この他にも現実にはいろいろな報酬のタイミングが存在する。このような報酬のタイミングの違いを契約理論的側面から説明するのが本稿の目的である。

この論文では，企業と労働者の長期的契約のもとで労働者は各期ごとに自分の生産性を選ぶことが出来，また各期の終わりには外部からの転職のオファーがあり，それを受け入れて転職することが出来る（しないこともできる）というモデルを考察する。この時，報酬が後で（労働者の転職の決断が終わった後）与えられる契約とすぐに（転職の決断の前に）与えられる契約とを比較し，企業にとってどちらが良く，労働者にとってはどちらが良いかを考察する。簡単化のため本稿を通じて外部オファーは一様分布していると仮定する。一般の分布のケースについては，Fujiwara-Greve (1995b) を参照されたい。

2．報酬が直ぐに与えられるゲーム

一つの企業がゲームの始まりに一人の労働者を割り当てられているとする。雇用関係を始めるに

* 本稿はスタンフォード大学へ提出された博士論文の一部である。同校での指導教授 D. Kreps, F. Gul, J. Roberts 先生に貴重なコメントをいただいたことを記して感謝する。

当たって企業は以下のような長期契約を提示する。この契約は二つの賃金レベルから成り，(w_ℓ, w_h)と表わされるとする。賃金w_ℓは低い労働生産性が観察されたとき支払われるもので，w_hは高い生産性が観察されたときに支払われる。この契約は労働者が退職するまで有効であって，それまで企業は何ら他の戦略的行為はできないとする。

契約が提示された後，労働者はその期の生産性を二つのレベルh（高い生産性），ℓ（低い生産性）の内から選ぶ。低い生産性にはコストはかからないが，高い生産性を選んだ時は労働者は$c^*>0$のコストを負担するとする。生産性に伴うコストは同じ企業の労働者は全て同じとする。企業は労働者の生産性に依存した所得を得る。高い生産性の時はΠ^*を，低い生産性の時は$\underline{\Pi}<\Pi^*$を得る。所得を観察すると企業は労働者の生産性を完全に知ることができるのでそれに従って，契約で決められた賃金を支払う。各期の終わりに労働者は外部からのオファーを得る。単純化のため外部オファーは将来に渡って一定の所得を保証するもの$\{w, w, \cdots\}$と仮定する。すると，一期の所得wによって外部オファーが特定できる。事前的にはwは$[0, \hat{w}]$上（ただし，$\hat{w}>c^*$）の一様分布をしている確率変数とする。労働者は，実現したオファーを受け入れて退職するかしないかを決め，この期が終了する。

次の期の始まりにもし前期労働者が退職していたら企業は新たに労働者を雇い訓練するためのコスト$Q>0$を負担する。この場合，企業は新しい労働者に対して新たな契約を提示し同じゲームを始める。もし，前期に労働者がやめていなければ契約提示の部分を除いて，また同じゲームを同じプレイヤーで行う。このようにしてゲームは無限回続いていく。

企業と労働者はともに危険中立的とし，将来の利得を割り引き率$\delta\in(0,1)$で割り引いて利得の列の総現在割り引き価値を最大化するものとする。簡単化のため労働者は一度だけ外部オファーを受け入れて退職することができ，一度外部オファーをとったらそれを永遠に受け取るものとする。

企業が提示できる契約は以下の集合によって制約されるものとする。

$$\boldsymbol{F} := \{(w_\ell, w_h) \in \mathfrak{R}^2 \mid 0 \le w_\ell \le \hat{w},\ w_\ell \le w_h \le \hat{w} + c^*\}$$

0は外生的に与えられた最低賃金レベルと解釈する。外部からの賃金オファーに上限$\hat{w}$があるので，企業は低い生産性のときは$\hat{w}$，高い生産性の時は$\hat{w}+c^*$以上の賃金レベルを払おうとはしない。従って，上記のような上限があっても一般性を失わない。

このゲームを後ろから解くことにする。始めに労働者の最適反応戦略を企業の契約の関数として特定化する。次に，企業にとっての最適な契約を見つける。

3．直ぐに報酬が与えられるゲームの労働者の最適戦略

契約(w_ℓ, w_h)が与えられているとする。労働者の最適化問題は毎期毎期同じことに直面するという定常的な動的計画問題であるので，定常的な最適戦略が存在することが一般に知られている。

(動的計画法のこの帰結については Blackwell [1965] を参照。) また，ある外部オファー w を受け入れるならばそれより高いオファー全てはより大きい総現在割り引き価値をもたらすものであるから，当然受け入れられる。従って，転職戦略は保証賃金戦略（外部オファーがある賃金レベル以上の時，またその時のみ退職する）という形になるはずである。

今，労働者が常に低い生産性を選び，保証賃金レベルを $\bar{w}$ とするという定常的戦略をとったとする。この戦略の価値は

$$V(\ell,\bar{w})=w_\ell-0+\delta\int_{\bar{w}}^{\hat{w}}\left(\frac{w}{1-\delta}\right)\frac{1}{\hat{w}}\,dw+\delta\frac{\bar{w}}{\hat{w}}\,V(\ell,\bar{w})=\left[w_\ell+\delta\int_{\bar{w}}^{\hat{w}}\left(\frac{w}{1-\delta}\right)\frac{1}{\hat{w}}\,dw\right]\Big/\left[1-\delta\frac{\bar{w}}{\hat{w}}\right].$$

最初の等式でこの関数を説明すると，第一項が今期の賃金，第二項が生産性に伴うコスト（この場合 0），第三項が外部オファーを受け入れる場合の期待総現在割り引き価値で，最後の項が外部オファーを受け入れない場合の期待価値である。これを二番目の等式の様に書き直すことができる。関数 V を最大化する保証賃金を $\bar{w}_L(w_\ell)$ とする。これは契約のうち，低い生産性のときの賃金にのみ依存する。

この戦略が最適戦略であるためには一期間だけ労働者が違う行動をとっても，より多くの総割り引き利得を得られないことが十分である。これを，戦略が一段階で改善不可能（unimprovable by single step）であるという。一般に，各期の利得が下に有界で利得が割り引かれる時，一段階で改善不可能な戦略が最適であることが知られているがこのゲームはこれらの条件を満たす。w_ℓ がどのような値のとき，上記の戦略が最適であるかを調べよう。一期間だけ高い生産性を選び，保証賃金水準 $\tilde{w}$ をとったとする。この戦略の価値は，

$$W(h,\ell,\tilde{w},\bar{w}_L)=w_h-c^*+\delta\int_{\tilde{w}}^{\hat{w}}\left(\frac{w}{1-\delta}\right)\frac{1}{\hat{w}}\,dw+\delta\frac{\tilde{w}}{\hat{w}}\,V(\ell,\bar{w}_L)$$

である。(積分の始まる値が $\tilde{w}$ になっていることに注意。) 保証賃金 $\tilde{w}$ が入っている項は関数 V と同じ形をしていることがわかる。したがって，この場合の最適な保証賃金は同じ $\bar{w}_L(w_\ell)$ である。これを代入すると定常的低生産性戦略が最適なための十分条件は，

$$V(\ell,\bar{w}_L)\geq W(h,\ell,\bar{w}_L,\bar{w}_L)\Longleftrightarrow w_\ell\geq w_h-c^* \tag{1}$$

であることがわかる。

同様にして，常に高い生産性を選び，保証賃金水準を $\bar{w}$ とする戦略の最適条件も求められる。この戦略のもたらす価値は，

$$V(h,\bar{w})=\left[w_h-c^*+\delta\int_{\bar{w}}^{\hat{w}}\left(\frac{w}{1-\delta}\right)\frac{1}{\hat{w}}\,dw\right]\Big/\left[1-\delta\frac{\bar{w}}{\hat{w}}\right]$$

と書け，価値を最大化する保証賃金を $\bar{w}_H(w_h)$ とする。一期間だけ低い生産性を選び，保証賃金水準 $\tilde{w}$ をとると，その戦略の価値は

$$W(\ell, h, \tilde{w}, \overline{w}_H) = w_\ell + \delta \int_{\tilde{w}}^{\hat{w}} \left(\frac{w}{1-\delta}\right) \frac{1}{\hat{w}} dw + \delta \frac{\tilde{w}}{\hat{w}} V(h, \overline{w}_H)$$

であり，この場合の最適な保証賃金はやはり $\overline{w}_H(w_h)$ である。ゆえに，定常的高生産性戦略が最適である条件は，

$$V(h, \overline{w}_H) \geq W(\ell, h, \overline{w}_H, \overline{w}_H) \iff w_\ell \leq w_h - c^* \tag{2}$$

となり，これは条件(1)とうまく補完的になっている。ただし，契約の制約条件 $0 \leq w_\ell$ があるので，(2)は $w_h \geq c^*$ を要求する。

この結果から，もし企業が高い生産性を導きたければ労働者が高い生産性を選んだときの短期的純利得 $w_h - c^*$ が低い生産性の利得 w_ℓ を上回らなければならないことがわかる。生産性の高さの選択は，このように近視眼的であり，退職の意思決定とは独立である。退職率は $q(\overline{w}) = 1 - (\overline{w}/\hat{w})$ であるが，これは労働者が低生産性戦略をとっているときは w_ℓ のみに，高生産性戦略をとっているときは w_h のみに依存する。

4．直ぐに報酬が与えられるゲームの最適契約

3節の労働者の最適戦略の分析は，一様分布を使わずにできるが企業の最適契約を特定化するためには，具体的に最適保証賃金水準を計算する必要がある。労働者の場合と同様に，企業の問題も定常的動的計画問題であるから，どの労働者に対しても同じ契約を提示する定常的戦略の中に最適戦略が存在する。

もし条件(1)を満たすような契約 (w_ℓ, w_h) を常にとるとすると，全ての労働者は常に低い生産性と保証賃金 $\overline{w}_L(w_\ell)$ を選ぶので，離職率は毎期 $q_L(w_\ell) := 1 - \{\overline{w}_L(w_\ell)/\hat{w}\}$ となり，この戦略の企業にとっての価値は

$$V_L^F(w_\ell) = \underline{\Pi} - w_\ell + \delta\, q_L(w_\ell)(V_L^F(w_\ell) - Q) + \delta[1 - q_L(w_\ell)]\, V_L^F(w_\ell) = [\underline{\Pi} - w_\ell - \delta\, q_L(w_\ell)\, Q]/(1-\delta)$$

となる。一番目の等式の最初の二項は今期の純利得であり，第三項は労働者がやめてしまった場合の期待将来利得，第四項は労働者がやめなかった場合の期待将来利得である。ここで，労働者の価値を最大化する最適保証賃金を一様分布を使って求めると，

$$\overline{w}_L(w_\ell) = [\hat{w} - \{(1-\delta^2)\hat{w}^2 - 2\delta(1-\delta)\hat{w}w_\ell\}^{1/2}]/\delta$$

となる。従って，企業の利得関数は，

$$V_L^F(w_\ell) = \left[\underline{\Pi} - w_\ell + \delta\, Q\left\{1 - \frac{1}{\delta} + \frac{1}{\delta\hat{w}}[(1-\delta^2)\hat{w}^2 - 2\delta(1-\delta)\hat{w}w_\ell]^{1/2}\right\}\right]/(1-\delta)$$

となる。これは w_ℓ にのみ依存し，微分すると凸関数であることがわかる。従って，最適な w_ℓ の値は 0 又は $\hat{w}$ である。その選択は労働者が退職したときに企業が負担するコスト Q にのみ依存し，

$$V_L^F(\hat{w}) \geq V_L^F(0) \iff Q \geq \frac{\hat{w}^2}{\delta\{\hat{w}-\overline{w}_L(0)\}} \tag{3}$$

であるから，労働者が退職したときのコストが比較的高い時（即ち，(3)が成立する時）は高い賃金 $\hat{w}$ を払ってでも退職させないようにし，コストが比較的低いときには賃金を最低まで抑えてやめるにまかせるという戦略をとることになる。条件(3)が成立するときの低生産性契約の中の最適契約は $(\hat{w}, w_h)$ という形をとり，w_h は $\hat{w} \leq w_h \leq \hat{w}+c^*$ を満たす任意の数でよい。条件(3)が成り立たない時の最適低生産性契約は，$(0, w_h)$ という形をとり，w_h は $0 \leq w_h \leq c^*$ を満たす任意の数となる。

同様にして，$0 \leq w_\ell \leq w_h - c^*$ を満たす契約を常にとる戦略が企業にもたらす価値は，離職率を $q_H(w_h) := 1-\{\overline{w}_H(w_h)/\hat{w}\}$ とすると

$$V_H^F(w_h) = [\underline{\Pi} - w_h - \delta\, q_H(w_h)\, Q]/(1-\delta)$$

である。一様分布の関数を使って労働者の最適保証賃金を求めると，

$$\overline{w}_H(w_h) = [\hat{w} - \{(1-\delta^2)\hat{w}^2 - 2\delta(1-\delta)w(w_h - c^*)\}^{1/2}]/\delta$$

であるから，V_H^F も w_h の凸関数である。最適な w_h の値は c^* または $\hat{w}+c^*$ となり，

$$V_H^F(\hat{w}+c^*) \geq V_H^F(c^*) \iff Q \geq \frac{\hat{w}^2}{\delta\{\hat{w}-\overline{w}_H(c^*)\}} = \frac{\hat{w}^2}{\delta\{\hat{w}-\overline{w}_L(0)\}} \tag{3}$$

の時に限り，契約 $(w_\ell, \hat{w}+c^*)$ を選ぶ。（ただし，w_ℓ は $0 \leq w_\ell \leq \hat{w}$ を満たす任意の数である。）コスト Q に関する条件が低い生産性を導く契約の時と同じであることに注意したい。Q が条件(3)を満たさないときは最適高生産性契約はただ一つに決まり，それは $(0, c^*)$ である。

これらを総合すると，条件(3)が満たされる時の企業の最適契約は二つの生産性を比べて，

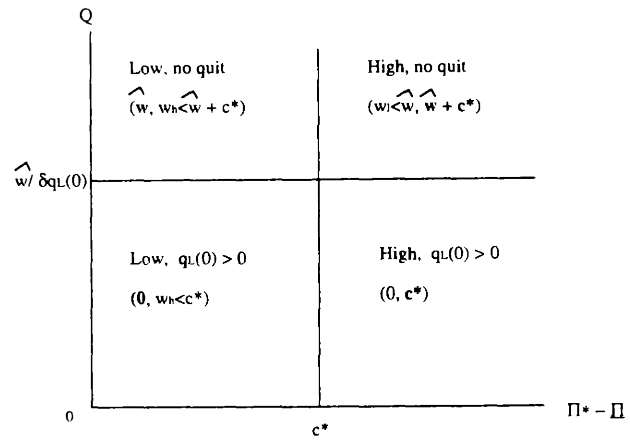
$$V_H^F(\hat{w}+c^*) \geq V_L^F(\hat{w}) \iff \Pi^* - c^* \geq \underline{\Pi} \tag{4}$$

であるから，高い生産性から得られる一期間の企業の所得が相対的に大きい時は高生産性契約を選び，そうでないときは低生産性契約を選ぶことが最適である。同様にして，条件(3)が満たされない時も，

$$V_H^F(c^*) \geq V_L^F(0) \iff \Pi^* - c^* \geq \underline{\Pi} \tag{4}$$

であるから，同じ条件が企業の選択を決めるということになる。図1にパラメターに依存した最適生産性，離職率，最適契約（太字は支払われる賃金）を図示した。

図１



まとめると，生産性に対する報酬が直ぐに（退職の決定を待たずに）与えられるゲームにおいては，労働者の二つの意思決定（生産性の選択と転職の選択）は独立である。また，企業がどちらの生産性を導くかは，各生産性がもたらす一期間での所得の大小だけに依存し，賃金の大きさは退職されたときのコストだけに依存するという二分性がある。

図１からも明らかなように，退職にともなう企業のコストが大きくなれば賃金は上昇する。これは実証的にも支持されている。(Campbell［1993］を参照。）また，鉱工業はサービス業より高い平均賃金を払っていることはよく知られているが（例えば，Krueger and Summers［1988］を参照），鉱工業においては生産性の違いが企業の収入に及ぼす影響が大きい（従って条件(4)が満たされる）と考えれば，前者は高賃金高生産性の均衡に，サービス業は低賃金低生産性の均衡にあると解釈できるかもしれない。

５．報酬が遅れて与えられるゲーム

次に，対比として生産性への報酬が労働者の離職の意思決定の後に与えられるゲームを考える。このようなゲームでは，最初のゲームと違い，生産性の決定と退職の決定とが分離できない。ここでは，簡単化のため報酬は一期遅れで支払われるモデルを考える。

そのような報酬システムが考えられる背景としては，例えば労働者の生産性が直ぐには観察できない状況が有り得る。契約は，観察可能な物事に関してのみ依存させることができるとすると，このような場合は今期の賃金を今期の生産性に依存させることができなくなる。もし，生産性が一期遅れて観察されるならば，今期の賃金を前期の生産性に依存させることはできる。また，労働者が退職した場合は現在の雇用者から約束された次期からの報酬はすべて棒にふることを仮定する。も

し，退職後に過去の生産性に対して報酬を得られるとしてしまうと最初のゲームと何ら分析は変わらなくなる。

上のような背景のもとで，具体的には以下のゲームを分析し，最初のゲームの結果と比較する。ゲームの最初に企業は労働者に契約(w_ℓ, w_h)を提示する。この契約は制約集合$\boldsymbol{F}$に入っていなければならない。さらに，労働者が新規に採用された者（ゲームの最初を含む）の時は高い方のw_hを当初の支払い額とする。（この仮定は後で議論する。）第2期以降は前期の生産性に応じて，高い生産性が観察されたときはw_hを，低い生産性が観察されたときはw_ℓを支払う。形式的に書くと，雇用関係の第t期目においては賃金w_tは，

$$w_t=\begin{cases} w_h, & \text{if } t=1 \text{ or if } e_{t-1}=h, \\ w_\ell, & \text{if } t>1 \text{ and if } e_{t-1}=\ell \end{cases}$$

である。ただし，e_{t-1}は，前期の生産性を表わす。

契約の提示と最初の支払いの後，労働者は生産性をh（高い生産性）かℓ（低い生産性）かに決める。前と同様に低い生産性にはコストはかからないが，高い生産性を選んだ場合労働者はコスト$c^*>0$を負担するとする。このコストも同じ企業に雇われている限り全ての労働者に共通のものと仮定する。労働者の生産性に応じて，企業はΠ^*（高い生産性の時）か$\underline{\Pi}$（低い生産性の時）かの所得を得る。この時点で，企業は労働者の生産性を完全に知るが，これに対する報酬またはペナルテイは次期にならないと与えられない。期の終わりに，労働者は外部からのオファーを得て，退職するかどうかを決める。外部オファーに関する仮定は，前のゲームをまったく同じとし，将来に渡って一定の所得$\{w, w, \cdots\}$が保証されるものとし，wは$[0, \hat{w}]$上で一様分布しているものとする。

次の期の初めに，前期末に労働者を失った企業はコスト$Q>0$をかけて新規採用と訓練を行う。その後は，契約の提示から始まってまったく同じゲームを新しい労働者と始める。労働者を失わなかった企業は過去の契約に従って前期の生産性に応じた支払いをする。それをうけて，労働者は今期の生産性を選択する。このように，ゲームは繰り返されていく。

6．報酬が遅れて与えられるゲームの労働者の最適戦略

前のゲームと同様に，報酬が後で支払われるゲームでも労働者の問題は定常的動的計画問題である。しかし，今から見るように生産性の選択と保証賃金水準の選択とは独立にならない。まず，労働者が常に低い生産性と保証賃金水準$\bar{w}$をとるという定常的戦略をとったときの価値を計算し，それが最適になる十分条件を導出する。雇用関係の第$t\geq 2$期目においては，この定常戦略の価値は報酬が直ぐに与えられるゲームの時と同じ形で求められ，

$$\tilde{V}(\ell, \bar{w})=\left[w_\ell+\delta\int_{\bar{w}}^{\hat{w}}\left(\frac{w}{1-\delta}\right)\frac{1}{\hat{w}}\,dw\right]\Big/\left[1-\delta\frac{\bar{w}}{\hat{w}}\right].$$

新規の労働者である場合 $(t=1)$ は，

$$V(\ell,\overline{w})=w_h-0+\delta\int_{\tilde{w}}^{\hat{w}}\left(\frac{w}{1-\delta}\right)\frac{1}{\hat{w}}dw+\delta\frac{\overline{w}}{\hat{w}}\tilde{V}(\ell,\overline{w}) \tag{5}$$

となる。保証賃金 $\overline{w}$ が現われる項は V, $\tilde{V}$ ともに同じ形をしているので，どちらのケースでも最適保証賃金は同じである。（しかもこれは，報酬が直ぐに与えられるゲームにおける最適保証賃金とも等しい。）ここで，一階の条件より

$$\tilde{V}(\ell,\overline{w})=\frac{\overline{w}_L(w_\ell)}{1-\delta}$$

（$\overline{w}_L(w_\ell)$ は前に求めた最適値）が成立することに注意する。

もし，この戦略から一期間だけ違う行動（すなわち高い生産性とそれに伴う保証賃金 $\tilde{w}$）をとったとすると，労働者が得られる価値は

$$W(h,\ell,\tilde{w},\overline{w}_L)=u-c^*+\delta\int_{\tilde{w}}^{\hat{w}}\left(\frac{w}{1-\delta}\right)\frac{1}{\hat{w}}dw+\delta\frac{\tilde{w}}{\hat{w}}[\tilde{V}(\ell,\overline{w})+w_h-w_\ell]$$

となる。ただし，u は第一期の時は w_h，二期以降は w_ℓ である。この戦略での最適保証賃金を求めるには，まず $\tilde{V}(\ell,\overline{w})=\overline{w}_L(w_\ell)/(1-\delta)$ を W に代入してから $\tilde{w}$ で微分して一階の条件を出す。その結果，最適保証賃金は，

$$\tilde{w}(w_\ell,w_h)=(1-\delta)(w_h-w_\ell)+\overline{w}_L(w_\ell)$$

となる。（二階の条件も満たされる。）

ここで注意すべきことは，行動を変えるのがいつであろうと同じ最適保証賃金であるということと，しかし今期の生産性の変更が来期の利得に影響するためそれはもはや $\overline{w}_L(w_\ell)$ ではないということである。

定常的戦略と一期変更した戦略との価値の差は（その変更の時期にかかわらず）

$$\begin{aligned}G(w_h)&:=V(\ell,\overline{w}_L(w_\ell))-W(h,\ell,\tilde{w}(w_\ell,w_h),\overline{w}_L(w_\ell))\\&=\left[c^*-\frac{\delta(1-\delta)w_\ell^2}{2\hat{w}}+\frac{\delta w_\ell\overline{w}_L(w_\ell)}{\hat{w}}\right]+\frac{\delta}{\hat{w}}((1-\delta)w_\ell-\overline{w}_L(w_\ell))w_h-\frac{\delta(1-\delta)}{2\hat{w}}w_h^2\end{aligned}$$

と表わされ，w_ℓ を所与とすると $G(w_h)$ が非負であることの（すなわち，定常戦略が低生産性の範囲のなかで最適であるための）十分条件は，

$$M(w_\ell):=-\frac{\overline{w}_L(w_\ell)}{1-\delta}+\frac{1}{1-\delta}\left\{\overline{w}_L(w_\ell)^2+\frac{2(1-\delta)\hat{w}c^*}{\delta}\right\}^{1/2}$$

とすると，

$$w_h\leq w_\ell+M(w_\ell)$$

である。ここで，$M(w_\ell)>c^*$ であることが一般に証明できる。（詳しくは Fujiwara-Greve ［1995b］を参照。）これを解釈すると，高い生産性を選ばせるためにはそのコスト c^* 以上のプレミアムを支払わなければならないということである。ほとんどの場合（保証賃金が労働者が絶対にやめないレベル，すなわち外部オファーの上限と同じ時を除いて）労働者は高い生産性に対する報酬を確率1未満でしかも次期に受け取ることになるのであるから，労働意欲を増やすためにはかなりのプレミアムを約束する必要があるということであろう。

次に，労働者が常に高い生産性と保証賃金水準 $\overline{w}$ をとる時の価値は期にかかわらず前のゲームと同じで，

$$V(h,\overline{w})=\left[w_h-c^*+\delta\int_{\overline{w}}^{\hat{w}}\left(\frac{w}{1-\delta}\right)\frac{1}{\hat{w}}\,dw\right]\Big/\left[1-\delta\frac{\overline{w}}{\hat{w}}\right] \tag{6}$$

である。この関数を最大にする保証賃金も前のゲームのそれと同じで $\overline{w}_H(w_h)$ である。ここで，以下のことが示される。

命題1．w_ℓ を所与とすると，ちょうど（最適な保証賃金をとる）定常的低生産性戦略と定常的高生産性戦略がともに労働者にとって最適であるような w_h の境界値が存在し，w_h がその値以上である時は（最適な保証賃金をとる）定常的高生産性戦略が最適であり，以下である時は（最適な保証賃金をとる）定常的低生産性戦略が最適となる。

〔証明〕 w_ℓ を所与とする。(5)式より，最適な保証賃金をとる定常的低生産性戦略の価値は w_h の関数とみると，傾き1の線形関数である。(6)式を w_h で微分すると，

$$\frac{\partial V(h,\overline{w}_H(w_h))}{\partial w_h}=1\Big/\left[1-\delta\frac{\overline{w}_H(w_h)}{\hat{w}}\right]>1$$

であるから，$V(h,\overline{w}_H(w_h))$ は w_h の単調増加関数で $V(\ell,\overline{w}_L(w_\ell))$ より急な傾きを持つ。ここで，$w_h=w_\ell$ とすると，$V(\ell,\overline{w}_L(w_\ell))>V(h,\overline{w}_H(w_h))$ であるから，高い生産性の価値ははじめ（すなわち，w_h が低い時）は $V(\ell,\overline{w}_L(w_\ell))$ を下回り，ある境界点において一致し，それ以上の時は $V(\ell,\overline{w}_L(w_\ell))$ をこえることがわかる。

（証明終わり）

既に $w_h\leq w_\ell+M(w_\ell)$ の時は低い生産性の定常戦略が最適であることがわかっているので，$w_\ell+M(w_\ell)$ が境界値である。言い替えれば，契約が $w_h\geq w_\ell+M(w_\ell)$ という条件を満たしている時，またその時のみ（最適な保証賃金をとる）定常的高生産性戦略が全体としての労働者の最適戦略であることになる。

7．報酬が遅れて与えられるゲームの最適契約

まず，低い生産性を労働者に選ばせる契約の集合の中での企業にとっての最適（低生産性）契約

を求め，次に最適高生産性契約を求めてこれらを比較して全体としての最適契約を確定する。企業が，$w_h \leq w_\ell + M(w_\ell)$ を満たすような契約を全ての労働者に提示する戦略をとると，雇用関係の第一期におけるこの戦略の価値は

$$V_L^D(w_\ell, w_h) = \underline{\Pi} - w_h + \delta\, q_L(w_\ell)[V_L^E(w_\ell) - Q] + \delta\{1 - q_L(w_\ell)\}\, V_L^E(w_\ell)$$

（ここで，$V_L^E(w_\ell)$ は 4 節で定義した関数）となる。$V_L^D(w_\ell, w_h)$ は高い生産性に対する賃金 w_h について線形減少関数なので，契約の制約条件から $w_h = w_\ell$ とするのが最適である。従って，我々は以下の関数を最大にする w_ℓ を求めればよい。

$$V_L^D(w_\ell, w_\ell) = [\underline{\Pi} - w_\ell - \delta\, q_L(w_\ell)\, Q]/(1-\delta)$$

微分によりこの関数は w_ℓ の凸関数であることがわかるので，最適低生産性契約はコーナー解となり，$(0, 0)$ または $(\hat{w}, \hat{w})$ である。このどちらが選ばれるかは，

$$V_L^D(\hat{w}, \hat{w}) \geq V_L^D(0, 0) \iff Q \geq \frac{\hat{w}^2}{\delta[\hat{w} - \overline{w}_L(0)]} \tag{3}$$

の条件が成立するかどうかで決まる。ここまでは前のゲームと同じである。

次に，高い生産性を選ばせる契約の集合の中で最適なものを探す。企業が，$w_h \geq w_\ell + M(w_\ell)$ を満たすような契約を全ての労働者に提示する戦略をとると，この戦略の価値は

$$V_H^D(w_h) = [\Pi^* - w_h - \delta\, q_H(w_h)\, Q]/(1-\delta)$$

この式は w_ℓ を含んでいないが，w_h の下限が w_ℓ に依存している。前と同様にこの関数も凸関数であることがわかるので，w_h の最適値の候補は $\hat{w} + c^*$ と $m := \mathrm{Min}_{0 \leq w_\ell \leq \hat{w}}[w_\ell + M(w_\ell)]$ の二つである。ここで，$w_\ell + M(w_\ell)$ を最小にする w_ℓ を w_ℓ^m と書くことにする。企業が，離職率ゼロの契約（すなわち，$w_h = \hat{w} + c^*$ の契約）を選ぶのは

$$V_H^D(w_\ell, \hat{w} + c^*) \geq V_L^D(w_\ell^m, m) \iff Q \geq \frac{(\hat{w} + c^* - m)\,\hat{w}}{\delta(\hat{w} - \overline{w}_H(m))} =: Q_H$$

の時またその時のみである。ここで，$m > c^*$ であることから $Q_H \leq \hat{w}^2/[\delta(\hat{w} - \overline{w}_L(0))]$ が示される。（詳しくは，Fujiwara-Greve［1995a］を参照。）ゆえに，労働者が退職した時の企業のコスト Q について三つの場合を考察する。

Case 1.　$Q \geq \hat{w}^2/[\delta(\hat{w} - \overline{w}_L(0))]$

この場合，企業は低生産性契約 $(\hat{w}, \hat{w})$ と高生産性契約 $(w_\ell, \hat{w} + c^*)$ を比べる。（ただし，w_ℓ は $w_\ell + M(w_\ell) \leq \hat{w} + c^*$ を満たす任意の非負の数。）後者が最適である必要十分条件は

$$V_H^D(w_\ell, \hat{w} + c^*) \geq V_L^D(\hat{w}, \hat{w}) \iff \Pi^* - c^* \geq \underline{\Pi} \tag{4}$$

である。これは報酬が直ぐに与えられるゲームの条件と同じである。

Case 2.　$\hat{w}^2/[\delta(\hat{w}-\overline{w}_L(0))] \geq Q \geq Q_H$

この場合，$\hat{w}^2/[\delta(\hat{w}-\overline{w}_L(0))] \geq Q$ であるから低い生産性を選ばせる契約の中では (0, 0) が最適である。高い生産性の契約の中では $(w_\ell, \hat{w}+c^*)$ が最適である。従って後者が全体で最適である必要十分条件は，

$$V_H^D(w_\ell, \hat{w}+c^*) \geq V_L^D(0,0) \iff Q \geq \{-(\Pi^*-\underline{\Pi})+\hat{w}+c^*\}\,\hat{w}/[\delta(\hat{w}-\overline{w}_L(0))]$$

である。この条件は Q と $\Pi^*-\underline{\Pi}$ の両方に依存する。右辺は傾き $-\hat{w}/[\delta(\hat{w}-\overline{w}_L(0))]<-1$ の $(\Pi^*-\underline{\Pi})$ の減少関数とみなされる。(図 2 を参照。)

Case 3.　$Q_H \geq Q$

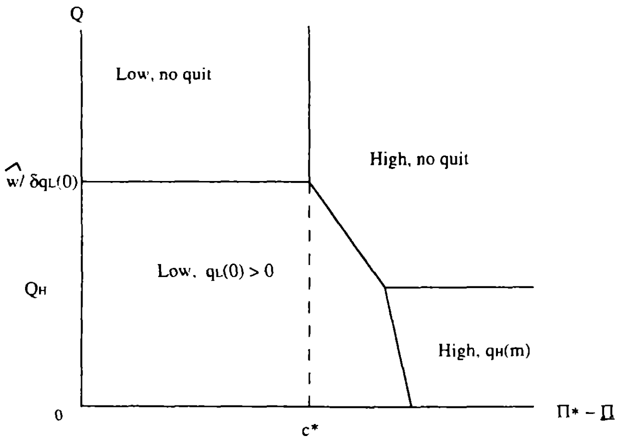
この場合，企業は低生産性契約 (0, 0) と高生産性契約 (w_ℓ^m, m) を比べる。後者が最適である必要十分条件は，

$$V_H^D(w_\ell^m, m) \geq V_L^D(0,0) \iff Q \geq \{-(\Pi^*-\underline{\Pi})+m\}\,\hat{w}/[\delta(\overline{w}_H(m)-\overline{w}_L(0))]$$

である。ここで，$\overline{w}_H(m) > \overline{w}_H(c^*) = \overline{w}_L(0)$ であることに注意したい。

これらの条件をまとめて，最適契約の生産性レベルと離職率を示したものが図 2 である。図 1 のような二分法が成立していないのがわかる。

図 2



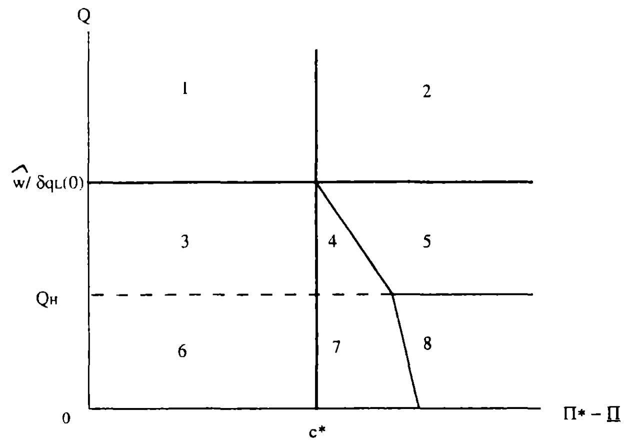
次の節でこれを前のゲームの結果の図 1 と比べ，企業と労働者の厚生比較をする。その前に，図 2 からわかることをいくつかまとめてみよう。Q を所与とすると，生産性から来る企業所得の差 $(\Pi^*-\underline{\Pi})$ が大きくなるとやはり（報酬が直ぐに与えられるゲームと同様に）企業は高い生産性を好み，賃金は高くなる。しかし，境界となる値が Q に依存するようになるので，条件(3)が満たされてい

るからといって必ず高い生産性が選ばれる訳ではない。これは，高い生産性に伴うプレミアム$M(w_\ell)$がかなり大きいのでQが比較的低くて退職されてもあまり損害にならず，また所得の差$(\Pi^*-\underline{\Pi})$があまり大きくない場合にはむしろ生産性を抑えてでも賃金コストを低くした方がよいことがあるからである。

8．二つのゲームの厚生比較

以下の二つの命題の証明のために，パラメターの領域ごとに二つのゲームの均衡生産性と離職率を比較した図3を示す。簡略化のため報酬を直ぐに与えるゲームを**I**ゲーム，報酬を遅れて与えるゲームを**D**ゲームと呼ぶことにする。

図3



area	I game	D game
1	Low, no quit	Low, no quit
2	High, no quit	High, no quit
3	Low, $q_L(0)$	Low, $q_L(0)$
4	High, $q_H(c^*)$	Low, $q_L(0)$
5	High. $q_H(c^*)$	High, no quit
6	Low, $q_L(0)$	Low, $q_L(0)$
7	High, $q_H(c^*)$	Low, $q_L(0)$
8	High, $q_H(c^*)$	High. $q_H(m)$

命題2．任意のパラメター値について，報酬を直ぐに与えるゲームでの企業の均衡利得が報酬を遅れて与えるゲームの利得を下回ることはない。

〔証明〕 均衡の帰結が二つのゲームで異なるパラメターの領域のみを比較する。領域4と7では，**I**ゲームと**D**ゲームの均衡賃金はそれぞれ c^* と0であるから，コストの差は c^* である。一方，この領域では所得の差は $\Pi^*-\underline{\Pi}$ が c^* 以上であるから，**I**ゲームの利得が**D**ゲームの利得以上となる。領域5では，**I**ゲームの均衡では均衡賃金は c^* である。**D**ゲームでは，同じ生産性で賃金は $\hat{w}+c^*$ を払って離職率ゼロにしている。この契約は**I**ゲームでもとることができたので企業の得る価値は，**I**ゲームの方が小さくなることはない。領域8では，同じ生産性のもとで**I**ゲームでは均衡賃金は c^* で，**D**ゲームでは $m>c^*$ を支払っている。この契約も**I**ゲームで可能であるから，やはり**I**ゲームの利得が**D**ゲームの利得以上となる。

（証明終わり）

従って，企業は報酬を直ぐに与えるゲームの方を好むことになる。これに対して，労働者の選好は全く逆になる。

命題3．任意のパラメター値について，報酬を遅れて与えるゲームでの労働者の均衡利得が報酬を直ぐに与えるゲームの利得を下回ることはない。

〔証明〕 労働者が得る利得の総価値は一階の条件から $V(x, \overline{w}_x)=\overline{w}_x/(1-\delta)$（ここで，$x=\ell, h$）であるから，均衡における保証賃金水準に比例する。領域4と7では，二つのゲームの均衡は異なる生産性をもたらすが，実は保証賃金水準は等しい。$(\overline{w}_L(0)=\overline{w}_H(c^*))$ 故に労働者は同じ利得を得る。領域5では，**I**ゲームの保証賃金が $\overline{w}_H(c^*)$ で，**D**ゲームのそれは $\hat{w}$ であるから，後者の方が大きい。領域8では，**I**ゲームの保証賃金が $\overline{w}_L(0)$ で，**D**ゲームでは $\overline{w}_H(m)>\overline{w}_L(0)$ であるから，やはり後者の方が大きい。

（証明終わり）

9．結論的覚書

この論文では，シンプルな定常的モデルを用いて報酬のタイミングが企業や労働者の利得にどう影響するかを調べた。興味ある結果として，企業は生産性に対する報酬を労働者の転職の決断の前に与えた方がいいことがわかった。もちろん，この結果はモデルの仮定に依存している。特に，転職が毎期可能であるという仮定がきいていると思われる。なぜなら，Lazear (1979), (1981) のような労働者がある期まで退職しようとしないモデルでは，最適な長期賃金契約は賃金が時間を通じて増加する形（報酬が後で与えられる形）になるからである。転職や退職のモデル化のやり方は他にもある。将来の研究として，労働者の一般の転職行動が均衡に及ぼす影響をみるのもおもしろいと思われる。

この他の仮定は必ずしも必要条件ではない。契約が集合 $\boldsymbol{F}$ で制約されることと，報酬が後で与えられるゲームにおいて初めに労働者に w_h を支払うという仮定は多少変えても同じ命題を得るこ

とができる。例えば，報酬が直ぐに与えられるゲームの均衡はより大きい集合，

$$\boldsymbol{F}'=\{(w_\ell, w_h)\,|\,0\le w_\ell\le \hat{w},\ 0\le w_h\le \hat{w}+c^*\}$$

の下でも均衡である。ただし，この場合命題2を得るためには，報酬を後で与えるゲームにおいては例えば新規採用の労働者には二つの賃金レベルの内，高い方を支払うなどの仮定が必要である。（w_h を支払うという仮定では，低い生産性が均衡の時，$w_h=0$ として初期のコストを抑えることで報酬を後で与えるゲームの方が企業利得が高くなることがある。）

参考文献

Blackwell, D. "Discounted Dynamic Programming," *Annals of Mathematical Statistics*, 1965, 36, 226-235.

Campbell, C. "Do Firms Pay Efficiency Wages? Evidence with Data at the Firm Level," *Journal of Labor Economics*, July 1993, 11(3), 442-470.

Fujiwara-Greve, T. "Game Theoretic Models of Efficiency Wages with Endogenous Turnover," Ph.D. dissertation, Stanford University, June 1995a.

Fujiwara-Greve, T. "Wage Premium and Timing of Reward," mimeo. Keio University, 1995b.

Krueger, A. and L. Summers. "Efficiency Wages and the Inter-industry Wage Structure," *Econometrica*, March 1988, 56(2), 259-293.

Lazear, E. "Why is There Mandatory Retirement?" *Journal of Political Economy*, December 1979, 87(6), 1261-1284.

Lazear, E. "Agency, Earnings Profiles, Productivity, and Hours Restrictions," *American Economic Review*, Septemeber 1981, 71(4), 606-620.

（経済学部助教授）