Title	保険契約と繰り返しゲーム
Sub Title	Insurance contract and repeated game
Author	馬場, 弓子
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1992
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.85, No.1 (1992. 4) ,p.77- 88
JaLC DOI	10.14991/001.19920401-0077
Abstract	
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19920401-0077

「三田学会雑誌」85巻1号（1992年4月）

保険契約と繰り返しゲーム

馬　場　弓　子*

1. はじめに

保険契約に伴う重要な問題に道徳的危険がある。これを自動車保険を例にして考えてみよう。この時，被保険者（運転者）の努力水準が事故確率に影響を与えるにもかかわらず，この努力の大きさは保険会社にとっては観察不可能であるという情報の非対称性が存在する。そのために保険会社は被保険者の努力水準に応じて保険料や保険金の額を決定することができない。その結果，保険の存在が被保険者の事故防止に対する努力の低下を招くことになり，結果として結ばれる契約はパレート効率性を達成できないことになる。

このような不効率を解決する方法は主に2つに分けられる。1つは，1回限りのゲームの枠組みの中で解決を図るものである。2つめは繰り返しゲームの枠組みの中で解決を図るものである。ここで今までにえられている結果をまとめておこう。第1の方法では，部分保険や共同保険の使用により，ある程度効率を改善できることが分かっている。また，第2の方法では，本稿との関連においては次の3つの結果が重要である。(1)将来利得の割引きがないとき，無限回繰り返しゲームにパレート効率点を実現する戦略が存在する。（ルービンシュタイン＝ヤーリ 1983）(2) ε 均衡の概念を用いれば，将来利得の割引きがないとき，十分長い有限回繰り返しゲームで近似的にパレート効率点を実現することができる。（ラドナー 1981）(3) ε 均衡の概念を用いれば，将来利得を割り引くとき無限回繰り返しゲームに近似的にパレート効率点を実現する戦略が存在する。（ラドナー 1985）しかし，(1)では，保険会社のある期の戦略はそれ以前のすべての期にわたる情報に基づいているため，時間の経過につれてある期の戦略を決定するのに必要な情報量が増大するという欠点がある。(2)，(3)では，保険会社の戦略の決定において非常に多くの情報を必要とする期が存在する，戦略に含まれる変数を決定する式が非現実的なほど複雑であるという欠点がある。これは，被保険者の努力水準を表す変数が連続な実数であることに関係がある。そこで，被保険者の努力水準が離散的なときに保険会社はある期の戦略の決定にどのくらいの情報を必要とするかという関心がわく。このことを本

* この論文の作成にあたっては，川又邦雄教授，中村慎助助教授に大変お世話になり，心から感謝しています。

稿では被保険者の取り得る努力水準が2つ（努力するかしないか）しかなく，保険会社の戦略がマルコフ的なとき，割り引きなしの有限（$n+1$）回繰り返しゲームによってどの程度一期限りのゲームの不効率を改善できるかという形で考える。このとき，次のような結果が得られる。被保険者が努力することが事故確率の低下にもたらす影響がある程度大きければ，被保険者が(1)毎期努力するとき，彼の期待効用は n の減少関数になる。また，すべての $n=1, 2, \cdots\cdots$ について，その値は一期限りのゲームで達成可能な値より大きい。（定理 1，2）(2)保険会社がパレート効率点を実現するような契約と組み合わせて利用可能な契約として，保険金のみを下げる，保険料のみを上げる，完全保険を維持したまま保険料を上げて保険金を下げる，の3つを考えるとき，保険金のみを下げる契約を用いる場合の被保険者の期待利得が最も大きい。

以下，2章でモデルと主要な結果を述べ，3章で今後の展開の可能性にふれたい。

2. 繰り返し保険ゲーム

（1） 一期限りのゲーム

まず，繰り返しゲームの基本となる一期のゲームについて説明し，このゲームが一回限りプレイされるとき，そのナッシュ均衡はパレート効率的にならないことを明らかにしておこう。これはよく知られた事実である。（ラフォン 1989）

以下で用いる記号の意味は次の通りである。被保険者は危険回避的で効用関数 $U(\cdot)$ を持ち，彼の初期資産を ω，事故が起きたときの損害額を d，彼が事故防止のために努力するときの不効用を e（これは線形の形で効用関数に入るものとする），努力する時の事故確率を p，しないときを p_l（$p_h<p_l$）で表す。保険会社は危険中立的で，彼は契約条項として保険料 x と純保険金（保険金－保険料）z の組（x, z）を提示できるものとする。

以上の準備の下で，ゲームの構造は図1のようになっている。まず初めに，保険会社 P が2種類の契約，(x, z)，(x, z') のいずれかを提示する。(x, z) は図2の $C1$（1回限りのゲームにおけるパレート効率点）を実現するような契約であり，被保険者が努力するとき，保険会社の期待利潤が0となる完全保険契約である。また，(x, z') は (x, z) より保険金のみが低い契約で，図2では $C1$ から横軸に下ろした垂線 $C1A$ 上のどこかの点を実現するような契約である。次に，被保険者 A がこの契約を受諾するか拒否するかを決め，受諾するときは努力するかしないかを選ぶ。拒否するときはゲームはそこで終了する。最後に，自然が事故の有無を決め，事故が起きたときは契約に従っ

図 1

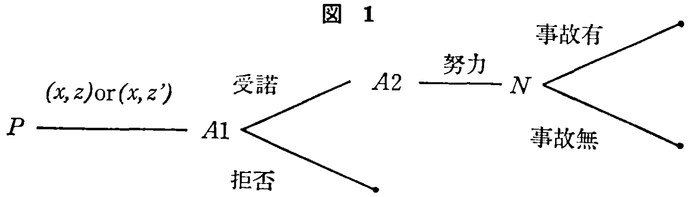
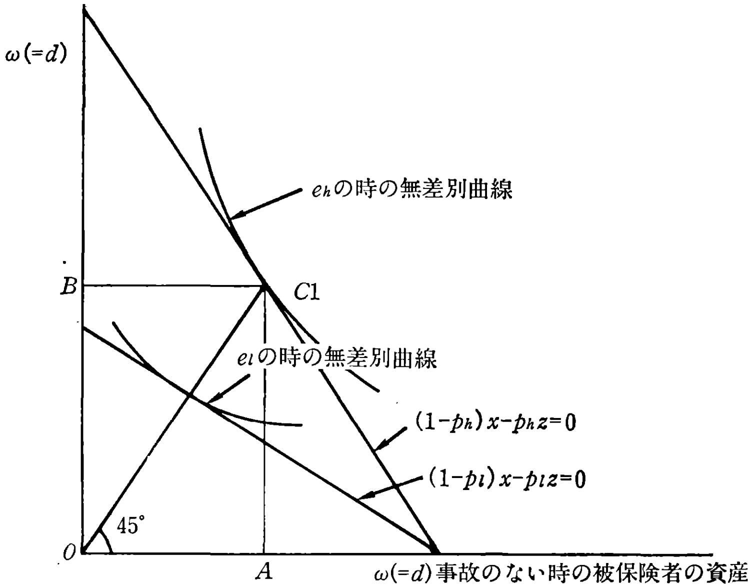


図 2



て保険金が支払われる。さらに，$U(\omega-x)=U(-x)$，$U(\omega-a+x)=U(z)$ と略記し，$(x,\ z)$ の下で被保険者が努力する時の期待効用を $EU_h(x,\ z)$，しない時を $EU_l(x,\ z)$，対応する保険会社の期待利潤を $EV_h(x,\ z)$，$EV_l(x,\ z)$ とすると，それらは次のようになる。$(x,\ z')$ については z を z' に変えればよい。

$$EU_h(x,\ z)=(1-p_h)U(-x)+p_h U(z)-e$$
$$EU_l(x,\ z)=(1-p_l)U(-x)+p_l U(z)$$
$$EV_h(x,\ z)=(1-p_h)x-p_h z$$
$$EV_l(x,\ z)=(1-p_l)x-p_l z$$

さて，このゲームが1回だけプレイされる時，そのナッシュ均衡が不効率になることは次のようにして示される。今，保険会社が $(x,\ z)$ を提示するとしよう。$(x,\ z)$ は完全保険契約である $(x=d-z)$ から，この時被保険者は努力しないことを選ぶ。しかし，被保険者が努力しないときには $(x,\ z)$ の下での保険会社の期待利潤は不になる。従って，$(x,\ z)$ が提示されることはなく，パレート率的な点 $C\ 1$ は実現できない。

(2) $(x,\ z')$ の下での繰り返しゲーム

次に(1)のゲームを $(n+1)$ 回繰り返す有限回繰り返しゲームを考えよう。$t=1, 2,$ …… 期における プレイヤーの戦略は彼の t 期における情報に依存して決められる。t 期の情報は，保険会社にとっては $(t-1)$ 期までに自分が提示した保険料と保険金の組と $(t-1)$ 期までの事故の有無の歴史である。被保険者はそれに加えて，t 期に保険会社が提示した保険料と保険金の組，$(t-1)$ 期ま

での自分の努力の有無の歴史という情報を持っている。以下では，保険会社はマルコフ的な戦略を取ると考えるので，彼の t 期の戦略（x_t, z_t）は，専ら（$t-1$）期に事故が起きたか（$C_{t-1}=1$），起きなかったか（$C_{t-1}=0$）に依存して決められることになる。従って，（$n+1$）回繰り返しゲームにおける保険会社の戦略 σ_{n+1} は次のように表される。

$C_{t-1}=0$ の時　$(x_t,\ z_t)=(x,\ z)$　$t=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ n+1$

$C_{t-1}=1$ の時　$(x_t,\ z_t)=(x,\ z')$　ただし，$C_0=0$ とする。

さて，今関心があるのは，契約を長期化することで，1期限りのゲームのパレート効率点 $C1$ を達成できるかどうか，ということである。そのためには，保険会社は被保険者が毎期自発的に努力することを選ぶように z' の値を決めればよい。そこで，（$n+1$）期から順番に遡って被保険者が毎期努力することを選ぶためには z' はどのような条件を満たさなければならないかを考えてみる。

まず，（$n+1$）期目の訪れを，(a) n 期目に事故がなかった場合と，(b) あった場合とに分けて考える。(a)では（$n+1$）期目には（x, z）が提示されるので，被保険者は必ず努力しないことを選び，彼の（$n+1$）期における利得は事故の有無にかかわらず $U(z)$ となる。(b)では（$n+1$）期目には（x, z'）が提示される。この時被保険者が努力することを選ぶためには，（x, z'）の下で彼が努力するときの期待効用が努力しない時のそれを上回ればよい。ここで（x, z）は完全保険であるから先に定義した簡略記号を用いると $U(-x)=U(z)$ が成り立っていることに注意すると，z' の満たすべき条件は次のように表される。

$$(1-p_h)U(z)+p_h U(z')-e \geqq (1-p_l)U(z)+p_l U(z') \quad ①$$

となる。これを変形して次の式を得る。

$$U(z) \geqq U(z')+e/(p_l-p_h) \quad ①'$$

次に，1期戻って n 期目が訪れたとして，z' が ①′ を満たす下で被保険者が n 期に努力することを選ぶために z' が満たすべき条件を考えよう。これは n 期に（x, z）が提示されたときに被保険者が努力することを選ぶための条件を考えれば十分である。それは次のようになる。

$$\begin{aligned}&(1-p_h^n)U(z)+p_h^nU(z)+(1-p_h^n)U(z)+p_h^n(1-p_h^{n+1})U(z)+p_h^n p_h^{n+1}U(z')-2e\\ &\geqq (1-p_h^n)U(z)+p_l^nU(z)+(1-p_l^n)U(z)+p_l^n(1-p_h^{n+1})U(z)+p_h^{n+1}p_l^nU(z')-e \quad ②\end{aligned}$$

ただし，上式において，p_h^t(resp. p_l^t）は t 期に被保険者が注意する（注意しない）もとで事故の起きる確率を表すものとする。ただしここで $p_h^t=p_h^{t+1}=p_h$, $p_l^t=p_l^{t+1}=p_l$ である。すると，②式の左辺（右辺）は，被保険者が n 期，$n+1$ 期共に努力する（n 期に努力せず，$n+1$ 期には努力する）ときの彼の効用を表すことが分かる。より詳しくは，第1項と第2項の和が被保険者が n 期に努力する（しない）時の彼の効用を表し，第3項が n 期に事故がないときの（$n+1$）期の効用を，第4項が n 期に事故があり，（$n+1$）期に事故がないときの効用を，第5項が n 期，（$n+1$）期共に事故があるときの効用を表していることが分かる。

これを変形して次式を得る。ただしここで $p_h^t=p_h^{t+1}=p_h$ なので時間を表わす添字をとる。

$$U(z) \geqq U(z')+e/\{p_h(p_l-p_h)\} \quad ②'$$

ここで，②′が（$n+1$）期間契約の下で，最終期に（x, z）が提示された場合を除いて，被保険者が自発的に毎期努力することを選ぶための十分条件になっていることを示しておこう。そのためには，被保険者の任意の戦略について，②′の下ですべての $k=1, 2, \cdots\cdots, n+1$ について k 回努力する戦略のほうが（$k-1$）回努力する戦略より期待効用が高いことが示されれば十分である。これには，②′が成立しているときに，下の(A)～(F)についていずれも下段の戦略の与える期待効用が上段の戦略が与えるそれを上回ることが示されればよい。ただし，各戦略について……の部分は上下の戦略で共通であることを表しているものとする。(A)～(F)が被保険者の当該の戦略パターンを尽くしていることは，例えば，……HLL……と……HLH……の組は，(B)か(D)のいずれかで表現できることなどから分かる。(E)，(F)は第一期の戦略だけが上下で異なる場合を考えているため，左側に……がないのである。

(A)	……HLH……	(B)	……LLH……	(C)	……HLL……
	……HHH……		……LHH……		……HHL……
(D)	……LLL……	(E)	LL……	(F)	LH……
	……LHL……		HL……		HH……

まず(A)の場合に，被保険者にとって下段の戦略の期待効用が上段のそれ以上になる事を表す式は次のようになる。

$$\begin{aligned}&(1-p_h^{t-1})[U(z)+(1-p_h^t)U(z)+p_h^t\{(1-p_h^{t+1})U(z)+p_h^{t+1}U(z')\}]\\&\quad+p_h^{t-1}[(1-p_h^t)U(z)+p_h^tU(z')+(1-p_h^t)U(z)+p_h^t\{(1-p_h^{t+1})U(z)+p_h^{t+1}U(z')\}]-3e\\&\geqq(1-p_h^{t-1})[U(z)+(1-p_l^t)U(z)+p_l^t\{(1-p_h^{t+1})U(z)+p_h^{t+1}U(z')\}]\\&\quad+p_l^{t-1}[(1-p_l^t)U(z)+p_l^tU(z')+(1-p_l^t)U(z)+p_l^t\{(1-p_h^{t+1})U(z)+p_h^{t+1}U(z')\}]-2e\end{aligned} \tag{2-A}$$

ただし，上式で，$p_h^t(p_l^t)$ は被保険者が t 期に努力するときに事故の起こる確率を表すものとする。すると，(2-A）の左辺（右辺）は先の（A）の下段（上段）の戦略に対応する効用を表し，その1行目は（$t-1$）期に事故がないときの t,（$t+1$）の2期間の被保険者の効用の和を表し，2行目は（$t-1$）期に事故があるときの同じ期間の効用を表すことが分かる。より詳しくは，1行目の［・］内第1項が（$t-1$）期目に事故がないときの t 期の効用を，第2項が（$t-1$），t 期共に事故がないときの（$t+1$）期の効用を，第3項が（$t-1$）期に事故がなく，t 期に事故があるときの（$t+1$）期の効用を表すことが分かる。同様に，2行目の［・］内第1項と第2項は（$t-1$）期に事故があるときの t 期の効用を，第3項は（$t-1$）期に事故があり t 期にないときの（$t+1$）期の効用を，第3項は（$t-1$）期，t 期共に事故がある時の（$t+1$）期の効用を表すことが分かる。

これを変形して次式を得る。ただし以下では $p_h^{t-1}=p_h^t=p_h^{t+1}$ なので時間の添字をとる。

$$2p_h(p_l-p_h)(U(z)-U(z'))-e\geqq0 \tag{2-A′}$$

これをさらに変形して次式を得る。

$$U(z)\geqq U(z')+e/\{2p_h(p_l-p_h)\}$$

z' についての２つの条件式 ②′ と（2-A′）を比較すると，②′ が成立しているとき自動的に（2-A′）が成立することが分かる。

（B）〜（F）についても同様の式を求めると次のようになる。ここで，例えば（B）の場合には，先の（2-A）の左辺（右辺）で p_h^{i-1} を p_h^{i-1}（resp. p_h^{i-1} を p_l^{i-1}）に，p_h^i を p_h^i（resp. p_l^i）に，p_h^{i+1} を p_h^{i+1}（resp. p_h^{i+1} を p_h^{i+1}）に置き換えればよい。

$$U(z) \geqq U(z') + e/\{(p_l+p_h)(p_l-p_h)\} \qquad (2\text{-B})$$

$$U(z) \geqq U(z') + e/\{(p_l+p_h)(p_l-p_h)\} \qquad (2\text{-C})$$

$$U(z) \geqq U(z') + e/\{2p_l(p_l-p_h)\} \qquad (2\text{-D})$$

$$U(z) \geqq U(z') + e/(p_l-p_h) \qquad (2\text{-E})$$

$$U(z) \geqq U(z') + e/\{p_h(p_l-p_h)\} \qquad (2\text{-F})$$

z' についての７本の式，②′，（2-A′）〜（2-F）をみると，②′ が満たされているときには（2-A′）〜（2-F）も満たされることが分かる。つまり，保険会社が ②′ が満たされるような z' を選べば，被保険者は最終期に（x, z）が提示されたときを除いて毎期努力することを選ぶことが分かった。

次に，最終期に（x, z）が提示されたときを除いて努力し続けるときの被保険者の平均期待効用 U_{n+1} を計算しよう。そのために，まず，（$n+1$）期契約の期間中に i 回事故が起きる場合を考える。この場合はさらに，(a)（$n+1$）期目に（x, z）が提示される場合と (b)（x, z'）が提示される場合の２つに分かれる。

(a)　i 回の事故に n 期目が含まれる確率を $P(n, i)$ とすると，

$$P(n, i) = {}_{n-1}C_{n-1}/{}_nC_i = i/n$$

(b)　i 回の事故に n 期目が含まれない確率を $P(n', i)$ とすると，

$$P(n', i) = {}_{n-1}C_i/{}_nC_i = (n-i)/i$$

$$\text{或いは} P(n', i) = 1 - P(n, i) = (n-i)/i$$

これらを用いて次のような表が得られる。

表　3

	n 期間中の（x, z）の提示回数	n 期間中の（x, z'）の提示回数	（$n+1$）期目の期待利得
（a）	$n-i+1$	$i-1$	$(1-p_h)U(z)+p_hU(z')$
（b）	$n-i$	i	$U(z)$

表３を用いて（$n+1$）期間契約の下で最終期に（x, z）が提示されたときを除いて努力し続ける戦略 φ_{n+1} が被保険者に与える平均期待利得 $\bar{U}_{n+1}$ は次のようになる。

$$\bar{U}_{n+1} = U_{n+1}/(n+1) \qquad ③$$

ただし，

$$U_{n+1} = \sum_{i=0}^{n} {}_nC_i\, p_h^i(1-p)^{n-i}[(n-i)/n\{(i((1-p_h)U(z)+p_hU(z'))+(n-i)U(z)\} + i/n\{(i-1)((1-p_h)U(z)+p_hU(z'))+(n-i+1)U(z)\}]$$

$$+(n-i)/nU(z)+i/n\{(1-p_h)U(z)+p_hU(z')\}-(n+p_h)e$$

ここで，上式の1行目が表3(b)の場合の第1期から第n期までの被保険者の効用を，2行目が(a)の場合の第1期から第n期までの効用を，3行目の第1項が(b)の場合の第$(n+1)$期目の効用を，第2項が(a)の場合の第$(n+1)$期の効用を，第3項が戦略ψ_{n+1}における努力の不効用を表している。

これを，$\sum_{i=0}{}_{n+1}C_i\,p_h^i(1-p_h)^{n+1-i}=\sum_{i=0}^{n+1}{}_{n+1}C_i\,p_h^i(1-p_h)^{n+1-i}\cdot i=np_h$（この2つは二項分布の公式である）を用いて整理して次式を得る。

$$U_{n+1}=\{1-np_h'^2/(n+1)\}U(z)+np_h{}^2/(n+1)U(z')-(n+p_h)/(n+1) \quad ③'$$

これまでの結果から，被保険者が努力し続け，保険会社の期待利潤が非負になるような$(n+1)$期間契約が存在するための条件は②′，③′≧0となる。また，被保険者が戦略ψ_{n+1}を取るときには十分大きいあるn'が存在して，任意の$n\geqq n'$について保険会社の期待利潤が非負になることが分かる。さて，$e=aU(z)$（aは定数）とすると，②′，③′がz'について解を持つための十分条件は，

$$a\leqq(p_l-p_h)/p_l \quad ④$$

となる。ここで，③′よりnが小さい方が被保険者の平均期待効用が大きくなることが分かるから，先のn'を契約期間とすることが望ましい。この時の被保険者の平均期待効用は③′より，

$$U_{n'+1}=\{1-n'p_h^2/(n'+1)\}U(z)+\{np_h^2/(n'+1)\}U(z')\}-\{(n'+p)/(n'+1)\}e \quad ⑤$$

となる。これをまとめると次のようになる。

主張 1　n'について，任意の$n\geqq n'$に対して$(n+1)$回繰り返しゲームにおいて，④の下で保険会社が戦略σ_{n+1}を用いるとき，被保険者の最適反応戦略はψ_{n+1}であり，この時保険会社の期待利潤は正であり，被保険者の平均期待利得は$n=n'$の時最大となり，その値は⑤で与えられる。

ここで，前に触れたように，一期ゲームで$(x,\ z')$タイプの部分保険を用いる時に達成可能な最大利得と主張1で得られる利得の間には次のような関係がある。

主張 2　一期限りのゲームで$(x,\ z')$タイプの部分保険を用いる時に達成可能な最大利得よりも主張1で得られる利得のほうが大きい。

証明　一期限りのゲームで$(x,\ z')$タイプの部分保険を用いる時，被保険者が努力することを選ぶためには，$(x,\ z')$の下で努力するときの期待効用がしないときのそれを上回るようにz'の値を決めればよい。そのための条件は先の①′となる。$(x,\ z')$の下で被保険者が努力する時には保険会社の期待利潤は正であるから，被保険者の期待効用を最大にするには①′が等号で成り立つようにz'を決めればよい。この時の被保険者の期待効用は

$$\begin{aligned}&(1-p_h)U(-x)+p_hU(z')-e\\&=(1-p_h)U(z)+p_h\{U(z)-e/(p_l-p_h)\}-e\\&=U(z)-\{1+p_h/(p_l-p_h)\}e \quad ⑥\end{aligned}$$

一方，主張1で被保険者の期待効用を最大にするには，$n=n'$，かつ，②′が等号で成り立つよう

に z' をきめればよい。この時の被保険者の期待効用は,

$$\{1-np_h^2/(n+1)\}U(z)+\{np_h^2/(n+1)\}U(z')-\{(n+p_h)/(n+1)\}e$$
$$=\{1-p_h^2/(n+1)\}U(z)+\{np_h^2/(n+1)\}\{U(z)-e/(p_h(p_l-p_h))\}-\{(n+p_h)/(n+1)\}e$$
$$=U(z)-\{n/(n+1)p_h\}e \qquad ⑦$$

⑥, ⑦を比べると明らかに⑦>⑥。従って題意が示された。

主張2は, 保険会社が保険価格のみならず, 保険の購入量をも契約条項とすることができる場合にも, ゲームを繰り返すことに意味があることを教えている。

(3) (x', z) タイプの繰り返しゲーム

次に, 保険会社が使用する契約のタイプを変えると, 解の存在の条件④や, 被保険者の期待効用の値⑦がどのように変化するかを考えてみよう。そのために, (2)を (x, z') (x', z) で置き換えて(2)と同様の分析を行う。(x', z) は (x, z) よりも保険料だけが高い契約であり, 図2では $C1$ から横軸に平行に引いた線上のある点として表される。現実の保険契約では, 保険金は一定で保険料のほうが変動することが多いことから, この方がより現実的な設定といえるかもしれない。

ゲームの構造は(2)で (x, z') を (x', z) で置き換えたものになり, 対応する被保険者の期待効用は次のようになる。

$$EU_h(x', z)=(1-p_h)U(-x')+p_h U(z)-e$$
$$EU_l(x', z)=(1-p_l)U(=X')+p_l U(z)-e$$
$$EV_h(x', z)=(1-p_h)x'-p_h z$$
$$EV_l(x', z)=(1-p_l)x'-p_l z$$

また, 繰り返しゲームにおける保険会社の戦略 ζ_{n+1} は次のようになる。

$C_{t-1}=0$ の時, $(x_t, z_t)=(x, z)$ $\quad t=1, 2, \cdots\cdots, n+1$

$C_{t-1}=1$ の時, $(x, z_t)=(x', z)$ ただし, $C_0=0$ とする。

また, (x, z) と (x', z) を用いた $(n+1)$ 期間契約の下では, 被保険者は $(n+1)$ 期目には必ず努力しないことを選ぶことに注意する。

次に, (2)と同様の方法で, $(n+1)$ 期間契約において, n 期目になった時に被保険者が努力することを選ぶために x' が満たすべき条件を求めると次のようになる。

$$U(-x)+(1-p_h)U(-x)+p_h\{(1-p_l)U(-x')+p_lU(-x)\}-e$$
$$\geqq U(-x)+(1-p_l)U(-x)+p_l\{(1-p_l)U(-x')+p_lU(-x)\} \qquad \{1\}$$

これを変形して次式を得る。

$$U(-x)\geqq U(-x')+e/\{(1-p_l)(p_l-p_h)\} \qquad \{1'\}$$

次に, $(n+1)$ 期間契約において被保険者が $(n+1)$ 期目を除いて毎期努力するための十分条件を(2)と同様にして求めると次のようになる。

$$U(-x)\geqq U(-x')+e/\{(1-2p_h)(p_l-p_h)\} \qquad \{A\}$$

$$U(-x) \geqq U(-x')+e/\{(1-p_l-p_h)(p_l-p_h)\} \qquad \{B\}$$

$$U(-x) \geqq U(-x')+e/\{(1-p_l-p_h)(p_l-p_h)\} \qquad \{C\}$$

$$U(-x) \geqq U(-x')+e/\{(1-2p_l)(p_l-p_h)\} \qquad \{D\}$$

$$U(-x) \geqq U(-x')+e/\{(1-p_l)(p_l-p_h)\} \qquad \{E\}$$

$$U(-x) \geqq U(-x')+e/\{(1-p_h)(p_l-p_h)\} \qquad \{F\}$$

{1}，{A}～{F} より，求める十分条件は {D} となる。故に，この場合は $p_l<1/2$ でないと解が存在しないことに注意する。

続いて，$(n+1)$ 期間契約において，$(n+1)$ 期目を除いて毎期努力する戦略 ρ_{n+1} が被保険者に与える平均期待効用 U_{n+1} を求めると次のようになる。

まず，$(n+1)$ 期間中に i 回事故があるときの期待効用を(2)と同様の方法で求めると次のようになる。

$$\begin{aligned} U_{n+1,i}=&\{(n-i)/i\}[i\{(1-p_h)U(-x')+p_hU(-x)\} \\ &+(n-i)U(-x)+U(-x)]+(i/n)[(i-1)\{(1-p_h)U(-x')+p_hU(-x)\} \\ &+(n+1-i)U(-x)+(1-p_h)U(-x')+p_hU(-x)] \end{aligned} \qquad \{2\}$$

これを変形して次式を得る。

$$U_{n+1,i}=i\{(1-p_h)U(-x')+p_hU(-x)\}+(n+1-i)U(-x)-ne \qquad \{2'\}$$

これを用いて求める平均期待効用は次式となる。

$$\bar{U}_{n+1}=\{1/(n+1)\sum_{i=0}^{n+1} {}_{n+1}C_i\, p_h^i(1-p_h)^{n+1-i}\, U_{n+1,i} \qquad \{3\}$$

これを整理して次式を得る。

$$\bar{U}_{n+1}=\{1-p_h(1-p_h)\}U(-x)+p_h(1-p_h)U(-x')-\{n/(n+1)\}e \qquad \{3'\}$$

これを変形して次式を得る。

$$U(-x') \geqq [\{1-p_h(1-p_h)\}/\{p_h(1-p_h)\}]U(-x)+e/\{p_h(1-p_h)\} \qquad \{3''\}$$

結局，$(n+1)$ 期間契約において保険会社が戦略 $\zeta n+1$ をとる時，被保険者がこの契約を受諾し，彼の最適反応戦略が ρ_{n+1} になるための条件は，$p<1/2$，{D}，$\{3'\} \geqq 0$ が満たされることである。ここでも，nを十分大きく取れば，保険会社の期待利益は非負になるが，そのような最小の nを n'' とする。{D}，{3'} が x' について解を持つための条件は(2)と同様に $e=aU(-x)$（aは定数）と書くと，次のようになる。

$$a \leqq \{(1-2p_l)(p_l-p_h)\}/\{p_h(1-2p_h)+(1-2p_l)(p_l-p_h)\} \qquad \{4\}$$

これをまとめて次の主張を得る。

主張 3 $(n+1)$ 回繰り返しゲームにおいて，$p_l<1/2$，{D}，{4} の下で保険会社が戦略 ζ_{n+1} を用いるとき，被保険者の最適反応戦略は ρ_{n+1} で，彼の平均期待効用は {3'} で与えられる。また，被保険者の平均期待効用が最大になるのは $n=n''$ の時である。

（4）（x'', z''）の下での繰り返しゲーム

次に，(2) の（x, z'）を（x'', z''）で置き換えた場合を考えてみよう。（x'', z''）は完全保険という条件を満たしつつ，（x, z）より，保険料を上げ，保険金を下げる契約で，図2ではC1と原点を結ぶ直線上0C1上のある点として表される。

以下，話の進め方は(2)，(3)と同じなので，結果のみをごく簡単に表すと次のようになる。

まず，最終の（$n+1$）期目には被保険者は必ず努力しないことが分かる。また，保険会社の戦略 δ_{n+1} は次のように表される。

$C_{i-1}=0$ の時，$(x_i, z_i)=(x, z)$　　$i=1, 2, \cdots\cdots, n+1$

$C_{i-1}=1$ の時，$(x_i, z_i)=(x'', z'')$ ただし，$C_0=0$ とする。

そして，（$n+1$）期間契約の n 期目になった時に被保険者が n 期に努力することを選ぶために z'' が満たすべき条件は次式となる。ここで，（x'', z''）は完全保険だから，$x''=d-z''$ が成立しているため，z'' が決まれば x'' も決まることに注意する。

$$U(z) \geqq U(z'')+e/(p_l-p_h) \qquad [1]$$

また，（$n+1$）期間契約において被保険者が（$n+1$）期目を除いて毎期努力するための十分条件を(2)の（A）～（F）の case に従って求めると，[A]～[F] に共通に [1] となる。

さらに，（$n+1$）期間契約において被保険者が（$n+1$）期目を除いて毎期努力する戦略 ϕ_{n+1} が彼に与える平均期待効用 $\bar{U}_{n+1}$ は次式のようになる。

$$\bar{U}_{n+1}=\{1/(n+1)\}\sum_{i=1}^{n+1} {}_{n+1}C_i\, p_h^i (1-p_h)^{n+1-i}\, U_{n+1,i} \qquad [2]$$

ただし，$U_{n+1,i}=iU(z'')+(n+1-i)U(z)-ne$

これを整理して次式を得る。

$$\bar{U}_{n+1}=(1-p_h)U(z)+p_hU(z'')-\{n/(n+1)\}e \qquad [2']$$

従って，求める（$n+1$）期間契約が存在するために z'' が満たすべき条件は，[1]，[2']≧0 となる。[1]，[2']≧0 が z'' について解を持つための条件を(2)と同様に $e=aU(z)$（a は定数）として求めると次式を得る。

$$a \leqq (p_l-p_h)/p_l \qquad [3]$$

ここで，保険会社の期待利潤が非負になる最小の n を n'' とすると，次の主張を得る。

主張 4　（$n+1$）回繰り返しゲームにおいて，[3] の下で保険会社が戦略 δ_{n+1} を用いるとき，被保険者の最適反応戦略は ϕ_{n+1} であり，彼の平均期待効用は [3'] で与えられる。また，それは $n=n''$ の時最大になる。

（5）（2）～（4）の比較

ここで，(2)～(4) について，達成される被保険者の平均期待効用の値や，解の存在のために a が満たすべき条件について比較するために，それらについて得られた結果をまとめておく。

（2）について；保険金のみを変動させる場合

$$\bar{U}_{n+1}=\{1-np_h^2/(n+1)\}U(z)+\{np_h^2/(n+1)\}U(z')-\{(n+p_h)/(n+1)\}e \qquad (1)$$

$$a \leqq (p_l-p_h)/p_l \qquad (2)$$

（3）について；保険料のみを変動させる場合

$$\bar{U}_{n+1}=\{1-p_h(1-p_h)\}U(-x)+p_h(1-p_h)U(-x')-\{n/(n+1)\}e \qquad \{1\}$$

$$a \leqq (1-2p_l)(p_l-p_h)/\{p_l(1-2p_h)+(1-2p_l)(p_l-p_h)\} \qquad \{2\}$$

（4）について；完全保険を維持しつつ，保険料，保険金とも変動させる場合

$$\bar{U}_{n+1}=(1-p_h)U(z)+p_hU(z')-\{n/(n+1)\}e \qquad [1]$$

$$a \leqq (p_l-p_h)/p_l \qquad [2]$$

これらを比較すると，次のようになることが分かる。

＜1＞解が存在するために a が満たすべき条件は（2)，(4）の場合は同じだが，(3）の場合はそれよりきつい。

＜2＞同じ a の値（このことは努力水準 e が同じであることを意味する）に対しては，p_h の項が無視できるほど小さく，かつ契約期間 n を無限大にもっていくときは，被保険者の平均期待効用は（2)，(4)，(3）の順に大きい。このことは，

$$(1)-\{1\}=p_h(U(z)-U(-x'))+p_h^2(U(-x')-U(z))+n/(n+1)p_h^2(U(z')U(z))-p_h e/(n+1)$$

$$[1]-\{1\}=p_h(U(z'')-U(-x'))+p_h^2(U(-x')-U(z))$$

において p_h の項を無視し，n を無限大にもっていくことから分かる。

3.　今後の課題

最後に，このモデルの今後の展開の可能性について考えたい。それには主に次のようなものが考えられる。

＜1＞保険会社がマルコフ的な戦略を用いるとき，達成可能な被保険者の平均期待効用の大きさはどのくらいであるか，というのがここでの興味であった。これは次のような関心を追及するための第一歩である。すなわち，保険会社が t 期の戦略を決めるのに必要な情報を，ここでのように1期から始めて，2，3，…… と順に増やすときに（この時，保険会社が被保険者が努力しているにも拘らず，努力していないとして誤って罰するという誤りを犯す確率が徐々に減少することになる)，達成可能な被保険者の平均期待効用はどのくらいずつ改善されていくものだろうか。そこには何か一定の関係があるように思われるのである。

＜2＞ここでの保険会社の懲罰の期間は1期であるため，1回あたりの懲罰は厳しいものになる。そこで，t 期の戦略を決定するのに必要な過去の情報を一定にしたまま，1回あたりの懲罰の期間をここでのように1期から始めて，2，3，……と順に増やすとき，達成可能な被保険者の平均期待効用はどう変化するだろうか，という問題も考慮に値する。

＜3＞ここでは，被保険者は自分が努力していることを示す積極的な手段を持たないが，彼が，保険会社に何等かのシグナルを送れる時には状況はどう変わるだろうか，という問題を分析することも重要である。

＜4＞また，より現実的に，事故確率が異なる複数のタイプの被保険者の存在を仮定するモデル，つまり，道徳的危険と逆淘汰が同時に存在するようなモデルへの拡張も興味深い問題の一つである。

また，関連文献との関係については2章で述べたのでここでは繰り返さないことにする。

References

1. Abreau, d., D., Pearce, and E. Stacchetti. 1990. "Toward a Theory of Discounted Repeated Games with Imperfect Monitoring." *Econometrica* 58: 1041–1063.
2. Fundenberg, D., B. Holmstrom, and P. Milgrom. 1990. "Short-Term Contracts and Long-Term Agency Relationships." *J. E. T.* 51: 1–31.
3. Fundenberg, D., and E. Maskin. 1986. "The Folk Theorem in Repeated Games with Discounting or with Incomplete Information." *Econometrica* 54: 532–54.
4. Grossman, S., and O. Hart. 1983. "An analysis of the principal-Agent Problem." *Econometrica* 51: 7–45.
5. B. Holmstrom. 1982. "Moral Hazard in Teams." *Bell Journal of Economics*: 324–40.
6. D. Kreps. 1990. *A Course in Microeconomic Theory.* Princeton Univ. Press.
7. J.-J. Laffont. 1989. *The Economics of Uncertainty and Information.* M. I. T. Press.
8. Nalebuff, B., and J. Stiglitz. 1983. "Prizes and Incentives: Towards a General Theory of Compensation and Competition." *Bell Journal of Economics* 13: 21–43.
9. Radner, R. 1981. "Monitoring Cooperative Agreements in a Repeated Principal-Agent Relationship." *Econometrica* 49: 1127–1148.
10. ———. 1985. "Repeated Principal-Agent Games with Discounting." *Econometrica* 53: 1173–98.
11. Rasmusen, E. 1989. *Games and Information.* Blackwell.
12. Rothchild, M. and J. Stiglitz. 1976. "Equilibrium In Competitive Insurance Markets: an Essay on the Economics of Inperfect Information." *Quarterly Journal of Economics* 90: 629–49.
13. Rubinstein, A. 1979. "Equilibrium in Supergames with the Overtaking Criterion" *J. E. T.* 21: 1–9.
14. Rubinstein, A., and M. Yaari. 1983. "Repeated Insurance Contracts and Moral Hazarz." *J. E. T.* 30: 74–97.

（慶應義塾大学大学院経済学研究科博士課程）