Title	複数対複数マッチングルールの実現可能性と操作不可能性について
Sub Title	Feasibility and strategy-proofness of class assignment rules
Author	グレーヴァ, 香子
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1995
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.88, No.1 (1995. 4) ,p.75- 85
JaLC DOI	10.14991/001.19950401-0075
Abstract	
Notes	小特集 : The First Decentralization Conference in Japan
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19950401-0075

「三田学会雑誌」88巻1号（1995年4月）

複数対複数マッチングルールの実現可能性と操作不可能性について

グレーヴァ　香子

1．序

これまで，いくつかのマッチング問題が厚生経済学の中で議論されてきた。例えば，Gale and Shapley (1962) の古典的な結婚問題（男女を一対一で組み合わせる）や，Roth and Sotomayor (1990) で分析されているインターンと病院の問題（複数のインターンと病院を組み合わせる）などがある。マッチングの問題は結果と過程の二つの面から望ましさが問題となる。二つのサイド（例えば男性と女性）が相手方について選好を持つと仮定したとき，どのようなメカニズムで組み合わせを決めればその結果が効率的あるいは安定的であるか（結果の望ましさ），また各個人が選好を戦略として動かすとき，どのようなメカニズムが操作されないものか（過程の望ましさ）。上記の結婚問題や，インターンと病院の問題はこれらの観点から広く分析されてきた。

本稿では一対一（結婚問題）や一対多（インターン問題）をさらに拡張して，複数対複数のマッチング問題を取り上げる。例えば，n 人の学生がそれぞれ複数の授業を取ろうとしているとする。学生の集合を $N=\{1, 2, \cdots, n\}$ と書く。s_i を学生 i の取りたい授業の数とする。s_i は人によって異なってよい。

ここで k の授業が設置されているとする。クラス（授業）の集合を $K=\{k_1, k_2, \cdots, k_k\}$ とする。各クラスには定員があり，クラス j の定員を c_j とする。ここで二つの問題を取り上げる。(1) どのような条件があれば，少なくとも学生全員が必要な数の授業をクラスの定員内で取ることが出来るか。（実行可能性）(2) 各学生はクラスの割り当てに対して（序数的）選好を持っているとすると，どのようなルールが操作不可能であるか。操作不可能なルールの中に民主的なものはあるか。（これは Gibbard＝Satterthwaite 定理に関連する。）操作不可能なルールの集合を特定化できるか。

複数対複数のマッチング（始めの例になぞらえてクラス割り当てルールとも呼ぶ）は一見，結婚問題やインターン問題と良く似ている。しかしクラス割り当てルールは単なる一対一マッチングの拡張

ではない。実行可能性は一対一や一対多のルールにおいては両サイドの人数が過不足なければよい。これに対し，クラス割り当てルールでは同じ学生が同じ授業をとることは許されないので必要な授業の分布 $(s_i, i\in N)$ と定員の分布 $(c_j, j\in K)$ が齊合的である必要がある。第二節では $(s_i, i\in N)$ と $(c_j, i\in K)$ が与えられたとき，少なくとも一つのクラス割り当てルールが存在して，全ての学生が必要な数の授業をとり，全てのクラスが定員を越えない必要十分条件を求める。

クラス割り当てルールの他の解釈としては，定員のある公共財（クラブ財）の配分の問題とも考えられる。消費者はそれぞれいくつかの公共財を得たいとおもうが，定員があるのでシェアしなくてはならないという状況である。実行可能性の条件がわかっていれば，政府は（物量的に）不足があるかどうかを知ることができる。

第三節では実行可能な $(s_i, i\in N)$ と $(c_j, j\in K)$ のもとで，操作不可能なルールを捜す。学生はクラスの割り当てに対して選好を持つのみならず，その選好は利己的で中立的（後に定義する）であると仮定すると，“m 人委員会”（m-sequential committee）と呼ばれるルールが戦略的に操作不可能であることが示される。

直観的には，“m 人委員会”とは m 人の個人からなるグループで，グループ内にある順序があり，その順に従って一人ずつ好きなクラスを選ぶ，というものである。委員会に所属していない者は，委員会の誰かが選好を変えない限り，自分の取る授業を変えることができない。$m=0$ のときがコンスタントな割り当てルールであり，$m=n$ のときが順送りの独裁制（sequential dictatorship）である。この委員会の概念は Barbera, Sonnenschein, and Zhou（1991）のものとは異なる。

最後に，第四節では残された問題について議論する。操作不可能な割り当てルール全体の集合を特定化することがいかに難しいかを，誰も望んでいない結果がおこるのに操作不可能であるルールが存在するという例で見る。

2．実行可能性

まず，実行可能な割り当てを定義する。

定義：<u>割り当て</u>（assignment）とは $n\times k$ の行列でその要素は 0（個人 i はクラス j に割り当てられていない）または 1（個人 i はクラス j を取っている）。

例えば，3人の学生がいて，それぞれ $s_1=2$, $s_2=3$, $s_3=1$ であったとし，3つのクラスがあり，定員は各二名とすると一つの割り当ては

$$\begin{array}{lcc}
\text{クラス} & & \begin{matrix} k_1 & k_2 & k_3 \end{matrix} \\
\text{学生} & \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
\end{array}$$

というものである。

定義：割り当てが実行可能（feasible）であるとは，

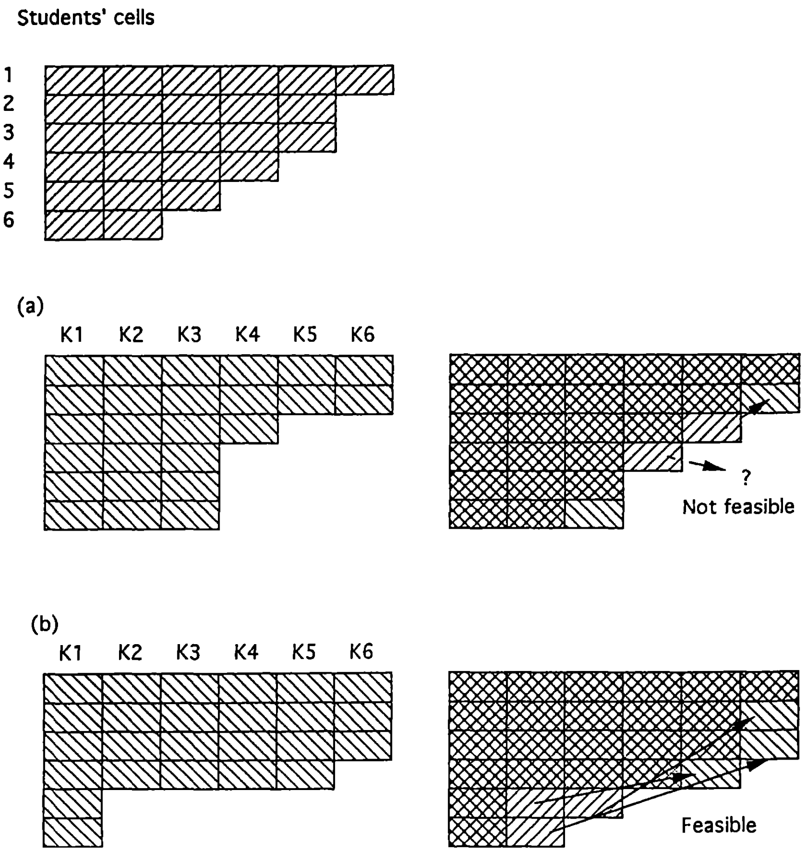
$$\textstyle\sum_{i\in N} a_{ij} \leqq c_j \qquad \forall j\in K$$

$$\textstyle\sum_{j\in K} a_{ij} = s_j \qquad \forall i\in N.$$

即ち，学生はちょうど必要な数だけのクラスを割り当てられ，各クラスは定員を越えないでいる。上記の例は実行可能な割り当ての例である。

この実行可能性の条件は結婚問題やインターン問題と異なることを序で述べた。結婚問題では，男女の数が一致していればよく，インターン問題ではインターンの数が病院の需要に合っていれば少なくともインターンを全て割り当てることが出来る。しかしクラス割り当て問題においては，同じクラスを二度取ることは意味がないので注意が必要である。

図 1



直観的に，ある (s_i) と (c_j) の組み合わせが実行可能かどうかを知るには，学生の需要とクラス

の定員を重ね合わせて，過不足のあるところをいかに融通するかを考えることである。図1では，6人の学生が，必要授業数の多い順に並べられている。(a) の定員分布ではクラス1から3までは定員6名で，クラス4が定員3名，5と6が定員2名となっている。学生の図と重ね合わせると，双方向の斜線の部分は割り当てられ，左向きの斜線（学生の需要）が2ケ所残る。学生3がクラス6を取ってしまうと，学生4は四つめのクラスを取ることができなくなる。逆にしても同様の問題が起こる。一方 (b) の定員分布の場合は，図のように学生5と6の割り当てをすることで実行可能である。ちなみに，総定員数は $(a)(b)$ ともに同じである。

この考え方をさらに発展させ，学生の需要を“コマ”（cell）に分け，クラス側の定員もコマに分けて，対応関係を調べると必要十分条件が導かれる。コマに分けることによって，一対一のマッチング問題にすることができるのである。

まず，学生 i の必要授業数を s_i とすると，これを s_i 個のコマと考え，集合の形で $\{S_{i,1}, S_{i,2}, \cdots, S_{i,si}\}$ と書くことにする。同様にして，クラス j は c_j 個のコマを持ち，$\{C_{j,1}, C_{j,2}, \cdots, C_{j,cj}\}$ と書く。一般性を失うことなく，学生のナンバーは必要な授業の数の多い順に付けられ，クラスも定員の多い順に名付けられているとすることができる。

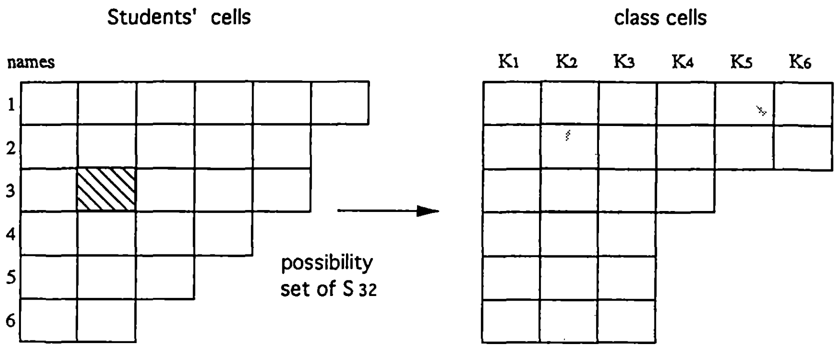
定義：クラス j のコマ $C_{j,q}(q \leqq c_j)$ が学生 i のコマ $S_{i,t}(t \leqq s_i)$ に割り当て可能（assignable）であるのは $t \leqq j$ のときである。

定義：任意の学生 i と，その学生のコマ $S_{i,t}$ について，割り当て可能性集合（possibility set）を以下で定義する。

$P(S_{i,t})=\{C_{j,q} \mid C_{j,q}$ は $S_{i,t}$ に割り当て可能$\}$.

図2は割り当て可能性集合の例である。

図　2



定理1：任意の $(s_i, i \in N)$ と $(c_j, j \in K)$ に対し，実行可能な割り当てが存在する必要十分条件は，任意の $1 \leqq m \leqq \Sigma_{i=1}^{n} s_i$ をとり，全ての学生のコマの集合

$\{\{S_{1,t}\}_{t=1}^{s1}, \{S_{2,t}\}_{t=1}^{s2}, \cdots, \{S_{n,t}\}_{t=1}^{sn}\}$

の任意の部分集合で要素が m 個のもの S をとったとき，S の各要素の割り当て可能性集合の合併が少なくとも m 個の要素を持つことである。即ち，

$|\cup\{P(S_{i,t})|\, S_{i,t}\in S\}|\geqq m.$

（証明）二つのステップに分けて証明する。

ステップ１．実行可能な割り当てが存在する必要十分条件は学生のコマを割り当て可能集合内のクラスのコマと組み合わせることで実行可能な割り当てが存在することである。

＜ステップ１の証明＞　十分性のみ示せばよい。任意の実行可能な割り当てをとる。任意の学生のコマ $S_{i,j}$ でクラス $h<j$ に割り当てられているものがあったとする。割り当ては実行可能であるから，この学生のコマ $S_{i,q}$ で $q<j$ であり，しかもクラス $p\geqq j$ に割り当てられているものが存在する。これらのコマの割り当てを入れ替えても実行可能である。これを繰り返すことで，すべてのコマがその割り当て可能性集合の要素と組み合わせられている割り当てをつくることができ，それは実行可能である。

ステップ２．すべてのコマを割り当て可能性集合のクラスのコマと組み合わせる実行可能な割り当てが存在する必要十分条件は，任意の $1\leqq m\leqq\Sigma_{i=1}^{n} s_i$ をとり，全学生のコマの集合 $\{\{S_{1,t}\}_{t=1}^{s1}, \{S_{2,t}\}_{t=1}^{s2}, \cdots, \{S_{n,t}\}_{t=1}^{sn}\}$ の部分集合 S で要素が m 個のものをとったとき，$|\cup\{P(S_{i,t})|\, S_{i,t}\in S\}|\geqq m$ が成り立つことである。

＜ステップ２の証明＞　組み合わせ理論の“結婚問題”の応用である。（Wilson（1979）を参照。）組み合わせ理論では，以下のような“結婚問題”が知られている。

「ここに有限人の男性がいて，それぞれ一人以上の女性を知っている。彼ら全てが自分の知っている女性と結婚できる必要十分条件は何か？」

解答は「m 人からなる男性の部分集合をどうとっても，全員で少なくとも m 人の女性を知っていること」である。ここで男性を学生のコマ，女性をクラスのコマと置き換えればよい。

（証明終わり）

この定理のポイントは学生のコマが常により大きな番号のクラスに組み合わされるように割り当てを作ることである。もし，小さな番号のクラスに割り当てるような動きがあると，その学生は既にそのクラスを取っていて，実行可能な割り当てができなくなる可能性があるからである。上記の条件は一見複雑であるが，ソートと大小関係のチェックのみであるからコンピューターで行えば非

常に簡単に行うことができる。

3．戦略的操作不可能性

学生の必要授業数のリスト $s=(s_i, i\in N)$ とクラスの定員リスト $c=(c_j, j\in K)$ が与えられると，定理1により実行可能な割り当てが存在するかどうかがわかる。この節では，s と c は実行可能な割り当てが存在するようなものとし，全ての実行可能な割り当ての集合を A と書く。学生は各々 A の要素（割り当て）に対して序数的選好をもっているとすると，選好の関数として A の要素を選ぶルール（これをクラス割り当てルールと呼ぶ）で戦略的に操作されないものとしては，どのようなものがあるだろうか。

すぐにわかることは，選好に制限がなければ，Gibbard＝Satterthwaite の定理により操作不可能なルールは独裁的なものしかないということである。しかし，A の上の無制限な選好を考えるのはあまり直観的でない。なぜならば，A とは学生全員の割り当ての集合であって，各個人は他人に割り当てられたクラスにまで選好を細かく持っていなければならないからである。もっと自然な選好の集合は各人が自分に割り当てられたクラスの集合についてのみ順序を持つというものである。これを利己的な選好と呼ぶ。さらに，中立性の条件を課すと，命題1によって，割り当ての集合上の選好からクラスの集合上の選好を導くことができる。これらを自然な条件として課し，操作不可能なルールの集合を調べるのが本節の目的である。

クラス割り当てルールは社会的選択関数の一種である。民主的で操作不可能な社会的選択関数を作るために選好を制限するためには，これまでもいくつか有名な条件が提案されてきた。例えば，Barbera, Sonnenschein, and Zhou（1991）はセパラブルな選好を用いて，委員会による投票メカニズム（voting by committees）が操作不可能なルールの集合と同値であることを示した。彼らの定義するセパラブルな選好は選択の対象である集合に一点を加えるという作業ができるときに意味があるが，我々の考えている割り当てルールにおいてはそのような作業は意味を成さない。従ってセパラブルな選好という制限は使うことはできない。

もう一つの有名な条件は，単峰性である。Moulin（1980）は操作不可能でかつ匿名性のある社会的選択関数の集合は単峰性を満たす選好のもとでは，中位投票者メカニズムと一致することを証明した。Alcalde and Barbera（1991）は似たような条件（トップドミナンス）のもとで，男女の結婚問題（一対一マッチング）には唯一の安定的かつ操作不可能なルールが存在することを示した。

しかしクラス割り当て問題においては単峰性の条件では不十分である。割り当ての集合上に単峰的な選好を仮定しても，他人の割り当てに対する順序が含まれてしまう。ここでは，むしろ他人の割り当ては一切気にしないような利己的な選好の方が自然である。

定義：A 上の選好関係 $\succsim$ は以下の条件を満足するものとする。

（完全律）任意の要素 $a, b \in A$ について，$a \succsim b$ または $b \succsim a$ が成立する。

（推移律）任意の要素 $a, b, c \in A$ について，$a \succsim b$ かつ $b \succsim c$ ならば，$a \succsim c$。

第 i 個人の選好を $\succsim_i$ と書き，無差別関係を $\sim_i$ 厳密に選好することを $\succ_i$ と表記することにする。

定義：第 i 個人の A 上の選好関係 $\succsim_i$ が利己的（selfish）であるとは，

任意の $a, b \in A$ に対し，$a_i = b_i$（第 i 列が等しい）ならば，$a \sim_i b$ が成り立つことである。

定義：第 i 個人の選好関係 $\succsim_i$ が中立的（neutral）であるとは，

任意のクラス $x, y \in K$ について，二つの割り当て $a, a' \in A$ で i の割り当てが x と y に関してのみ入れ替わっているもの，即ち $a_i = [x, b], a'_i = [y, b]\ (b \subseteq K), a_{-i} = a'_{-i}$（他の個人の割り当ては同じ）であり，$a \succsim_i a'$ であるようなものが存在するならば，どのような二つの割り当て $c, c' \in A$ で i の割り当てが x と y についてのみ入れ替わっているものをとっても，$(c_i = [x, d], c'_i = [y, d]\ (d \subseteq K)$，かつ $c_{-i} = c'_{-i})$，$c \succsim_i c'$ であることをいう。

選好が利己的かつ中立的であるとき，実行可能な割り当ての集合 A 上の選好はクラスの集合 K 上の選好関係を導くことが次の命題で示される。

命題１：個人 i の利己的かつ中立的な選好 $\succsim_i$ をとる。以下のように K 上の二項関係を定義すると完全律と推移律を満たす。

任意のクラス $x, y \in K$ について，$x\,[\succsim_i]\,y \Leftrightarrow a_i = [x, b], a'_i = [y, b]\ (b \subseteq K)$，$a_{-i} = a'_{-i}$，かつ $a \succsim_i a'$ である $a, a' \in A$ が存在する。

（証明）この定義が意味をなす（well-defined）つまり，特定の a, a' によらないことは中立性から明らか。また，A 上の選好 $\succsim_i$ が完全律と推移律を満たすので，$[\succsim_i]$ もそれらを満たす。

（証明終わり）

さらに，導出された K 上の選好 $[\succsim_i]$ が非対称（anti-symmetric），すなわち $x[\succsim_i]\,y$ かつ $y\,[\succsim_i]\,x$ ならば $x = y$ であるとき，もとの A 上の選好 $\succsim_i$ を強意中立的（strictly-neutral）と呼ぶことにする。A 上の選好関係の全ての集合を R で表し，利己的かつ強意中立的な A 上の選好関係の全てを R^{SN} と書く。

定義：選択対象の集合 A と A 上の選好関係の集合 $Q \subseteq R$ が与えられたとき，Q^n から A への関数を Q^n 上の社会的選択関数と呼ぶ。

定義：選択対象の集合 A と A 上の選好関係の集合 $Q \subseteq R$ が与えられたとき，社会的選択関数 f が $(\succsim_1, \succsim_2, \cdots, \succsim_n)$ において $i \in N$ によって $\succsim_i^* \in Q$ を通じて操作されるとは，$f(\succsim_1, \succsim_2, \cdots, \succsim^*_i, \cdots, \succsim_n) \succsim_i f(\succsim_1, \succsim_2, \cdots, \succsim_i, \cdots, \succsim_n)$ が成り立つことである。

Q^n 上の社会的選択関数 f が操作不可能であるとは，いかなる個人によるいかなる選好関係を通じても操作されないことをいう。

選好関係の集合を R^{SN} に制限すると，Gibbard＝Satterthwaite の意味での独裁者が存在する社会的選択関数ですら，操作不可能でなくなってしまうことが以下の例で示される。

例１：$n=3$, $k=2$ とする。二つのクラスの名前を x と y とし，それぞれの定員は２名とする。各学生は１つのクラスを取らなければならない $(s_i=1,\ i=1, 2, 3)$。学生の持つ選好は利己的で強意中立的であるとする。それらの選好は一番好ましいクラスを特定化することで表現できる。例えば，学生１の選好を x と書いたら，$x \succsim_1 y$ を満たす（唯一の）選好を表す。論理的には６通りの選好プロフィールが有り得る。今，以下のような社会的選択関数 f を考える。（右辺はクラスの割り当てである。）

$f(x, x, x)=(x, x, y)$,
$f(x, y, x)=(x, y, x)$,
$f(x, x, y)=(x, x, y)$,
$f(x, y, y)=(x, y, y)$,
$f(y, x, x)=(y, y, x)$,
$f(y, y, x)=(y, x, x)$,
$f(y, x, y)=(y, y, x)$,
$f(y, y, y)=(y, x, y)$.

即ち，選好プロフィールが (x, x, x)，つまり全員がクラス x を y より選好している時，学生１と２は x を学生３は y を得る。他のプロフィールについても同様に解釈する。このルールでは学生１は Gibbard＝Satterthwaite の意味での独裁者であり，彼が取りたいクラスは常に割り当てられる。しかし，選好のプロフィールが (y, y, x) であるとき，学生２は偽って x を好むと言うと y を得るので操作することができる。

これは，クラスが一種の公共財であるからであり，独裁者が一番好むものを得ても，他の個人が自分の割り当てを変える余地が残されているのである。もし独裁者が，自分の割り当てのみならず，他人の割り当てまでも決めてしまうような強いものであれば，操作不可能である。これを例２で見る。

例２：例１と同じ３人２クラスの状況を考える。各クラスの定員は２名，学生は各々１クラスをとるものとする。以下の強い独裁者のいる社会的選択関数は R^{SN} 上で操作不可能である。

$f(x,x,x)=(x,x,y)$,

$f(x,y,x)=(x,x,y)$,

$f(x,x,y)=(x,x,y)$,

$f(x,y,y)=(x,x,y)$,

$f(y,x,x)=(y,y,x)$,

$f(y,y,x)=(y,y,x)$,

$f(y,x,y)=(y,y,x)$,

$f(y,y,y)=(y,y,x)$.

他の操作不可能な社会的選択関数の例としては，順序に従って欲しいクラスを取っていく方法 (sequential dictatorship) がある。次の例では，学生1がまず好むクラスを取り，次に学生2，学生3，の順にクラスを埋めていく。これも操作不可能なルールである。

例3：例1，例2と同じ状況を考える。

$f(x,x,x)=(x,x,y)$,

$f(x,y,x)=(x,y,x)$,

$f(x,x,y)=(x,x,y)$,

$f(x,y,y)=(x,y,y)$,

$f(y,x,x)=(y,x,x)$,

$f(y,y,x)=(y,y,x)$,

$f(y,x,y)=(y,x,y)$,

$f(y,y,y)=(y,y,x)$.

この例では，操作するインセンティブがあるのは，学生3が欲しかったクラスを取れなかったケースの (x,x,x) と (y,y,y) のときだけである。どちらの時も，嘘の選好を述べても結果に変わりがなく，学生3は操作することができない。

これらを一般化すると以下の m 人委員会ルールという形のメカニズム全てが操作不可能であることがわかる。

定義：任意の個人 i とその選好関係 $\succsim_i \in R^{SN}$，任意の $S \subseteq A$ について，S 内で i にとって最善な割り当てを $B(\succsim_i | S)=\{a \in S \mid a \succsim_i b \quad \forall b \in S\}$ で定義する。

定義：R^{SN} 上の社会的選択関数 $f: R^{SN} \to A$ は以下の条件を満たすとき，<u>m 人委員会ルール</u>であるという。

ある自然数 $m\,(0 \leqq m \leqq n)$ と，m 人の個人の集合 $\{i_1, \cdots, i_m\} \subseteq N$ が存在し，任意の選好プロフィール $(\succsim_1, \succsim_2, \cdots, \succsim_n) \in R^{SN}$ について，

(1)　$f(\succsim_1, \succsim_2, \cdots, \succsim_n) \in B(\succsim_{i1} | A) =: B_1$,

(2)　$f(\succsim_1, \succsim_2, \cdots, \succsim_n) \in B(\succsim_{i2} | B_1) =: B_2$,

　　　　　$\cdots\cdots\cdots$

(m)　$f(\succsim_1, \succsim_2, \cdots, \succsim_n) \in B(\succsim_{im} | B_{m-1})$,

かつ $\{i_1, \cdots, i_m\}$ に属していない個人 j の割り当ては $\{i_1, \cdots, i_m\}$ 内の個人の選好が変わらない限り変わらない，即ち，任意の二つの選好プロフィール $(\succsim_1, \succsim_2, \cdots, \succsim_n)$ と $(\succsim_1', \succsim_2', \cdots, \succsim_n') \in R^{SN}$ で $\{i_1, \cdots, i_m\}$ 内の個人の部分は，$\succsim_i = \succsim_i'$ であるものについて，$[f(\succsim_1, \succsim_2, \cdots, \succsim_n)]_j = [f(\succsim_1', \succsim_2', \cdots, \succsim_n')]_j$.

このルールの定義は Barbera, Sonnenschein, and Zhou (1991) のものとは異なる。ここでは，m 人の個人が順番に欲しいクラスを取っていき，“委員会”に入っていない個人は自分の力では割り当てを変えることができないというものである。これは，一種の「早い者勝ち」のやり方である。$m=0$ のケースでは m 人委員会ルールはコンスタントな社会的選択関数（明らかに操作不可能）となり，$m=n$ のときが前述の順番制の独裁者と一致する。

命題２：任意の自然数 $0 \leqq m \leqq n$ について，選好が利己的で強意中立的であるとき，m 人委員会ルールは操作不可能である。

（証明）任意の個人 i で自分の最善の割り当てをもらっていない人をとる。明らかに，i は委員会の最初のメンバーでない。もし，i が委員会に属していれば，彼以前に選択することができる人々の選好が変わらない限り，自分の割り当てを変えることは出来ない。もし，i が委員会に属していなければ，委員会のメンバーが選好を変えない限り，割り当てを変えることができない。

（証明終わり）

４．残された問題

m 人委員会ルールが操作不可能な社会的選択関数の集合に入っていることはわかった。しかし，以下の例に見られるように，ある個人が状況によって，ある種の勝利力（winning power）をもって，欲しいものを得られるという構造の社会的選択関数（これには m 人委員会ルールが含まれる）だけが操作不可能なものではない。

例４：$n=3$, $k=2$ とする。クラスの名は x, y とし，x の定員は２名，y の定員は１名とする。各学生は１クラスずつを必要としている。このとき，以下の社会的選択関数は操作不可能である。

$f(x, x, x)=(x, x, y),$

$f(x, y, x)=(x, y, x),$

$f(x, x, y)=(x, x, y),$

$f(x, y, y)=(x, x, y),$

$f(y, x, x)=(y, x, x),$

$f(y, y, x)=(x, y, x),$

$f(y, x, y)=(x, y, x),$

$f(y, y, y)=(x, y, x).$

プロフィールが (y, x, y) であるとき，どの個人も望んでいないクラスに配属されるが，選好を変えても結果は変わらない。他の場合も同様である。ここでは，どの個人にも欲しいものを得る力がないといえる。

操作不可能なクラス割り当てルールの集合を特定化するのは，例 4 を見てもわかるように，通常のような単なる勝利提携や勝利力を用いては出来そうにない。今後は，さらに選好を制限するなどの方向か，新しいアプローチでの分析が必要と思われる。

参考文献

Alcalde, Jose, and Salvador Barbera (1991) "Top dominance and the possibility of strategy-proof stable solutions to the marriage problem," mimeo., Universitat Autonoma de Barcelona and CREMAQ, Toulouse.

Barbera, Salvador, Hugo Sonnenschein, and Lin Zhou (1991) "Voting by committees," *Econometrica*, 59 (3), 595-609.

Gale, David, and Lloyd Shapley (1962) "Collge admissions and the stability of marriage," *American Mathematical Monthly*, 69, 9-15.

Moulin, Herve (1980) "On strategy-proofness and single peakedness," *Public Choice*, 35, 437-455.

Roth, Alvin and Marilda Sotomayor (1990) *Two-sided Matching : A Study in Game theoretic Modeling and Analysis*, Cambridge : Cambridge University Press.

Wilson, Robin (1979) *Introduction to Graph Theory*, New York : Academic Press.

（経済学部助教授）