Title	利潤最大化, 相対価格, および株主の実質資産の最大化 : 要約
Sub Title	Profit maximization, relative prices, and the maximization of shareholders' real wealth : a summary
Author	Dierker, Egbert Grodal, Brigit 玉田, 康成
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1996
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.89, No.1 (1996. 4) ,p.29- 37
JaLC DOI	10.14991/001.19960401-0029
Abstract	
Notes	小特集 : 社会的選択とゲームにおける協力関係
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19960401-0029

「三田学会雑誌」89巻1号（1996年4月）

利潤最大化，相対価格，およひ株主の実質資産の最大化：要約

エグベルト・ディアカー
ブリジット・グローダル
訳 玉 田 康 成

要　旨

寡占競争の一般均衡モデルは，相対価格を決定するのみであり，物価水準を決定するものではない。よく知られているように，ニュメレールの選び方，より一般的には相対価格を絶対価格に変換する規準化のルールの選び方は，ナッシュ均衡に対して重大な影響を与えることになる。この論文では，企業がある特定の利潤関数を目的関数として選択した場合に，利潤最大化行動を相対価格のみに依存するように表現することができることを示す。しかしながら，そのような目的関数の選択は必ずしも株主の関心の対象ではない。この問題は企業の利潤をその株主の支出に関連づけることによって克服される。われわれは株主の実質資産の最大化を企業の目的として定義する。この概念は利潤と諸株主の総需要とを基礎としている。さらに，それはモデルの経済的構造からは導出することができない恣意的な価格の規準化には依存せず，相対価格のみに依存することになる。結果として，不完全競争の理論においては絶対価格は必要ではない。

Gabszewicz-Vial（1972）が指摘したように，ニュメレール（numéraire）の選び方，より一般的には価格規準化のルール（price normalization rule）の選び方は，不完全競争モデルに対してかなりの実質的な効果を及ぼす。なぜならば，ナッシュ均衡はそのモデルが採用した規準化のルールに決定的に依存するからである。Gabszewicz-Vialのモデルにおいては，企業は生産計画を選択し，利潤は企業におけるシェアにもとづいて各消費者に分配される。そして，消費者間の交換が起こり，すべての市場をクリアーするようなワルラス的価格体系（Walrasian price system）が達成されるのである。モデルの経済的構造からは相対価格体系（もしくは交換比率）のみが生じることになり，企業はこれらの価格を予想して利潤を最大化するものと想定されている。しかし，価格の水準は決定されないので，2つの異なった相対価格のもとでの生産計画における企業の利潤を比較することは不可能である。よって，相対価格を絶対価格に変換する規準化のルールが導入されることになる。つまり，完全に恣意的な規準化のルールが企業の目的関数を決定し，したがってナッシュ均衡配分を決定するのである。

Dierker-Grodal（1986）では，純戦略（もしくは混合戦略）でのナッシュ均衡が存在するか否かと

いう問題は，規準化のルールに決定的に依存することが示されている。さらに，Grodal (1984) は，個々の生産集合の内部にある場合も含めて，「ほとんどすべて」の生産計画がナッシュ均衡として最適な戦略になり得ることを指摘した。これは，寡占理論に対する厳しい批判となる。なぜならば，株主が経営者に対して投入物を浪費しないように明確に指示するであろうことは明らかだからである。(1)

過去20年の間に上記のようなタイプの興味深い結論が得られてきたが，その間には同時に不完全競争モデルは経済分析の諸分野において重要性を増してきた。例えば国際貿易の分野を挙げることができる。よって，価格の規準化の問題は，産業組織論などの分野――その問題を回避している部分均衡モデルをもちいた分析で十分だと伝統的にみなされている分野――のみに関連するものではない概念上の問題を提示するのである。しかしながら，寡占企業を伴う国際貿易の理論においては，その問題は断じて無視されるべきではない。

ベルトラン競争（Bertrand competition）の場合には，企業が「価格を設定する」にもかかわらず，価格規準化の問題が発生することを強調したい。価格を設定するということは，企業が他の財との関連を無視して，自らの生産物に抽象的な実数を割り当てるものと解釈されるべきではない。価格を測るための単位が特定化されなければならないのである。価格競争に従事している企業の戦略は，1単位の生産物を何単位の特定の財（典型的には生産要素か，もしくは基本財（primary good））とを交換するとコミットすることである。よって，戦略は相対価格であり，価格競争のモデルにおいても，価格水準を決定するような要素は存在しないのである。

もちろん，完全競争の場合には価格規準化の問題は発生しない。なぜならば，相対価格はパラメータとして所与であり，異なる生産計画の価値を比較するだけで十分だからである。この場合には，諸株主は一致して企業の経営者に利潤の最大化を指示することになる。それとは対照的に，不完全競争モデルの場合にもちいられる規準化のルールと株主の利害とのあいだには，一般には明確なつながりが存在しない。この論文で提示される実質資産（real wealth）の最大化という概念は，その橋渡しをするためのものである。

規準化の問題を解決するために，次の2つの疑問を提起してみたい。

1．企業の目的が特定の規準化ルール（例えばニュメレール）をもちいて利潤を最大化することだと仮定する。そのとき，利潤の最大値が，特定の規準化ルールに依存することなく相対価格にもとづいて特徴づけられるだろうか？

2．利潤および株主の欲求に依存する企業の目的関数は，どのように定義されるだろうか？

（1） Grodal (1992) は恣意的な価格の規準化ルールの適用から生じる諸問題と，それに対応する否定的な結論について，体系的な解説をおこなっている。Hart (1985) は概念上の諸問題を強調しながら，不完全競争の理論について優れたサーベイをおこなっている。

とりわけ単純な設定のもとで価格規準化の問題を考察するために，2つの財と1つの独占的な企業が存在するような経済を考える。分析は，ライバル企業の価格が固定されている場合の寡占市場における価格決定のモデルと，基本的に同じである。独占企業はニュメレールである財0をもちいて，収穫一定の技術のもとで，財1を生産する。財1を1単位生産するために，独占企業はニュメレールを c 単位使用する。また経済には消費者（$i=1,2,\cdots,m$ で示される）が存在し，消費者 i の初期保有量を $e^i=(e_0^i, e_1^i)$，企業におけるシェアを θ^i で表現することにする。ここで $\sum_{i=1}^m \theta^i=1$ である。さらに株主の集合を $I=\{i|\theta^i>0\}$ で示す。企業の戦略は P であり，それは1単位の生産物を P 単位のニュメレールと交換することを意味している。(2)

全ての消費者は初期時点でニュメレールのみを保有しており（つまり $e_1^i=0$），企業の株主はその生産物を消費できないと仮定する。企業の自然な目的はニュメレールで測った利潤を最大化することである。よって，もし企業が戦略 P を選択し，価格が $(1,P)$ の形態をとるならば，企業は利潤

$$\Pi_N(P)=(P-c)\sum_{i\notin I} d^i(1,P,e_0^i)$$

を最大化することになる。ここで d^i は消費者 i の需要関数である。(3)

ここで，価格は $(1,P)$ ではなく $(\lambda(P), \lambda(P)P)$ であると仮定する。個別の需要関数は0次同次であるので，名目利潤は $\lambda(P)\Pi_N(P)$ となる。例として，和が1となるように価格を規準化してみよう。この場合には $\lambda(P)=\dfrac{1}{1+P}$ であり，利潤は

$$\Pi_\Delta(P)=\frac{1}{1+P}\Pi_N(P)$$

となる。もし $\Pi_\Delta(P)$ が最大化されたならば，株主は第0財を1単位，第1財を1単位という財の組み合わせ $(1,1)$ を最大数購入することができる。よって，$\Pi_N(P)$ の最大化は，$\Pi_\Delta(P)$ の最大化とは本質的に異なった目標を提示することになる。(4)

N－規準化（N－normalization）と Δ－規準化（Δ－normalization）は異なった目的関数を与えるにもかかわらず，利潤関数 Π_Δ をもちいて企業の本来の目標である $\Pi_N(P)$ の最大化を表現することが，実際に可能であることを示したい。そのために，まず N－規準化がもちいられた場合に達成可能な最大の利潤を $\hat{\Pi}_N=\Pi_N(\hat{P})$ とする。株主は $\hat{Z}$ 単位の第0財を購入することによって $\hat{\Pi}_N$ を支出する。もし N－規準化がもちいられるならば，第0財の価格は1であり，よって $\hat{\Pi}=1\cdot\hat{Z}$ が成立する。しかしながら，もし規準化のルールが変化したならば，それに応じて第0財の価格も変化することになる。Δ－規準化の場合に企業が戦略 P をもちいるならば，第0財を $\hat{Z}$ 単位，第

（2） この戦略の概念は Böhm（1994）でもちいられた戦略とは本質的に異なることに注意してほしい。

（3） 財0がニュメレールとして使用される場合には，添字として N をもちいることにする。一方，価格が基本単体（unit simplex）に規準化された場合には，添字として Δ をもちいることにする。

（4） Δ－規準化は経済的に明白な解釈をもつ点で優れている。他の文献でもちいられている他の多くの規準化ルールについてはその限りではない。

1財を0単位という財の組み合わせ$(\hat{Z}, 0)$購入するためには$\frac{1}{1+P}\hat{Z}$の支出が必要である。よって，価格の規準化が変化したときにはいつでも，それに応じて価値は調整されなければならない。

任意の価格戦略Pにおける企業の利潤$\Pi_N(P)$は，最大でも$\hat{\Pi}_N$であるので，

$$(*)_N \quad \Pi_N(P) - \hat{\Pi}_N \leq 0$$

が成立し，$P = \hat{P}$のときに等号となる。よって$\Pi_N(P) - \hat{\Pi}_N$は$\hat{P}$において最大となる。明らかに，$\Pi_N(P) - \hat{\Pi}_N$を最大化することは，結局は$\Pi_N(P)$を最大化することと同じである。しかしながら，一見したところ余分な項のように思える$\hat{\Pi}_N$の存在のために，$(*)_N$は規準化のルールには依存しない。実際，もしΔ－規準化が用いられたならば$(*)_N$は次のようになる。

$$(*)_\Delta \quad \Pi_\Delta(P) - \hat{\Pi}_\Delta = \frac{1}{1+P}\Pi_N(P) - \frac{1}{1+P}\hat{\Pi}_N \leq 0$$

これは，その原型である$(*)_N$と明らかに同等である。

純粋に機械的な議論をおこなうと，上記の手順は次のようにまとめることができる。もし$f(\hat{P}) = 0$であるならば，$\forall P, f(P) \leq f(\hat{P})$という主張は，$\forall \lambda > 0, \forall P, \lambda(P) f(P) \leq \lambda(P) f(\hat{P})$ということを意味する。なぜならば$\lambda(P) \cdot 0 = 0$であるからである。よって，$(*)_N$における不変性は最大値を0とすることによって達成される。つまり，$f(P) = \Pi_N(P) - \hat{\Pi}_N$と定義すればよいのである。

経済学的な解釈はさらに興味深い。諸株主の第0財の購入可能量を最大にしようとしている企業は，ニュメレールで測られた利潤Π_Nを最大化しなければならないのである。換言すれば，企業は利潤と最適な純取引（net trade）における株主の支出との差を最大化するように行動しなければならない。つまり，価格の規準化について不変な形での企業の目的は，次の問題を解くものである。

$$\text{Maximize} \quad \lambda(P)\Pi_N(P) - \lambda(P)\hat{\Pi}_N$$

この問題を見ると，一般には**最適値において限界利潤は0とは異なる**ことが分かる。より正確には，限界利潤は諸株主の最適な純取引における限界支出と等しくなければならない。例えば，Δ－規準化の場合の1階の条件は

$$FOC_\Delta: \quad \frac{d}{dP}\Pi_\Delta(P)\Big|_{P=\hat{P}} = \frac{d}{dP}\left(\frac{1}{1+P}\Pi_N(P)\right)\Big|_{P=\hat{P}} = -\frac{\hat{\Pi}_N}{(1+\hat{P})^2}$$

であり，ここで，$\frac{1}{1+P}\hat{\Pi}_N$は$\left(\frac{1}{1+P}, \frac{P}{1+P}\right)$の価格で$\hat{Z} = \hat{\Pi}_N$単位の第0財を購入したときの株主の総支出である。もしこの条件が満たされないならば，株主が$\hat{Z}$よりも多くの単位を購入できるような戦略Pを，企業は選択することができるだろう。もちろん，N－規準化においては，株主はニュメレールだけを保有および消費できるという仮定から，$\hat{Z}$への支出は一定であり，1階の条件は$\frac{d}{dP}\Pi_N(P) = \frac{d}{dP}(1 \cdot \hat{Z}) = 0$に集約されることになる。

次に，株主はニュメレールのみを消費できるという仮定を外すことにする。また株主が同一の効用関数をもっているとも仮定しない。ここで，次のような状況を考えてみたい。株主 $i\,(i\in I)$ の効用関数は準線形（quasi-linear）であり，$u^i(x_0, x_1)=f^i(x_1)+x_0$ によって与えられる。典型的な株主 i の無差別マップより導かれた生産物 x_1 のヒックス型需要関数 $h_1^i(\cdot, \cdot, u^i)$ は，その効用水準 u^i に対応する無差別曲線が横軸 $x_0=0$ につきあたらない限りにおいては，u^i には依存しない。さらに，生産物へのワルラス型需要関数 $d_1^i(\cdot, \cdot, w^i)$ は資産（wealth）の水準 w^i からは独立であり，ヒックス型需要関数と一致する。このように効用関数の準線形性より，マーシャル型需要関数 $x_1^i(p)$ は明確な性質を持つことになる。

価格体系 $(1, P)$ のもとでの第 i 消費者の余剰は $\int_P^\infty x_1^i(p)\,dp$ によって与えられ，すべての株主について集計された総消費者余剰は $\sum_{i\in I}\int_P^\infty x_1^i(p)\,dp$ となる。ここで，独占企業の目的はすべての株主の社会的総余剰を最大化することだと仮定する。つまり，利潤とすべての株主について集計化された総消費者余剰の和を最大化することであると仮定する。より正確には，企業の目的は

$$(S)\quad \text{Maximize}\quad \Pi_N(P)+\sum_{i\in I}\int_P^\infty x_1^i(p)\,dp$$

である。

明らかに企業は利潤 $\Pi_N(P)$ を最大化するとは仮定されていない！　株主もまた生産物を消費するので，企業は諸株主の消費者余剰も考慮に入れなければならないのである。この理由により，余剰最大化問題 (S) はどのような価格水準が選択されるかには依存しない。株主の支出を考慮に入れることは，価格の規準化に対して不変な企業の目的を生み出すのである。

株主の社会的総余剰の最大化のための1階の条件は次のようになる。

$$FOC_{(S)}:\ \frac{d}{dP}\,\Pi_N(P)=\sum_{i\in I}x_1^i(P)$$

ここで，$-\sum_{i\in I}x_1^i(P)$ はニュメレールで測った株主の限界消費者余剰である。つまり，$\sum_{i\in I}x_1^i(P)$ は企業が P を限界的に1単位上昇させたときの，株主の全体での追加的な支出を意味している。よって，この1階の条件を，限界利潤は最適な純取引におけるすべての株主の総限界支出に等しくなければならない，と表現することができる。(5) もちろん，この条件はどんな価格規準化ルールにも依存しない。

最大化のための1階の条件は，限界利潤を最適値における株主の支出に関係づけていることに注意してほしい。それぞれの2つの場合（つまり，$\Pi_N(P)$ の最大化の場合と社会的総余剰の最大化の場合）において通常の目的関数の意味での企業の目標を記述するためには，企業の生産物に対する株

（5） 特にすべての株主について生産物に対する需要 $x_1^i(p)$ が0である場合には，消費者余剰は存在せず，総余剰の最大化は利潤 $\Pi_N(P)$ の最大化を意味することになる。

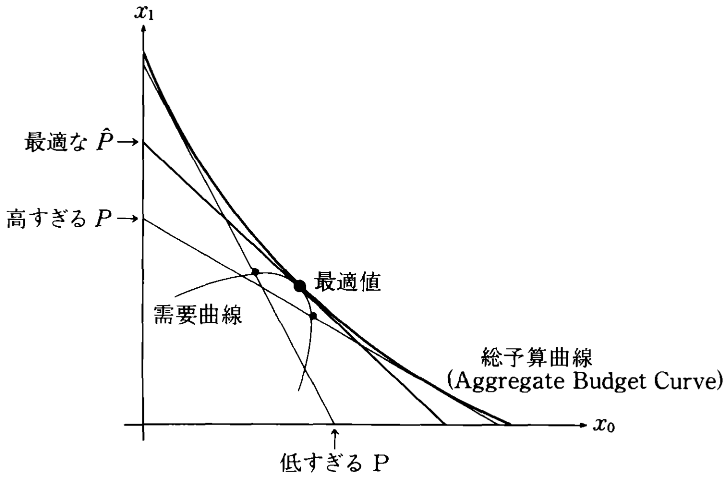
主の最適な総支出が（これまでの強い仮定のもとでは可能であるとしても）正しく予想されなければならないことを，ここでの分析は示唆しているように思えるだろう。例えば，もし所得効果がゼロでなければ，ヒックス型需要関数は効用の水準に依存するようになり，もはや社会的総余剰は上記のような単純な方法では記述できなくなってしまう。

よって，これから次のような問題について考えざるを得ない。企業の目的を上記の例のように株主の利害と関係づけ，同時に次の3つの条件を満たすような通常の最適化問題として記述できるだろうか。

- 価格の規準化に依存しない。
- 最適値での株主の支出についての正しい予想（合理的期待）に依存しない。
- 企業がもたなければならない過剰な量の株主の特性に関する情報に依存しない。

この問題に的を絞るために，「限界利潤＝限界支出」という1階の条件が満たされないということが，株主の総需要関数がその総予算集合の内点に存在することを意味していることに注意する必要がある。つまり，企業の戦略の微小な変化によって，その変化以前の株主の消費計画に支払われるのに必要な資産よりも，多くの資産を得ることができるのである。結果として，株主の総消費が総予算集合の境界上で実現するように，企業は価格戦略を選択する（図1参照）。このことに注意すると，株主の総消費 $D(P)=\sum_{i\in I} d^i(P)$ と株主の総予算集合の補集合とのあいだの距離を最小化するように企業は戦略 P を決定する，という最適化問題として企業の目標を定式化することできる。

図1　実質資産の最大化



ここで，完全競争下で利潤を最大化している企業もまた，適切な生産計画を選ぶことでこの距離を最小化することに注意すべきである。そして，最適な場合にはこの距離は0である。また，不完全競争が存在し，かつ株主がニュメレール財のみに関心がある場合でも，ある戦略のもとでこの距

離は最小となる。そのための必要十分条件は，この戦略がニュメレールで測った利潤 Π_N を最大化していることである。

単純化のために非負象限（第1象限）を株主の消費集合とする。また諸株主の総予算集合は AB によって示され，総予算曲線 ABC は AB の右上方の境界である。ここで，AB は凸集合の補集合である。これらについては図1を参照してほしい。

定義　戦略 $\hat{P}$ が企業の株主の実質資産（real wealth）を最大化するとは，$D(\hat{P})+z\in AB$ であるような $z\gg 0$ が存在しないことである。

実質資産の最大化のための1階の条件は $W'_N(P)=D_1(P)$ となる。ここで $W_N(P)=\Pi_N(P)+(1, P)\sum_{i\in I}e^i$ であり，これは企業の戦略が P のときの諸株主の集計化された資産を示している。この1階の条件が満たされるための必要十分条件は，需要曲線が $D(P)$ のところで P に対応する予算線に接することであり，つまり $(1, P)D'(P)=0$ である。このことから，もし ABC がなめらかな曲線であるならば，株主の実質資産を最大化するような $\hat{P}$ の存在を簡単に示すことができ，ここでの場合には，$W'_N(\hat{P})=D_1(\hat{P})$ を満足する戦略 $\hat{P}$ の存在を証明すれば十分である。なぜならば $D(\hat{P})$ が ABC 上に乗っていなければならないからである。よって，もし ABC がなめらかであるならば，1階の条件のみに注目すれば十分である。この文脈で ABC のなめらかさが果たす役割は，伝統的な利潤最大化の文脈において狭義の準凹性（strict quasi-concavity）が果たす役割と同様である。そして両方の場合において，臨界値（critical value）が最適となる。

ABC のなめらかさの性質を理解するために，より詳細に Env について検討してみたい。単位費用 c は一定であるので，戦略集合を $\mathcal{P}=(c,\infty)$ とすることができる。戦略 P のもとでの予算線を L_P とすると，L_P は $\mathbb{R}$ 上の埋め込みであると考えることができる。予算線の族 $\{L_P\}_{P\in\mathcal{P}}$ は陰関数定理により，なめらかな2次元の（線織）曲面（(ruled) surface）

$$\mathcal{L}=\{(x_0, x_1, P)\in\mathbb{R}\times\mathcal{P}\mid x_0+P\cdot x_1=W_N(P)\}$$

を形成する。$\{L_P\}_{P\in\mathcal{P}}$ の包絡線 Env は $\mathcal{L}$ から $\mathbb{R}$ への射影の臨界値の集合（無限小に近い予算線が交差するすべての点）である。それは1階の条件 $\frac{d}{dP}(x_0+Px_1-W_N(P))=0$ によって特徴づけられる。つまり

$$Env=\{(x_0, x_1)\in\mathbb{R}\mid\exists P\in\mathcal{P}\text{ with }x_0+Px_1=W_N(P)\text{ and }W'_N(P)=x_1\}$$

である。

次の4つの性質には密接な関連が存在する。

a．利潤関数が凹関数であること。

b．総予算曲線 ABC のなめらかであること。

c．株主の総予算集合上で，包絡線 Env と ABC が一致すること。

d．*Env* 上に尖点（cusp）が存在しないこと。

性質 a, b, c, d の関連は次のように要約することができる。もし利潤関数（例えばニュメレール財で測られた）が凹関数でないならば，族 $\{L_P\}_{P \in \mathcal{P}}$ によって与えられる線織曲面は（最も単純な場合には）“谷”によって分けられた2つの“尾根”をもち，それぞれを財空間 $\mathbb{R}$ へ射影した場合に臨界点を生じさせることになる。よって *Env*（臨界点の集合の $\mathbb{R}$ への射影）は *ABC* の下側に入り込んでしまい，「そこでは2つの尾根は同じ高さをもつ」ことになる。そして，2つの「尾根の1つだけでなく谷も消滅する」尖点を通過した後に，再び *ABC* に到達する。地形の概観（$\mathbb{R}$ への射影の方向に近い方向から見たものである）については図2を参照し，包絡線そのものについては図3を参照してほしい。

もし *Env* がなめらかではないならば，株主の実質資産を最大化するような戦略 $\hat{P}$ の存在は，追加的な弱い仮定のもとで証明することができる。そのような戦略 $\hat{P}$ の一意性についての研究はまだ発展の途上にある。寡占市場において，他の企業の戦略を所与とした場合に最適反応である $\hat{P}$ の一意性が得られたならば，企業の目的としての株主の実質資産最大化という概念にもとづいたナッシュ均衡の存在を容易に示すことができる。

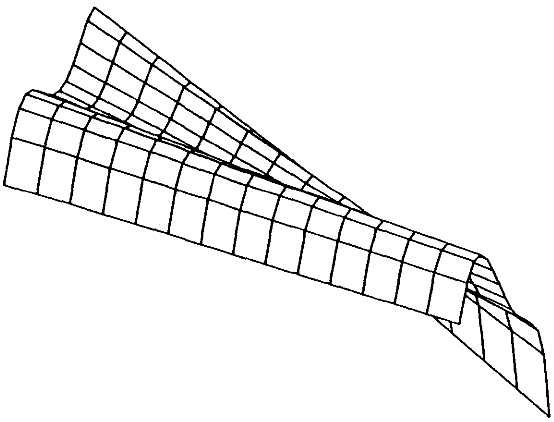


図 2　総予算曲線の屈折を発生させるような族 $\{L_P\}_{P \in \mathcal{P}}$

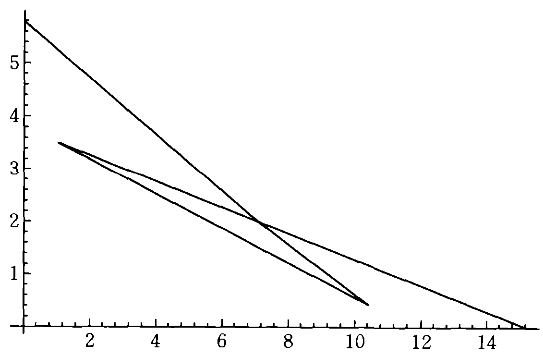


図 3　尖点が屈折を生じさせる

参 考 文 献

(1) Böhm, V. (1994), “The Foundation of the Theory of Monopolistic Competition Revisited,” *Journal of Economic Theory*, 63, 208-218.

(2) Dierker, H and B. Grodal (1986), “Non Existence of Cournot-Walras Equilibrium in a General Equilibrium Model of Two Oligopolists,” in W. Hildenbrand and A. Mas-Colell eds., *Contribution to Mathematical Economics*, North Holland.

(3) Gabszewicz, J. and J. P. Vial (1972), “Oligopoly ‘à la Cournot’ in a General Equilibrium Analysis,” *Journal of Economic Theory*, 4, 381-400.

(4) Grodal, B. (1984), "Profitmaximering i generelle Ligevægtsmodeller med ufuldkommen konkurrence," (English translation: "Profit Maximizing Behavior in General Equilibrium Models with Imperfect Competition"), in *Economic Essays*, 28. Akademisk Forlag, 79-90.
(5) Grodal, B. (1992), "Imperfect Competition and General Equilibrium," forthcoming in B. Allen ed., Conference Volume from Tenth Int. Ec. ASS. Congress.
(6) Hart, O. (1985), "Imperfect Competition in General Equilibrium: An Overview of Recent Work," in K. Arrow and S. Honkapohja eds., *Frontier of Economics*, Basil Blackwell.

（ウィーン大学）
（コペンハーゲン大学）
（訳者　経済学部研究助手）