慶應義塾大学学術情報リポジトリ
Keio Associated Repository of Academic resouces

Title	収穫逓増と一般均衡理論
Sub Title	Increasing returns and general equilibrium theory
Author	福岡, 正夫
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1995
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.87, No.4 (1995. 1) ,p.513(5)- 525(17)
JaLC DOI	10.14991/001.19950101-0005
Abstract	
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19950101-0005

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

「三田学会雑誌」87巻4号（1995年1月）

収穫逓増と一般均衡理論

福 岡 正 夫

1

規模に関する収穫逓増あるいはより一般的にいって非凸の生産集合をもつ経済においては，競争市場のメカニズムはうまく機能しえない。クールノーやマーシャルの時代以降ひろく認められてきたこの事実は，一方では独占的競争理論の出現を促すと同時に，他方では「限界費用による価格形成原理」（“Marginal Cost Pricing Principle”）と呼ばれるいま一つの進展を生み出す起因ともなった。古くはデュプイに溯り，ピグウ＝ランゲ＝ラーナー＝ホテリングの名に連なるこの流れは，その後少なからぬ学者たちによって受け入れられ，しばしば実践的な政策勧告の拠りどころとしても用いられてきた。が，実のところ，その構想を支える理論の枠組みが，競争均衡に関するアロー＝ドブリュー流の議論に準ずる一般性と精緻さとをもってとり扱われはじめたのは，意外に最近のことにすぎない。

1976年のベアトーとマンテルの相互に独立な論文[(1)]を先駆として，上記のリサーチ・プログラムは1980年代に入ってにわかに顕著な展開を見せ，コルネー，ベアトー＝マスコレル，ボニソー＝コルネー，ディールカー＝ゲネリー＝ノイエファイント，ブラウン＝ヒール＝アリ・カーン＝ヴォーラ，ヴォーラ，神谷等々，多数の業績が矢継ぎ早に公けにされるとともに，もっぱら当該のテーマを対象とした専門誌の特集号さえ企画されるという活況を呈するにいたった[(2)]。以下に記すところは，これらの目ざましい情況と基礎論としての問題の重要性とにかんがみ，とりあえず筆者の納得のいく

（1） Paulina Beato, “Marginal Cost Pricing Equilibria with Increasing Returns”, Ph. D.dissertation, University of Minnesota, 1976, R. Mantel, “Existence of Equilibria with Pareto Optimality in a General Equilibrium Model with Non-convex Production Possibilities”, Mimeo, Yale University, 1976.

同じ筆者たちによる公表された論文としては，それぞれつぎのものを参照されたい。

P. Beato, “The Existence of Marginal Cost Pricing Equilibria with Increasing Returns”, *Quarterly Journal of Economics*, November 1982, R. Mantel, “Equilibrio con Rendimiento Crecientes a Escale”, *Anales de la Asociation Argentina de Economia Politica*, 1, 1979.

形に議論を整頓しておくことを目的とした覚書である。目下のところ生み出されつつある貢献は，大きく分けて非凸の生産集合をも含む拡大された一般均衡モデルの解の存在証明をとり扱うものと，そこでの厚生経済学第二基本定理の成立をとり扱うものの二群から成るが，本稿ではそれらのうちもっぱら前者がかかわる存在問題のみを対象とし，規範的な問題の考察のほうはまた別の機会に委ねることにした。(3)

2

ここで考察される経済は，$i=1,2,\cdots\cdots,m$の番号をもつm個の家計と，$j=1,2,\cdots\cdots,n$の番号をもつn個の企業から成っている。財はl種類あって，それらは$h=1,2,\cdots\cdots,l$の番号で区別される。各家計は消費集合X_i，財の初期賦存量ベクトルω_i，効用関数u_iをもち，各企業は生産集合Y_jをもつ。それぞれのX_i，Y_jはいうまでもなく，l次元ユークリッド空間R^lの部分集合であり，消費計画のベクトルは$x=(x_1,x_2,\cdots\cdots,x_m)\in\prod_{i=1}^{m}X_i$で，生産計画のベクトルは$y=(y_1,y_2,\cdots\cdots,y_n)\in\prod_{j=1}^{n}Y_j$で示される。価格ベクトル$p$は定石どおり基準化され，$R^l$の単体$S=\{s\mid s_h\geqq 0,\ \sum_{h=1}^{l}s_h=1\}$に含まれるものとする。

以下で展開される議論が通常の競争均衡の理論といちじるしく異なっているのは，企業が規模に関する収穫逓増に服するものをも含めて，一般に非凸の生産集合をもちうるという点である。したがって，そのような企業には標準的な利潤最大化行動の仮定を適用することはできず，それに代え

(2) *Journal of Mathematical Economics*, Vol.17, Nos.2/3, 1988.
進展の概略については，上記特集号巻頭のコルネーによる掲載論文のまとめ
Bernard Cornet, "General Equilibrium Theory and Increasing Returns : Presentation"
ならびに *Handbook of Mathematical Economics*, Vol. IV, 1991 所載のブラウンによるサーベイ
Donald J.Brown, "Equilibrium Analysis with Non-Convex Technologies"
の参照が有益である。

(3) 本稿の執筆にあたっては，とりわけつぎの2論文に負うところが大きかった。
Paulina Beato and Andreu Mas-Colell, "On Marginal Cost Pricing with Given Tax-Subsidy Rules", *Journal of Economic Theory*, December 1985
Rajiv Vohra, "On the Existence of Equilibria in Economies with Increasing Returns", *Journal of Mathematical Economics*, Vol.17, Nos 2/3, 1988
また
Bernard Cornet, "Existence of Equilibria in Economies with Increasing Returns", in B. Cornet and H.Tulkens ed., *Contributions to Operations Research and Economics : The Twentieth Anniversary of CORE*, 1989
Jean-Marc Bonnisseau and Bernard Cornet, "Existence of Marginal Cost Pricing Equilibrium in Economies with several Nonconvex Firms", *Econometrica*, May 1990
ditto, "Existence of Marginal Cost Pricing Equilibria : The Nonsmooth Case", *International Economic Review*, August 1990
などをも参照。

てそれぞれの企業は効率的な生産計画すなわち生産集合境界上のy_jに対してそれぞれそれに見合った価格をつける対応ルール $\phi_j(y_j)$ をわり振られると仮定される。より精確にいえば，$\partial(Y_j)$ を生産集合Y_jの境界とするとき，各企業は写像 $\phi_j:\partial(Y_j)\mapsto S$にしたがって行動すると仮定されるのである。そのような価格対応ルールの内容としては，本稿ではとりわけ限界費用による価格形成原理の場合を主眼とするが，その場合には ϕ_jは，$N_{Y_j}(y_j)$を点y_jにおけるY_jの法線錐[(4)]として，$\phi_j(y_j)=N_{Y_j}(y_i)\cap S$という具体的な形をとる。しかし，議論のつくり方によっては，ほかにもϕ_jにさまざまな価格形成ルールを盛り込むことができ，たとえば平均費用原理を考える場合には $\phi_j(y_j)=\{p\in S \mid py_j=0\}$ となるし，さらにそれをフルコスト原則やいわゆるボワトー＝ラムゼーの価格ルールあるいはオーマン＝シャプレーの価格ルールなどに拡張して考えることもできるであろう。他方生産集合が凸性を満たす企業については，$\phi_j(y_j)=\{p\in S \mid py_j\geqq py_j' \text{ for all } y_j'\in Y_j\}$ と考えればよく，これは通常の利潤最大化行動の場合に該当するであろう。

以下の議論が競争均衡理論と異なるもう一つの点は，各家計に生存可能な所得を保証するための仮定のとり扱いに関連している。いま各家計の所得を$r_i(p, y)$ で示せば，通常のアロー＝ドブリュー流のとり扱いでは，θ_{ij}を企業 j から家計 i への利潤配当率として，$r_i(p, y)=p\omega_i+\sum_{j=1}^{n}\theta_{ij}py_j$と定義され，ここで生産集合の性質から，利潤$py_j$はつねに非負であるとされるので，初期賦存量ベクトルについてストレートな仮定 $\omega_i>0$ を設けさえすれば，$r_i(p, y)$ はかならず正になることが保証される。ところが目下の議論では，非凸の生産集合が認められているので，そのような企業が限界費用原理に従う場合には利潤が負となり，その赤字分は家計の所得から補償されるほかはない。したがって，ω_iに関する上記の仮定のみからは$r_i(p, y)$ が正となる帰結は保証されず，そのためには社会の総所得とその各家計への分配方式について，別途の仮定を設けざるをえないことになろう。

3

上記のところを念頭においた上で，当面の趣旨に叶った拡大された一般均衡モデルの定式化に着手することにしよう。

まず各家計については，いま述べた点を除いてほぼ伝統的な議論がそのまま適用されるが，家計 i は予算集合 $\gamma_i(p, y)=\{x_i\in X_i \mid px_i\leqq r_i(p, y)\}$ の制約に服しつつ効用$u_i(x_i)$ を最大に

(4) YをR^lの閉部分集合，yをその任意の点とするとき，yにおけるYの接線錐 (tangent cone) $T_Y(y)$とは，それぞれyおよび0に収束する列 $\{y^\nu\}\subset Y$および $\{t^\nu\}\subset(0, +\infty)$ に対して，vに収束する列 $\{v^\nu\}$ が存在して，νを十分大きくすれば$y^\nu+t^\nu v^\nu\in Y$となるようなすべてのベクトルvの集合である。クラークの意味での法線錐 (normal cone) $N_Y(y)$とは，$T_Y(y)$の極錐

$$N_Y(y)=(T_Y(y))^\circ=\{p \mid py\leqq 0 \text{ for all } y\in T_Y(y)\}$$

である。

するように行動すると想定される。所得$r_i(p, y)$の分配に関しては，以下の議論ではストレートに

$$r_i(p, y) = \alpha_i p\left(\sum_{j=1}^{n} + \omega\right) \quad \text{ここで } \alpha_i > 0,\ \sum_{i=1}^{m} \alpha_i = 1,\ \omega = \sum_{i=1}^{m} \omega_i$$

と考えてしまうのがもっとも簡単である。すべてのjについて$\theta_{ij}=\alpha_i$，また$\omega_i=\alpha_i\omega$とみなせば，これは伝統的なアロー＝ドブリュー式のとり扱いとも整合的である。

つぎに各企業は，すでに述べたように価格対応ルールϕ_jにしたがって行動すると想定される。ϕ_jの内容として，限界費用原理以外のルールをも考慮する場合には，ϕ_jはy_jばかりでなく，より広くpおよび$y=(y_1, y_2, \cdots\cdots, y_n)$のすべてに依存すると考えたほうがいいこともあり，そう考えても議論の進行には何らの支障も生じない。そこで以下ではそのようにϕ_jの定義域を拡大し，それを$S \times \prod_{j=1}^{n} \partial(Y_j)$から$S$への写像とした上で，議論を進めていくことにしよう。

するとまずこの経済での均衡は，つぎの諸条件を満たす$(x^*, y^*, p^*) \in \prod_{i=1}^{m} X_i \times \prod_{j=1}^{n} Y_j \times S$の組として定義されることになる。

（a） すべてのiについて$x_i^* \in \gamma_i(p^*, y^*)$かつすべての$x_i \in \gamma_i(p^*, y^*)$について
$u_i(x_i^*) \geqq u_i(x_i)$

（b） すべてのjについて$p^* \in \phi_j(p^*, y^*)$

（c） （i） $\sum_{i=1}^{m} x_i^* \leqq \sum_{j=1}^{n} y_j^* + \omega$

（ii） $p\left(\sum_{i=1}^{m} x_i^* - \sum_{j=1}^{n} y_j^* - \omega\right) = 0$

本稿でのわれわれの課題は，以下に述べる諸仮定の下で，この経済に上記の均衡が存在することを証明することである。いうまでもなくそのような作業の目的は，当該の経済の仕組みが整合的であり，矛盾を含んでいないことをチェックする点におかれている。

そこで，問題の仮定であるが，まず家計の消費集合，効用関数，初期賦存量と，企業の生産集合，価格調整ルールについては，それぞれつぎのような性質が満たされているものとする。

仮定C すべてのiについて$X_i \subset R^l_+$は閉，凸で，0を含み，$u_i(\cdot)$は連続，擬凹，局所的に非飽和で，かつ$\omega_i \geqq 0$。

仮定P すべてのjについてY_jは閉で，0を含み，また自由処分の条件すなわち$Y_j - R^l_+ \subset Y_j$を満たす。

仮定R すべてのjについて$\phi_j : S \times \prod_{j=1}^{n} \partial(Y_j) \mapsto S$は非空，凸値かつ優半連続である。

つぎに前述の均衡条件の（b）$p \in \bigcap_{j=1}^{n} \phi_j(p, y)$が満たされることをもって以下では生産均衡と定義するが，その意味での生産均衡を満たす(p, y)の組はまた下記の条件をも満たすと仮

定する。

仮定S　$p \in \bigcap_{j=1}^{n} \phi_j(p, y)$ の (p, y) については，$p\left(\sum_{j=1}^{n} y_j+\omega\right)>0$。

この仮定は，$\sum_{i=1}^{m} r_i(p, y)=p\left(\sum_{j=1}^{n} y_j+\omega\right)$と考えるかぎり，生産均衡の成立が正の総所得を実現することを保証するもので，前節で言及したα_iによる分配方式と相俟って，生産均衡の下では各家計にも正の所得$r_i(p, y)>0$が分配されることになる。同種の目的を意図した標準的な仮定とは異なって，仮定Sは純粋に与件にかかわる仮定ではなく，p, yといった変数をも含んでいる点で究極的なものとはいいえないが，その点の解決はまた他日に期することにしたい。さしあたって仮定Sの場合は，所望の帰結が生産均衡を満たす(p, y)についてのみ要求されているという点で，若干厳しさが弱められていることに注目しておいてよいであろう。

さて，当面の問題は均衡の存在証明にあり，その目的に向けて不動点定理の数理が動員されることになるから，そのためには写像の舞台をコンパクト集合に絞っていく上でのいくつかの手順が踏まれるのでなくてはならない。まず最初に援用されるのは，ハーヴィッチ＝ライターに負うつぎの仮定であり，その下で消費集合と生産集合をコンパクト集合に限定する工夫が考案される。

仮定B　$\sum_{j=1}^{n} Y_j$は閉，かつ$\mathscr{A}\left(\sum_{j=1}^{n} Y_j\right) \cap \left(-\mathscr{A}\left(\sum_{j=1}^{n} Y_j\right)\right)=\{0\}$。

ここですでに設けたY_j閉の仮定にさらに加えて$\sum_{j=1}^{n} Y_j$閉の仮定が課されるのは，Y_jの凸性が仮定されていない目下の場合には，個々のY_jが閉であるからといって$\sum_{j=1}^{n} Y_j$が閉になるとはかぎらないからである。[5] また仮定の後段の条件（ここで$\mathscr{A}\left(\sum_{j=1}^{n} Y_j\right)$は$\sum_{j=1}^{n} Y_j$の漸近錐）は生産の非可逆性を意味しており，各個の$Y_j$が凸の場合のドブリューの条件$\sum_{j=1}^{n} Y_j \cap \left(-\sum_{j=1}^{n} Y_j\right)=\{0\}$に該当するものである。いま達成可能な集合を

$$A=\left\{(x, y) \in \prod_{i=1}^{m} X_i \times \prod_{j=1}^{n} Y_j \;\middle|\; \sum_{i=1}^{m} x_i \leqq \sum_{j=1}^{n} y_j+\omega\right\}$$

と記し，AのX_iへの射影を$\hat{X}_i$，Y_jへの射影を$\hat{Y}_j$と定義すれば，ハーヴィッチ＝ライターの定理[6]によって，仮定Bの下では$\hat{X}_i$，$\hat{Y}_j$はそれぞれ有界となることが保証される。したがって十分大きな実数$k>0$を選んで，超立方体$K=\{z \in R^l \mid |z_h| \leqq k \text{ for all } h\}$をつくるならば，$\hat{X}_i$，$\hat{Y}_j$のすべてを$K$の内部に囲い込むこと，すなわち

$\hat{X}_i \subset \operatorname{int} K$ for all $i=1, 2, \cdots\cdots, m$

$\hat{Y}_j \subset \operatorname{int} K$ for all $j=1, 2, \cdots\cdots, n$

とすることが可能となる。

---

(5) Gerard Debreu, *Theory of Value*, 1959, p.41 参照。

(6) L. Hurwicz and S. Reiter, “On the Boundedness of the Feasibility Set without Convexity Assumptions”, *International Economic Review*, Vol.14, 1973.

そこで以下ではKをそのようにつくり，さらに$\hat{K}=-\{ke\}+R_+^l=K+R_+^l$とした上で，消費集合，生産集合については，しばらくのあいだそれらをそれぞれつぎのように限定したものを考えていくことにしよう[7]。まず消費集合については

$$\bar{X}_i=X_i\cap K \quad for\ all \quad i=1,2,\cdots\cdots,m$$

のような$\bar{X}_i$を考えていくが，$\bar{X}_i$は当然コンパクト集合である。他方，生産集合については，さらに

仮定Y　すべての$z\in R_+^l$について$(Y_j+\{z\})\cap R_+^l$をコンパクト集合にすることができる。

を加え，$(Y_j\cap\hat{K})+\{ke\}=(Y_j+\{ke\})\cap R_+^l$であることを考慮して，その境界を

$$E(Y_j)=\partial((Y_j+\{ke\})\cap R_+^l) \quad \text{for all} \quad j=1,2,\cdots\cdots,n$$

とすれば，これまたコンパクト集合の境界であるから，コンパクト集合である。

以下の議論では，マンテルの着想にしたがい，そのような$E(Y_j)$の点z_jを単体S上の点s_jに対応させることを企図するが，そのためにはさらにもう一つだけ考慮しておかねばならないことがある。というのは，もし$E(Y_j)$が座標軸上の垂直部分や水平部分をもつとすれば，$E(Y_j)$の点z_jとS上の点s_jとのあいだに1対1の対応をつけることができず，$E(Y_j)$とSとが位相同形にはなれないからである。そこでそのような事態を避けるために，不都合部分を除いた$E(Y_j)$を

$$\begin{aligned}\bar{E}(Y_j)=\{z_j\in E(Y_j)\mid \nexists z_j' \text{ such that}\\ z_j'\leqq z_j \text{ and } z_{jh}'<z_{jh} \text{ for all } h \text{ for which } z_{jh}>0\}\end{aligned}$$

と定義し，そのような$\bar{E}(Y_j)$上の点とS上の点との対応を考えるのである。

このSと$\bar{E}(Y_j)$との同相対応を関数$v_j: S\mapsto\bar{E}(Y_j)$で定義し，$z_j=v_j(s_j)$と書けば，

$$\begin{aligned}v_j(s_j)&=ts_j \quad \text{for some} \quad t>0\\ y_j(s_j)&=v_j(s_j)-ke\end{aligned}$$

のごとくであり，これによって$s_j\in S$と$v_j(s_j)\in\bar{E}(Y_j)$したがって$y_j(s_j)\in\partial(Y_j)\cap\hat{K}$とが対応づけられることになる。その間の事情を分かりやすく図示したものが図1，図2である。そこに明示されているように単体S上で1点s_jを定め，それをスライドさせて$\bar{E}(Y_j)$上でz_jを決めれば，さらにそれをベクトルkeの分だけ引き戻すことによって$\partial(Y_j)\cap\hat{K}$上の点$y_j(s_j)$が決まるのである。いうまでもなく$s_{jh}>0$のとき，そしてそのときにのみ$y_{jh}(s_j)>-\bar{k}$であり，$s_{jh}=0$なら

(7)　以下の議論については Vohra, *op.cit.*, pp.182 以下に負う。

図　1

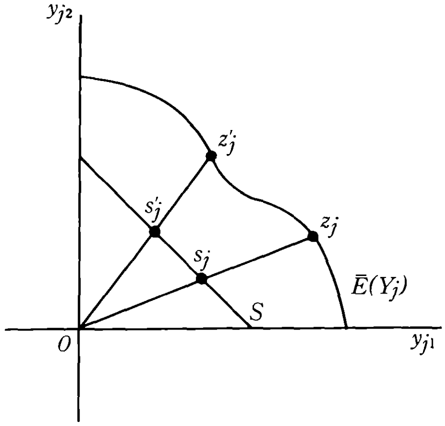
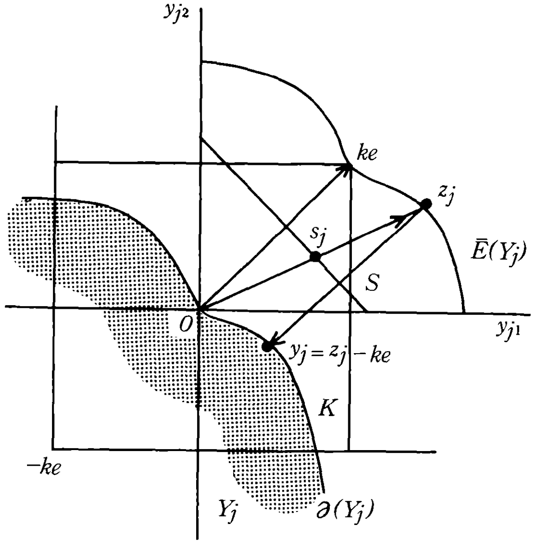


図　2



ば$y_{jh}(s_j)=-k$である。また$S\times\prod_{j=1}^{n}\partial(Y_j)\mapsto S$の写像$\phi_j(p, y)$が仮定Rを満たすならば，$S^{n+1}\mapsto S$の写像$\phi_j(p, y(s))$が同じ性質を満たすことも明らかであろう。

最後にわれわれは，ベアトー＝マスコレルに倣って，ϕ_jがつぎの境界条件をも満たすと仮定することにしたい。

仮定Q　$q_j\in\phi_j(p, y(s))$とするとき，もし$s_{jh}=0$なら$q_{jh}=0$。

これはのちの議論が示すように，生産均衡の存在を保証するためのもっとも手っとり早い措置であるといえよう。

4

上述までのところで，解の存在を証明するための準備はことごとく整ったことになる。そこで本節では，もっぱら存在定理そのものの証明に専念することにしよう。

定理　仮定C，P，R，S，B，YおよびQが満たされるならば，均衡（x^*, y^*, p^*）が存在する。

証明

まず各家計$i=1, 2, \cdots\cdots, m$については，$\bar{\gamma}_i(p, y(s))=\gamma_i(p, y(s))\cap\bar{X}_i$とした上で，需要対応$\xi_i$：$S^{n+1}\mapsto\bar{X}_i$

$\xi_i(p, s)=\{x_i\in\bar{\gamma}_i(p, y(s))\mid u_i(x_i)\geqq(x_i')$ for all $x_i'\in\bar{\gamma}_i(p, y(s))\}$ if $r_i(p, y(s))>0$

$= \bar{\gamma}_i(p, y(s)) \qquad \text{if } r_i(p, y(s)) = 0$

$= 0 \qquad \text{if } r_i(p, y(s)) < 0$

を定義する。仮定Cによって，この対応は非空，凸値かつ優半連続である。

他方，各企業 $j = 1, 2, \cdots\cdots, n$ については，前節で構成した価格対応 $\phi_j: S^{n+1} \mapsto S$，すなわち $\phi_j(p, y(s))$ を適用する。そこで述べたように，仮定Rから，この対応もまた非空，凸値かつ優半連続である。

さて生産均衡が成立するためには，各企業の生産者価格 q_j と市場価格 p とが一致しなくてはならないから，その間の調整を図る上で下記のような生産調整写像 $\beta_j: S^3 \mapsto S$，

$$\beta_{jh}(s_j, p, q_j) = \frac{s_{jh} + \max(0, p_h - q_{jh})}{\sum_{h=1}^{l}(s_{jh} + \max(0, p_h - q_{jh}))}$$

を考えることにする。これは財 h について，もし市場価格 p_h が生産者価格 q_{jh} を上回っているようであれば，その生産量 y_{jh} を相対的に拡大し，逆であれば y_{jh} を相対的に縮小することを意味している。明らかに β_j はどの j についても連続関数である。

最後に市場による価格 p の調整をつぎのような写像 $\pi: S^{n+1} \times \prod_{i=1}^{m} \bar{X}_i \mapsto S$，

$$\pi_h(p, x, s) = \frac{p_h + \max(0, z_h)}{\sum_{h=1}^{l}(p_h + \max(0, z_h))}$$

$$\text{ここで} \quad z_h = \sum_{i=1}^{m} x_{ih} - \sum_{j=1}^{n}(s_j) - \omega_h$$

によって考える。これは財 h について，超過需要があれば価格 p_h を相対的に引き上げ，超過供給があれば p_h を相対的に引き下げるということであるから，通常の市場調整メカニズムをあらわすと解すればよい。いうまでもなく，π_h もまた連続関数である。(8)

ここで必要な写像がすべて出揃ったので，それらを合成してつぎの写像 $\Phi: S^{2n+1} \times \prod_{i=1}^{m} \bar{X}_i \mapsto S^{2n+1} \times \prod_{i=1}^{m} \bar{X}_i$，

$$\Phi(s, p, q, x) = \prod_{j=1}^{n} \beta_j(s_j, p, q_j)$$
$$\times \pi(p, x, s) \times \prod_{j=1}^{n} \phi_j(p, y(s)) \times \prod_{i=1}^{m} \xi_i(p, s)$$

を定義する。Φ はつくり方から明らかなようにコンパクト集合からそれ自体への写像であり，非空，凸値そして優半連続であるから，角谷の不動点定理の条件をすべて満たしている。よって Φ には

(8) 上記のいくつかの写像の構成については，とりわけ Vohra, *op.cit.*, pp.183-184 に負う。彼の議論との異同については，後述第5節を参照されたい。

不動点 (s^*, p^*, q^*, x^*) が存在し,

(1) $s_j^* = \beta_j(s^*, p^*, q^*)$

(2) $p^* = \pi(x^*, p^*, s^*)$

(3) $q_j^* \in \phi_j(p^*, y(s^*))$

(4) $x_j^* \in \xi_i(p^*, s^*)$

となっている。

そこで $y_j^* = y_j(s^*)$ とおき, (x^*, y^*, p^*) が当該経済の均衡点であることを逐一示していくことにしよう。

まず生産均衡の条件(b)が満たされていること,すなわちすべての企業 j について $p^* \in \phi_j(p^*, y^*)$ となっていることを示す。事実もしそうなっていないとすれば, $p^* \neq q_j^*$ のような企業 j が少なくとも一つは存在していなくてはならず, p^*, q_j^* はいずれも S に含まれるところから,その j についてはかならず $p_h^* > q_{jh}^*$ のような成分と $p_h^* < q_{jh}^*$ のような成分の両方があるのでなくてはならない。ところで $p_h^* > q_{jh}^*$ の成分については $\max(0, p_h^* - q_{jh}^*) > 0$, $p_h^* > q_{jh}^*$ の成分については $\max(0, p_h^* > q_{jh}^*) = 0$ であるから,当該の企業については

$$\sum_{h=1}^{l} \max(0, p_h^* - q_{ih}^*) > 0,$$

したがって(1)から $\operatorname{sgn} s_{jh}^* = \operatorname{sgn} \max(0, p_h^* - q_{jh}^*)$ となり,

$$p_h^* > q_{jh} \iff s_{jh}^* > 0$$

$$p_h^* \leqq q_{jh} \iff s_{jh}^* = 0$$

という帰結が導かれる。ゆえに仮定Qの境界条件から,もし $s_{jh}^* = 0$ なら $p_h^* \leqq 0$ とならねばならず, $p^* \in S$ であるところから $p_h^* = 0$。すなわち $s_{jh}^* = 0$ の h については $p_h^* = q_{jh}^*$ が $0 = 0$ の形で成立しなければならない。他方 $s_{jh}^* > 0$ の h については $p_h^* > q_{jh}^*$ であり,そのような h が少なくとも一つはなくてはならないのであるから,結局上記の帰結は $p_h^* \geqq q_{jh}^*$ で,少なくとも一つの h については厳密な不等号が成り立つことを意味しており,これは $p^* \in S$, $q_j^* \in S$ であることに矛盾する。よってすべての h について $p_h^* = q_{jh}^*$ でなくてはならず,すべての j について $p^* \in \phi_j(y_j(s^*))$ とならねばならないことが示された。

こうして (p^*, y^*) が生産均衡を満たすことさえ明らかとなれば,ただちに仮定Sから不動点では

$$p^*(\sum_{j=1}^{n} + \omega) > 0$$

が成立し,したがって α_i による分配方式の想定から,それぞれの i について $r_i(p^*, y^*) > 0$ が保証される結果となる。

そこで(4)と ξ_i の定義から $x_i^* \in \bar{\gamma}_i(p^*, y^*)$ ということになるので,まずこの事実から $(x^*,$

y^*) が達成可能集合Aに含まれること，すなわち均衡の定義(c)の(i)を満たすことを証明しておこう。$x_i^* \in \bar{\gamma}_i(p^*, y^*)$ なら$x_i^* \in \gamma_i(p^*, y^*)$ であることは自明であるから，それぞれのiについての$p^* x_i^* \leqq r_i(p^*, y^*)$ が成り立ち，これをiについて集計して

$$p^* \sum_{i=1}^{m} x_i^* \leqq \sum_{i=1}^{m} r_i(p^*, y^*) = p^*(\sum_{j=1}^{n} y_j^* + \omega),$$

したがって

$$p^*(\sum_{i=1}^{m} x_i^* - \sum_{j=1}^{n} y_j^* - \omega) \leqq 0,$$

あるいは簡潔に記して

$$p^* z^* \leqq 0$$

を得る。他方（2）から

$$p_h^* = \frac{p_h^* + \max(0, z_h^*)}{\sum_{h=1}^{l} (p_h^* + \max(0, z_h^*))}$$

であるから，$p^* \in S$であることを考慮して，

$$p_h^* \sum_{h=1}^{l} \max(0,\ z_h^*) = \max(0,\ z_h^*) \text{ for all } h。$$

ゆえに両辺にz_hをかけて足し合わせることにより

$$\sum_{h=1}^{l} \max(0, z_h^*) \sum_{h=1}^{l} p_h^* z_h^* = \sum_{h=1}^{l} \max(0, z_h^*) z_h^*$$

となる。よって上に証明したところから

$$\sum_{h=1}^{l} \max(0, z_h^*)\, z_h^* \leqq 0$$

となるが，ここで$z_h^* > 0$なら$\max(0, z_h^*) = z_h^*$であるから，$\max(0, z_h^*) z_h^*$は$\max(0, z_h^*)^2$となり，また$z_h^* \leqq 0$なら$\max(0, z_h^*) = 0$であるから，$\max(0, z_h^*) z_h^*$もまた0となる。したがって，いずれにせよ

$$\sum_{h=1}^{l} [\max\ (0, z_h^*)\ \ z_h^*]^2 \leqq 0$$

が成り立ち，$\max(0, z_h^*) = 0$　for all hとなるのでなくてはならない。ゆえに

$$z_h^* \leqq 0 \quad \text{for all } h$$

であり，(c)の(i)が証明された。

この結果を利用して，つぎに（a）の証明にとりかかることにしよう。この部分は本質的に従来の議論の場合と何ら異なるところはない。すでに述べたように$r_i(p^*, y^*) > 0$が成立しているか

ら，ξ_iの定義から$x_i^*\in\bar{\gamma}_i(p^*, y^*)$ で，しかもすべての$x_i\in\bar{\gamma}_i(p^*, y^*)$ について$u_i(x_i^*)\geqq u_i(x_i)$ となっている。ゆえにあとは $\bar{\gamma}_i(p^*, y^*)$ をもとの $\gamma_i(p^*, y^*)$ に復原しても，なおx_i^*が効用の最大元になっていることをいえばよい。

まず$x_i^*\in\gamma_i(p^*, y^*)$ は自明であるから，つぎに$u_i(x_i')>u_i(x_i^*)$となるような$x_i'\in\gamma_i(p^*, y^*)$ があったとして矛盾を導く。いま任意の$0<\lambda<1$について$x_i(\lambda)=\lambda x_i^*+(1-\lambda)x_i'$とおけば，$\gamma_i$は凸値だから$x_i(\lambda)\in\gamma_i(p^*, y^*)$。また仮定Cの$u_i(\cdot)$の擬凹性から，$u_i(x_i(\lambda))>u_i(x_i^*)$。ところがすでに示したように (x^*, y^*) は達成可能，したがって$x_i^*\in\hat{X}_i\subset \mathrm{int}\, K$であるから，$\lambda$ を十分1に近づければ$x_i(\lambda)\in K$とすることができる。すると$x_i(\lambda)\in X_i\cap K=\bar{X}_i$となって，これは$x_i^*$が $\bar{\gamma}_i(p^*, y^*)$ のなかで効用の最大元になっていることと矛盾する。

最後に（C）の（ii）（ワルラス法則）が成立することを示す。まず$u_i(\cdot)$の局所的非飽和の仮定から，x_i^*の近傍に$u_i(x_i')>u_i(x_i^*)$ となるような$x_i'\in X_i$が存在する。いま$p^*x_i^*<\gamma_i(p^*, y^*)$ であったとすれば，上記のところからx_i'についても$p^*x_i'<r_i(p^*, y^*)$ が成り立ち，これはx_i^*が$p^*x_i\leqq r_i(p^*, y^*)$ を満たすすべてのx_iのなかで効用最大元になっていることと相容れない。ゆえに

$$p^*x_i^* = r_i\ (p^*, y^*)$$

とならねばならず，これをすべての i について足し合わせることにより

$$p^*\sum_{i=1}^{m} x_i^* = \sum_{i=1}^{m} r_i(p^*, y^*) = p^*(\sum_{j=1}^{n} y_j^*+\omega),$$

したがって

$$p^*z^* = 0$$

が成立する。

これで定理の証明は完了した。

5

以上前節までのところで，本稿の目的は一応達せられたことになる。蛇足ながら本節では，さらに他の文献との異同点ならびに改善を他日に期した問題点などについていささか付言して，稿を閉じることにしたいと思う。

注記したように，本稿での議論の運びについてはベアトー＝マスコレルおよびヴォーラに負うところが大きく，とりわけ写像のつくり方については，まったくヴォーラのそれに従っている。これは彼らの論法がボニソー＝コルネーなどのそれと比べていちじるしく簡明であり，競争均衡に関する従来の議論の枠組みのなかにもっともすんなりと嵌まり込んでくる取柄をもっているからであ

る。ただヴォーラは，各企業の価格形成と市場価格（彼のいわゆる標準価格 reference price）との関連については，企業1が企業2以下の行動や全経済の需給の状況を考慮して標準価格を調整すると考えており[9]，その点がいささか不自然で均整を欠いているように思われる。そこで本稿ではそれに代えて，市場価格を調整する主体はやはりオークショニアであり，企業はすべてそれぞれの生産者価格を評価してアナウンスするとともに，それと市場価格とのあいだに差があれば，それにもとづいて生産を調整すると想定した。ちなみに前記ブラウンのサーベイ論文は，ベアトー＝マスコレルの議論に関連して，各企業が司るべきメッセージは生産者価格の伝達のみであり，生産の調整は市場価格の調整とともにオークショニアの役割に含まれるという解釈を下しているが[10]，これはまた反対の意味で不自然といわねばならないであろう。写像 ξ_i が家計 i の行動に対応するように，ϕ_j，β_j はともに企業 j の行動に対応し，π のみがオークショニアのそれに該当すると解するのがもっとも適当であろうと筆者は考えている。

もう一つ本稿の議論がヴォーラのそれと大きく異なるのは，家計にプラスの所得を保証するためのいわゆるサバイバル条件のとり扱いである。この点については，筆者はベアトー＝マスコレルをはじめとする他の多くの論者の解決法にしたがい，むしろ仮定Sをストレートに採用する立場をとった。ヴォーラはこの形態でのサバイバル条件を採用せず，仮定

A 5　ある家計 i について $r_i(p, y) \leqq 0$ となる場合には，すべての $q_j \in \phi_j(p, y)$ について

$p_h > q_{jh}$ なら $y_{jh} = -k$，$p_h < q_{jh}$ なら $y_{jh} > -k$ となるような企業 j がかならず存在する

を導入しているが，この仮定はその意図が見え見えである反面，経済的意味づけにおいて若干納得性の欠ける憾みがある。彼がその推論のなかで仮定Sの形のサバイバル条件を採用していないのは，思うに仮定Sから $r_i(p, y) > 0$ の帰結を導き出すには，あらかじめ生産均衡の成立が保証されていなければならず，他方生産均衡の成立を証明するには達成可能性したがって $r_i(p, y) > 0$ の条件が要請されなければならないという，どうどうめぐりを免れえないからであろう。筆者は本稿では，より強い仮定ではあるが，ベアトー＝マスコレル流の境界条件を仮定Qの形で導入することで，この点を解決した。

他方，すでに述べたところであるが，仮定Sはストレートにその目的には叶うものの，p，y という変数を含んでおり，与件のみにかかわる仮定ではないから，改善の余地を残している。ヴォーラは1990年の新しい論文[11]のなかで，限界費用ルールの場合に限っての措置ではあるが，問題の条件を収穫逓増の有界性という条件に入れ替えることを提唱しており，そうすればたしかに仮定の内容は基礎データのみにかかわることになる。今後とも，もっぱらファンダメンタルズに関する仮定の

（9） Vohra, *op.cit.*, p.181.
したがって彼の議論では $p \in \phi_1(y_1)$ が標準価格ベクトルである。

（10） Brown, *op.cit.*, p.1977.

（11） R.Vohra, "Marginal Cost Pricing Under Bounded Marginal Returns", *Econometrica*, July 1992.

みからいかにしてサバイバル条件を確保する途を切り開くかは，理論家にとってチャレンジングな問題たりつづけるであろう。

最後に言及しておきたい論点であるが，本稿で採用した価格形成ルール ϕ_j は，前述のごとく限界費用原理による価格形成ルールを主眼とするものであるとはいえ，厳密にはそれに費用という概念を含む呼称を用いるのは適当ではない。なぜならわれわれのモデルは，どの財が生産物でどの財が生産要素であるかをアプリオリには区分しておらず，その判別は均衡の成立に俟つほかはないからである。費用関数の概念が定義できるためには，あらかじめ企業ごとに産出物になる財の集合と投入物になる財の集合とが分割され，前者のそれぞれの数量の組合わせに対して費用の最小化が図られるのでなくてはならない。そのようにモデルを特定化した上で，いかなる条件の下に本稿で定義した均衡が真に企業が限界費用ルールを採択した場合の均衡と一致するかを究明するのは，また稿を新たにしてとり上げるべき課題である。

（名誉教授）

校正のさい記す

初稿が編集部に送られてのち，商学部小宮英敏教授の指摘によって仮定Yは redundant であることが判明した。

この点を明らかにする上で枢要な役割を果たすのは，集合 S，T について $\mathscr{A}(S)\cap\mathscr{A}(T)=\{0\}$ なら $S\cap T$ は空か有界であるという漸近錐の性質である。いまこの性質を $Y_j+\{z\}$ と R^l_+ に適用するとして，他の仮定から $\mathscr{A}(Y_j+\{z\})\cap\mathscr{A}(R^l_+)=\{0\}$ となることが示されれば，仮定Yの $(Y_j+\{z\})\cap R^l_+$ のコンパクト性が導かれることになる。

事実，仮定Bの $\mathscr{A}(\sum_{j=1}^{n} Y_j)\cap\mathscr{A}(-\sum_{j=1}^{n} Y_j)=\{0\}$ から明らかに $\mathscr{A}(Y_j)\cap\mathscr{A}(-Y_j)=\{0\}$ が成立し，また仮定Pから $-Y_j+R^l_+\subset -Y_j$ であるから，$\mathscr{A}(-Y_j)\supset\mathscr{A}(-Y_j+R^l_+)\supset\mathscr{A}(R^l_+)=R^l_+$ となる。よって $\mathscr{A}(Y_j+\{z\})\cap\mathscr{A}(R^l_+)=\mathscr{A}(Y_j)\cap R^l_+\subset\mathscr{A}(Y_j)\cap\mathscr{A}(-Y_j)=\{0\}$ となり，上記のことから $Y_j+\{z\}\cap R^l_+$ は有界となるのである。それが閉となることは仮定Pから明白である。

小宮教授にはこの機会を借りて深甚の謝意を表しておきたい。