慶應義塾大学学術情報リポジトリ
Keio Associated Repository of Academic resouces

Title	国際公共財と経済厚生
Sub Title	International public goods and welfare
Author	寺崎, 克志
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1995
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.88, No.2 (1995. 7) ,p.223(77)- 245(99)
JaLC DOI	10.14991/001.19950701-0077
Abstract	
Notes	小特集：「国際協調体制の再構築」について
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19950701-0077

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

「三田学会雑誌」88巻2号（1995年7月）

国際公共財と経済厚生

寺　崎　克　志

1．はじめに

国際公共財の供給に関する議論は，多くの点で一国内あるいは一国の一定地域内における公共財の供給に関する議論と共通性を持っている。このような共通性は，国際貿易に関する議論と国内の地域間の取引に関する議論においてもみられる。たとえば一国の一定地域内において分権的に供給される国内公共財の議論は，地域の分権性を国家主権に置き換えれば，そのまま国際公共財の議論にも用いられる。実際，国内公共財に関するWarr (1983) やBernheim (1986) のモデルが拡張と修正を加えられて，国際公共財に関するモデルとしてSandler and Murdoch (1990) においては同盟国間の軍事支出の，千明・深尾 (1993,1994) においては国際援助の計量分析に用いられている。

本稿の目的の一つは，国内公共財に関する議論を国際公共財に関する議論に拡張することにある。国内公共財と国際公共財に関する議論において重要になると思われる相違点は国内取引と国際貿易における相違点と本質的に同一である。すなわち，国際公共財に関するモデルにおいては国際間の生産要素の移動の困難性と経済政策の相違（関税政策）が国内公共財に関するモデルよりも大きな制約となる。しかし，それも程度の問題で，地方分権性（地方税制）が強固に確立している連邦制国家における公共財は中央集権的な国家よりも，国際公共財に近くなる。また経済統合の進展している国家間における国際公共財は，国内公共財に近くなる。したがって本稿における議論は，逆に国内公共財の議論に適用することもで可能である。

私的慈善活動のような国内公共財に対応する国際公共財としては経済援助が考えられる。しかし，国際公共財としての公共財を考えるならば，その議論の対象となるのは1国内において私的に供給される公共財ではなく，1国内において公的に供給される公共財となる。すなわち，本稿で議論の対象とする公共財は，その国民にとっては公的に供給される公共財であるが国際的には1国レベルで私的に供給される公共財である。そのような国際公共財としては公的情報（電波放送，天気予報，公的機関による研究活動等），治安維持（国防，国際犯罪の防止等），公衆衛生（伝染病の撲滅等）およ

び健全な自然環境（清浄化された大気，海水，河川や湖沼，酸性度を中和化された降雨，破壊から復旧されたオゾン層，適量の酸素を供給するための植林及び温室効果を防止するための二酸化炭素濃度の管理等）が考えられる。

次節において，本稿で用いるモデルを提示する。従来の国内公共財モデルでは，私的財と公共財の生産関数が，単純化のため線形（限界変形率＝1）で与えられている。これは議論の焦点が主に私的財支出と公共財支出のウエイト（配分）に置かれていたためであるが，この仮定は明らかにきつい仮定であるので本稿では1次同次の一般的な生産関数を想定する。これが第1の拡張点である。また，国際間の貿易取引を導入するため，私的財の数を従来の1財から2財に増加させる。これが第2の拡張点である。以上の拡張点を満たす最も単純な生産モデルは，Komiya (1967) の2私的財（貿易財）1公共財（非貿易財）2生産要素モデルである。

第3節では，このモデルを用いて，第4節以降で利用する疑似代替財の定義と関税賦課に関するKomiya命題を提示する。第4節では対称的な2小国モデルの下で国内公共財に関するWarr (1983) Theoremの国際公共財への拡張を試みる。国際公共財の供給に関してはSandler and Murdoch (1990) や千明・深尾 (1993,1994) において示された実証分析の結果を踏まえNash-Cournot的行動を想定する。[(1)] また，各国が生産する公共財は異なる財として扱う。従来の多くの所得のトランスファーの中立性に関する論文は，同一であること（純粋公共財：pure public goods）を仮定しているが，[(2)] 本稿では自国にとって外国の公共財は第4財であるものとして扱う。これが第3の拡張点である。第5節では，Ihori (1992) が3国非純粋公共財モデルで提示したTransfer Paradoxが成立する条件について2国モデルを用いて考察する。更に第6節では小国モデルにおける最適関税の存在の可能性について考察する。また，第7節では，国際交易条件不変のもとにおける窮乏化成長の条件を提示する。最後の第8節では負の国際公共財（軍事支出）が存在する場合のTransfer Paradoxと窮乏化成長の条件を求める。

2．モ デ ル

本稿では，Komiya (1967) の3財（2貿易財，1非貿易財）2生産要素モデルを用いる。ただし，Komiyaモデルにおいては全ての財が私的財であるのに対して，本稿においては非貿易財が公共財である点が異なる。しかし，この相違は需要面におけるものなので，生産構造自体には相違はない。

（1） これらの実証分析においては国際公共財の供給メカニズムとしてはLindahl的行動仮説よりも，Nash-Counot的行動仮説の説明力が高いことが検証されている。また国際公共財が存在する場合のLindahl均衡については，Terasaki (1992), 寺崎（1995）等を参照せよ。

（2） 例えば，Kemp (1984), Bergstrom and Varian (1985), Bernheim (1986), Bergstrom, Blume and Varian (1986), Andreori (1988), Bernheim and Bagwell (1988), Boadway, Pestieau and Wildasin (1989), Bruce (1990) 等がそうである。

まず多数の国が存在する競争的世界経済を想定し，各国はプライステイカーとして貿易を行っているものとする。第 j 財 X_j は，1次同次の生産関数を用いて，それぞれの国において2種類の生産要素の投入，V_{1j}, V_{2j} によって生産されている。すなわち，生産関数は，

（1）　$X_j = X_j(V_{1j}, V_{2j})$,　$j=1,2,3$

で示される。また，各生産要素の賦存量 V_i は所与で，国際間を移動しないものとする。すなわち，生産要素市場の完全競争と完全雇用を想定し，生産要素市場の均衡条件，

（2）　$V_i = \Sigma_j V_{1j}$,　$i=1,2$; $j=1,2,3$

が成立しているものとする。生産関数が1次同次であることから第 j 財の第 i 要素の投入係数 a_{ij} $(\equiv V_{ij}/X_j)$ は生産要素価格比 (q_1/q_2) のみの関数となる。したがって，各財がそれぞれの国において競争的に供給されているとすれば，完全競争条件より，次の式が与えられる。

（3）　$\Sigma_i a_{ij}(q_1/q_2) q_i = p_j$,　$i=1,2$; $j=1,2,3$

そこで，私的財（第1財，第2財）の価格 p_1, p_2 が国際市場において与えられているとすれば，第 i 要素の価格 q_i は貿易財の価格のみの関数となり，非貿易財（公共財）の価格 p_3 もまた貿易財の価格のみの関数となる。このように公共財（第3財）は非貿易財ではあるが，その価格は2つの貿易財の価格の関数となり，需要条件からは独立となるのが，このモデルの特徴である。

次に各国の公共財は相互に同時に同量の消費が可能であり，自国の公共財の需要は以下のように，政策担当者が想定する社会的効用関数 U が極大となるように決定される。[(3)] すなわち，

（4）　Max　$U = U(C_1, C_2, C_3, C_4)$

（5）　s.t.　$Y \geqq \Sigma p_j C_j$,　$j=1,2,3$

である。ただし，C_j は第 j 財の需要量であり，このうち第3財は非貿易財であるから，$C_3 \equiv X_3$, となる。また第4財の需要量 $C_4(\equiv X_4^*)$ は外国の公共財の需要量（生産量）であり，Y はこの国の所得で，貿易財の価格の関数である。すなわち，

$$Y = \Sigma_i q_i V_i = \Sigma_j p_j X_j, \quad i=1,2;\ j=1,2,3$$

である。ここでNash-Cournot的公共財供給機構を想定し，外国の公共財の需要を与件とし，α を未定乗数とすると，社会的効用関数 U 極大の1階の条件は，以下のように与えられる。

（6）　$U_j = p_j \alpha$,　$j=1,2,3$

ただし，$U_j(\equiv \partial U/\partial C_j)$ は第 j 財の限界効用である。また自国の変数に対応する外国の変数には（＊）を付して，自国と同様の経済構造を想定する。自国と外国とでは自国で生産される公共財が第3財であり，外国で生産される公共財が第4財である点が異なる。すなわち外国の経済構造は，

（1）＊　$X_j^* = X_j^*(V_{1j}^*, V_{2j}^*)$,　$j=1,2,4$

（2）＊　$V_i^* = \Sigma_j V_{ij}^*$,　$i=1,2$; $j=1,2,4$

（3）＊　$\Sigma_i a_{ij}^*(q_1^*/q_2^*) q_i^* = p_j^*$,　$i=1,2$; $j=1,2,4$

（3）　国内公共財が多数決投票均衡において決定されるという議論については寺崎（1994）を参照せよ。

(4)* Max $U^*=U^*(C_1^*, C_2^*, C_3, C_4)$

(5)* s.t. $Y^*\geqq\Sigma\, p_j^*\, C_j^*,\quad j=1,2,4,(C_4^*\equiv C_4)$

で示され，自由貿易においては，$p_j=p_j^*(j=1,2)$，が成立している。

3．比較静学分析

本節では，次節以降で用いられる補助命題と疑似代替財の概念を整理しておくことにする。まず，自国の公共財と外国の公共財の代替・補完関係について定義するために，(5)と(6)が満たされている均衡において，同時に，

$$U_4=p_4\,\alpha$$

が満たされるように，第4財の価格がLindahl pricing的に設定され，$p_4\,C_4$に等しい所得が自国に贈与されているという想定を行う[(4)]。この想定のもとでの予算制約は，

(5)′ $Y'\geqq\Sigma\, p_j\, C_j,\quad j=1,2,3,4$

で与えられる。ただしY'は$p_4\,C_4$に等しい所得が自国に贈与された後の与件としての所得である。また，(6)に対応する効用極大の1階の条件は，4財モデルにおいて，

(7) $U_j=p_j\,\alpha,\quad j=1,2,3,4$

で示される。以上より第4財（外国の公共財）の価格p_4が変化したと想定するときの自国の公共財の需要量の変化$C_{34}(\equiv\partial C_3/\partial p_4)$をSlutsky方程式を用いて示すと，

(8) $C_{34}=(\alpha D_{43}-C_4\,D_3)/D$

となる。ただし，Dは(5)′と(7)をp_4で偏微分したときの係数行列式の値で，

$$D\equiv\begin{vmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{13} & U_{14} & -p_1 \\ U_{21} & U_{22} & U_{23} & U_{24} & -p_2 \\ U_{31} & U_{32} & U_{33} & U_{34} & -p_3 \\ U_{41} & U_{42} & U_{43} & U_{44} & -p_4 \\ p_1 & p_2 & p_3 & p_4 & 0 \end{vmatrix}<0$$

であり，D_{43}は代替効果を示すもので，Dの第4行第3列の要素U_{43}の余因子である。また，D_3は所得効果を示すもので，Dの第5行第3列の要素p_3の余因子である。ただし，係数行列式において，

$$U_{ij}\equiv\partial U_i/\partial C_j,\quad i,j=1,2,3,4$$

である。(4)の効用関数が厳密な意味で準凹であるという通常の仮定をおくと，$D<0$，となるので，$D_{43}<0$，であれば，C_3はHicksの意味でC_4の代替財となる。ここで次の定義を与える。

(4) 本来のLindahl pricingにおいては公共財に対する支払いが限界効用均等の法則を満たすと同時に支払合計が生産総費用に等しくならなければならない。ここでの想定では後者は考慮していない。

［定義：疑似代替財］ $D_{43}<0$, のとき，自国の公共財を外国の公共財の疑似代替財と呼ぶ。

ここで，疑似（pseudo）という言葉は想定上の概念であることを意味する。[5] すなわち，実際には外国の公共財の市場（価格）は存在しないが，かりに存在するとすれば，という意味である。

次に Komiya (1967) モデルを用いて(3)を p_1 で微分し，Stolper-Samuelson 定理より，第1財価格が変化したときの自国の公共財価格の変化を示す。

(9)　$\hat{p_3}=(\theta_{13}-\theta_{12})\,\hat{p_1}/(\theta_{11}-\theta_{12})$

ただし，θ_{ij} は第 i 要素の第 j 財生産における要素報酬シェア（$\equiv q_i V_{ij}/p_j X_j$）であり，変数の右の（^）は変化率であることを意味する。したがって(9)において公共財価格の第1財価格弾力性の値が正となる条件は，

(10)　$\theta_{13}, \theta_{11}>\theta_{12}$ or $\theta_{13}, \theta_{11}<\theta_{12}$

であり，同様に公共財価格の第1財価格弾力性の値が負となる条件は，

$\theta_{13}>\theta_{12}>\theta_{11}$ or $\theta_{13}<\theta_{12}<\theta_{11}$

である。これより次の補助命題が導かれる。

［補助命題1（Komiya）］ 自由貿易財の生産がある要素について他の財の生産と比べて最も集約的であれば，関税賦課により公共財の価格は上昇し，中間的に集約的であれば下落する。

4．中立命題

次に，このモデルを用いて，Warr (1983) Theorem が成立する条件を求める。ただし Warr (1983) の用いたモデルは，1国，1私的財，1純粋公共財，限界変形率＝1，多数のプライステイカー，所与の所得から構成されており，本稿のモデルとは異なるので，本稿で検討する Warr Theorem を便宜的に以下のように定義する。

［定義：Warr Theorem］ $dY+dY^*=0$, のもとで，Nash-Cournot 的公共財供給において，

〔1〕 $d(C_3+C_4)/dY=0$

〔2〕 $dU/dY=dU^*/dY=0$

〔3〕 $dC_j/dY=dC_j^*/dY=0,\quad j=1,2$

2国間で所得トランスファーがあった場合，〔1〕の命題はそれが2国全体の公共財の生産量に，〔2〕の命題は社会的厚生水準に，〔3〕の命題は私的財の消費に，それぞれ影響を与えないことを示している。最初に〔1〕の命題から検討しよう。まず，私的財の国際価格が不変である状況で，外国から自国に所得のトランスファーが行われる。このとき自国の全ての財価格は不変となるので，自国の公共財に対する需要は，可処分所得 Y と外国の公共財の需要 C_4 のみに依存することになる。

(11)　$C_3=C_3(Y, C_4)$

（5） pseudo という概念は Samuelson (1969) の公共財に対する pseudo-demand からの類推である。

そこで，この関数を全微分すると，自国の公共財の需要の変化は，所得のトランスファーによる直接的な効果を示す部分と外国の公共財の変化に対応する反応曲線上の動きに分解され，

(12)　$dC_3 = C_{3y}\,dY + R d\,C_4$

となる。ただし，C_{3y} は所得のトランスファー効果で，上級財であることを仮定するので正，また，R は外国の公共財供給に対する自国の Nash-Cournot 的反応曲線の傾きである。すなわち，

$$C_{3y} \equiv \partial C_3 / \partial Y > 0$$

$$R \equiv \partial C_3 / \partial C_4$$

である。また，外国の公共財需要（第 4 財）についても，自国と同様にして，

(13)　$C_4 = C_4(Y^*, C_3)$

という関数を想定できるので，これを全微分し，$dY + dY^* = 0$, に留意すれば，

(14)　$dC_4 = -C_{4y}\,dY + R^*\,dC_3$

が得られる。ただし C_{4y} は外国の所得のトランスファー効果で，上級財であることを仮定するので正，R^* は自国の公共財供給に対する外国の Nash-Cournot 的反応曲線の傾きである。すなわち，

$$C_{4y} \equiv \partial C_4 / \partial Y^* > 0$$

$$R^* \equiv \partial C_4 / \partial C_3$$

である。そこで，(12) と (14) から，両国の公共財需要の変化の合計を求めると，

(15)　$dC_3 + dC_4 = \{(1+R^*)\,C_{3y} - (1+R)\,C_{4y}\}\,dY/(1-RR^*)$

となる。(15) の右辺第 1 項は所得トランスファーにともなって，自国の公共財需要の増加が両国の公共財需要全体に与える効果，$\{\partial(C_3+C_4)/\partial C_3\}(\partial C_3/\partial Y)$, を示している。また右辺第 2 項は所得トランスファーにともなって，外国の公共財需要の減少が両国の公共財需要全体に与える効果，$-\{\partial(C_3+C_4)/\partial C_4\}(\partial C_4/\partial Y^*)$, を示している。ここで，(15) において公共財供給に関する Nash-Cournot 均衡の安定条件が，満たされていることを仮定すれば，$(1-RR^*)>0$, となるので，Warr Theorem〔1〕が成立する必要十分条件は，

(16)　$C_{3y}/C_{4y} = (1+R)/(1+R^*)$

で与えられる。そこでこの条件が，両国の公共財が完全代替財である場合に，どのように修正されるかを見ることにする。まず，自国に関して，所得のトランスファーがあった場合の (5) の予算制約条件と (6) の効用極大の 1 階の条件の変化を求め，反応曲線の傾きの表現を示すことにする。

(17)
$$\begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{13} & U_{14} & -p_1 \\ U_{21} & U_{22} & U_{23} & U_{24} & -p_2 \\ U_{31} & U_{32} & U_{33} & U_{34} & -p_3 \\ p_1 & p_2 & p_3 & p_4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dC_1 \\ dC_2 \\ dC_3 \\ d\alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -U_{14}\,dC_4 \\ -U_{24}\,dC_4 \\ -U_{34}\,dC_4 \\ dY \end{bmatrix}$$

これより，自国の反応曲線の傾き $R(\equiv dC_3/dC_4)$ を求めると，

$$(18)\qquad R=-\begin{vmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{13} & -p_1 \\ U_{21} & U_{22} & U_{23} & -p_2 \\ U_{31} & U_{32} & U_{33} & -p_3 \\ p_1 & p_2 & 0 & 0 \end{vmatrix} / D_{44} = -\Sigma U_{i4}\, S_{3i} / \alpha < 0, \quad i=1,2,3$$

となる。ただし，(18)において D_{44} は(17)の係数行列式の値であり，表現上は前節で定義した行列式 D の第4行第4列の要素 U_{44} の余因子に等しい。また，S_{3i} は Slutsky の代替項で，

$$S_{3i} \equiv (\partial C_3 / \partial p_i)_{u=const.}, \quad i=1,2,3$$

である。したがって，私的財と公共財が Hicks の意味で代替財であると仮定すれば，代替項 S_{31}, S_{32} は正となり，さらに私的財の限界効用の外国の公共財の増加に対する変化 U_{14}, U_{24} が正で，自国の公共財の限界効用の外国の公共財の増加に対する変化 U_{34} が負であると仮定すれば，自国の公共財の代替項，$S_{33}<0$, より，反応曲線の傾きは負となる。[6]

［補助命題2］ 自国の私的財と公共財が Hicks の意味で代替財であり，外国の公共財の増加により自国の私的財の限界効用は上昇し，自国の公共財の限界効用は下落するとすれば，自国の公共財の反応曲線の傾きは負となる。

そこで，(18)の反応曲線の傾き R に1を加えると，

$$(19)\qquad 1+R=\begin{vmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{13}-U_{14} & -p_1 \\ U_{21} & U_{22} & U_{23}-U_{24} & -p_2 \\ U_{31} & U_{32} & U_{33}-U_{34} & -p_3 \\ p_1 & p_2 & p_3 & 0 \end{vmatrix} / D_{44}$$

となる。ここで自国と外国の公共財が完全代替財，あるいは国際公共財が純粋公共財 (pure public goods) であるという定義を次のように与えることにする。

［定義：完全代替財］ $U_3=U_4$, したがって，$U_{i3}=U_{i4}$, $i=1,2,3$[7]

この仮定の下で，(19)の表現は以下のように単純化される。

$$(20)\qquad 1+R=p_3 C_3<1$$

ただし(12)と(20)における所得トランスファー効果 C_{3y} は3財モデルにおける $C_{3i}(\equiv \partial C_3 / \partial p_i)$ の Slutsky の所得項に対応するもので，

$$C_{3y}=-\begin{vmatrix} U_{11} & U_{12} & -p_1 \\ U_{21} & U_{22} & -p_2 \\ U_{31} & U_{32} & -p_3 \end{vmatrix} / D_{44} > 0$$

---

(6) 一般的には反応曲線の傾きは確定しないという議論については，Terasaki (1992) および Cornes and Sandler (1944) を参照せよ。

(7) 両国の国際公共財が完全代替財である場合には，(4)の効用関数は，両国の公共財需要の和の形で示すことができる。すなわち，

$$U=\boldsymbol{U}(C_1, C_2, C_3+C_4)$$

であり，(20)の右辺の，$p_3 C_{3y}$，は公共財に対する限界支出性向であり，1より小で正である。したがって，反応曲線の傾きRは負で，－1より大となる。外国についても同様にして，[8]

(21)　$1+R^*=p_4^* C_{4y}<1$

となるので，(20)と(21)を(16)に代入すると，両国の公共財が完全代替財である場合，(16)のWarr Theorem〔1〕の必要十分条件は簡略化されて，

(22)　$p_3=p_4^*$

となる。すなわち両国の公共財の生産コストの均等がWarr Theorem〔1〕の必要十分条件である。ここで，各国の公共財の価格は公共財の生産関数と要素価格によって決まり，要素価格は私的財の生産関数と国際価格によって決まるので，(22)の条件は両国の全ての生産条件が同一であれば，満たされることを意味する。そこで，(20)を(12)に代入すると，

(23)　$dY=p_3 dC_3$

となり，トランスファーされた所得は全て公共財に支出されるので，私的財の需要量も不変となり，Warr Theorem〔3〕が成立し，したがって効用水準も不変となる。そこで，次の命題が導かれる。

［命題1］　各国の公共財の生産コストが同一で，各国の国際公共財が完全代替財であれば，2要素3財（2貿易財＝私的財，1非貿易財＝公共財）モデルにおいて，Warr Theoremが成立する。

この命題の証明は，以下のように簡単に示される。まず，(6)の効用極大の1階の条件から，純粋公共財（完全代替財）の場合，私的財の需要を公共財の和の関数として示すことができる。[9]

$$C_i=C_i(C_3+C_4),\quad i=1,2$$

次に，予算制約条件(5)より，

(24)　$Y-p_3 C_3=\Sigma_i p_i C_i(C_3+C_4),\quad i=1,2$

が導かれる。公共財の生産コストが同一であれば，外国についても同様に，

(25)　$Y^*-p_3 C_4=\Sigma_i p_i C_i^*(C_3+C_4),\quad i=1,2$

であるから，(24)と(25)の和を求めると，

$$Y+Y^*-p_3(C_3+C_4)=\Sigma_i p_i\{C_i(C_3+C_4)+C_i^*(C_3+C_4)\}$$

となり，これを国際公共財の和について解くと2国の所得合計のみの関数Cとなり，証明が終わる。

(26)　$C_3+C_4=C(Y+Y^*)$

（8）　本稿では，Nash-Cournot均衡の存在と安定条件$(1-RR^*>0)$を仮定しているが，一般的には，この安定条件が常に満たされるという保証も均衡点の一意性の保証もない。ただし，完全代替財の場合には(20)と(21)より，

$$R=p_3 C_{3y}-1,\quad R^*=p_4^* C_{4y}-1$$

となるので，反応曲線の傾きは絶対値で私的財全体の限界支出性向に等しくなり，安定条件は必ず満たされ，均衡点が存在するとすれば，その一意性も保証される。

（9）　以下の証明は，Warr (1983) において多数のprice takerが存在するモデルで証明されたように，世界経済が多数の小国によって構成されている場合に簡単に拡張できる。

そこで，(20)と(21)を公共財需要量の変化の合計(15)に代入すると，

(15)′　$dC_3+dC_4=(p_4{}^*-p_3)\,C_{3y}\,C_{4y}\,dY/(1-RR^*)$

となるので，Warr Theorem〔1〕に関する系として両国の公共財の生産コストが均等でない場合について，以下が導かれる。

［系１］ トランスファー供与国の国際公共財の生産コストがトランスファー受入国の国際公共財の生産コストを上（下）回る場合，両国の公共財の生産量の合計は増加（減少）する。

この系は，貿易財で測った公共財の生産効率の悪い国から生産効率の高い国にトランスファーが行われる場合，公共財の総生産量が拡大するという直観的な理解が裏付けられることを述べている。このとき各国の経済厚生が一般的にどのように変化するかということについては，次節で議論する。

次に従来の仮定に従って，非純粋公共財 (impure public goods) あるいは不完全代替財を外部効果（または代替）の程度を示す定数 δ を用いて，以下のように定義する。

［定義：非純粋国際公共財］　$U_4=\delta\,U_3,\quad 0<\delta<1$

すなわち，$\delta=1$，であれば完全代替財（純粋国際公共財）であることを意味する。この仮定のもとで，(18)で示した自国の反応曲線の傾きは，

$$(18)'\qquad R'=-\begin{vmatrix} U_{11} & U_{12} & \delta U_{13} & -p_1 \\ U_{21} & U_{22} & \delta U_{23} & -p_2 \\ U_{31} & U_{32} & \delta U_{33} & -p_3 \\ p_1 & p_2 & 0 & 0 \end{vmatrix}/D_{44}=-\delta(1-p_3\,C_{3y})>-1$$

となり，また同様の非純粋国際公共財の仮定の下で，外国の反応曲線の傾きは，

$$R^{*\prime}=-\delta^*(1-p_4^*\,C_{4y})>-1$$

となるので，[10] (15)の｛ ｝の中の表現は，

(15)″　$\{1-\delta^*(1-p_4^*\,C_{4y})\}\,C_{3y}-\{1-\delta(1-p_3\,C_{3y})\}\,C_{4y}$

となり，非純粋公共財が両国で対称的 ($\delta=\delta^*$) であり，公共財の生産コストが同一 ($p_3=p_4^*$) であれば，(15)″の表現は，簡略化されて，

$$(1-\delta)(C_{3y}-C_{4y})$$

となり，両国の所得トランスファー効果が同一 ($C_{3y}=C_{4y}$) であれば，Warr Theorem〔1〕が成立する。したがって，非純粋公共財の場合，Warr Thorem〔1〕は需要条件から独立ではない。あるいは，国際公共財が対称的な非純粋公共財の場合 ($\delta=\delta^*$)，国際公共財の生産コストだけが両国で同一 ($p_3=p_4^*$) であれば，所得トランスファー効果の大小関係で両国全体の公共財生産の増減が確

(10)　したがって，ここで定義されるような非純粋国際公共財の場合にも Nash-Cournot 均衡の安定条件 ($1-R'R^{*\prime}>0$) は満たされる。しかし，一般的な安定条件は，

$$\delta\,\delta^*(1-p_3\,C_{3y})(1-p_4{}^*\,C_{4y})<1$$

で示されるので，$\delta\,\delta^*$ が１よりも大である場合には，安定条件が満たされなくなる可能性がある。

定する。また国際公共財の生産コストと所得トランスファー効果が同一である場合には，

$$(\delta-\delta^*)(1-p_3 C_{3y}) C_{3y}$$

となるので，両国の公共財の代替性（外部効果）の程度（非対称性）によって，両国全体の公共財生産の増減が確定する。以上をまとめると以下の系が導かれる。

［系２］ (1)国際公共財が対称的な非純粋公共財で公共財の生産コストと所得トランスファー効果が両国で同一であればWarr Theorem〔1〕が成立する。(2)国際公共財が対称的な非純粋公共財で公共財の生産コストが両国で同一の場合，トランスファー供与国の所得トランスファー効果が，トランスファー受入国のそれよりも小（大）であれば両国の公共財需要合計は増加（減少）する。(3)公共財の生産コストと所得トランスファー効果が両国で同一の場合，トランスファー受入国における公共財の代替性がトランスファー供与国のそれよりも大（小）であれば，両国の公共財需要合計は増加（減少）する。

5．トランスファー・パラドックス

Ihori (1992) は，非純粋公共財（不完全代替公共財）を３国モデルで用いて，トランスファーとは無関係な第３国の存在によってトランスファー・パラドックスが発生する条件を示した。本節では，国際公共財を生産している第３国のインパクトが存在しない場合のトランスファー・パラドックスの発生する条件を提示する。まず全ての価格が一定の場合の自国の効用水準は，トランスファーによって変化する所得と外国の公共財供給量のみに依存するので，以下の効用関数uを想定できる。

(27) $U=u(Y, C_4)$

ゆえに，外国からの所得のトランスファーによる自国の効用水準の変化は，(27)より，

(28) $dU=\alpha dY+U_4 dC_4$

となる。したがって，外国から自国への所得のトランスファーによる直接的な効用水準の上昇α（所得の限界効用）を相殺して余りある外国の公共財供給量C_4の減少による自国の効用水準の低下$U_4 dC_4(<0)$があれば，パラドックスは発生する。そこで，(12)と(14)から，

(29) $dC_4=(R^* C_{3y}-C_{4y}) dY/(1-RR^*)<0$

が得られる。(29)の右辺第１項$R^* C_{3y}$は自国の所得増加による自国の公共財需要の増加に対応して，外国が反応曲線に沿って外国の公共財需要を減少させる効果を示している。また右辺第２項C_{4y}は外国が所得トランスファーによる可処分所得の減少から上級財である外国の公共財の需要を減少させる効果を示している。したがって，所得トランスファーにより外国の公共財需要は２重の効果で減少する。ゆえに，自国の経済厚生に関してパラドックスが発生する必要十分条件は，

(30) $dU/dY=\alpha+U_4(R^* C_{3y}-C_{4y})/(1-RR^*)<0$

となる。また，外国についても同様にして，所得のトランスファーによる効用水準の変化は，

(31)　$dU^* = -\alpha^* dY + U_3^* dC_3$

となる。(31)において，(12)と(14)より，自国の公共財需要の変化は，

(32)　$dC_3 = (C_{3y} - RC_{4y})\, dY/(1 - RR^*) > 0$

となる。(32)の右辺第2項 RC_{4y} は外国の所得減少による外国の公共財需要の減少に対応して，自国が反応曲線に沿って自国の公共財需要を増加させる効果を示している。また右辺第1項 C_{3y} は自国が所得トランスファーによる可処分所得の増加から，上級財である自国の公共財の需要を増加させる効果を示している。したがって所得トランスファーにより自国の公共財需要は2重の効果で増加する。そこで，外国の経済厚生に関してパラドックスが発生する必要十分条件は，

(33)　$dU^*/dY = -\alpha^* + U_3^*(C_{3y} - RC_{4y})/(1 - RR^*) > 0$

で与えられる。そこで(30)と(33)をゼロとおくことにより Warr Theorem〔2〕が両国で同時に成立する必要十分条件を求めると，各国の公共財需要に関するトランスファー効果について，

(34)
$$C_{3y} = \alpha R / U_4 + \alpha^* / U_3^* = RU_3 / p_3 U_4 + U_4^* / p_4^* U_3^* > 0$$
$$C_{4y} = \alpha / U_4 + \alpha^* R^* / U_3^* = U_3 / p_3 U_4 + R^* U_4^* / p_4^* U_3^* > 0$$

となる。この条件は，Warr Theorem〔1〕に関する必要十分条件(16)と同一ではない。そこで，Warr Theorem〔1〕と〔2〕が同時に成立するための必要条件を求めると，Warr Theorem〔1〕が成立する必要十分条件(16)と(34)より，

(35)　$U_4 / \alpha = U_3^* / \alpha^*$　or　$p_3 U_4 / U_3 = p_4^* U_3^* / U_4^*$

が得られる。すなわち，両国の所得の限界効用で測った相手国の公共財の限界効用あるいは相手国の公共財に関する貨幣的評価 U_4/α, U_3^*/α^* が，相互に等しくなければならない。あるいは，各国内の公共財の限界効用で測った相手国の公共財の限界効用の国内公共財価格による評価額が，両国で均等にならなけらばならない。あるいは各国内の公共財価格で評価した両国の公共財の限界効用の比 $p_3 U_4 / U_3$, $p_4^* U_3^* / U_4^*$ が，等しくならなければならない。

［命題2］ Warr Theorem〔1〕と〔2〕が同時に成立するためには，両国の所得の限界効用で測った相手国の公共財の限界効用，あるいは相手国の公共財に関する貨幣的評価が相互に等しくなければならない。

この必要条件は当然のことながら，［命題1］で示したように両国の公共財が相互に完全代替財 ($U_3 = U_4$, $U_3^* = U_4^*$) で，しかも公共財の生産コスト ($p_3 = p_4$) が同一であれば満たされる。しかし両国の公共財が異質な財（不完全代替財）であるとすれば，相手国の公共財に関する貨幣的評価が相互に等しいという(35)の必要条件が成立するのは，偶然以外にはあり得ない。次に，これらの条件を疑似代替財の概念を用いて表現することにする。まず，(8)の代替項において，

$$D_{43} = (R - p_4 C_{3y})\, D_{44}$$

という表現上（想定上）の関係があるので，

(36)　$C_{34}=\{(\alpha R-U_4 C_{3y})D_{44}-C_4 D_3\}/D$

となる。そこで，代替項の括弧の中を次のように表現することにする。

(37)　$S\equiv\alpha R-U_4 C_{3y}$,

したがって，第3節のSlutskyの代替項は，以下のように表現される。

代替項$\equiv\alpha D_{43}/D=SD_{44}/D$

ここで効用関数について通常おかれる厳密な意味で準凹という仮定をおけば，$D>0$, $D_{44}<0$, となるので，疑似代替財の定義から次の補助命題が導かれる。

［補助命題3］　$S<0$, であれば，自国の公共財は外国の公共財の疑似代替財である。

また，外国についても同様に，代替項について，

(38)　$S^*\equiv\alpha^* R^*-U_3^* C_{4y}$

と定義し，これと(37)を(34)に代入すると，それぞれ以下の表現に書き換えられる。

(39)
$$S/U_4+\alpha^*/U_3^*=0$$
$$S^*/U_3^*+\alpha/U_4=0$$

これよりWarr Theorem〔2〕が成立するためには，［補助命題3］より各国の公共財は相手国の公共財の疑似代替財でなければならないことは明らかである。ちなみに，完全代替財の場合は，第3節のモデルにおいて，$D_{43}=-D_{44}$, を意味するので，Slutskyの代替項から，

(40)　$S=-\alpha$,　$S^*=-\alpha^*$

となる。実際，(37)に(20)，(38)に(21)をそれぞれ代入すれば，(40)の表現が得られる。これより(39)の2つの条件は等値になり，(35)の必要条件が導かれる。また，同時に両国における公共財の生産コストが均等であれば，(39)において，

$$-\alpha/U_4+\alpha^*/U_3^*=-\alpha/U_3+\alpha^*/U_4^*=-p_3+p_4^*=0$$

となるので，(39)が成立する。また(40)が成立しない不完全代替財の場合に，(39)の2つの条件が同時に成立するための必要条件は，

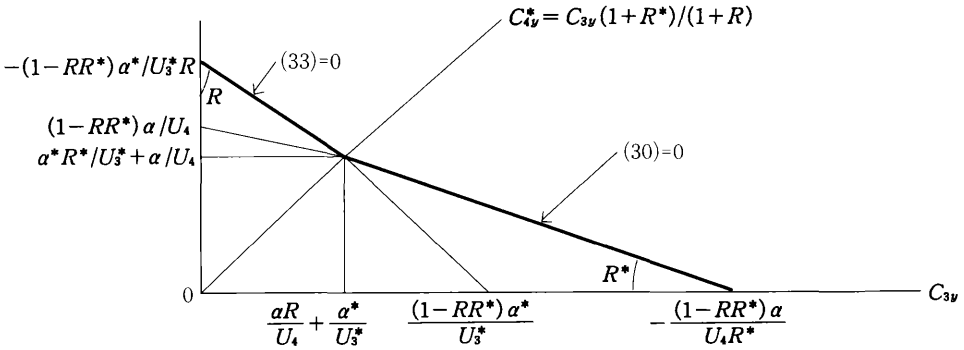
(41)　$SS=\alpha\alpha^*$

となる。すなわち，(40)は(41)の特殊ケースである。

［命題3］　Warr Theorem〔2〕が成立するためには，両国の公共財は互いに疑似代替財であり，両国の代替効果の積SS^*が，両国の所得の限界効用の積$\alpha\alpha^*$に等しくなければならない。

さて以上の議論をもとにしてパラドックスが発生するための条件を図示してみよう。以下の図の右下がりの直線は［補助命題2］より，反応曲線の傾きを負とし，(30)と(33)をそれぞれゼロとした図形である。両図形の交点に(34)のWarr Theorem〔2〕が与えられる。太線で示された右下がりの折れ線より上方の両国の所得トランスファー効果の組み合わせが，(30)と(33)を同時に満たし，パラドックスが発生する領域である。したがって両国の所得変化による公共財需要の直接的変化（所得のトランスファー効果）C_{3y}, C_{4y}が，大であればあるほど，パラドックスの発生する可能性は

高まる。すなわち，外国から自国への所得のトランスファーにより，外国の公共財需要が大きく減少し，そのことによる自国の効用の低下が，所得のトランスファーによる直接的な効用の増加（所得の限界効用）を相殺して余りあれば，自国の効用水準は低下し得る。逆に，外国は所得のトランスファーにより直接的に所得の限界効用分だけ効用が低下するが，その低下分を相殺して余りあるほどに，自国の公共財需要が増加すれば，外国の効用水準は上昇しうる。



また，原点から延びる半直線は，(16)の Warr Theorem〔1〕を示している。この半直線が Warr Theorem〔2〕が両国で同時に成立する必要十分条件(34)で示される座標を通るとき，Warr Theorem〔1〕と〔2〕が同時に成立し，(35)の必要条件が満たされる。しかし，各国の公共財が完全代替財でない場合には，この必要条件が満たされる保証は何もない。

［命題 4］ 両国の所得変化による公共財需要の直接的な変化（トランスファー効果）C_{3y}, C_{4y} が大であればあるほど，Transfer Paradox の発生する可能性は高まる。

さて本節の最後に，Ihori (1992) モデルにおいては，Transfer Paradox が起こらないことを示し，本稿のモデルとの相違を明らかにしよう。(11) まず Ihori モデルでは両国において，限界変形率＝1，と仮定し，価格を捨象しているので，$p_3=p_4^*=1$, となる。そこで，$\alpha=U_3$ と反応曲線の傾き(18)′を自国の効用水準の変化(30)に代入すると，

(30)′ $dU/dY=U_3\{\delta^*(1-\delta)+(1-\delta^*)(1-\delta C_{4y})\}/(1-RR^*)>0$

となり，C_{3y} と C_{4y} は公共財に対する限界支出性向を意味するので，自国の経済厚生は必ず高まる。外国についても同様にして，反応曲線の傾きを外国の効用水準の変化(33)に代入すると，

(33)′ $dU^*/dY=U_4^*\{\delta(\delta^*-1)+(1-\delta)(\delta^*C_{3y}-1)\}/(1-RR^*)<0$

となるので，外国の経済厚生は必ず低下することになる。そこで以下の［命題 4］の系が得られる。

［系 3 (Ihori)］ 非純粋公共財が外部効果を示す定数 δ, δ^* を用いて， $U_4=\delta U_3$, $U_3^*=\delta^*U_4$, で

(11) それゆえに，Ihori (1992) において Transfer Paradox を証明するために 3 国モデルが用いられている。しかし，本節で明らかなように，2 国モデルにおいても Transfer Paradox は起こり得る。

定義される場合，Transfer Paradox は起こらない。

6．最適関税

Terasaki (1992) および寺崎 (1995) で論じられているように一般的に Nash-Cournot 均衡において一方の国が意図的に公共財供給を減少させれば，相手国の公共財供給の増加を引き出し，その国の効用水準が高まる可能性がある。また一般的に，小国における最適関税率はゼロであるという国際経済学の基本命題が存在する。本節では最適関税の議論を国際公共財が存在する2小国経済モデルに拡張する。まず，第1財を自国の輸入財と想定し，Nash-Cournot 均衡において関税賦課を行う場合，自国の効用水準は第1財価格と外国の公共財需要のみに依存することになるので，

(42)　$U=\nu(p_1, C_4)$

という効用関数 ν を提示できる。これを第1財価格で微分すると，

(43)　$U_{p1}=\nu_1+U_4 C_{41}$

となる。ただし，(43)において，

$$U_{p1}\equiv dU/dp_1$$

$$\nu_1\equiv \partial\nu/\partial p_1$$

$$C_{41}\equiv dC_4/dp_1$$

である。ここで，自由貿易の状態（所与の国際価格：p_1^*, p_2^*）において効用極大化を実現している小国経済においては，(43)の右辺第1項 ν_1 はゼロとなるので，自国の効用水準の変化は，外国の公共財需要量の変化のみに依存することになる。また外国は自国の公共財需要が変化しない限り外国の公共財需要を変化させないので，外国の公共財需要量の変化は外国の反応曲線に沿って行われることになる。したがって，当初の均衡において自由貿易であるとすれば，(43)は，

(44)　$U_{p1}=U_4 R^* C_{31}$

となる。ただし，(44)において，

$$C_{31}\equiv dC_3/dp_1$$

である。ゆえに自国の効用水準の変化は，当初自由貿易の状態にあったとすれば，第1財に関税を賦課することにより，自国の公共財需要がどのように変化するかによって決まる。まず，関税賦課により所得制約がどのように変化するかを見ることにする。関税が存在する場合の可処分所得は，

$$Y=\Sigma p_j X_j+(p_1-p_1^*)(C_1-X_1),\qquad j=1,2,3$$

となるので，これを p_1 で微分し，当初の関税率をゼロとすれば，

$$Y_{p1}=\Sigma(p_j X_{j1}+X_j p_{j1})+C_1-X_1,\qquad j=1,2,3$$

となる。ただし，上式において，

$$Y_{p1}\equiv dY/dp_1$$

$$X_{j1} \equiv dX_j/dp_1, \quad j=1,2,3$$

$$p_{j1} \equiv dp_j/dp_1, \quad j=1,2,3$$

である。ここで，上式の右辺第1項 $\Sigma p_j X_{j1}$ は完全競争下の利潤極大化行動からゼロとなるので，

(45) $$Y_{p1} = X_3 p_{31} + C_1 = C_3 p_{31} + C_1$$

が導かれる。さて，自由貿易の状態から第1財に関税を賦課した場合，公共財に対する需要がどのように変化するかは，効用極大の1階の条件(6)と所得制約条件を第1財価格で微分することによって得られる。まず，予算制約条件の変化は，p_2 が所与であることに留意すれば，

$$Y_{p1} = \Sigma(C_j p_{j1} + p_j C_{j1}) = \Sigma p_j C_{j1} + C_3 p_{31} + C_1, \quad j=1,2,3$$

となる。ただし，上式において，

$$C_{j1} \equiv dC_j/dp_1, \quad j=1,2$$

である。これを(45)に代入すれば，予算制約条件は，

$$\Sigma p_j C_{j1} = 0, \quad j=1,2,3$$

となる。以上より，予算制約条件と効用極大の1階の条件の変化から C_{31} を求める。そこで，

(47) $$\begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{13} & -p_1 \\ U_{21} & U_{22} & U_{23} & -p_2 \\ U_{31} & U_{32} & U_{33} & -p_3 \\ p_1 & p_2 & p_3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{11} \\ C_{21} \\ C_{31} \\ \alpha_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ 0 \\ \alpha p_{31} \\ 0 \end{bmatrix}$$

から C_{31} を解けばよい。ただし，(47)において，

$$\alpha_1 \equiv d\alpha/dp_1$$

である。以上より，第1財に関税を賦課したときの自国の公共財需要の変化，

(48) $$C_{31} = S_{31} + p_{31} S_{33}$$

が導かれる。すでに仮定したように，S_{31} は正，S_{33} は負であるから，p_{31} が負であれば，C_{31} は必ず負となるので，［補助命題2］と(44)より関税賦課（補助金給付）によって，自国の経済厚生は低下（上昇）することになる。そこで［補助命題1］より，次の命題が導かれる。

［命題5］ (1)自由貿易財の生産がある要素について，他の2財の生産と比べて中間的に集約的であれば，輸入財に対する最適補助率が存在する可能性がある。また，(2)自由貿易財の生産がある要素について，最も集約的であれば，最適関税率が存在する可能性がある。

7．窮乏化成長

国際経済学における窮乏化成長は，主に交易条件の悪化によってもたらされるとする議論が多い。本稿のモデルでは交易条件不変のもとでも，窮乏化成長が起こりうることが示される。まず自国に

おいて要素賦存量の増加による経済成長あるいは第3国からの所得トランスファー（援助）があり，交易条件不変のもとで所得が増加したものとする。(12)より，自国の公共財需要の変化は，

(49)　$dC_3 = C_{3y}\,dY + RR^* dC_3 = C_{3y}\,dY/(1-RR^*) > 0$

となる。これを，(28)に代入して整理すると，

(50)　$dU/dY = \alpha + U_4 C_{3y} R^*/(1-RR^*) = (\alpha - SR^*)/(1-RR^*)$

となる。上式の右辺第2項，$U_4 C_{3y} R^*/(1-RR^*)$，は自国の経済成長，あるいは第3国からの所得トランスファー（援助）による自国の公共財需要の増加に対応し，外国が反応曲線に沿って外国の公共財需要を減少させる効果を示している。したがって，経済成長，あるいは第3国からの所得トランスファーによるプラスの直接効果 α を凌駕するほどに，外国の公共財需要の減少による効用のマイナスが大であれば，窮乏化成長は起こりうる。窮乏化成長の条件は代替効果 S を用いて，$\alpha < SR^*$，で示すこともできる。したがって，窮乏化成長が起こるためには，反応曲線の傾き R^* が負であれば，代替効果 S も負でなければならない。

ところで，両国の公共財が完全代替財である場合は，(21)と(40)より，

(51)　$dU/dY = \alpha p_4^* C_{4y}/(1-RR^*) > 0$

となるので，窮乏化成長は起こり得ないことがわかる。このとき外国の効用水準の変化は，

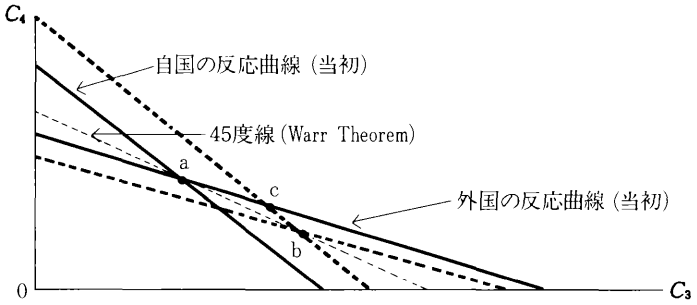
(52)　$dU = U_3^* dC_3 > 0$

となるので外国の経済厚生は完全代替財であろうとなかろうと必ず向上する。したがって第3国が，ある国の経済厚生を高める目的で経済援助を行う場合，その国に直接援助を行うよりは，その国の公共財と代替関係にある公共財を生産している他の国に経済援助を行う方が適切であるといえる。

［命題6］ (1)ある国で要素賦存量の増加による経済成長，あるいは，第3国からの所得トランスファー（援助）があった場合，所得増加のプラスの効果を凌駕するほどに外国の公共財需要の減少による効用のマイナス効果が大であれば，あるいは，$\alpha < SR^*$ であれば窮乏化成長は起こりうる。ただし(2)両国の公共財が完全代替財である場合には窮乏化成長は起こらない。また(3)第3国がある国の経済厚生を高める目的で経済援助を行う場合は，その国に直接援助を行うよりは，その国に外部効果をもたらす国際公共財を生産している他の国に援助を行う方が適切である。

この［命題6］の(2)を Warr Theorem〔1〕を示す以下の図を用いて説明してみよう。下の図において，両国の公共財需要は当初の両国の反応曲線（太線）の交点 a にあったとする。外国から自国へ所得のトランスファーがあると，自国の反応曲線は右上方（破線）にシフトし，外国の反応曲線は左下方（破線）にシフトし，新しい均衡点は a を通る右下がりの45度線（点線）上の b に移動する。45度線上においては両国の公共財の需要量合計は不変となる。すなわち a から b への均衡点のシフトが Warr Theorem〔1〕である。そこで，自国だけに経済成長があり，要素所得が増加した場合あるいは第3国から自国に経済援助があった場合は外国の反応曲線（太線）はシフトしないので，均衡点は c となる。完全代替財の場合，a と b は Warr Theorem〔2〕より，自国の効用

水準は不変であるから，c では b よりも少ない自国の公共財需要により自国においては，より多くの私的財需要が可能となり，しかも両国の公共財需要全体は増加しているので自国の効用水準は高まる。経済成長のない外国においては，a から c へシフトすることにより，自国の公共財生産は減少し，したがって私的財の消費は拡大し，公共財需要全体は増加しているので経済厚生は改善されることになる。(12)



8．負の国際公共財

本稿の最後に，負の国際公共財（International Public Bads）について考察する。対立する国家間の軍事支出は最も代表的な負の国際公共財である。自国の公共財は外国にとっては負の公共財，逆に外国の公共財は自国にとっては負の公共財となる。そこで以下の定義を与える。(13)

［定義：負の国際公共財］ U_4, $U_3^*<0$, のとき，相手国の公共財を負の国際公共財と呼ぶ。

一般的に国際的に対立している国への所得のトランスファーあるいは援助は行われないのが原則である。その理由は，その援助によって軍備を増強すれば，援助国にとって脅威となるからである。かりに敵対国への所得のトランスファーが援助国の経済厚生を高め，被援助国の経済厚生を低めるとすれば，そのような状況はパラドックスになる。自国の経済厚生に関するパラドックスの条件は，(30)式によって与えられる。前節までの議論との違いは外国の公共財の限界効用が負になることと反応曲線の傾きが正になることである。［補助命題２］より，反応曲線の傾きは外国の公共財需要の増加が自国の私的財の限界効用を低下させ（U_{14}, $U_{24}<0$），自国の公共財の限界効用を高める（$U_{34}>0$）と仮定すれば正となる。したがって(29)において外国の公共財需要がどのように変化するかは確定しない。(29)においては，自国の所得増加による外国の反応曲線上のシフトの効果も外国

(12) この図から明らかなように，両国の経済規模が大きく異なる場合，２本の反応曲線は交点を持たない可能性がある。両国の公共財需要が厳密な正であることが Warr Theorem が成立するための必要条件である。コーナー解の場合には一方の国は完全な free rider となる。このような free rider が存在するための条件については，寺崎（1995）を参照せよ。

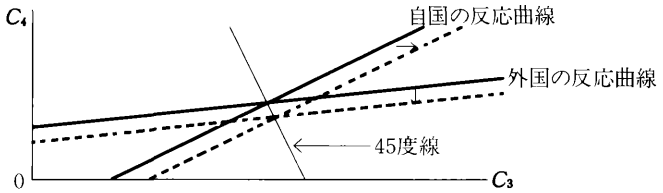
(13) Ihori (1992) においては，$\delta<0$, の場合が負の国際公共財であると定義されている。

の所得減少による反応曲線の下方シフトの効果も，いずれも外国の公共財需要の減少をもたらす。しかし負の国際公共財の場合，反応曲線が右上がりであるため自国の所得増加による外国の反応曲線上のシフトの効果は，外国の公共財需要を増加させるが，外国の所得減少による反応曲線の下方シフトは，外国の公共財需要を減少させるので，不確定となる。したがって，負の国際公共財の場合も，Warr Theorem〔2〕が成立する条件は(34)になるが，右辺の値は常に負となるので，(34)式は成立しない。すなわち，両国同時に経済厚生が不変となることはあり得ない。その理由は両国の反応曲線がともに右上がりであると仮定するためである。

その状況を次の図を用いて考察する。下の図において，外国から自国への所得トランスファーにより，自国の反応曲線（太線）は右方（破線）へシフトし，外国の反応曲線（太線）は下方（破線）へシフトする。ここで新しい均衡点へのシフトは両国の所得トランスファー効果の大小関係により，3つのパターンに分けられる。すなわち，

① $dC_3,\ dC_4>0,$　② $dC_3,\ dC_4<0,$　③ $dC_3>0>dC_4$

である。下の図は③のケースを示している。まず，自国の経済厚生が不変となるのは外国の公共財需要が増加する場合①であるが，このとき自国の公共財需要は増加しているので，外国の経済厚生は必ず低下する。逆に，外国の経済厚生が不変となるのは，自国の公共財需要が減少する場合②であるが，このとき外国の公共財需要は減少しているので，自国の経済厚生は上昇することになる。したがって，下の図に示されている③の場合は常識的なケースで，自国の経済厚生が高まり，外国の経済厚生が低下している。このような場合には援助は援助国にとって害になる。ちなみに，負の国際公共財の場合に Warr Theorem〔1〕が成立するのは③の領域で，均衡点が下の図の45度線上をシフトするときである。

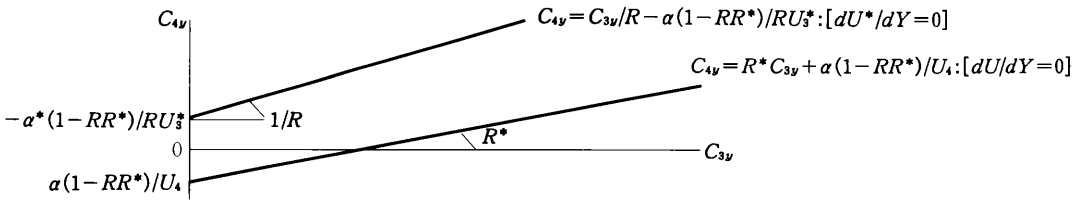


そこで，両国の経済厚生の変化の領域を(30)と(33)を用いて，以下の図で示してみる。下の図の上方の右上がりの図形は外国の経済厚生が不変となる場合を示し，下方の右上がりの図形は自国の経済厚生が不変となる場合を示している。2つの図形は Nash-Cournot 均衡の安定条件，

$1/R>R^*$

より交差することがない。これが負の国際公共財の場合には，Warr Theorem〔2〕が成立しない理由である。所得のトランスファーによって経済厚生が向上するのは，いずれの国も直線の上方の領域である。すなわち，所得を提供する国の所得トランスファー効果 C_{4y} が大であればあるほど，

したがって外国の反応曲線の下方シフトが大であればあるほど，外国の公共財需要の減少は大きくなり，それゆえ自国の反応曲線上に沿った公共財需要の減少も大きくなり，所得のトランスファーが両国の経済厚生を高める可能性が高くなる。



［命題７］ (1)一方の国の公共財が他方の国にとって負の公共財である場合，Warr Theorem〔2〕は成立しない。また(2)トランスファー供与国の所得トランスファー効果が大であればあるほど，所得のトランスファーが両国の経済厚生を高める可能性は高くなる。

つぎに負の国際公共財の場合の Warr Theorem〔1〕について検討してみよう。必要十分条件は(16)で与えられる。そこで，以下の完全均衡財の概念を導入する。(14)

［定義：完全均衡財］ $U_3+U_4=0$, したがって，$U_{i3}+U_{i4}=0\,(i=1,2,3,4)$ のとき両国の公共財を完全均衡財と呼ぶ。

すなわち，完全均衡財とは自国の公共財１単位がもたらす正の限界効用と外国の公共財１単位がもたらす負の限界効用が等しいことを意味する。あるいは，両国の公共財が完全均衡財であれば，両国の効用関数は両国の公共財需要の差（パワーバランス）に依存する。そこで完全均衡財の定義を自国の反応曲線の傾き(18)に代入すると，

$$R=1-p_3C_{3y}>0$$

となり反応曲線の傾きは正で，私的財全体の限界支出性向に等しくなる。このとき Warr Theorem〔1〕が成立する必要十分条件(16)は，

(53) $$2(C_{3y}-C_{4y})+C_{3y}C_{4y}(p_3-p_4^*)=0$$

となるので，完全均衡財の場合に Warr Theorem〔1〕が成立するための十分条件は両国の公共財の生産コストが等しく $(p_3-p_4^*)$，かつ所得トランスファーの効果が等しい $(C_{3y}=C_{4y})$ ことである。したがって完全均衡財の場合は Warr Theorem〔1〕は各国の効用関数から独立ではない。

［命題８］ 完全均衡財の場合，両国の公共財の生産コストが等しく，両国の所得トランスファーの効果が等しければ，Warr Theorem〔1〕が成立する。

次に窮乏化成長の条件を求める。自国で要素賦存量が増加する経済成長，あるいは第３国からの所得トランスファーがあり，可処分所得が増加した場合の窮乏化成長の条件は所得トランスファー

(14) 完全均衡財の場合の効用関数は，両国の公共財需要の差によって示される。すなわち，

$$U=W(C_1, C_2, C_3-C_4)$$

による直接的な効用の上昇 α を上回る外国の公共財の増加による効用の低下によって与えられる。このとき，外国の効用水準は自国の負の国際公共財の需要量の増加により必ず低下するので，経済成長国（あるいは援助受入国）が窮乏化成長を遂げると，両国で窮乏化が実現する。

［命題９］ ある国に要素賦存量の増加による経済成長あるいは第３国からの所得トランスファーがあった場合，可処分所得増加のプラス効果を凌駕するほどに，外国の公共需要の増加による効用のマイナス効果が大であれば，窮乏化成長が起こる。このとき外国の効用水準は必ず低下する。

次に $dY+dY^*\neq 0$ としたときの完全均衡財モデルにおける Warr Theorem〔2〕を提示する。まず両国に同時に要素賦存量増加による経済成長，あるいは第３国からの経済援助があった場合の power balance (C_3-C_4) の変化を求める。自国の公共財需要量の変化(12)と外国の公共財需要量の変化，

(14)′ $dC_4=C_{4y}\,dY^*+R^*\,dC_3$

より，完全均衡財の条件を代入すると，パワーバランスの変化は，

(54) $d(C_3-C_4)=C_{4y}\,C_{3y}(p_4^*\,dY-p_3\,dY^*)/(1-RR^*)$

となる。したがって，完全均衡財における power balance 不変の必要十分条件は，

(55) $dY/dY^*=p_3/p_4^*$

で与えられる。両国の公共財の生産コストが等しいとすれば，(55)の必要十分条件は経済成長による所得増加，あるいは第３国からの経済援助額が等しいことを意味する。また，この条件を(12)と(14)′に代入すると，

(56) $dY=p_3\,dC_3=p_4^*\,dC_4=dY^*$

となる。すなわち，経済成長の成果あるいは経済援助は全て公共財生産（軍事支出）に投入される。

［補助命題４］ 完全均衡財の場合，両国の公共財の生産コストが等しく，経済成長による所得増加あるいは第３国からの経済援助額が等しければ，power balance は不変であり，経済成長の成果，あるいは経済援助は全て公共財生産（軍事支出）に投入される。

このとき Warr Theorem〔2〕が成立することを示そう。まず，自国の効用水準の変化(28)に完全均衡財の定義と(56)を代入すると，効用極大の１階の条件(6)より，

(57) $dU/dY=\alpha-U_3/p_3=0$

となる。外国の効用水準も同様に不変であることが示される。これと［補助命題４］より，以下の命題が導かれる。

［命題10］ 完全均衡財の場合，両国の公共財の生産コストが等しく，経済成長による所得増加，あるいは第３国からの所得トランスファー額が等しければ，両国の効用水準は不変となる。

この命題は，前出の Warr Theorem の証明と同様にして，以下のように簡単に示される。まず，(6)の効用極大の１階の条件と完全均衡財の定義から私的財の需要を国際公共財の差の関数 F_i として示すことができる。すなわち，

$$C_i = F_i(C_3 - C_4), \qquad i=1,2$$

である。次に，予算制約条件（5）より，

(58) $$Y - p_3 C_3 = \Sigma_i p_i F_i(C_3 - C_4), \qquad i=1,2$$

が導かれる。外国についても同様に，予算制約条件より，

(59) $$Y^* - p_3 C_4 = \Sigma_i p_i F_i^*(C_3 - C_4), \qquad i=1,2$$

であるから，(58)と(59)の差を求めると，

$$Y - Y^* - p_3(C_3 - C_4) = \Sigma_i p_i \{F_i(C_3 - C_4) - F_i^*(C_3 - C_4)\}$$

となり，これを国際公共財の差について解くと2国の所得の差のみの関数Fとなり，証明が終わる。

$$C_3 - C_4 = F(Y - Y^*)$$

したがって，両国の経済成長が所得格差を不変に保つものであれば，公共財の需要の差（power-balance）と私的財の消費は不変となり，経済成長の成果はすべて公共財生産（軍備）に投入され，ゆえに効用水準も不変となる。あるいは第3国が軍事的に対立する2つの小国に同額の経済援助を行う場合，その経済援助は全て軍事支出に投入され，両国の経済厚生は全く高まらないことになる。

9．おわりに

本稿では国際貿易を含む最も単純な国際公共財モデルを用いて，所得トランスファーが存在する場合の2小国間における経済厚生の変化についていくつかの命題を導いた。このモデルを多数国に拡張することは容易である。生産モデルについてはKomiya(1967)の2私的財（貿易財）1公共財（非貿易財）2要素モデルを援用した。このモデルの最大の特徴は公共財の生産コストが需要条件から独立となることである。生産要素は国際間を移動しないと仮定したが，国際移動するモデルに拡張することは，それほど困難なことではない。第3節では，疑似代替財という概念を導入した。従来の分析では，相手国において生産される公共財については，Nash-Cournot的行動のもとでは自国はfree riderとなるので2国間の公共財需要の関係に関して代替財という通常の概念を用いることはできない。しかし両国の公共財需要の一般的な関係を特徴づけるためには疑似代替財という概念が必要となる。また両国がLindahl的行動をとる場合や一方の国がStackelberg的行動をとる場合について検討することも容易である。[15]

第4節では，ここでのモデルを用いてWarr Theoremが成立するためのいくつかの条件を求めた。これらの条件が現実に満たされるかどうかについては，今後の実証分析の結果を待たなければ

(15) Nash-Cournot均衡以外の均衡におけるWarr Theoremの議論については，Cornes and Sandler (1984), Sugden (1985), Bergstrom, Blume and Varian (1986) およびSandler and Posnett (1991) を参照せよ。

ならない。かりにこれらの条件が満たされる傾向があるとすれば，国際連合のような国際機関が加盟国から拠出金を徴収し，それを再配分するという国際経済政策は，あまり意味を持たなくなる。

第5節では Transfer Paradox が成立するための条件を求めた。所得トランスファーによる直接的な公共財需要の変化が大であればあるほど，Transfer Paradox が成立する可能性が高まるが，こうした効果が現実にどの程度のもであるかについても，実証分析の結果を待たなければならない。

第6節では最適関税の存在について考察した。その表現が複雑になるため，最適関税率そのものは提示しなかったが，最適関税率を求めることは可能である。自由貿易から関税を賦課する場合，小国モデルにおいては直接的に経済厚生に与える効果は存在しない。しかし，関税の賦課により，Stolper-Samuelson 定理にしたがって，生産要素価格が変化することから，公共財の生産コストが変化し，その変化を通じて自国の公共財需要が変化するので，［補助命題1］にしたがって，関税賦課あるいは補助金給付により経済厚生を高めることが可能となる。しかし，このような関税政策は関税賦課の本来の目的とは異なるので，輸入産業の保護のために賦課した関税が結果的にその国の経済厚生を低下させる，あるいは高めると解釈することもできる。

第7節では窮乏化成長の条件を求めた。窮乏化成長が起こるのは成長国において経済成長の結果，公共財需要が増加すると，相手国の公共財需要が必ず減少することに原因がある。かりに第3国が経済援助を行ったとすると窮乏化成長の条件が満たされている場合には，その国の経済厚生は低下することになる。このとき援助を受けなかった国の経済厚生は窮乏化成長の条件が成立しているか否かに関わらず必ず高まるので，第3国の援助の目的が，その国の経済厚生を高めることにあるとすれば，その国に直接援助せずに，相手国に援助する方が適切であるといえる。

最後の第8節では，負の国際公共財（軍事支出）について考察した。国際紛争の渦中にある2つの小国に対して同額の援助を行う場合，軍事支出が完全均衡財であるとすれば，その援助は全て負の国際公共財の生産に投入され，私的財の生産は全く増加せず，したがって経済厚生も高まらないという疑似 Warr Theorem が導出された。もっともこの命題は，各国の国際公共財に関する効用が，power balance に依存するという仮定に大きく依存している。しかし，かつての冷戦下における米ソの発展途上国への援助競争が，その結果においてそれらの国の経済発展には，ほとんど貢献しなかったという歴史的事実によって，この命題はある程度支持されるものと考えられる。またここでの power balance モデルに関しては，2国の国際公共財の差（完全均衡財）ではなく，比率に依存するモデルを想定することも可能である。[16]

(16) この指摘は，平成6年12月27日の慶應義塾経済学会コンファレンスにおいて，慶應義塾大学経済学部の塩澤修平教授によってなされたものである。

引 用 文 献

Andreoni, J., 1988, Privately provided public good in a large economy: The limits of altruism, *Journal of Public Economics* 35, 53-73.

Bergstrom, T., L. Blume and H. Varian, 1986, On the private provision of public good, *Journal of Public Economics* 29, 25-49.

Bergstrom, T., and H. Varian, 1985, When are Nash equilibria independent of the distribution of agents' characteristics?, *Review of Economic Studies* 52, 715-8.

Bernheim, 1986, On the voluntary and involuntary provision of public goods, *American Economic Review* 76, 789-93.

Boadway, R., P. Pestieau and D. Wildasin, 1989, Tax-transfer policies and the voluntary provisin of public goods, *Journal of Public Economics* 39, 157-76.

Bruce, N., 1990, Defence expenditures by countires in allied and adversarial relationships, *Defencse Economics* 1, 179-95.

千明誠・深尾京司, 1993, 不完全な公共財としての国際援助, 経済研究 44, 1-14.

千明誠・深尾京司, 1994, 国際的な所得平等化への日本の貢献, 石川経夫 (1994), 355-83.

Cornes, R. and T. Sandler, 1984, The theory of public goods: non-Nash behavior, *Journal of Public Economics* 23, 367-79.

Cornes, R. and T. Sandler, 1994, The comparative static properties of the impure public good model, *Journal of Public Economics* 54, 403-21.

Ihori, T., 1992, Impure public goods and transfers in a three-agent model, *Journal of Public Economics* 48, 385-401.

石川経夫, 編著, 1994, 日本の所得と富の分配 (東京大学出版会).

Kemp, M.C., 1984, A note of the theory of international transfers, *Economics Letters* 14, 259-62.

Komiya, R., 1967, Non-traded goods and the pure theory of international trade, *International Economic Review* 8, 132-52.

Margolis, J., and H. Guitton, eds., 1969, *Public economics: an analysis of public production and consumption and their relations to the private sectors: proceedings of conference held by the International Economic Association* (Macmilan, London).

Sandler , T. and J.C. Murdoch, 1990, Nash-Cournot or Lindahl behavior?, *Quarterly Journal of Economics* 105, 875-94.

Sandler, T. and J. Posnett, 1991, The private provision of public goods: a perspective on neutrality, *Public Finance Quarterly* 19, 22-42.

Samuelson, P.S., 1969, Pure theory of public expenditures and taxation, Margolis and Guitton (1969), 98-123.

Terasaki, K., 1992, Optimum supply of international public goods, *Keio Economic Studies* 29, 45-61.

寺崎克志, 1994, 多数決投票均衡と公共財生産, 国際政経論集 2, 1-28.

寺崎克志, 1995, 多数決投票均衡と国際公共消費財, 国際政経論集 3, 22-44.

Warr, P., 1983, The private provision of a public good is independent of the distribution of income, *Economics Letters* 13, 207-11.

(二松学舎大学国際政治経済学部教授)