「三田学会雑誌」88巻4号（1996年1月）

収穫逓増と厚生経済学の基本定理

福　岡　正　夫

1

本稿では視角を轉じて，前2稿[(1)]でとり扱った非凸の生産集合を含む経済の規範的な考察に携わることにする。

収穫逓増下においても限界費用による価格形成原理を最適資源配分の要件とする発想は古くデュピュイまで溯る歴史をもつが，[(2)]それが一般均衡理論を用具としてアロー=ドブリュー流の議論に比肩するに足る精確さをもって定式化されはじめたのは，1975年のゲネリーの論文[(3)]以降のことである。同年の『エコノメトリカ』誌巻頭を飾ったこの先駆的な業績において，ゲネリーはデュボヴィツキー=ミリューリンに負ういわゆるインテリアー・ディスプレースメントの錐を用い，問題解決の途を切り開いた。ところがその後，1982年にコルネーがクラークの法線錐の適用によるより一般的な手法を提供するに及んで，学界の状況はにわかに活発化し，踵を接して数多くの研究が発表されるにいたった。

以下本稿で筆者が主眼とするところは，これらの貢献を手がかりとしつつ，非凸の生産集合をもつ企業が限界費用原理にもとづいて価格を決定する経済の均衡とパレート最適とのあいだに，果して競争均衡とパレート最適との関係になぞらえうるような関係がパラレルに成立するかどうかを逐一検討してみる作業である。われわれは次節において，両者のあいだには厚生経済学の第一基本定理に相当する主張は一般には成り立ちえないことを示すであろう。ついで第3節において，第二基

（1）　福岡正夫「収穫逓増と一般均衡理論」，『三田学会雑誌』1995年1月号および同「収穫逓増と限界費用価格形成原理」，『三田学会雑誌』1995年10月号。

（2）　とりわけ今世紀初頭には社会主義体制下の経済運営をめぐって，ピグウ，ラーナー，ランゲなどが相次いでこの問題をとり上げた。ホテリングに先立つ限界費用原理の議論のサーベイとしては Nancy Ruggles, “Recent Developments in the Theory of Marginal Cost Pricing”, *Review of Economic Studies*, Vol.17（2）, No.43, 1949-50の参照が有益である。

（3）　Roger Guesnerie, “Pareto Optimality in Non-Convex Economies”, *Econometrica*, January 1975.

本定理に相当する主張は，そのような非凸の経済にも適切な仮定の下で拡張されうることを示すであろう。[4]

2

記号は前稿に用いたものをそのまま踏襲するとして，経済は $i=1, 2, \cdots, m$ の番号をもつ m 個の家計と，$j=1, 2, \cdots, n$ の番号をもつ n 個の企業から成り，財は $h=1, 2, \cdots, l$ の l 種類で，それらの価格は l 次元ベクトル p として示されるものとする。各家計は消費集合 X_i，財の初期賦存量ベクトル ω_i，連続な効用関数 u_i をもち，また各企業は生産集合 Y_j をもっている。それぞれの X_i, Y_j はいうまでもなく l 次元ユークリッド空間 R^l の部分集合で，消費計画のベクトルは $(x_i)=(x_1, x_2, \cdots, x_m)\in\prod_{i=1}^{m} X_i$ で，生産計画のベクトルは $(y_j)=(y_1, y_2, \cdots, y_n)\in\prod_{j=1}^{n} Y_j$ であらわされる。賦存量ベクトルの総和は $\omega=\sum_{i=1}^{m}\omega_i$ で示される。

いま各家計の所得を $r_i(p,(y_j))$ で示し，その予算集合を $\gamma_i(p,(y_j))=\{x_i\in X_i \mid px_i\leqq r_i(p,(y_j))\}$ と書けば，家計 i は $\gamma_i(p,(y_j))$ に含まれる x_i のなかから効用 u_i を最大にするような x_i を選ぶと想定される。他方企業 j は Y_j の境界点 y_j に対し所与の価格対応ルールにしたがって価格を定めると考え，そのような対応ルールとして以下ではもっぱら限界価格形成ルール（marginal pricing rule）を想定する。すなわち y_j における Y_j へのクラークの意味での法線錐を $N_{Y_j}(y_j)$ と書けば，企業 j の行動は $p_j\in N_{Y_j}(y_j)$ のように書きあらわされることになる。Y_j が凸性を満たす企業については，これは通常の利潤最大化行動に帰するであろう。

さて上述の想定の下では，この経済の均衡は，条件

(a) すべての i について $x_i^*\in\gamma_i(p^*,(y_j^*))$，かつすべての $x_i\in\gamma_i(p^*,(y_j^*))$ について $u_i(x_i^*)\geqq u_i(x_i)$

(b) すべての j について $y_i^*\in Y_j$，かつ $p^*\in N_{Y_j}(y_j^*)$

(c) $p^*\geq 0,\ \sum_{i=1}^{m} x_i^*-\sum_{j=1}^{n} y_j^*-\omega\leqq 0$，かつ $p^*\left(\sum_{i=1}^{m} x_i^*-\sum_{j=1}^{n} y_j^*-\omega\right)=0$

（4） 本稿を草するにあたって，D. Brown and G. Heal, "Equity, Efficiency and Increasing Returns", *Review of Economic Studies*, October 1979, P. Beato and A. Mas-Colell, "On Marginal Cost Pricing with Given Tax Subsidy Rules", *Journal of Economic Theory*, December 1985, M. Ali Khan and Rajiv Vohra, "An Extension of the Second Welfare Theorem to Economies with Nonconvexities and Public Goods", *Quarterly Journal of Economics*, May 1987, J. M. Bonnisseau and B. Cornet, "Valuation Equilibrium and Pareto Optimum in Non-Convex Economies", *Journal of Mathematical Economics*, Vol.17, Nos 2/3, 1988, B. Cornet, "Marginal Cost Pricing and Pareto Optimality", in *Essays in Honor of Edmond Malinvaud*, Vol.1., ed., by P. Champsaur et al., 1990, Martine Quinzii, *Increasing Returns and Efficiency*, 1992 などを参照した。とりわけ前半部についてはブラウン=ヒールの論文に，また後半部についてはアリ・カーン=ヴォーラの論文にそれぞれ負うところが大きかった。

を満たす $((x_i^*), (y_j^*), p^*)$ の組として定義される。そのような均衡を以下では限界価格形成均衡 (marginal pricing equilibrium) と呼ぶ。[5]

つぎに各家計についてその優標高集合を $P_i(x_i)=\{x\in X_i| u_i(x)>u_i(x_i)\}$ と定義し，達成可能配分の集合を

$$A=\left\{((x_i),(y_j))\in\prod_{i=1}^{m}x_i\times\prod_{j=1}^{n}y_j\,\middle|\,\sum_{i=1}^{m}x_i\leqq\sum_{j=1}^{n}y_j+\omega\right\}$$

と定義すれば，この経済のパレート最適 $((x_i^*), (y_j^*))$ とは，それが条件

(α)　$((x_i^*), (y_j^*))\in A$

(β)　$((x_i), (y_j))\in A$ のようなどんな $((x_i), (y_j))$ に対しても，すべての i について $x_i\in P_i(x_i^*)$ となることはない

を満たす配分になっていることである。これはいわゆる弱いパレート最適の定義に相当するもので，いま境界（x_i と無差別な組み合わせ）をも含めた優標高集合を $R_i(x_i)=\{x\in X_i| u_i(x)\geqq u_i(x_i)\}$ で定義すれば，パレート最適の概念はより強い形，すなわち上記の条件 (β) を

(β′)　$((x_i), (y_j))\in A$ のようなどんな $((x_i), (y_j))$ に対しても，すべての i について $x_i\in R_i(x_i^*)$ かつ少なくとも 1 人の i について $x_i\in P_i(x_i^*)$ となることはない

に入れ替えた形で定義されることもある。われわれは本稿ではもっぱら弱い定義のほうを採用するが，それは目下の場合この定義のほうが議論の展開をいっそう容易にするからである。

さて本節でわれわれがまず検討するのは，上記のように定義された非凸経済の限界価格形成均衡とパレート最適とのあいだに，厚生経済学の第一基本定理のアナローグが競争均衡の場合のように成立しうるかどうかという問題である。以下での分析が示すように，この設問への答は一般には否である。つまり競争均衡とは違って限界価格形成均衡は，特殊な事態を考えるのでなければパレート最適を達成することはできない。

この点を明らかにする上では，いくつかの反例を列挙するのがもっとも早道である。大まかにいって，限界価格形成均衡が最適配分の達成に失敗する理由には二種類のものがあり，その第一種は各企業の生産均衡が，集計された総生産集合の内点しか実現しないという意味で，生産上の不効率をもたらすことに起因するもの，そして第二種は生産上の効率は達成されるにせよ，均衡での所得分配が消費と生産との統合をもたらしえないことに起因するものである。

これらの事態にはそれぞれそのことを示す反例が対応するが，まず第一種の反例としてはベアトー＝マスコレルの与えたものが著名である。[6] いま 2 財， 2 家計， 2 企業から成る単純な経済を考え，

（5）　それが限界**費用**価格形成均衡（marginal *cost* pricing equilibrium）になるための条件については，前稿「収穫逓増と限界費用価格形成原理」を参照されたい。

（6）　Beato and Mas-Colell, *op.cit.*, pp.358-361. また Cornet, *op.cit.*, pp.39-43, Quinzii, *op. cit.*, pp.83-87 をも参照。

家計の消費集合は $X_1=X_2=R^2_+$ で，賦存量ベクトルは $\omega_1=(0,50)$, $\omega_2=(20,0)$，効用関数は $u_1(x_{11}, x_{12})=x_{12}$，$u_2(x_{21}, x_{22})=\min(6x_{21}, x_{22})$ で与えられるとしよう。また企業の生産集合は

$$Y_1=\{(y_{11}, y_{12})\in R_-\times R \mid y_{12}\leqq -y_{11}\}$$

$$Y_2=\{(y_{21}, y_{22})\in R_-\times R \mid y_{22}\leqq \frac{1}{16}(y_{21})^2\}$$

によって与えられ，これによって分かるように，規模に関して収穫逓増に服するのはもっぱら企業2のみであるとされている。さらにこれらの企業はいずれも家計1によって所有されているものとし，したがってそれらの利潤を取得し損失を負担するのはもっぱら家計1のみであって，家計2は賦存の資源を供給することによって所得を得るにすぎない。これらの家計の選好や企業の技術を，見てすぐ分かるように図に描いたものが図1および図2であり，前者はそれぞれの家計の無差別マップを，後者はそれぞれの企業の生産集合を示している。

図　1

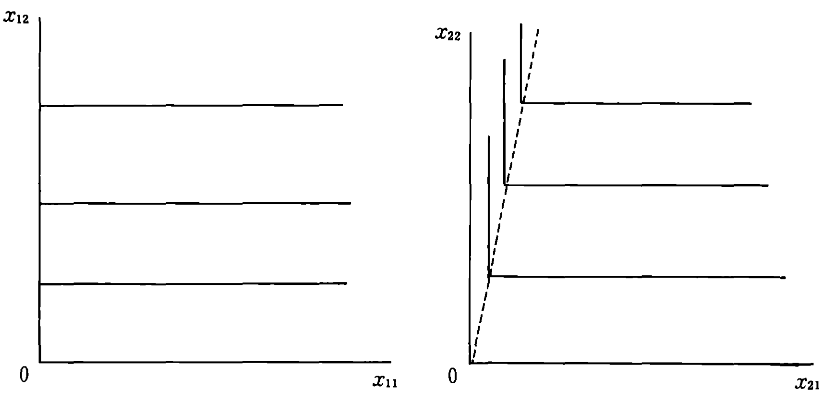
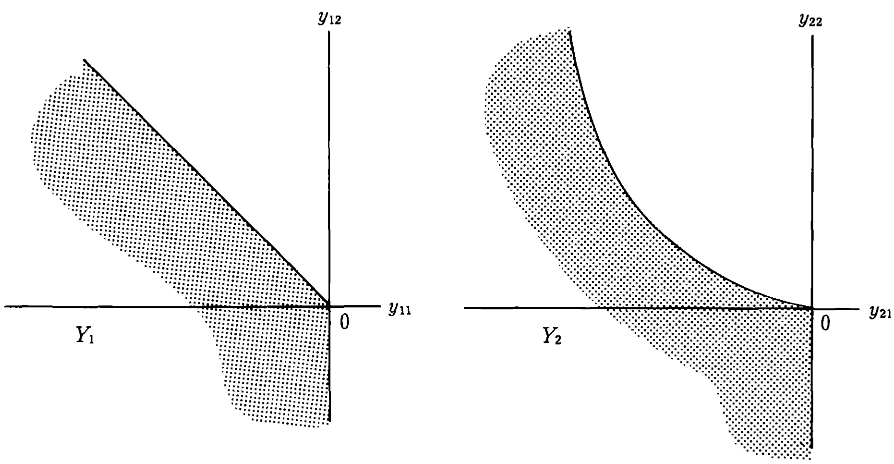


図　2



この経済の限界価格形成均衡は (x_{11}, x_{12}), (x_{21}, x_{22}), (y_{11}, y_{12}), (y_{21}, y_{22}) および (p_1, p_2) の組から成るが，以下では議論を簡単化するため価格を $p_2=1$ と基準化することにしよう。するとこの均衡で

は，企業1は $y_{12} \leqq -y_{11},\ y_{11} \leqq 0$ の制約の下で利潤 $\pi_1 = p_1 y_{11} + y_{12}$ が最大となるような生産を選び，企業2は $y_{22} \leqq \frac{1}{16}(y_{21})^2$ の制約の下で $(p_1, 1)$ が Y_2 の境界点でそれに垂直となるような生産すなわち $y_{21}=0$ あるいは $y_{21}=-8p_1$ を満たす生産を選ぶことになる。また家計1は $p_1 x_{11} + x_{12} = 50 + (\pi_1 + \pi_2) = 50 + (0 + p_1 y_{21} + y_{22})$ の制約の下で効用 x_{12} を最大にすることになるから，$x_{11}=0,\ x_{12}=50 + (p_1 y_{21} + y_{22})$ となるような消費を選び，家計2は $p_2 x_{21} + x_{22} = 20p_1$ の制約の下で効用 $\min(6x_{21}, x_{22})$ を最大にするような消費を選ぶ。そして財市場の需給均衡条件は

$$x_{11} + x_{21} = y_{11} + y_{21} + 20$$

$$x_{12} + x_{22} = y_{12} + y_{22} + 50$$

と書かれるが，それが満たされるためには p_1 が生産要素市場をクリアすることのみを考えればよい。その場合，生産物市場の均衡はワルラス法則から自動的に保証されることになるからである。

上記のところを念頭において計算すれば，この経済には下に示すような3個の限界価格形成均衡 E_A, E_B および E_C のあることが判明する。

均衡　E_A：$x_{11}^*=0,\ x_{12}^*=50,\ x_{21}^*=\frac{20}{7},\ x_{22}^*=\frac{120}{7},\ y_{11}^*=-\frac{120}{7},\ y_{12}^*=\frac{120}{7},\ y_{21}^*=0,\ y_{22}^*=0,$
$p_1^*=1,\ p_2^*=1$

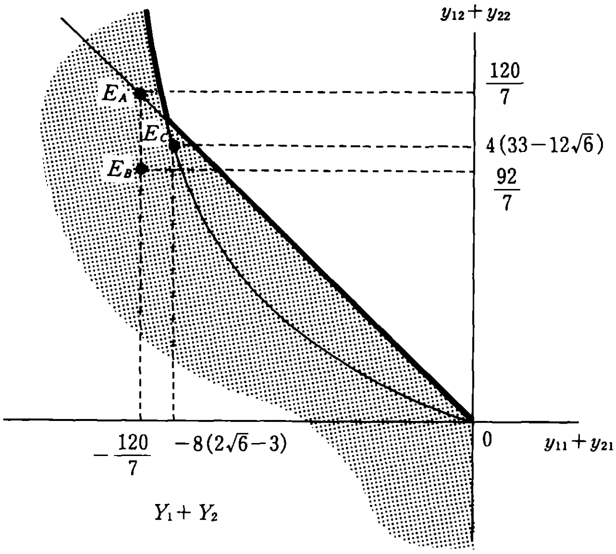
均衡　E_B：$x_{11}^*=0,\ x_{12}^*=46,\ x_{21}^*=\frac{20}{7},\ x_{22}^*=\frac{120}{7},\ y_{11}^*=-\frac{64}{7},\ y_{12}^*=\frac{64}{7},\ y_{21}^*=-8,\ y_{22}^*=4,$
$p_1^*=1,\ p_2^*=1$

均衡　E_C：$x_{11}^*=0,\ x_{12}^*=50-4(33-12\sqrt{6}),\ x_{21}^*=\frac{4}{3}(33-12\sqrt{6}),\ x_{22}^*=8(33-12\sqrt{6}),$
$y_{11}^*=0,\ y_{12}^*=0,\ y_{21}^*=-8(2\sqrt{6}-3),\ y_{22}^*=4(33-12\sqrt{6}),$
$p_1^*=2\sqrt{6}-3,\ p_2^*=1$

上記の事例が興味深いのは，これら三つの均衡がいずれも全経済にとっての生産効率性を実現しないということにある。すなわちこの場合，図3が示すように，総生産計画 $y_1^*+y_2^*$ はいずれの場合も総生産集合 $Y=Y_1+Y_2$ の内点になってしまい，その境界 $\partial(Y_1+Y_2)$ 上にのることができない。したがってこれらの限界価格形成均衡は，すべてパレート最適を達成することができないのである。

このような事実は，非凸の経済では生産部門の組織のされ方が重要な意味をもつことを教えている。もしこの場合二つの企業が合併されて一企業になったとすれば，生産の均衡 $(-16, 16)$ が1と2のあいだの価格で達成されるであろう。しかし，そのような均衡を (y^*, p^*) とするとき，$y_1^*+y_2^*=y^*,\ p^* \in N_{Y_1}(y_1^*),\ p^* \in N_{Y_2}(y_2^*)$ を満たすような $y_1^* \in Y_1,\ y_2^* \in Y_2$ は存在しえない。つまりその均衡を二つの企業の均衡として分権化することはできないのでる。なぜならこの場合，y_1^* についての選択は $y_1^*=(-16, 16)$ であるか $y_1^*=(0, 0)$ であるかのいずれかでしかなく，また y_2^* についての選択も $y_2^*=(0, 0)$ であるか $y_2^*=(-16, 16)$ であるかのいずれでしかないが，これらいずれの場合も $p^* \notin N_{Y_1}(y_1^*) \cap N_{Y_2}(y_2^*)$ となるほかはないからである。

図　3



ここで所得分配が不適切であることから生じる第二種の不効率性の事例に転じることにしよう。こんどの場合，生産の面では不効率は生じないと考えるので，生産部門は統括して一つの生産集合Yであらわすことにする。それでもなお分配のパターンのいかんによっては限界価格形成均衡が不効率となりうる可能性のあることを示すのが以下での考察の狙いである。この種の議論はゲネリーによってはじめて示唆されたが，(7) それにいっそう明快な図解を与え，問題の所在をはっきりさせた功績はブラウン=ヒールに帰せられる。(8)

やはり2財，2家計，しかし1企業から成る経済を考え，家計については消費集合は$X_1=X_2=R^2_+$，賦存量ベクトルは$\omega_1=(0,5)$, $\omega_2=(15,0)$，効用関数は

$$u_1(x_{11},x_{12})=\begin{cases}\frac{4}{3}x_{11}+x_{12} & \text{if } x_{12}\geqq x_{11}\\ \frac{700}{312}\left(\frac{4}{100}x_{11}+x_{12}\right) & \text{if } x_{12}\leqq x_{11}\end{cases}$$

$$u_2(x_{21},x_{22})=\begin{cases}\frac{1}{18}(5x_{21}+3x_{22}) & \text{if } x_{22}\geqq\frac{1}{3}x_{21}\\ x_{22} & \text{if } x_{22}\leqq\frac{1}{3}x_{21}\end{cases}$$

で与えられるとする。また企業の生産集合は

$$Y=\left\{(y_1,y_2)\in R^2\,\middle|\,\begin{array}{l}y_1>-7,\ y_2\leqq 0\\ y_1\leqq -7,\ y_2\leqq 7\end{array}\right\}$$

(7) Guesnerie, *op.cit.*, とりわけ Appendix, pp.23-28.
(8) Brown and Heal, *op.cit.*, pp.574-584. また Quinzii, *op.cit.*, pp.41-48 をも参照。

で与えられ，7より少ない投入量では何も生産できないが，7以上の投入量では7の産出量が生産される。前例の場合と同様，企業はもっぱら家計1によって所有され，したがってその利潤もしくは損失はすべて家計1に帰属するものとする。

そこで前例になぞらえ，この経済の選好と技術を図示したものが図4および図5であり，前者が家計の無差別マップを，後者が生産集合をあらわしている。図5からすぐ分かるように，$p\in N_Y(y)$という条件は，Yの境界点のうち2点$(0,0)$, $(-7,7)$を除けば，すべて価格の一方がゼロになることを意味し，したがって家計が2財をともに欲するかぎり，$(0,0)$, $(-7,7)$以外の点は考察の対象にはなりえない。他方$(0,0)$, $(-7,7)$においては$N_Y(y)$は正象限となり，どんな価格もが$p\in N_Y(y)$を満たすことになる。

図　4

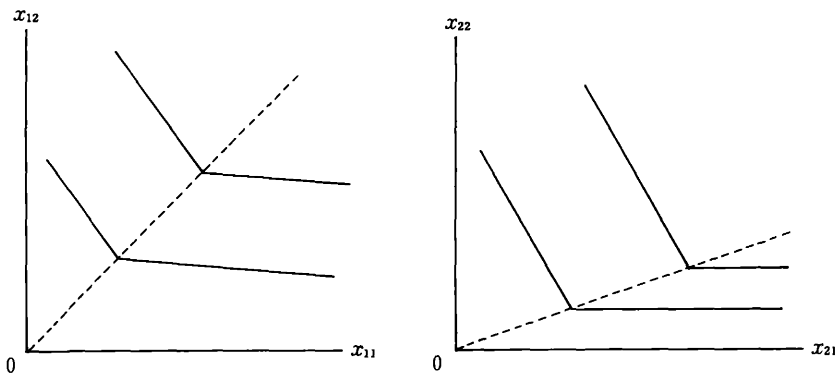


図　5

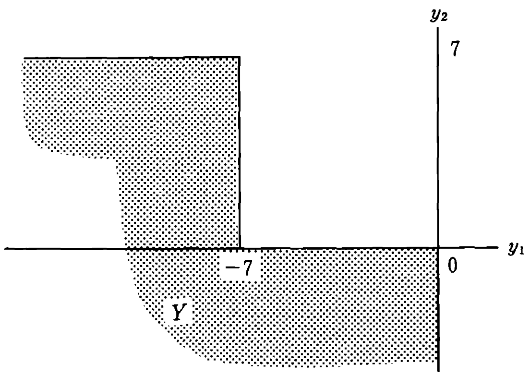
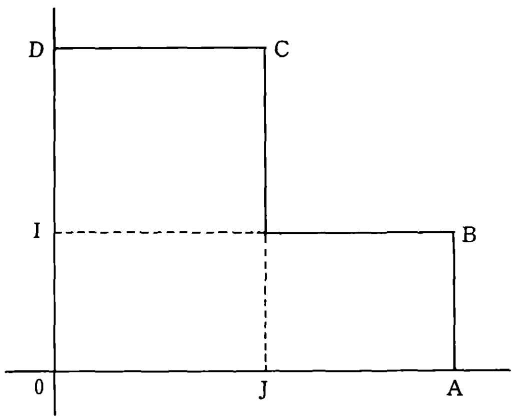


図　6



このような生産集合の性質からして，目下の場合，条件$p\in N_Y(y)$は価格の均衡値に対して何らの制約をも課することがなく，したがって生産均衡の分析は実のところ交換均衡の分析に帰着する。いまYに家計の賦存量ベクトルωを加えれば，経済にとって達成可能な配分集合$Y+\{\omega\}$は図5のYを15だけ右に5だけ上に動かしたものになり，それをR^2_+との共通部分について図示し

たものが図6である。つまり図のABCDがこの経済の生産可能性曲線にほかならない。前述したように，ここで可能な均衡点はそれぞれゼロ生産(0, 0)すなわちB点に応ずるものと非ゼロ生産(−7, 7)すなわちC点に応ずるもののみとなるから，前者としては$(\omega_1, \omega_2)=((0, 5), (15, 0))$の下での交換均衡を考えればよく，また後者としては$(\omega_1', \omega_2)=((-7, 12), (15, 0))$の下での交換均衡を考えればよいことになる。後者で家計1の資源が(−7, 12)に変わるのは，仮定したところから生産の帰結がすべて家計1に帰属することになるからである。

さて上記の推論から，これら二つの均衡はエッジワースのボックス・ダイアグラムを用いて分析することが可能となる。Bの均衡を考察するためのボックスはいうまでもなくOABIであり，Cの均衡を考察するためのボックスはOJCDである。そこでそのそれぞれを分けて描いたものが，図7および図8である。

図　7

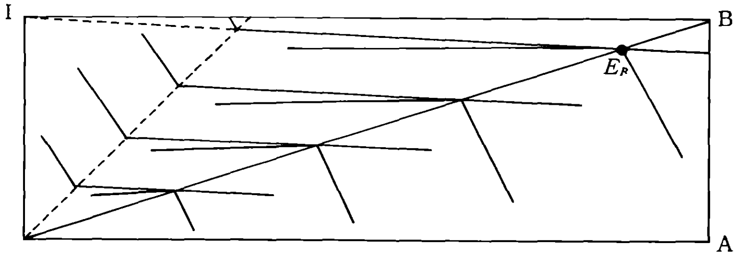
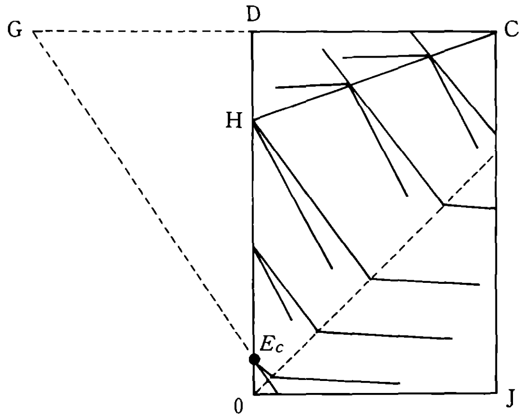


図　8



まずB点に応ずるボックスすなわちOABIでは，線分OBが契約曲線をあらわし，家計1の無差別曲線は45°線の右側すなわち$\frac{700}{312}\left(\frac{4}{100}x_{11}+x_{12}\right)$の部分で家計2の無差別曲線に接することになる。よってそれらの接点における二つの優標高集合を分離する直線の方程式は$\frac{4}{100}x_{11}+x_{12}=$定数であり，2家計の初期賦存点I$=((0, 5), (15, 0))$を通る分離線が契約曲線OBを截る点$E_B$がこの場合の均衡点にほかならない。

家計1にとってはこの均衡点は予算線$\frac{4}{100}x_{11}+x_{12}=5$と契約曲線$\frac{1}{3}x_{11}=x_{12}$の交点を意味する

から，後者を前者に代入して計算することにより

$$(x_{11}^*, x_{12}^*)=\left(\frac{1500}{112}, \frac{500}{112}\right)=(13.393,\ 4.464)$$

を得，また家計2にとっては同じ均衡点は予算線 $x_{21}+\frac{100}{4}x_{22}=15$ と契約曲線 $x_{21}=3x_{22}$ の交点であるから，計算の結果

$$(x_{21}^*, x_{22}^*)=\left(\frac{45}{28}, \frac{15}{28}\right)=(1.607,\ 0.536)$$

を得る。均衡価格は $p_1^*=4$, $p_2^*=100$ で，その下で需給均衡条件

$$x_{11}^*+x_{21}^*=\frac{1500}{112}+\frac{45}{28}=\frac{420}{28}=15$$

$$x_{12}^*+x_{22}^*=\frac{500}{112}+\frac{15}{28}=\frac{140}{28}=5$$

の成立していることはいうまでもない。

つぎにC点すなわちボックスOJCDの均衡点のほうを求めてみよう。この場合の契約曲線はH点でキンクをもつOHC線から成っている。そのOH部分では家計1の無差別曲線の45°線より左側すなわち $\frac{4}{3}x_{11}+x_{12}$ の部分が家計2の無差別曲線のやはり左側すなわち $\frac{1}{18}(5x_{21}+3x_{22})$ 部分と境界で交わる形をとり，他方HC部分では前者の $\frac{4}{3}x_{11}+x_{12}$ 部分が後者のキンクする点で互いに接している。初期賦存点は $\mathrm{G}=((-7, 12), (15, 0))$ であり，そこを通り5対3の傾斜をもつ分離線がOHを截る点 E_C がこんどの場合の均衡点である。

その点では $x_{11}=0$ であるから $x_{21}=8-0=8$, ゆえに家計2の予算線 $x_{21}+\frac{3}{5}x_{22}=15$ から $x_{22}=\frac{35}{3}$ となり，$x_{12}=12-\frac{35}{3}=\frac{1}{3}$ となる。よってこの場合の均衡は

$$(x_{11}^*, x_{12}^*)=\left(0, \frac{1}{3}\right)=(0,\ 0.333)$$

$$(x_{21}^*, x_{22}^*)=\left(8, \frac{35}{3}\right)=(8,\ 11.666)$$

$$p_1^*=5,\ p_2^*=3$$

で，ふたたび需給均衡条件

$$x_{11}^*+x_{21}^*=0+8=8$$

$$x_{12}^*+x_{22}^*=\frac{1}{3}+\frac{35}{3}=12$$

の成り立つことは自明である。

ここでこの事例での効用可能性フロンティアを計算し，上記の均衡がいずれながらパレート最適性を満たさないことを示す。少なくとも一方の家計が2財をともに欲求するのである以上，パレート最適配分は生産計画 $(0, 0)$ もしくは $(-7, 7)$ に応ずるもの，換言すれば資源 $(15, 5)$ もしくは $(8,$

12) を用いるもの以外にはありえない。前者すなわち図 7 のボックス OABI については，最適配分は OB 上の諸点であるから，条件

$$0\leqq x_{21}\leqq 15,\ x_{22}=\frac{x_{21}}{3},\ x_{11}=15-x_{21},\ x_{12}=5-\frac{x_{21}}{3}$$

を満たしている。これらの配分の下での効用の組み合わせは，計算すれば

$$\left\{(u_1,\ u_2)\,\middle|\,\frac{39}{98}u_1+u_2=5,\ 0\leqq u_2\leqq 5\right\}$$

となることが確かめられる。

つぎに後者すなわち図 8 のボックス OJCD については，最適配分は OH 上にのる場合と HC 上にのる場合の二つに分かれる。前者は条件

$$x_{11}=0,\ 0\leqq x_{12}\leqq\frac{28}{3},\ x_{21}=8,\ x_{22}=12-x_{21}$$

を満たし，それに応ずる効用の組み合わせは

$$\left\{(u_1,\ u_2)\,\middle|\,0\leqq u_1\leqq\frac{28}{3},\ u_2=\frac{76}{18}-\frac{3}{18}u_1\right\}$$

となる。他方後者は条件

$$0\leqq x_{11}\leqq 8,\ x_{12}=\frac{28}{3}+\frac{x_{11}}{3},\ x_{21}=8-x_{11},\ x_{22}=\frac{8}{3}-\frac{x_1}{3}$$

を満たし，それには効用の組み合わせ

$$\left\{(u_1,\ u_2)\,\middle|\,\frac{28}{3}\leqq u_1\leqq\frac{68}{3},\ u_2=\frac{68}{15}-\frac{3}{15}u_1\right\}$$

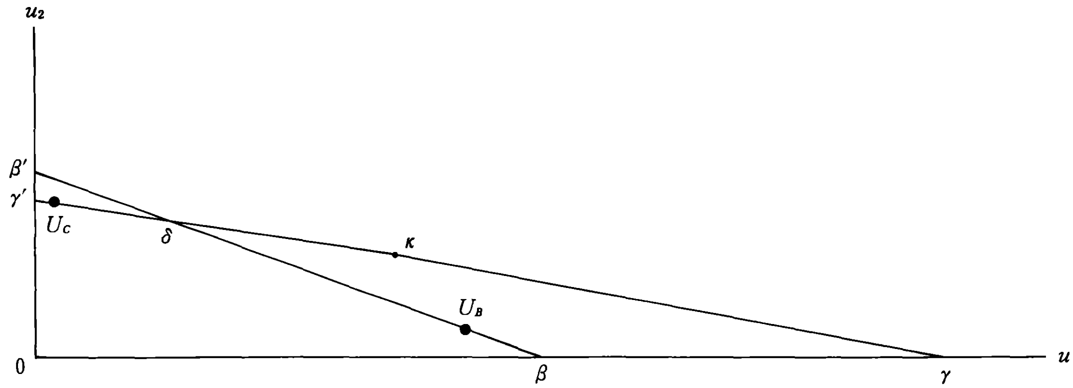
が対応する。

そこで上記の結果にもとづいて効用可能性フロンティアを求めてみると，ゼロ生産すなわち図 7 の契約曲線 OB に応ずる効用可能性曲線は u_1 軸上の $\frac{39}{98}\times 5$ の点と u_2 軸上の 5 の点とを結ぶ線分となるので，図 9 の $\beta\beta'$ のように描かれる。また図 8 の契約曲線の OH 部分については，効用可能性曲線は u_1 軸の $\frac{28}{3}$ の点で u_2 が $\frac{76-28}{18}$ になる点と u_2 軸上の $\frac{76}{18}$ の点とを結ぶ線分となり，HC 部分については u_1 軸上の $\frac{68}{3}$ の点と上記の $\left(\frac{28}{3},\ \frac{76-28}{18}\right)$ の点とを結ぶ線分となる。つまり非ゼロ生産の場合の効用可能性曲線は $\left(\frac{28}{3},\ \frac{76-28}{18}\right)$ の点 κ でキンクをもち，図 9 の $\gamma\kappa\gamma'$ のようになる。パレート最適のフロンティアはこれらの効用可能性曲線のより外側の部分の軌跡となるから，図の $\gamma\kappa\delta\beta'$ 曲線として示される。

さてこの図のなかにさきに求めた二つの均衡点 E_B, E_C での家計 1，家計 2 の効用を書き込むと，E_B では

$$u_1^*=\frac{7000}{624}=11.218,\ u_2^*=\frac{15}{28}=0.536,$$

図　9



E_C では

$$u_1^* = \frac{1}{3} = 0.333,\ u_2^* = \frac{75}{18} = 4.166$$

となるので，前者は $\beta\beta'$ 上の $U_B = (11.218, 0.536)$，後者は $\gamma\kappa\gamma'$ 上の $U_C = (0.333, 4.166)$ として図のように書き込まれる。つまり明らかにそれらの均衡はパレート最適にはなれないのである。

以上の議論によって，生産が効率的であっても，なお限界価格形成均衡のいずれもがパレート最適を満たしえない場合のあることが知られた。しかしこの帰結は，どんな所得分配の下でも限界価格形成均衡がパレート最適を満たしえないということをかならずしも意味しない。いま所得分配の態様を若干変えて，初期賦存量の一部を一方の家計から他方の家計に移転するか，あるいは企業の所有したがってその利潤・損失の帰属を他の家計に切り換えるかすれば，少なくとも一つの均衡にパレート最適性を復原させることが可能となる。この点を示すために，つぎの二つの事例を考えてみることにしよう。

(i)　家計1に家計2から財1を8単位移転し，したがって前者の初期賦存量ベクトルを $(8, 5)$，後者の初期賦存量ベクトルを $(7, 0)$ とする。企業の所有者は依然として家計1でありつづけるとする。

(ii)　両家計の初期賦存量ベクトルは従前どおり家計1が $(0, 5)$，家計2が $(15, 0)$ であるが，企業の所有者が家計2になったとする。

まず(i)について均衡点を求めてみると，ゼロ生産の場合は図10のボックス・ダイアグラムのF点が初期賦存量の点となり，そこを通る分離点 $\frac{4}{100}x_{11} + x_{12} = \frac{4}{100}8 + 5$ が契約曲線 $\frac{1}{3}x_{11} = x_{12}$ に交わる点が均衡点 $E_{B'}$ となる。計算の結果，$E_{B'}$ は

$$(x_{11}^*, x_{12}^*) = \left(\frac{1596}{112}, \frac{532}{112}\right) = (14.25,\ 4.75)$$

$$(x_{21}^*, x_{22}^*) = \left(\frac{84}{112}, \frac{28}{112}\right) = (0.75,\ 0.25)$$

図　10

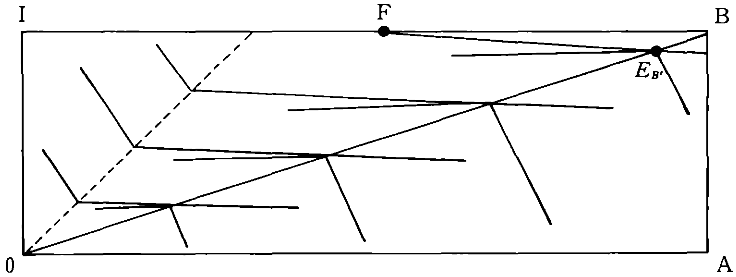
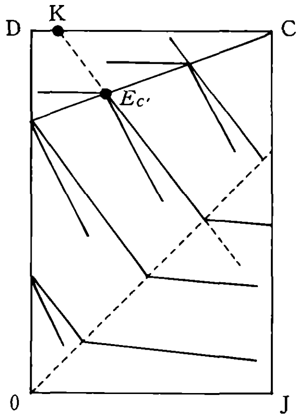


図　11



となり，そして効用の組み合わせ $U_{B'}$ すなわち

$$(u_1^*, u_2^*)=\left(\frac{931}{78}, \frac{1}{4}\right)=(11.936,\ 0.25)$$

が求められる。また非ゼロ生産の場合は図11のボックス・ダイアグラムのK点が初期賦存量の点となり，分離線 $x_{21}+\frac{3}{4}x_{22}=7$ と契約曲線 $x_{21}=3x_{22}$ の交点として，均衡点 $E_{C'}$ すなわち

$$(x_{11}^*, x_{12}^*)=\left(\frac{36}{15}, \frac{152}{15}\right)=(2.4,\ 10.133)$$

$$(x_{21}^*, x_{22}^*)=\left(\frac{84}{15}, \frac{28}{15}\right)=(5.6,\ 1.867)$$

を得，効用の組み合わせ $U_{C'}$ は

$$(u_1^*, u_2^*)=\left(\frac{200}{15}, \frac{28}{15}\right)=(13.333,\ 1.867)$$

となる。そこでこれら $U_{B'}$ と $U_{C'}$ を前の図 9 と同じ図のなかに書き込んでみると，図12のようになり，$E_{B'}$ は最適点とはならないが，$E_{C'}$ は最適点となる。

図　12

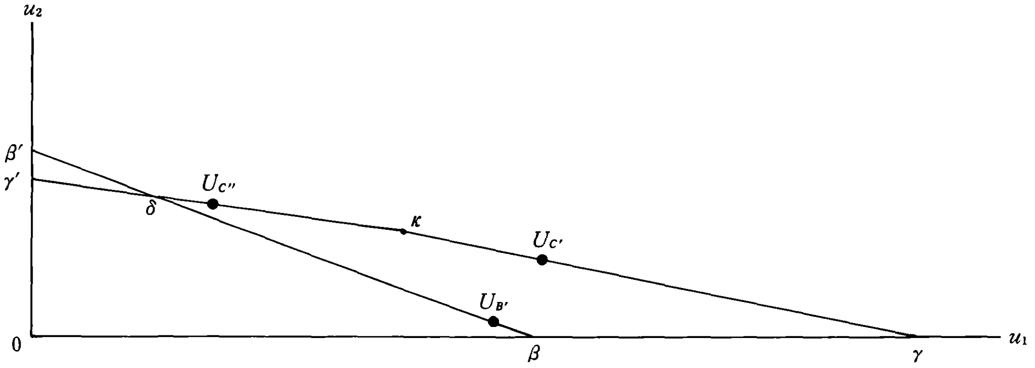
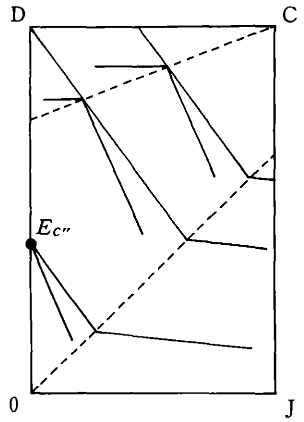


図　13



つぎに(ii)については以下のとおりでる。この場合ゼロ生産の下での均衡点 $E_{B''}$ は前の E_B と同じものであるから，新たに求める必要はまったくない。他方非ゼロ生産の下での均衡点は図13のボックス・ダイアグラムの $E_{C''}$ すなわち

$$(x_{11}^*, x_{12}^*)=(0, 5)$$

$$(x_{21}^*, x_{22}^*)=(8, 7)$$

となり，その点での効用の組み合わせ $U_{C''}$ としては

$$(u_1^*, u_2^*)=\left(5, \frac{61}{18}\right)=(5,\ 3.388)$$

が得られる。$U_{C''}$ は図12の $\gamma\kappa\delta$ 上にのるから，$E_{C''}$ はやはりパレート最適配分である。

上記のすべての事例をつうじて，つぎの主張が成立したと考えてよいであろう。

定理 1　非凸の生産集合をもつ経済では，限界価格形成均衡はパレート最適になるとはかぎらない。それは生産の不効率性をもたらすかもしれないし，また所得分配のいかんによって最適

ではない配分をもたらすかもしれない。

この種の均衡配分の不効率性ないしは非最適性は，非凸の経済に特有の内因から生じる問題であることに注意すべきである。すべての企業が凸の生産集合をもつアロー=ドブリュー型の競争経済では，どんな所得分配が与えられるにしても均衡配分はかならずパレート最適となり，したがって分配の優劣を比較する規準は公正の規準が唯一のものとなる。別の語法でいえば，凸の経済では効率の問題と分配の問題とを互いに切り離して考えることが可能なのである。ところが上に示したように，非凸の経済では分配の与えられ方いかんによって，均衡はパレート最適になりうる場合もなりえない場合もある。価格が正しく限界費用を反映するときでさえ，特定の所得分配をもった均衡は最適を実現する保証を与えられていないのである。

分配の公正と効率とのあいだにトレード・オフの関係があることは，古くから広く認められてきた。しかし上述の論点は，平等化が効率への誘因を損うといった通常の“second best”の議論とはまったく異なり，“first best”の世界にかかわるものであることに注意されたい。赤字を補償するための直接課税がまったく歪みをもたらさない場合でも，なおその負担のあり様によっては最適でない均衡の成立することがありうるのである。これはホテリング流の厚生経済学の理論，そしてその応用である収穫逓増産業での価格形成政策にとってかなり重大な含意をもつ帰結であるというべきであろう。

では，所得分配のいかんにかかわらず，限界費用原理下の均衡がパレート最適となるための十分条件を限定することはできるであろうか。明らかな一つの事例は，すべての家計を集計して単一の代表的家計に統合できる場合がそれである。しかし，周知のように代表的消費者が存在しうるための条件は，相似でホモセティックな無差別マップ等々きわめて制約的なものであるにすぎない。より制約の少ない条件の特定化を目ざす作業は，今後とも効用可能性フロンティア上の各点とそれらを実現させる達成可能配分とのあいだに1対1写像が存在するための選好・生産集合条件の探究に努めなければならないであろう。そのような方針に沿って“well-behaved”なクラスを境界づけ，それがどのくらい大きなクラスになるかを解明する研究は，今のところ将来に向かって開かれたリサーチ・プログラムというほかはない。

3

こうして非凸の経済では限界価格形成均衡はかならずしもパレート最適配分を達成しないが，この事実は逆に，任意のパレート最適配分を与えたとき，それを達成する均衡をもつ賦存量の組が存在しないことを意味するものではない。よく知られているように，凸経済において所与のパレート最適配分が競争均衡として実現されうることを示すのが厚生経済学の第二基本定理であるが，同様

の主張が非凸の経済においても限界価格形成均衡について妥当することを示すのが本節の目的である。[9]

定理そのものの記述と証明に立ち入る前に，若干の予備的説明を述べておくことが必要であろう。

まず家計の優標高集合 $P_i(x_i)$ に関する仮定としては

(U) すべての i，そしてすべての $x_i \in X_i$ について $x_i \in \mathrm{cl}\, P_i(x_i)$，かつ $P_i(x_i)$ は内点をもつ

とし，また企業の生産集合 Y_j に関する仮定としては

(P) すべての j について $Y_j - R^l_+ \subseteq Y_j$

とする。この種の議論にとってこれらはすべて標準的な仮定であるから，註釈は省く。

つぎに本節ではパレート最適の定義が含む達成可能条件

$$\sum_{i=1}^{m} x_i^* \leqq \sum_{j=1}^{n} y_j^* + \omega$$

を等式

$$\sum_{i=1}^{m} x_i^* = \sum_{j=1}^{n} y_j^* + \omega$$

の形で考えることにする。仮定 (P) が設けられているかぎりにおいて，この措置にも別段不都合は生じないであろう。[10]

以下での推論ではクラークの意味での接錐がつねに凸集合となることに着目し，生産集合，優標高集合から構成される集合と達成可能集合の，パレート最適点での接錐に，凸集合の分離定理を適用することを基本的なアイディアとする。しかし，前者の集合を構成するにさいして，ここではアローやドブリューの慣例的な議論のように生産集合，優標高集合の総和の概念を用いることはできない。これは生産集合が非凸の場合には，$\Sigma_j Y_j = Y,\ y \in Y$ で $p \in N_Y(y)$ であるからといって，すべての j について $\Sigma_j y_j = y,\ p \in N_{Y_j}(y_j)$ となるような $y_j \in Y_j$ が存在するとはかぎらないからである。以下ではこの点にかかわる問題は，当該の集合を生産集合と優標高集合の総和ではなく，それぞれ個別的に考えられたそれらの直積で構成することによって解決される。[11]

定理 2 あるパレート最適配分を $((x_i^*), (y_j^*))$ とし，仮定 (U), (P) が満たされているとすれば，

$$-p^* \in N_{P_i(x_i^*)}(x_i^*) \quad \text{for all } i$$
$$p^* \in N_{Y_j}(y_j^*) \quad \text{for all } j$$

となるような価格 $p^* \geqq 0$ がかならず存在する。

---

(9) 以下の議論については Brown and Heal, *op.cit.*, pp.235-238 参照。

(10) この点については Cornet, *op.cit.*, p.27 および p.48, n.6 参照。

(11) 前にパレート最適の概念を弱い形で定義したのも，生産集合のとり扱いに準じ，優標高集合をも直積の形でとり扱うからである。

証明

記号の簡単化のため，以下では $v^*=((x_i^*),(y_j^*))$, $x^*=(x_i^*)$ などと略記することにする。そしてまず各個の生産集合 Y_j と，所与のパレート最適配分での優標高集合 $P_i(x_i^*)$ を用いて，$V(x^*)$ を

$$V(x^*)=\prod_{i=1}^{m} P_i(x_i^*)\times\prod_{j=1}^{n} Y_j$$

のように定義する。前述したとおり，ここでは $V(x^*)$ がアローやドブリューの場合のように $P_i(x_i^*)$, Y_j の総和ではなく，直積で定義されていることに注意されたい。つぎは達成可能な配分集合の定義であるが，これをあらためて

$$A=\bigcap_{h=1}^{l} A_h,\quad A_h=\left\{v\in R^{l(m+n)}\,\middle|\,\sum_{i=1}^{m} x_{ih}\leqq\sum_{j=1}^{n} y_{jh}+\omega_h\right\}$$

と定義しよう。ここでこれらの $V(x^*)$ および A を含む空間として考えられているのは，いうまでもなく v すなわち $((x_i^*),(y_j^*))$ から成る $R^{l(m+n)}$ の空間で，以下ではそこに含まれる $V(x^*)$, A の接錐をそれぞれ $T_{V(x^*)}(v^*)$, $T_A(v^*)$ と記し，それらの内部をそれぞれ int $T_{V(x^*)}(v^*)$, int $T_A(v^*)$ と記すことにする。

すると前にも指摘したように接錐は凸集合であるから，int $T_{V(x^*)}(v^*)$, int $T_A(v^*)$ もまた凸集合であり，ゆえにもしそれらがいずれも非空で，かつ互いに共通部分をもたないならば，これらの集合に凸集合の分離定理が適用でき，分離超平面への非ゼロの法線ベクトルの存在を主張できることになる。

前者 int $T_{V(x^*)}(v^*)$ が非空であることは，

$$\text{int } T_{V(x^*)}(v^*)=\prod_{i=1}^{m}\text{int } T_{P_i(x_i^*)}(x_i^*)\times\prod_{j=1}^{n}\text{int } T_{Y_j}(y_j^*)$$

で，[12] ここで仮定（U）により

$$\text{int } T_{P_i(x_i^*)}(x_i^*)\neq\emptyset\quad\text{for all } i,$$

また仮定（P）により

$$\text{int } T_{Y_j}(y_j^*)\neq\emptyset\quad\text{for all } j$$

であることから明らかである。他方 int $T_A(v^*)$ が非空であることは，A が凸で内点をもつことから自明であろう。

つぎには int $T_{V(x^*)}(v^*)$ と int $T_A(v^*)$ の共通部分が空となることを証明しよう。まず v^* はパレート最適であるから，よく知られた議論によって $V(x^*)\cap A=\emptyset$。そこで所期の帰結を導くにはもし int $T_{V(x^*)}(v^*)\cap$ int $T_A(v^*)\neq\emptyset$ であるとすれば，$V(x^*)\cap A=\emptyset$ と矛盾することを示せばよい。事実いま $v\in$ int $T_{V(x^*)}(v^*)\cap$ int $T_A(v^*)$ とすれば，その $v=((x_i),(y_j))$ については

(12) F. H. Clarke, *Optimization and Nonsmooth Analysis*, 1983, p.54 の Corollary to Theorem 2. 4. 5による。すなわち $T_{C_1\times C_2}(x)=T_{C_1}(x_1)\times T_{C_2}(x_2)$ である。
　また Ali Khan and Vohra, *op.cit.*, p.231, Lemma 4 をも参照。

$x_i \in \mathrm{int}\ T_{P_i(x_i^*)}(x_i^*)$ for all i,

$y_j \in \mathrm{int}\ T_{Y_j}(y_j^*)$ for all j

となっているのでなくてはならない。よって

$x_i^* + \lambda_i x_i \in P_i(x_i^*)$ for all $\lambda_i \in [0, \eta_i]$

$y_i^* + \lambda_j y_j \in Y_j$ for all $\lambda_j \in [0, \eta_j]$

となるような $\eta_i > 0$, $\eta_j > 0$ のあることがいえ，また

$v^* + \lambda_a v \in A$ for all $\lambda_a \in [0, \eta_a]$

となるような $\lambda_a > 0$ のあることがいえる。[13] そこで $\eta = \min[(\eta_i), (\eta_j), \eta_a]$ とすれば，そのような η について

$x_i^* + \lambda_i x_i \in P_i(x_i^*)$ for all i

$y_i^* + \lambda_j y_j \in Y_j$ for all j

$$\sum_{i=1}^{m} (x_i^* + \lambda x_i) \leqq \sum_{j=1}^{n} (y_j^* + \lambda y_j) - \omega$$

が成立し，これは $v^* + \lambda v \in V(x^*) \cap A$ を意味するから，$V(x^*) \cap A = \emptyset$ と相容れない。

これで二つの非空の凸集合 int $T_{V(x^*)}(v^*)$ と int $T_A(v^*)$ が共通部分をもたないことが示された。そこで前記の手順どおり凸集合の分離定理によって，それらを分離する超平面が存在し，その法線ベクトル $\rho^* \neq 0$ が存在して

$\rho^* a \geqq 0$ for all $a \in \mathrm{int}\ T_{V(x^*)}(v^*)$

$\rho^* b \leqq 0$ for all $b \in \mathrm{int}\ T_A(v^*)$

とすることができる。すなわち

$-\rho^* \in N_{V(x^*)}(v^*)$

$\rho^* \in N_A(v^*)$

となるような ρ^* の存在することが示されたのである。

つぎのステップとしては，その ρ^* が $(p^*, \cdots, p^*, -p^*, \cdots, -p^*)$ の形をとること，それに伴い $-\rho^* \in N_{V(x^*)}(v^*)$ がそれぞれの i, j について $-p^* \in N_{P_i(x_i^*)}(x_i^*)$, $p^* \in N_{Y_j}(y_j^*)$ となるようにバラせること，を示すのでなくてはならない。そこでそのための準備として，まずどの $v \in R^{l(m+n)}$ についても $v_h = ((x_i)_h, (y_j)_h) \in R^{m+n}$ とし

$$g_h(v_h) = \sum_{i=1}^{m} x_{ih} - \sum_{j=1}^{n} y_{jh} - \omega_h$$

として，G_h を

$$G_h = \{v_h \in R^{m+n} \mid g_h(v_h) \leqq 0\}$$

(13) この主張の立ち入った証明については R. T. Rockafellar, "Clarke's Tangent Cones and the Boundary of Closed Sets in R^n", *Nonlinear Analysis*, Vol. III, 1979, pp.145-154 とりわけ Theorem 2 参照。また Ali Khan and Vohra, *op.cit*, pp.229-230 をも参照されたい。

のように定義する。すると前に定めたところから $g_h(v_h^*)=0$ であるから，クラークの定理の系が適用できて，

$$N_{G_h}(v_h^*)=\bigcup_{\lambda\geqq 0}\lambda\nabla g_h(v_h^*)$$

となることがいえる。[(14)] ところが g_h のつくり方から

$$\nabla g_h(v_h^*)=\left(\frac{\partial g_h(v_h^*)}{\partial x_{1h}},\cdots,\frac{\partial g_h(v_h^*)}{\partial x_{mh}},\frac{\partial g_h(v_h^*)}{\partial y_{1h}},\cdots,\frac{\partial g_h(v_h^*)}{\partial y_{nh}}\right)=(1,\cdots,1,-1,\cdots,-1)$$

となるので，$N_{G_h}(v_h^*)$ の要素はどれもが $p_h^*\in R$ に対して $(p_h^*,\cdots,p_h^*,-p_h^*,\cdots,-p_h^*)$ の形をとることが明らかとなった。

また $\rho^*\in N_A(v^*)$ と $A=\bigcap_{h=1}^{l}A_h$ から，$\rho_h^*\in N_{A_h}(v^*)$ で

$$\sum_{h=1}^{l}\rho_h^*=\rho^*$$

となるような ρ_h^* のあることも明らかであろう。[(15)]

ところで A_h は，v_h に対応する座標への射影が G_h に，他の座標への射影が R になるようにつくられているので，実は

$$\bigcap_{h=1}^{l}A_h=\prod_{h=1}^{l}G_h$$

で，それを $\rho^*\in N_A(v^*)$ と考え合わせれば，

$$\rho^*\in N_{\Pi_{h=1}^{l}G_h}(v^*)$$

ともなっていることが分かる。そこで

$$N_{\Pi_{h=1}^{l}G_h}(v^*)=\prod_{h=1}^{l}N_{G_h}(v_h^*)$$

という関係を利用して，[(16)]

$$\rho^*\in\prod_{h=1}^{l}N_{G_h}(v_h^*)$$

となり，したがって ρ_h^* の v_h に対応する射影を $(\rho_h^*)_{v_h}$ と書けば

$$(\rho_h^*)_{v_h}\in N_{G_h}(v_h^*)$$

となる。よってこれを前に示した帰結と結びつけることにより，$(\rho_h^*)_{v_h}$ が $(p_h^*,\cdots,p_h^*,-p_h^*,\cdots,$

---

(14) Clark, *op.cit.*, p.56, Corollary 1 to Theorem 2. 4. 7
$C=\{x\in R^n|\,g(x)\leqq 0\}$ とし，g は連続であるとする。もし g が x^* で微分可能であり，$g(x^*)=0$ であれば，$N_C(x^*)=\bigcup_{\lambda\geqq 0}\lambda\nabla g(x^*)$ である。
また Cornet, *op.cit.*, pp.21-22, Proposition 2(b) をも参照。

(15) Ali Kahn and Vohra, *op.cit.*, p.230, Lemma 3. その証明については pp.233-234 参照。

(16) 註(12) に記したところにもとづき，$N_{C_1\times C_2}(x)=N_{C_1}(x_1)\times N_{C_2}(x_2)$ でもある。
Ali Khan and Vohra, *op.cit.*, p.231, Lemma 4 参照。

$-p_h^*$) の形をとることが明らかとなり，その結果

$$(\rho_h^*)_{x_{ih}}=p_h^* \quad \text{for} \quad h=1, 2, \cdots, l$$

$$(\rho_h^*)_{y_{jh}}=-p_h^* \quad \text{for} \quad h=1, 2, \cdots, l$$

となることが導かれる。またどんな $\omega \in R$ についても $N_R(\omega)=0$ であるから，

$$(\rho_h^*)_{x_{iq}}=(\rho_h^*)_{y_{jq}}=0 \quad \text{for} \quad h \neq q$$

となることはいうまでもないであろう。

これで証明も終局に近づいたが，上の p_h^* を用いて $p^*=(p_1^*, p_2^*, \cdots, p_l^*)$ と定義すれば，前に示した $\rho^*=\sum_{h=1}^{l}\rho_h^*$ の関係から $\rho^*=(p^*, \cdots, p^*, -p^*, \cdots, -p^*)$ となることが分かる。よって分離定理の帰結 $-\rho^* \in N_{V(x^*)}(v^*)$ と当初の $V(x^*)$ のつくり方から，所期の帰結

$$-p^* \in N_{P_i(x_i^*)}(x_i^*) \quad \text{for all } i=1, 2, \cdots, m$$

$$p^* \in N_{Y_j}(y_j^*) \quad \text{for all } j=1, 2, \cdots, n$$

が導かれるのである。(17)

最後に分離定理のもう一半の帰結 $\rho^* \in N_A(v^*)$ から p^* が半正となることを示して，証了としよう。そのためには，まず $A \subset R^{l(m+n)}$ は凸で，$v^* \in \text{cl}\, A$ であるところから，

$$N_A(v^*)=\{\rho^* \in R^{l(m+n)} | \rho^* v^* \geqq \rho^* v \quad \text{for all} \quad v \in A\}$$

となっていることに着目する。(18) すなわち $\rho^* \in N_A(v^*)$ であれば，

$$\rho^*((x_i^*), (y_j^*)) \geqq \rho^*((x_i), (y_j)) \text{ for all } ((x_i), (y_j)) \in A$$

となっているわけである。ところがすでに $\rho^*=(p^*, \cdots, p^*, -p^*, \cdots, -p^*)$ となることが分かっているから，上記の関係から

$$p^*\sum_{i=1}^{m} x_i^*-p^*\sum_{j=1}^{n} y_j^* \geqq p^*\sum_{i=1}^{m} x_i-p^*\sum_{j=1}^{n} y_j \text{ for all } ((x_i), (y_j)) \in A$$

となり，両辺から $p^*\omega$ を引いて

$$p^*\left(\sum_{i=1}^{m} x_i^*-\sum_{j=1}^{n} y_j^*-\omega\right) \geqq p^*\left(\sum_{i=1}^{m} x_i-\sum_{j=1}^{n} y_j-\omega\right) \text{ for all } ((x_i), (y_j)) \in A$$

となることが分かる。そこで記号を簡単化して

$$z=\sum_{i=1}^{m} x_i-\sum_{j=1}^{n} y_j-\omega$$

---

(17) 註(16) に記したところから，ふたたび $N_{V(x^*)}(v^*)=\prod_{i=1}^{m} N_{P_i(x_i^*)}(x_i^*) \times \prod_{j=1}^{n} N_{Y_j}(y_j^*)$ という関係が成立する。

(18) Cornet, *op.cit.*, p.21, Proposition 2(a) 参照。
一般に集合 $C \subset R^n$ が凸で $x^* \in \text{cl}\, C$ であれば $N_C(x^*)=\{p^* \in R^n | p^* x^* \geqq p^* x \text{ for all } x \in C\}$ が成立する。

と書くことにすれば,

$$p^*z^* \geqq p^*z \quad \text{for all feasible } z$$

となるが，ここで $z^*=0$ であるから

$$p^*z \leqq 0 \quad \text{for all} \quad z \in R^l_-$$

である。よってここでの z として第 h 成分が -1, 他の成分がすべて 0 のベクトルを $h=1, 2, \cdots, l$ のそれぞれについて R^l_- から順次に選べば

$$p^* \geqq 0$$

となり，$p^* \neq 0$ という前の帰結と考え合わせて

$$p^* \geq 0$$

となるのでなくてはならない。

上記定理 2 の帰結を限界価格形成均衡と結びつけるため，さらに加えて

(C)　すべての i，すべての $x_i \in X_i$ について $P_i(x_i)$ は凸

と仮定し，また

(S)　$p^*x_i^* \neq \min p^*X_i$

と仮定することにしよう。すると上に導いた $-p^* \in N_{P_i(x_i^*)}(x_i^*)$ は (C) により

$$p^*x_i^* \leqq p^*x_i \quad \text{for all} \quad x_i \in P_i(x_i^*)$$

を意味することになるから,[19] その上 (S) が満たされれば，よく知られた議論をつうじて[20]

$$u_i(x_i^*) \geqq u_i(x_i) \quad \text{for all} \quad x_i \in \gamma_i(p^*, (y_j^*))$$

が成立する。よって結局，つぎの定理が成立したことになるのである。

定理 3　あるパレート最適配分を $((x_i^*), (y_j^*))$ とし，それを支持する価格を p^* とすれば，仮定 (U), (P), (C) および (S) の下では $((x_i^*), (y_j^*), p^*)$ は限界価格形成均衡である。

本稿で企図したプログラムは，これで一応終了した。

(名誉教授)

(19)　ふたたび Cornet, Proposition 2(a) による。註(18) 参照。

(20)　G. Debreu, *Theory of Value*, 1959, p.61, Proposition(1)。また福岡正夫『一般均衡理論』1979, p. 65, 定理 3．4 参照。