Title	無限個の商品をもつ経済におけるコアの収束
Sub Title	Edgeworth's conjecture with infinitely many commodities
Author	Anderson, Robert M. Zame, William R. 丸山, 徹
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1996
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.89, No.1 (1996. 4) ,p.17- 28
JaLC DOI	10.14991/001.19960401-0017
Abstract	
Notes	小特集 : 社会的選択とゲームにおける協力関係
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19960401-0017

「三田学会雑誌」89巻1号（1996年4月）

無限個の商品をもつ経済におけるコアの収束

ロバート・M・アンダーソン
ウィリアン・R・ゼイム
訳　丸　山　　徹

Edgeworth（1881）以来，コアとWalras配分の集合との同値性は，完全競争概念の基本的な試金石のひとつと考えられてきた。もしコアが競争配分の集合（あるいは近似的競争配分の集合）よりもずっと大きいとすれば，競争の枠組の中で展開される理論のすべてが拠って立つ，主体は価格を与件として行動するという前提が重大な疑問にされされることになるであろう[(1)]。この論文の目的は，完全競争概念のこの基礎的なテストを，無限次元の商品空間と大きな**有限**数の主体をもつ経済において吟味することにある。もちろんこのような設定で考える場合，コアとWalras配分の集合との**一致**を期待することはできない。むしろ有限次元の場合と同様，コアの収束，すなわち主体の数が十分に大きな経済のコア配分は，適当な意味において近似的に競争配分であることを確立する定理を探求しようというのである。

さて無限次元の商品空間と大きな，しかし有限数の主体をもつ経済のコアを研究するに際して，我々は二重の契機をもっている。第一に，有限数の主体と無限次元商品空間をもつ経済におけるWalras均衡の存在をめぐって相当量の文献が，最近25年くらいの間に発表されてきたこと，これである。この文献群はさまざまな経済問題に触発されて生まれたもので，その中には不確実性下の選択（とくに金融），無限の時間的視野の下での選択，そして微妙に差別化された商品間の選択問題

＊　この研究はAndersonがジョンス・ホプキンス大学経済学部の客員教授，Zameが同学部の教授であったときに開始された。UCLA学術研究評議員会，国立科学財団およびドイツ学術財団，Gottfried Wilhelm Leibniz奨励賞から受けた資金面の助力に対して感謝の意を表する。

（1）我々はコアと競争配分の集合との同値性が，完全競争概念のテストとして**十分**であるといっているのではなく，ただ**必要**だと述べているのである。これまでに提起されてきたその他の完全競争のテストについても同様のことがあてはまるであろう。たとえばOstroyの剰余ゼロ条件，Walras均衡とそれに対応するShapley-Shubikの市場ゲームのNash均衡との一致定理など。割り当てモデルの枠組で，完全競争のさまざまなテストを比較分析する試みについてはGretsky, Ostroy and Zame（1996）を見よ。

などが含まれている。Walras 均衡の定義に暗黙裡に含まれる，各主体は価格を与件として行動するという前提が，これらのモデルにおいて妥当性をもちうるや否やを知っておくことは重要であろう。

第二に，無限次元の商品空間と大きな有限数の主体をもつ経済におけるコアの収束を吟味することによって，商品の種類が大きな**有限**数，主体の数も大きな有限数である経済の性質を考察する途が開かれることである。たとえば，各主体はその労働を自由に使うことができるモデルを想定してみよう。各人の労働は他のどの主体の労働とも微妙に異なっており，また他のある主体の労働とは大幅の違いがあるものとする。そこで各主体の労働が完全に別々の商品として取り扱われる Arrow-Debreu モデルを考えてみると，ある何人かの主体の労働が密接な代替物であるという事実をうまくとらえる方法がない。主体の数が増加し，また各主体が自由に使う労働が Arrow-Debreu 商品空間の別々の成分として扱われる経済の系列を考えると，識別される財の種類は主体の数と同じ速さで増加してゆくであろう。したがって既存の文献に見られるコアの収束定理はいずれも，主体の数が増加するにつれて，コア配分が近似的に競争配分になることを示すには不十分といわねばならない。だがそこで，各種の労働をある適切な無限次元商品空間の元として扱うことにすれば，我々は何人かの主体の労働が密接な代替物になるという事実をうまくとらえ，コアの収束を確立することができるのである。

商品空間が有限次元の経済について，コアと競争配分との関係を論じた「古典的」結果としては，次のような研究がある。Debreu-Scarf の定理（有限人の主体をもつ経済の競争配分と，すべての繰り返し経済のコアに属する配分との同一性を確立），Aumann の定理（主体の集合を連続体とする経済の競争配分の集合と，この経済のコアの同一性を確認），Anderson (1978, 1981, 1987), Bewley (1973a), Brown and Robinson (1974), Cheng (1981, 1982, 1983a, 1983b), Debreu (1975), E. Dierker (1975), H. Dierker (1975), Geller (1987), Grodal (1975), Grodal and Hildenbrand (1974), Kannai (1970), Keiding (1974), Khan (1974, 1976), Khan and Rashid (1976), Trockel (1976), Vind (1965) およびその他の人々の収束定理（「大きな」有限経済のコア配分は「価格による近似的分権化」が可能あることを主張）などである。ここではこの論文の目的に即して，ある配分が次の条件を満たすとき，それは価格 p による近似的分権化が可能であるということにする。(E. Dierker (1975) および Anderson (1987) による。）すなわち，

- 当該の配分が p によって定まる予算の制約を逸脱する平均が小である。
- 当該の配分をなお改善しつつ，価格 p において実現可能な貯蓄の平均が小である。

またある価格による近似的分権化が可能な配分を，価格による近似的分権化が可能であると称す

る。[2]

無限次元商品空間をもつ経済について，Debreu-Scarf の定理および Aumann の定理の類似命題はいくつか知られている。(Aliprantis, Brown and Burkinshaw(1989), Bewley(1973b), Gabszewicz (1968), Mas-Colell(1975), Ostroy and Zame(1994), Rustichini and Yannelis(1991), Zame(1986))。しかしながら，繰り返し経済でない場合の収束定理に対応する類似命題は，未だにまったく確立されていないのである。[3]

無限次元の商品空間をもつ経済では，一方において繰り返し経済および連続体の経済を考え，他方において一般的な大きな有限経済を考えて両者を比較すると，その間には相当な懸隔がありうるのであって，この論文で我々が論じようとするのもこの点である。何故このような懸隔が口を開くのか，その拠って来たる原因を理解するひとつの方法は，Aumann の定理やその拡張形を支えている前提をふりかえってみることであろう。Aumann の定理では，選好を表わす写像，初期保有量を表わす写像，コア配分を表わす写像，そして比較の対象となる消費計画を表わす写像はことごとく可測と仮定されている。有限次元の設定で考える場合は，これらの要請は通常，少しだけ気になる技術的条件だが，それは実質的に経済的重要性をもつものではないと解釈されている。[4] だが，無限次元の設定で考える場合，可測性の要請ははるかに大きな制約を課すこととなる。その理由は次のとおりである。有限次元，無限次元いずれの状況においても，可測写像は「殆どコンパクト」な像をもつが，無限次元空間のコンパクト部分集合は，典型的にはもとの空間のきわめて希薄な (thin) 部分集合である。[5] このことから写像の可測性は，無限次元の設定においては，はるかに重大な限定を加えることになるのである。こうして Aumann の定理を無限次元の設定で考え直してみると，無限次元での収束定理は有限次元の場合と比べ，甚しく様相の異なったものとなることが示唆されるのである。

---

(2) いくつかの有限次元の結果は，より強い結論を導いている。たとえば，選好の同程度凸性といった追加的仮定の下に，個人のコア消費が価格 p における需要集合に近接するといった主張である。これらの結論の多くが，追加的仮定の下に，ここでいう意味での価格による近似的分権化から導出される。

(3) Nomura (1993) は，商品空間 L^2 について，非凸性の尺度に依存する定数を除きコア配分を近似的に分権化する価格の存在を示している。しかし彼の非凸性の尺度はしばしば無限大となるように思われ，それは L^2 上で良好な挙動を示す単一の凸選好についてさえ妥当する。非凸性の尺度が実際に無限大になるとすれば，彼の結論はどんな配分によっても，またどんな価格によっても満たされることになる。

(4) 有限次元の枠組みについてさえ，ちょっとした注意が必要である。初期保有量を表わす写像の可積分性は，大半の主体の初期保有量があるコンパクト集合に含まれることを意味する。また選好を表わす写像の可測性からは，個々の選好の単調性を併せて仮定すると，一種の同程度単調性が導かれる。これらの帰結は明らかに経済的な重要性をもつものである。

(5) 無限次元の設定では，選好の空間上の位相として適切なものが提案されていないので，選好の可測性をいかに解釈すべきであるか，明確に答えることができない。

もちろん繰り返し経済の場合は，選好・初期保有量およびコアを形成する消費をコンパクト集合に限定することは，いかなる付加的な制約をも課するものではない。仮定により，選好・初期保有量およびコアを形成する消費は，みな有限，したがってコンパクトな集合に含まれる。選好が狭義の凸性を満たす場合には，コアを形成する消費は，同じ型の主体については同一となることから，コアは**繰り返しなしの**経済におけるパレート集合の閉部分集合と位相同型となり，それはまた主体の型の種類よりも1だけ小さな次元の単体と位相同型である。こうしてコアはコンパクトとなる。比較の対象となる消費計画に課されるコンパクト性の制約も，全く厳しい限定を伴うものではない。この点はあまり自明ではないが，事実である。Debreu-Scarf の定理の証明は，有限次元あるいは無限次元いずれの場合も，一時にはひとつの配分だけに目をつけて進む。非 Walras 配分をひとつ特定化すると，ただちにその凸結合が負象限に含まれるようなひと組の消費計画を見出だすことができる。それから n を十分に大きく選んで，凸結合の係数が分母 n 以下の有理数でうまく近似されるようにしさえすればよいのである。ここで再び，主体の型の種類よりも1だけ小さな次元の単体の中で，大数の凸化効果が生じる。こうしてすべての繰り返し経済のコアに属する配分はことごとく Walras 配分になっていることが知られるのである。さらに繰り返し経済のコアは，集合の包含関係による半順序についての鎖を成し，しかもそれぞれコンパクトであるから，任意の近傍 U に対して n_0 を十分に大きくとれば，$n \geq n_0$ なる n 重の繰り返し経済のコア配分はいずれも，ある Walras 配分の U 近傍に含まれることが示される。このように，繰り返し経済の設定は，実は連続体の設定ときわめて類似したものなのである。

ところが一方，一般的な大きな有限経済については，上記のコンパクト条件は厳しい制約を伴うことが知られる。実際，これらのコンパクト条件は実質的な**経済的**内容を有するのであって，これがこの論文の中心をなす論点なのである。

この点を強調するために，有限経済の系列と価格による近似的分権化が**不可能な**コア配分の事例を四つあげることにしたい。すなわちそれは以下のとおりである。

- 消費者が**需要独占**力を有する経済の系列。この需要独占力は，**コアを形成する消費**があるコンパクト集合に含まれていないことに起因する。
- 消費者が**独占**力を有する経済の系列。この独占力は**初期保有量**があるコンパクト集合に含まれていないことに起因する。
- 消費者は独占力も需要独占力ももたないが，（一意的な）コア配分の価格による分権化が不可能な経済の系列。このように近似的分権化が不可能となるのは，**比較・選択の対象となる消費計画のうち，ここで問題となる部分**があるコンパクト集合に含まれていないことに起因する。

● Walras 均衡が存在せず，コア配分は価格による近似的分権化が不可能な経済の系列。系列のかわりに連続体の経済で同じような問題を考えると，コアと Walras 均衡の集合がともに空集合となって同値性が成り立つ。このように近似的分権化が不可能となるのは，選好が消費の特化による**収穫逓増**を示すことに起因する。しかもこの事例は，コアの優半連続性が成立しないケースにもなっており，これを見ると，Hildenbrand (1974) の方法で経済の集合に位相を導入し，そのうえでコアの収束を吟味するという手順に著しい困難のあることが知られるのである。

これらの事例は，従来経済分析に用いられてきた無限次元商品空間の大半にあてはめて考えることができる。

ここで一方にコンパクト性，他方に独占あるいは需要独占をおいてこれらを比較し，その結びつきについて一言しておくことが有益かもしれない。すべての主体の初期保有量がひとつのコンパクト集合に含まれるものと想定してみよう。任意の $\varepsilon>0$ に対して，このコンパクト集合は半径 ε の有限個の球によって被覆される。また経済の主体数は大きいことを仮定しよう。こうすると（初期保有量が同一の ε-球に含まれる他の主体が殆ど存在しないという意味で）孤立的な初期保有量を有する主体の割合は小さいにちがいない。初期保有量が孤立的でない主体は独占力をもちえない[(6)]。また初期保有量が孤立的な主体が独占力をもつ可能性はあるが，そのような主体の数は少なく，彼等の独占力の介在がコア配分の近似的分権化を阻むことはないのである。他方，初期保有量があるコンパクト集合に含まれていないとすると，すべての初期保有量が他のどの初期保有量からも等間隔になっていることがありうるであろう。この場合には，すべての主体が相当に大きな独占力を有し，その結果，コアが大きなものとなる可能性がある。上記の議論に対応させて同じように考えると，コアを形成する個別主体の消費があるコンパクト集合に含まれているならば，孤立的な消費を行う主体は殆どいなくなるであろう。このときは，独占の場合と同様，需要独占力を有する主体は殆どいないわけで，需要独占力を有するごくわずかの主体の介在が近似的分権化を阻むことはないであろう。他方，コアを形成する消費があるコンパクト集合に含まれていない場合は，各主体がある独自の財に選好を特化させることによって，すべての消費が他のどの消費からも等間隔になっていることがありうる。この場合は，どの主体も少なからぬ需要独占力をもち，再びコアが大きくなるであ

（6） 実はここで示したものよりも，議論は幾分複雑である。諸主体の選好が全商品空間にわたって同程度連続であるならば，初期保有量が孤立的でない主体は独占力をもつことができない。しかし全商品空間にわたっての同程度連続性は強い仮定である。それゆえ我々の肯定的定理では，商品空間の部分集合の上だけでの同程度連続性を仮定し，そのうえで，コア配分とここで問題となる消費計画が同程度連続性の成り立つ集合に含まれることを仮定するか，または追加的仮定の下に証明するかの途を選ぶのである。

ろう。

当然のことながら，独占力とか需要独占力というのは完全競争の対極にある概念である。上記の初めの二例が示しているのは，無限次元商品空間においては，独占力や需要独占力がきわめて容易に生じうること――そしてそれを回避することが甚だ困難であること，これである。[7] ある種の標準的仮定――就中，凸性の仮定――を緩和すると，コアの収束の形態が変わってしまう可能性のあることは，長い間知られていた。Manelli (1991) の的を射た研究成果の示すところによれば，単調性の「標準的」仮定をわずかに弱めると，有限次元の設定においてさえ，コアの収束と近似的分権化がすぐさま成り立たなくなる可能性が生ずる。それゆえ，上にのべた諸例は「標準的」諸仮定を無限次元空間の場合に自然にひきなおした類似の仮定をすべて満たしていることを強調しておきたい。とりわけ，選好は狭義の単調性を満たし，限界代替率は有界である。

これらの諸例によれば，有限次元空間での設定に比べて無限次元空間の枠組では，コアの収束および近似的分権化が成立しない事情は，はるかに広汎にみられる現象であることが知られる。無限次元の設定においては，連続体経済における同値性定理が成り立つにもかかわらず，大きな有限経済では反例があがる。何故このようなことが生じうるのか――これを理解するためには次のように考えてみるのがよい。つまり可測性の要請に暗黙裡に含まれるコンパクト性の制約を忠実に取り出し，大きな有限経済についてこれらのコンパクト条件を具備した近似的分権化の命題を定式化してみるのである。ある配分について次のような条件を満たす価格が存在するとき，この配分は X について近似的分権化が可能であるという。つまり

- 当該の配分が予算の制約を逸脱する平均が小である。
- **X における消費によって**当該の配分を改善しつつ実現可能な貯蓄の平均が小である。

この方法に従い，次のような独特の結果が導かれる。

定理 1　Ω はコンパクト Hausdorff 空間とし，商品空間は $L=C(\Omega)$ とする。また K は L_+ のコンパクト部分集合とし，初期保有量が K に属する有限経済を考える。消費者の数が十分に大きければ，消費が K に含まれるようなコア配分はすべて，K について近似的分権化が可

(7)　これらの例のうち最初のふたつでは，これらの経済の系列の Walras 均衡が近似的剰余ゼロという Ostroy による完全競争のテストに合格できないことも示される。また我々の予想するところでは，対応する Shapley-Shubik の市場ゲームの Nash 均衡は Walras 均衡を近似しないと思われる。第三の事例は，**実現不可能**な配分に限って，コア配分の近似的分権化が不可能であることを示している点で，違った性格のものである。

能である。

既に述べたとおり，Aumann の定理における可測性の仮定は，大きな有限経済におけるコンパクト条件に対応している。したがって実は，上記の独特の結果は，連続体経済について Aumann が得た同値性定理の，有限経済における類似命題と考えてよいように思われる。

ところで Dedekind 完備な Riesz 空間について考えると，議論の方向を変えて進むことによって，定理 1 よりも相当良好な結果を得ることができる。関心の対象となる多くの商品空間について，順序有界集合は，大雑把にいえば，コンパクト集合よりもずっと大きい。[8] とくに，Edgeworth ボックスはいつでも順序有界だが，殆どコンパクトになることはない。定理 2 は，その本質において，定理 1 の命題中のコンパクト集合を順序有界集合で置きかえて得られるものである。[9] 初期保有量がある順序有界集合に含まれていることを要請するのは，それがあるコンパクト集合に含まれていることを要請するよりも弱い制約である。一方，順序有界集合に含まれるコア配分に視野を限定することは，それがモデルの内部で生起することがらを直接に仮定してしまっている点で，一層問題のあるところであろう。だがこのような限定はコンパクト集合に含まれるコア配分に視野を限定することと比べて，それほど反対すべき理由はないのではなかろうか。同様に，順序有界集合についての分権化という結論は期待はずれではあるが，コンパクト集合についての分権化と比べると，はるかに問題の少ない結果なのである。

Dedekind 完備な Riesz 空間上の収束定理は，選好についての**同程度の望ましさ** (equidesirability) と呼ばれる仮定に依存している。それはある一定の方向への，ある種の一様な狭義単調性を表わす仮定である。この仮定は一様な固有性 (properness) よりも弱い仮定である。実際，有限次元空間では，この仮定は単調性よりも弱い。コアの非収束を示した Manelli (1991) の事例を見ると，そこで使われた選好はこの条件を満たしている。

定理 2　商品空間 L は Dedekind 完備な Riesz 空間とし，L 上には順序連続な位相が定まっているものとする。B は順序有界集合，$\mathcal{P}$ は選好の族とし，またベクトル v は順序有界集合上で同程度望ましいものとする。初期保有量は B に，選好は $\mathcal{P}$ に含まれる有限経済を考える。消費者の数が十分に大きければ，その消費が B に含まれるすべてのコア配分は，B について近似的分権化が可能である。

(8)　L^∞ および ℓ_∞ においては，コンパクト集合は必然的に順序有界である。しかしこれは一般には（たとえば L^1 では）成り立たない。したがって定理 2 は定理 1 の**一般化**にはなっていないのである。

(9)　実際，順序有界性は順序に関する一種の「一様可積分性」条件に緩和することができる。

消費が無限に増加するにつれて限界効用がゼロに向って減少するという仮定を追加すると（それは強いけれども，ある意味で自然な仮定である），初期保有量が順序有界集合に含まれる場合，「大域的」な近似的分権化が可能であるという結論を得ることができる。[10]

定理 3　商品空間Lは Dedekind 完備な Riesz 空間で，L上には順序連続な位相が定まっているものとする。Bは順序有界集合，$\mathscr{P}$は限界効用が無限遠で一様にゼロに近づく選好の族とする。またベクトルvは順序有界集合上で$\mathscr{P}$に関して同程度に望ましいものとする。初期保有量はBに，選好は$\mathscr{P}$に含まれる有限経済を考える。消費者の数が十分に大きければ，すべてのコア配分は価格による近似的分権化が可能である。[11]

既に述べたとおり，無限次元空間のコンパクト集合は典型的にはきわめて稀薄な集合であるから，ここではコンパクト性の要請は厳しい限定となる。しかしコンパクト集合がきわめて大きなものとなりうる重要な枠組がひとつある。すなわち，商品空間として＊弱位相を定められた双対空間を考える場合には，ノルムで閉じた球はコンパクトになるのである。そのような空間のひとつは（経済の特性が作るあるコンパクト Hausdorff 空間上の）測度の空間であり，これは生産物の差別化を研究するための自然な枠組を与えてくれる。Mas-Colell（1975）および Jones（1984）を見よ。この商品空間については大きな有限経済に関するふたつの結果を得られるのだが，これは実に，Ostroy and Zame（1994）が連続体経済について得た結果を思い起こさせるものである。これらの結果のそれぞれにおいて，同程度の望ましさの仮定が需要独占をしめ出し，初期保有量の有界性が独占力を排除している。そして，これらふたつの仮定を併せると，一種の「経済的な厚み」が生まれるわけである。（第一の結果では限界代替率の一様有界性が仮定され，また第二の結果ではこれらの有界性をはずしたかわりに，初期保有量により強い有界性が課せられている。）

定理 4　$M(\Omega)$を商品空間とする。初期保有量はあるノルム有界集合に含まれるものとし，また選好は限界代替率の一様有界性を満たし，ノルム有界集合上で＊弱位相について同程度に望ましいベクトルの存在を許す族に含まれるものとする。このとき，十分に大きな有限経済のコア配分は価格による近似的分権化が可能である。

定理 5　$M(\Omega)$を商品空間とする。初期保有量はある順序有界集合に含まれ，選好はノルム有界集合上で＊弱位相について同程度に望ましいベクトルの存在を許す族に含まれるものとする。このとき，十分に大きな有限経済のコア配分は，価格による近似的分権化が可能である。

---

(10)　Mackey 位相を定めた $L^p(\mu)(1\leq p<\infty)$ や $L^\infty(\mu)$ などの空間は，みなこの仮定を満たす。
(11)　ここで再び，順序有界性は順序に関する一種の「一様可積分性」に緩めることができる。

これらの結果について強調しておきたいのは，コア配分については何の仮定も課していないこと，そして価格による**大域的**な近似的分権化に達していること，これである。

定理1の証明は有限次元の場合における Anderson（1978）の証明ときわめて似ている。しかし定理2，3，4および5の証明ははるかに複雑である。そうなる理由は，$C(\Omega)$ の負錐の内部が非空であるのに対して，これら他の結果で扱われる空間の負錐は内部が空となるためである。その結果，望ましい純取引の集合が負錐の**近傍**と交わらないことを証明しなければならない。またそのために，ある負のベクトルをすべての主体に配分して，彼等の新しい消費が依然非負のままで，しかもコアを形成する彼等の消費よりも望ましくなるようにしなければならない。非負性は Riesz の分解性を応用して得られる。だが選好の比較をするためには，各主体に割り当てられる部分の全体に対する割合の評価ができなければならないし，そしてまたこの評価のためには非負錐上でのノルムの加法性

$$\|x+y\|=\|x\|+\|y\|, \quad x, y \in L_+$$

の成り立つことが必要である。ノルムは $M(\Omega)$ や L^1 では加法的である。L^1 以外の Riesz 空間については，もちろんノルムは加法的でない。そこでこれらの難しい商品空間の場合については，Abramovich, Aliprantis, and Zame（1995）の表現定理を援用することになるのだが，これによれば，ここで考えている Riesz 空間が L^1 の部分束として表現可能となるのである。

有限次元の場合と同様，我々の肯定的な結果は大数の凸化効果に依拠しており，それはまた Shapley-Folkman の定理の無限次元におけるふたつの書き換えをつうじて導かれる。Shapley-Folkman の定理の拡張は，それ自体興味深いものである。

定理 6　局所凸線形位相空間において，あるひとつのコンパクト集合に含まれる大きな（有限）数の集合の平均は，これらの集合の平均の凸包からの乖離をいくらでも小さくすることができる。

定理 7　順序連続な位相をもつ，Dedekind 完備な Riesz 空間において，あるひとつの順序有界集合に含まれる大きな（有限）数の集合の平均は，これらの集合の平均の凸包からの乖離をいくらでも小さくすることができる。

既に述べたとおり，我々は「近似的分権化」という言葉を，次のような価格が存在することを意味するものとして使ってきた。つまり (a)配分がその価格についての予算の制約を逸脱する平均が小さく，また (b)当該の配分を改善しつつ実現可能な貯蓄の平均が小であること。この意味での近

似的分権化からは，有限次元の場合と同様，コアを形成する消費がこの価格あるいは他の何らかの価格における需要に近接しているという強い結論は，一般には導かれ**ない**のである。(Anderson and Mas-Colell (1988) を見よ。) だが，商品空間を $M(\Omega)$ とし，限界代替率が有界で，選好が同程度凸性の仮定を満たす場合には，この強い結論が成り立つことを示すことができる。

定理 8　商品空間を $M(\Omega)$ とし，初期保有量はノルム有界集合に含まれるものに限定し，また選好は限界代替率が一様に有界で，ノルム有界集合上で＊弱位相について同程度凸，さらにノルム有界集合上で＊弱位相について同程度望ましいベクトルの存在を許す族に含まれるものとする。このとき十分に大きな有限経済のコア配分は需要に近接する。

この強い結論は別の枠組においても（適当な仮定の下に）成り立つことが予想される。だが議論は全く簡単というわけにはいかない。というのは，多くの無限次元商品空間がもつひとつの特性として，（多くのさして奇妙でない選好について）需要集合が多くの価格について空になってしまう可能性が高いからである。有限次元の枠組における近似的分権化と需要に近接するコア消費との関連についての詳しい分析と議論については，Anderson (1981) を見よ。

ところで我々の得た肯定的結果のいずれにおいても，「収束率」については何も確認されていない。すなわち分権化の結果を固定された ε の範囲内におさめるために，どれだけの主体の数が必要か —— その評価が行われていないのである。我々の議論を簡単に改作すれば，おそらくそのような収束率が得られるであろう。しかしこのようにして得られる収束率はきわめて遅鈍である可能性がある。かなり速い収束率を保証するような自然な仮定があるや否や，これを調べてみることは未解決の問題である。収束率の問題は一層の究明に値する重要なテーマであると思う。

主体が価格を与件として行動するということを暗黙裡に前提とする Walras 均衡が，主体数が大きな場合についてさえ，無限次元商品空間をもつ経済の実証的な均衡概念として，どのような状況の下で適切か，またそもそも適切であるや否や —— この論文の結果はこうしたテーマについていくつかの問題を提起したものと考える。もちろんその実証的な意義に加えて，Warlas 均衡は，他の経済的帰結との比較の基準としての規範的な意義をもっている。無限次元の設定で，Warlas 均衡が他の経済的帰結に対して有する関連を理解するために，今後の研究に俟つべき問題は実に多いのであって，それもまた我々の結果から示唆されることがらである。

これらの結果の詳細については，Anderson and Zame (1995) に就いて見ていただきたい。

参 考 文 献

[1] Abramovich, Y.A., C.D. Aliprantis, and W.R. Zame (1995), "A Representation Theorem for Riesz Spaces and its Applications to Economics," *Economic Theory*, forthcoming.

[2] Aliprantis, Charalambos D., Donald J. Brown and Owen Burkinshaw (1989), *Existence and Optimality of Competitive Equilibrium*. Berlin: Springer-Verlag.

[3] Anderson, Robert M. (1978), "An Elementary Core Equivalence Theorem," *Econometrica*, 46: 1483-1487.

[4] Anderson, Robert M. (1981), "Core Theory with Strongly Convex Preferences," *Econometrica*, 49: 1457-1468.

[5] Anderson, Robert M. (1987), "Gap-Minimizing Prices and Quadratic Core Convergence," *Journal of Mathematical Economics*, 16: 1-15. Correction, *Journal of Mathematical Economics*, 20: 599-601.

[6] Anderson, Robert M. and Andreu Mas-Colell (1988), "An Example of Pareto Optima and Core Allocations Far from Agents' Demand Correspondences," *Econometrica*, 56: 361-382.

[7] Anderson, Robert M. and William R. Zame (1995), "Edgeworth's Conjecture with Infinitely Many Commodities," Working Paper, Department of Economics, University of California, Berkeley.

[8] Bewley, Truman F. (1973a), "Edgeworth's Conjecture," *Econometrica*, 41: 425-454.

[9] Bewley, Truman F. (1973b), "The Equality of the Core and the Set of Equilibria in Economies with Infinitely Many Commodities and a Continuum of Agents," *International Economic Review*, 14: 383-394.

[10] Brown, Donald J. and Abraham Robinson (1974), "The Cores of Large Standard Exchange Economies," *Journal of Economic Theory*, 9: 245-254.

[11] Cheng, Hsueh-Cheng (1981), "What is the Normal Rate of Convergence of the Core (Part I)," *Econometrica*, 49: 73-83.

[12] Cheng, Hsueh-Cheng (1982), "Generic Examples on the Rate of Convergence of the Core," *International Economic Review*, 23: 309-321.

[13] Cheng, Hsueh-Cheng (1983a), "The Best Rate of Convergence of the Core," *International Economic Review*, 24: 629-636.

[14] Cheng, Hsueh-Cheng (1983b), "A Uniform Core Convergence Result for Non-convex Economies," *Journal of Economic Theory* 31: 269-282.

[15] Debreu, Gerard (1975), "The Rate of Convergence of the Core of an Economy, *Journal of Mathematical Economics*, 2: 1-7.

[16] Debreu, Gerard and Herbert Scarf (1963), "A Limit Theorem on the Core of an Economy," *International Economic Review*, 4: 236-246.

[17] Dierker, Egbert (1975), "Gains and Losses at Core Allocations," *Journal of Mathematical Economics*, 2: 119-128.

[18] Dierker, Hildegard (1975), "Equilibria and Core of Large Economies," *Journal of Mathematical Economics*, 2: 155-169.

[19] Edgeworth, Francis Y. (1881), *Mathematical Psychics*. London: Kegan Paul.

[20] Gabszewicz, J. (1968), "Coeurs et Allocations Concurrentielles dans des Economies d'Echange avec un Continu de Biens," unpublished dissertation, Librairie Universitaire, Universitê Catholique de Louvain, published in M. Ali Khan and Nicholas Yannelis (eds.), *Equilibrium Theory in Infinite Dimensional Spaces, Studies in Economic Theory* 1. New York: Springer-Verlag, 1991.

[21] Geller, William (1987), "Almost Quartic Core Convergence," presentation to Econometric Society North American Summer Meeting, Berkeley, June 1987.

[22] Gretsky, Neil, Joseph Ostroy and William R. Zame (1996) "The Continuous Assignment Model," Working Paper, Department of Economics, University of California, Los Angeles.

[23] Grodal, Birgit (1975), "The Rate of Convergence of the Core for a Purely Competitive Sequence of Economies," *Journal of Mathematical Economics*, 2: 171-186.

[24] Grodal, Birgit and Werner Hildenbrand (1974), "Limit Theorems for Approximate Cores," Working Paper IP-208, Center for Research in Managemrnt, University of California, Berkeley.

[25] Werner Hildenbrand (1974), *Core and Equilibria of a Large Economy*. Princeton: Princeton University Press.

[26] Jones, Larry E. (1984), "A Competitive Model of Commodity Differentiation," *Econometrica*, 52, 507-530.

[27] Kannai, Yakar (1970), "Continuity Properties of the Core of a Market," *Econometrica*, 38: 791-815.

[28] Keiding, Hans (1974), "A Limit Theorem on the Cores of Large but Finite Economies," preprint, University of Copenhagen.

[29] Khan, M. Ali (1974), "Some Equivalence Theorems," *Review of Economic Studies*, 41: 549-565.

[30] Khan, M. Ali (1976), "Oligopoly in Markets with a Continuum of Traders: An Asymptotic Interpretation," *Journal of Economic Theory*, 12: 273-297.

[31] Khan, M. Ali and Salim Rashid (1976), "Limit Theorems on Cores with Costs of Coalition Formation," preprint, Johns Hopkins University.

[32] Manelli, Alejandro (1991), "Monotonic Preferences and Core Equivalence," *Econometrica*, 59: 123-138.

[33] Mas-Colell, Andreu (1975), "A Model of Equilibrium with Differentiated Commodities," *Journal of Mathematical Economics*, 2, 263-295.

[34] Nomura, Y (1992), "Elementary Core Equivalence Theorems with Infinitely Many Commodities," Working Paper # 92-E009, Economics Association for Chiba University, Chiba, Japan.

[35] Ostroy, Joseph M. and William R. Zame (1994), "Nonatomic Economies and the Boundaries of Perfect Competition," *Econometrica*, 62, 593-633.

[36] Rustichini, Aldo and Nicholas Yannelis (1991), "Edgeworth's Conjecture in Economies with a Continuum of Agents and Commodities," *Journal of Mathematical Economics*, 20: 307-326.

[37] Trockel, Walter (1976), "A Limit Theorem on the Core," *Journal of Mathematical Economics*, 3: 247-264.

[38] Vind, Karl (1965), "A Theorem on the Core of an Economy," *Review of Economic Studies*, 32: 47-48.

[39] Zame, William R. (1986), "Markets with a Continuum of Traders and Infinitely Many Commodities," Working Paper, Department of Mathematics, State University of New York at Buffalo, December.

(カリフォルニア大学/バークレー)

(カリフォルニア大学/ロス・アンジェルス)

(訳者　経済学部教授)