

Title	金融国際化の効果：均衡の安定性と比較静学分析
Sub Title	Effects of financial-internationalization : stability of equilibria and comparative statics
Author	塩澤, 修平
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1991
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.84, No.特別号-I (1991. 9) ,p.91- 102
JaLC DOI	10.14991/001.19910901-0091
Abstract	
Notes	富田重夫教授退任記念論文集
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19910901-0091

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the Keio Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

金融国際化の効果

——均衡の安定性と比較静学分析——

塩澤修平*

1. 序

本稿は、金融自由化・国際化の影響について簡単なマクロモデルを用いて分析を行なう。モデルのミクロ的基礎は、重複世代経済 OG モデルの考えに基づく各主体の最適化行動があり、Shiozawa (1990) において定式化が試みられているので、ここではそのような枠組をふまえたうえで、マクロ的な投資関数、消費関数などから分析をはじめめる。

2 国経済を金融面から論じたものとして浜田 (1982)、Lucas (1982)、Turnovsky-d'Orey (1989) などがある。浜田 (1982) は通貨当局の政策目標が物価上昇率と外貨準備の増加に依存すると想定し、ゲーム論的な分析がなされている。Lucas (1982) は、無限期存在する主体のいる 2 国経済において金融制約を導入し、貨幣保有を動機づけているが、貨幣供給については一括移転で増大するとしている。Turnovsky-d'Orey (1989) は、不確実性のある経済での金融政策手段の選択の問題を論じており、生産面ではいわゆる Lucas 型供給関数を用いている。すなわち、実物生産は実現価格と期待価格との差に依存するというものである。

ここでは貨幣の供給は、企業部門が実物投資のための資金調達手段として銀行部門から借入するという形でなされる。また貯蓄と投資が物価水準と利率に依存し、実物投資の変化によって次期の実物財生産が影響を受ける、という形で金融面と実物面が結びついている。

第 2 節では、消費部門、企業部門、銀行部門からなる 1 国経済を考える。2-1 節で均衡条件を定式化する。実物財は 1 種類で、消費にも次期生産のための実物投資にも使用できる。ここで貨幣は、企業部門が実物投資の資金を調達するために、銀行部門から借入するという形で供給されると考える。消費部門は若年および老年の二世帯からなっている。若年世代は賃金所得から一部を銀行部門に預金し、残りを消費財購入のために支出する。老年世代は、前期からの貯蓄の元利合計と利潤所得といった、当該期には名目額一定の金融資産を、その期の実物財の価格水準ですべて消費のために支出する。均衡条件は、実物財と貨幣との 2 本である。2-2 節では不均衡状態における調整過程

* 本稿は、国民学術協会、簡易保険文化財団、清明会ならびに文部省科学研究費から資金援助を受けた研究の一部である。

が定義され、均衡の動学的安定性が検討される。2-3節では、投資および若年世代の消費が期待実質利率の関数であるとして、期待形成の問題を考慮しながら均衡の動学的安定性が検討される。2-4節では消費関数および貯蓄関数についての適当な仮定の下で、銀行部門の名目貸出額の変化による物価水準ならびに名目利率、期待実質利率、そして次期の実物財生産へ影響が比較静学分析される。

第3節では、第2節での分析に基づき自国および外国からなる2国開放経済を考える。3-1節で2国経済における均衡条件を定式化する。為替レートは購買力平価によって決まると考え、各国の銀行部門は外貨を資産としてもつことが可能となる。3-2節では、均衡の動学的安定性が検討される。3-3節では自国の名目貸出額の変化による自国および外国への影響が比較静学分析される。

2. 封鎖経済

2-1. 均衡条件

消費部門、企業部門および銀行部門からなる経済を考える。

実物財は1種類とし、消費財としても投資財としても用いられることができるとする。離散的な時間を考え、今期の実物財の生産 y_t は、前期における実物財の投資 k_t によって決定されるものとする。より一般的に、社会全体の生産関数を

$$y_t = f(k_{t-1}), f' > 0 \quad (1)$$

とする。すなわち、 t 期の実物財生産 y_t は1期前の実物財投資の増加関数である。したがって t 期においてはその期の生産量 y_t は所与となる。下つき添字は期を表わし、今期の1は混乱のない場合は省略する。消費部門と企業部門を合わせて民間部門と呼ぶ。

銀行部門は民間部門に対する貸出と民間部門からの預金の受入れを行なうものとし、それらを貨幣と考える。民間部門相互での貸借はできないものとする。企業部門は借入という形で銀行部門へ債務証券を売り、消費部門は預金という形で銀行部門から債務証券を購入する。すなわち、いわゆる間接金融の世界を考える。

借入と預金の名目利率は同一とし、 R と表わす。ここで R は元本を含めた gross の意味での利率である。銀行部門の貸出額を m とする。実物財1単位の貨幣で測られた価格を p とする。

消費部門は若年世代と老年世代からなっており、老年世代の消費 c^o は、前期からの金融資産の蓄積 A 、すなわち銀行部門への預金の元利合計や利潤配当などを、今期の価格水準で除したものとする。 A の値は今期の時点では所与であるので老年世代の消費は p のみの関数となる。

$$c^o(p) = A/p \quad (2)$$

若年世代の消費は利率に c^y 依存すると考える。はじめに c^y が名目利率の関数である場合を扱おう。

$$c^y = c^y(R) \quad (3)$$

企業部門の実物投資 k_1 も、はじめは名目利子率の関数とする。

$$k_1 = k_1(R) \quad (4)$$

今期の実物財の生産 y_1 は前期の実物投資 k_0 によって決まっているので、社会全体の実質貯蓄 s_1 は

$$s_1 = y_1 - c_1^y - c_1^o \quad (5)$$

と定義され、(2)、(3) 式から実質利子率および価格の関数となる。

$$s_1(R, p) = y_1 - c^y(R) - A/p \quad (6)$$

c^y および k_1 に関して以下のような性質を想定する。

仮定 1. 若年世代の消費 c^y および投資 k は名目利子率の関数であり、

$$dc^y/dR < 0$$

$$dk/dR < 0$$

したがって貯蓄関数については

$$\partial s/\partial R > 0, \quad \partial s/\partial p > 0 \quad (7)$$

となる。

企業部門における実物投資と生産には 1 期のずれがあるので、実物投資のためには何らかの形で資金が調達されなければならない。ここでは銀行部門からの借入という形でのみそれが行なわれると考える。そしてその貸出額 m が、この経済におけるマネー・サプライである。

この経済の均衡条件は、

$$k_1(R) - s_1(R, p) = 0 \quad (8)$$

$$pk_1(R) = m \quad (9)$$

となる。

(8) 式は財市場の均衡条件であり、財に対する投資需要と消費需要の合計が、前期において決定された今期の生産量に等しくなければならないことを示している。(9) 式は、企業部門の投資資金が、すべて銀行部門からの借入によって調達されなければならないことを示している。

各部門の貸借対照表勘定は図 1 で表わされる。消費部門の資産は、実物貯蓄 s_1 に価格 p をかけた額であり、それは消費部門の正味資産である。企業部門は、銀行からの借入金 m という負債をもっており、それによって実物投資 k_1 に価格をかけた額で評価される実物資産をもっている。銀

図 1

	消費部門		企業部門		銀行部門	
	資産	負債	資産	負債	資産	負債
貨幣(預金)	ps_1					ps_1
貸出金(借入金)				m	m	
正味資産—実物資産		ps_1		$-pk_1$		

行部門の資産は企業部門への貸出残高 m であり、消費部門から受け入れた預金 ps_1 が負債となる。(8), (9) 式から、均衡においては $m=ps_1$ である。

2-2. 動学的安定性

この経済における比較静学的な分析を意味のあるものとするために、均衡の動学的安定性について検討する。均衡条件 (8) (9) 式に基づいて、離散的な 1 期間のなかでの連続的な調整過程を考える。(8) 式は財についての需給均衡条件であり、主として現在財と将来財との間の選択の問題にかかわっている。したがってそこでは名目利率が調整されると考えよう。また価格水準については、ある種の数量説的な考えを導入し、(9) 式で示される貨幣供給と貨幣需要との関係から価格が調整されるとしよう。すなわち利率および価格の調整過程として、以下のような微分方程式体系を定義する。

$$\dot{R} = k(R) - s_1(R, p) \quad (10)$$

$$\dot{p} = m - pk(R) \quad (11)$$

(10) 式は、現在財に対する需要が供給よりも多ければ名目利率が上昇し、逆であれば下落するように調整されることを表わしている。(11) 式は貸出供給額が貸出需要額よりも大きければ価格が上昇することを表わしている。

(10) 式の左辺を 0 とおくと、財市場を均衡させる名目利率と価格の組み合わせを表わす式が得られる。それを全微分すると、仮定 1 より

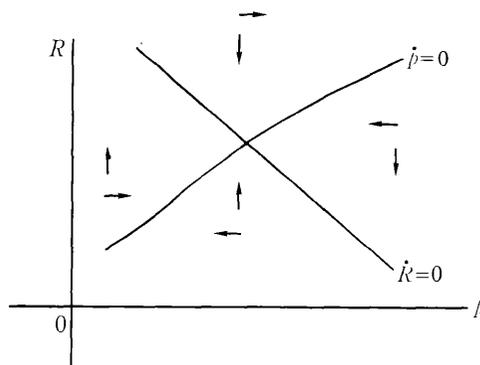
$$\left(\frac{dk}{dR} - \frac{\partial s}{\partial R} \right) dR - \frac{\partial s}{\partial p} \cdot dp = 0, \quad \frac{dR}{dp} = \frac{\partial s / \partial p}{dk / dR - \partial s / \partial R} < 0 \quad (12)$$

となる。(11) 式についても同様にして

$$-p \cdot \frac{dk}{dR} \cdot dR - kdp = 0, \quad \frac{dR}{dp} = -\frac{k}{dk / dR} > 0 \quad (13)$$

となる。縦軸に R 、横軸に p をとると、仮定 1 のもとでは、財市場を均衡させる R と p の組合せは右下りの曲線、貨幣市場を均衡させる R と p の組合せは右上りの曲線で表わされる。それらの曲線

図 2



と (10), (11) 式で定義された調整過程の方向を示したものが図 2 である。

仮定 1 のもとでの均衡の動学的安定性について以下の主張が成立する。

定理 1. 仮定 1 のもとで、調整過程 (10), (11) により、均衡は大域的に安定である。

証明 調整過程 (10), (11) は 2 変数であるため、Olech の定理を適用することができる。⁽¹⁾

調整過程 (10), (11) のヤコビ行列は

$$\begin{pmatrix} dk/dR - \partial s/\partial R & -\partial s/\partial p \\ -p \cdot dk/dR & -k \end{pmatrix}$$

となり、仮定 1 よりその行列式は

$$-k(dk/dR - \partial s/\partial R) - \partial s/\partial p \cdot p dk/dR > 0$$

その対角要素の和は

$$dk/dR - \partial s/\partial R - k < 0$$

となる。したがって、均衡は大域的に安定である。

(証了)

2-3. 期待形成

これまで、投資関数および若年世代の消費関数は名目利子率の関数であるとしてきた。しかし実際には物価水準の変化を考慮した期待実質利子率の関数であると考えた方がより現実的であろう。

p^e を次期の期待価格とし、それが現在価格 p の関数であるとする。

$$p^e = p^e(p) \tag{14}$$

今期に実物ターム 1 単位分の預金 p をおこなった場合、次期には元利合計 Rp だけの貨幣が得られる。その額によって購入可能と期待される実物財の数量は Rp/p^e である。したがって、元本を含めた gross の意味での期待実質利子率 r は、名目利子率 R に期待物価上昇率 p^e/p の逆数をかけたもので表わされる。

$$r = Rp/p^e \tag{15}$$

そして投資および若年世代の消費が期待実質利子率の関数であるなら

$$k = k(r) \tag{16}$$

$$c^y = c^y(r) \tag{17}$$

と表わされる。

仮定 1 に対応するものとして次のものをおく。

仮定 2. 若年世代の消費 c^y および投資 k は期待実質利子率 r の関数であり、

$$dk/dr < 0, \quad dc^y/dr < 0$$

注 (1) Olech の定理の証明については Ito (1978) を参照せよ。

(15) 式のように、 r が名目利子率 R と価格 p の関数であるので、投資と若年世代の消費も R と p の関数になる。すなわち、

$$k = k(R, p) \quad (18)$$

$$c^y = c^y(R, p) \quad (19)$$

という形でも表わすことができる。

仮定 2 のもとで R と p の k および c^y への効果を試みる。 k および c^y すなわち (18) および (19) 式を R で偏微分すると、その符号は次のようになる。

$$\partial k / \partial R = dk / dr \cdot \partial r / \partial R = dk / dr \cdot p / p^e < 0 \quad (20)$$

$$\partial c^y / \partial R = dc^y / dr \cdot \partial r / \partial R = dc^y / dr \cdot p / p^e < 0 \quad (21)$$

次に k および c^y を p で微分する。

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial p} &= \frac{dk}{dr} \cdot \frac{\partial r}{\partial p} = \frac{dk}{dr} \cdot R \cdot \frac{d(p/p^e)}{dp} \\ &= \frac{dk}{dr} \cdot R \cdot \frac{p^e(1 - dp^e/dp \cdot p/p^e)}{p^{e2}} \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial c^y}{\partial p} &= \frac{dc^y}{dr} \cdot \frac{\partial r}{\partial p} = \frac{dc^y}{dr} \cdot R \cdot \frac{d(p/p^e)}{dp} \\ &= \frac{dc^y}{dr} \cdot R \cdot \frac{p^e(1 - dp^e/dp \cdot p/p^e)}{p^{e2}} \end{aligned} \quad (23)$$

したがって $\partial k / \partial p$ および $\partial c^y / \partial p$ の符号は期待の弾力性 $dp^e / dp \cdot p / p^e$ の値に依存する。

$$dp^e / dp \cdot p / p^e < 1 \quad \text{ならば} \quad \partial k / \partial p < 0, \quad \partial c^y / \partial p < 0 \quad (24)$$

$$dp^e / dp \cdot p / p^e = 1 \quad \text{ならば} \quad \partial k / \partial p = 0, \quad \partial c^y / \partial p = 0 \quad (25)$$

$$dp^e / dp \cdot p / p^e > 1 \quad \text{ならば} \quad \partial k / \partial p > 0, \quad \partial c^y / \partial p > 0 \quad (26)$$

貯蓄関数については $s = y - c^y(r) - A/p$ であるので

$$\partial s / \partial p = -\partial c^y / \partial p + A/p^2 \quad (27)$$

$$\partial s / \partial R = -\partial c^y / \partial R > 0 \quad (28)$$

となる。したがって期待の弾力性が 1 以下ならば $\partial s / \partial p > 0$ となる。

期待形成を考慮に入れた場合の均衡条件は以下のようになる。

$$k(R, p) - s(R, p) = 0 \quad (29)$$

$$pk(R, p) = m \quad (30)$$

これらの条件を用いて (10), (11) 式で定義されたような調整過程を考えよう。

$$\dot{R} = k(R, p) - s(R, p) \quad (31)$$

$$\dot{p} = m - pk(R, p) \quad (32)$$

定理 2. 仮定 2 のもとで期待の弾力性 および 投資の価格弾力性の絶対値が 1 よりも小さければ、調整過程 (31), (32) により均衡は大域的に安定である。

証明. 調整過程のヤコビ行列は

$$\begin{pmatrix} \partial k/\partial R - \partial s/\partial R & \partial k/\partial p - \partial s/\partial p \\ -p \cdot \partial k/\partial R & -k - p \cdot \partial k/\partial p \end{pmatrix}$$

となる。(24) および (27) 式より, 期待の弾力性が1より小ならば $\partial k/\partial p - \partial s/\partial p < 0$ となり, さらに投資の価格弾力性 $\partial k/\partial p \cdot p/k$ の絶対値が1より小であれば $-k - p \cdot \partial k/\partial p < 0$ となる。したがってヤコビ行列の行列式は

$$(\partial k/\partial R - \partial s/\partial R)(-k - p \cdot \partial k/\partial p) + p \cdot \partial k/\partial p \cdot \partial k/\partial R > 0$$

その対角要素の和は

$$\partial k/\partial R - \partial s/\partial R - k - p \cdot \partial k/\partial p > 0$$

となる。

(証了)

2-4. 比較静学

定理 3. 仮定1のもとで, マネー・サプライの増加は価格水準の上昇と名目利率の下落をもたらす。したがってその結果, 次期の生産量の増加をもたらす。

証明. 均衡条件 (8), (9) 式を m で微分すると, 以下の連立方程式が得られる。

$$\begin{pmatrix} dk/dR - \partial s/\partial R & -\partial s/\partial p \\ p \cdot dk/dR & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dR/dm \\ dp/dm \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (33)$$

これを $dR/dm, dR/dp$ について解くと, 仮定1より

$$\frac{dR}{dm} = \frac{\partial s/\partial p}{k(dk/dR - \partial s/\partial R) + \partial s/\partial p \cdot p \cdot dk/dR} < 0 \quad (34)$$

$$\frac{dp}{dm} = \frac{dk/dR - \partial s/\partial R}{k(dk/dR - \partial s/\partial R) + \partial s/\partial p \cdot p \cdot dk/dR} > 0 \quad (35)$$

が得られる。

また, 仮定1および(1)式により, 今期の名目利率の低下は今期の実物投資を増加させ, 次期の実物財生産を増加させる。

(証了)

定理 4. 仮定2のもとで, 期待の弾力性および投資の価格弾力性の絶対値が1よりも小さければ, マネーサプライの増加は価格水準の上昇と名目利率の下落をもたらす。また, 期待の弾力性が1ならば, マネーサプライの増加は価格水準の上昇と期待実質利率の下落をもたらす, したがって次期の生産量の増加をもたらす。

証明. 均衡条件 (29), (30) 式を m で微分すると

$$\begin{pmatrix} \partial k/\partial R - \partial s/\partial R & \partial k/\partial p - \partial s/\partial p \\ p \cdot \partial k/\partial R & k + p \cdot \partial k/\partial p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dR/dm \\ dp/dm \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (36)$$

期待の価格弾力性が1より小ならば(24)および(27)式より

$$\partial k/\partial p < 0, \quad \partial s/\partial p > 0$$

となり、投資の価格弾力性の絶対値が1より小ならば

$$k + p \cdot \partial k/\partial p > 0$$

となる。したがって(36)式を dR/dm , dp/dm について解くことにより

$$dR/dm < 0 \quad (37)$$

$$dp/dm > 0 \quad (38)$$

が得られる。

期待の弾力性が1ならば(25)式より

$$\partial k/\partial p = 0, \quad \partial s/\partial p > 0$$

となるので、期待の弾力性が1より小の場合と同様に

$$dR/dm < 0, \quad dp/dm > 0$$

が得られる。(15)式を m で微分すると

$$\frac{dr}{dm} = \frac{p}{p^e} \cdot \frac{dR}{dm} + \frac{Rp^e(1 - dp^e/dp \cdot p/p^e)}{p^{e2}} \cdot \frac{dp}{dm}$$

であり、期待の弾力性が1の場合は

$$dr/dm = p/p^e \cdot dR/dm < 0 \quad (39)$$

となる。したがって仮定2より実物投資は増加し、次期の生産量も増加する。(証了)

3. 2国解放経済

3-1. 均衡条件

前節で展開されたモデルに基づいて、2国経済を考える。世界には2つの国、自国と外国があり、同一の財を生産しているものとする。財は自由に貿易され、輸送費などは無視する。各国はそれぞれ独自の貨幣を発行するが、為替レートは購買力平価によって決まり、2国間での裁定取引により、利率は共通の値が成立すると考える。2国経済の均衡条件は、財市場とそれぞれの貨幣市場の3本である。外国の変数は*をつけて表わすが、基本的には前節と同じ記号を用いる。

2国経済の均衡条件は

$$k(R) + k^*(R) - s(R, p) - s^*(R, p^*) = 0 \quad (40)$$

$$pk(R) = m \quad (41)$$

$$p^*k^*(R) = m^* \quad (42)$$

となる。

図 3

	自 国						外 国					
	消費部門		企業部門		銀行部門		消費部門		企業部門		銀行部門	
	資産	負債	資産	負債	資産	負債	資産	負債	資産	負債	資産	負債
貨 幣 (預金)	ps					ps	p^*s^*					p^*s^*
貸 出 (借入)			m		m				m^*		m^*	
外 貨					$p(s-k)$						$p^*(s^*-k^*)$	
正味資産—実物資産		ps		$-pk$				p^*s^*		$-p^*k^*$		

(40)式は2国経済全体での財市場の均衡条件である。(40),(41)式は前節と同じであり、自国の企業部門は自国の銀行部門を通してのみ資金の調達が可能であり、外国についても同様であるとする。

両国の各部門の貸借対照勘定は図3で表わされる。

図3の貸借対照勘定では、自国の各部門の資産・負債は自国通貨建てで、外国各部門の資産・負債は外国通貨建てで書かれている。外貨の項目は、各国の対外純資産を表わしている。均衡においては、 $k-s=-(k^*-s^*)$ なので購買力平価によって為替レートが決まると考えると、両国の対外純資産の合計は、どちらの通貨で測ってもゼロとなる。

国内での貯蓄額が投資額を上回っている国は対外純資産が正であり、実物財を輸出する貿易黒字国である。

3-2. 動学的安定性

経済の動学的な調整過程の定式化を試みる。利子率については財市場において需要が供給を上回れば、すなわち世界全体での投資額が貯蓄額よりも大きければ利子率が上昇し、逆に貯蓄額の方が大きければ利子率が下落するように調整されると考える。価格水準については各国の貨幣市場において、需要が供給を上回れば、すなわち投資の価値額が貸出額を上回れば価格は上昇し、逆に貸出額の方が大きければ価格が下落するように調整されると考える。

こうした考えに基づき、前節と同様に離散的な1期間のなかでの、連続時間による調整過程を以下の微分方程式体系によって定義する。

$$\dot{R} = k(R) + k^*(R) - s(R, p) - s^*(R, p^*) \quad (43)$$

$$\dot{p} = m - pk(R) \quad (44)$$

$$\dot{p}^* = m^* - p^*k^*(R) \quad (45)$$

このような非線形微分方程式体系による調整過程の局所的安定性を検討するために、均衡点で評価されたヤコビ行列を係数とする同次定係数微分方程式体系を考える。

$$\begin{pmatrix} \dot{R} \\ \dot{p} \\ \dot{p}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} dk/dR + dk^*/dR - \partial s/\partial R - \partial s^*/\partial R & -\partial s/\partial p & -\partial s^*/\partial p^* \\ -p & dk/dR & \\ -p^* & dk^*/dR & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R \\ p \\ p^* \end{pmatrix} \quad (46)$$

同次定係数微分方程式体系 (46) の大域的安定性の必要十分条件については以下の主張が知られている。

補助定理 1. 所与の微分方程式体系 $x(t) = A \cdot x(t)$ の解の大域的安定性の必要十分条件は、行列 A のすべての固有値の実部が負である。

補助定理 2 ⁽²⁾ (Routh-Hurwitz). 方程式

$$a_0 \lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + \dots + a_n = 0, \quad a_0 > 0$$

のすべての根が負の実部をもつための必要十分条件は、⁷⁾

$$a_1 > 0, \quad \begin{vmatrix} a_1 & a_0 \\ a_3 & a_2 \end{vmatrix} > 0, \quad \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 \\ a_5 & a_4 & a_3 \end{vmatrix} > 0, \quad \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 & 0 & \dots & \dots \\ a_3 & a_2 & a_1 & a_0 & \dots & \dots \\ a_5 & a_4 & a_3 & a_2 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_n \end{vmatrix} > 0$$

これらの補助定理を用いて、2 国経済の調整過程の動学的安定性について次の定理が導かれる。⁷⁾

定理 5. 仮定 1, 2 のもとで、調整過程 (43), (44), (45) により、均衡は局所的に安定である。

証明. 同次定係数微分方程式体系 (46) の係数行列の固有方程式

$$\begin{vmatrix} b_{11} - \lambda & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} - \lambda & 0 \\ b_{31} & 0 & b_{33} - \lambda \end{vmatrix} = 0 \tag{47}$$

を考える。ここで仮定 1 より

$$\begin{aligned} b_{11} &\equiv dk/dR + dk^*/dR - \partial s/\partial R - \partial s^*/\partial R < 0, & b_{12} &\equiv -\partial s/\partial p < 0, & b_{13} &\equiv -\partial s^*/\partial p^* < 0, \\ b_{21} &\equiv -p \, dk/dR > 0, & b_{22} &\equiv -k < 0, \\ b_{31} &\equiv -p^* \, dk^*/dR > 0, & b_{33} &\equiv -k^* < 0 \end{aligned} \tag{48}$$

である。(47) 式より

$$\begin{aligned} \lambda^3 + (-b_{11} - b_{22} - b_{33})\lambda^2 + (b_{11}b_{22} + b_{11}b_{33} + b_{22}b_{33} - b_{13}b_{31} - b_{12}b_{21})\lambda \\ + (-b_{11}b_{22}b_{33} + b_{13}b_{22}b_{31} + b_{12}b_{21}b_{33}) = 0 \end{aligned}$$

となり、

$$a_0 \equiv 1$$

注 (2) 補助定理 1, 2 については Takayama (1985), p. 310-p. 311 を参照せよ。

$$\begin{aligned}
a_1 &\equiv -b_{11} - b_{22} - b_{33} > 0 \\
a_2 &\equiv b_{11}b_{22} + b_{11}b_{33} + b_{22}b_{33} - b_{13}b_{31} - b_{12}b_{21} \\
a_3 &\equiv -b_{11}b_{22}b_{33} + b_{13}b_{22}b_{31} + b_{12}b_{21}b_{33}
\end{aligned}$$

とすると (48) より

$$\begin{aligned}
a_1 &> 0 \\
\begin{vmatrix} a_1 & a_0 \\ a_3 & a_2 \end{vmatrix} &= a_1 a_2 - a_0 a_3 \\
&= (-b_{11} - b_{22} - b_{33})(b_{11}b_{22} + b_{11}b_{33} + b_{22}b_{33} - b_{13}b_{31} - b_{12}b_{21}) \\
&\quad - (-b_{11}b_{22}b_{33} + b_{13}b_{22}b_{31} + b_{12}b_{21}b_{33}) \\
&= -b_{11}^2 b_{22} - b_{11}^2 b_{33} - b_{11}b_{22}b_{33} + b_{11}b_{13}b_{31} + b_{11}b_{12}b_{21} \\
&\quad - b_{11}b_{22}^2 - b_{11}b_{22}b_{33} - b_{22}^2 b_{33} + b_{12}b_{22}b_{33} - b_{11}b_{22}^2 \\
&\quad - b_{22}b_{33}^2 + b_{13}b_{31}b_{33} > 0
\end{aligned}$$

したがって、補助定理 2 より、同次定係数微分方程式体系 (46) の係数行列の固有方程式 (47) のすべての根の実部は負であり、補助定理 1 より (46) の解は大域的に安定である。このことは非線形微分方程式体系 (43), (44), (45) によって表わされる調整過程が局所的に安定であることを意味する。 (証了)

3-3. 比較静学

定理 6. 仮定 1 のもとで自国のマネーサプライの増加は、自国の価格水準を上昇させ、利子率および外国の価格水準を下落させる。

証明. 均衡条件 (40), (41), (42) を m で微分すると以下の連立方程式が得られる。

$$\begin{pmatrix} dk/dR + dk^*/dR - \partial s/\partial R - \partial s^*/\partial R & -\partial s/\partial p & -\partial s^*/\partial p^* \\ p \cdot dk/dR & k & 0 \\ p^* \cdot dk^*/dR & 0 & k^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dR/dm \\ dp/dm \\ dp^*/dm \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (49)$$

これを dR/dm , dp/dm , dp^*/dm について解くと、仮定 1 より以下の不等式が得られる。

$$dR/dm < 0, \quad dp/dm > 0, \quad dp^*/dm < 0.$$

4. 結 語

本稿は、財についての集計的な需要関数および投資資金調達のための貨幣需要関数から出発したマクロ分析であり、それらの関数に基づいた均衡の動学的安定性の検討と比較静学分析がなされている。ここでの特色は、金融現象を実物投資の資金調達という形で導入したこと、および老年世代

の消費を通じて絶対価格水準が実物財の需要に影響を与えることにある。金融自由化・国際化の意味は、その資金調達が自国内だけでなく、自国の銀行部門を通して外国からも行なえること、また逆に外国へも投資が行なえることであり、結果的に債務国と債権国が生じる。それは各国の時間を通じての最適化行動の結果であり、現実的な問題に分析を適用させる場合、一時点でのストックのみで論ずることは誤解をまねく可能性があることを示唆している。

経済を構成する各主体のミクロ的な最適化行動と2国間の金融政策のゲーム論的な分析の詳細な検討は別の機会に譲りたい。

参 考 文 献

浜田宏一『国際金融の政治経済学』，創文社，1982年。

Ito, T., 1978, "A Note on the Positivity Constraint in Olech's Theorem", *Journal of Economic Theory*, vol. 17, No. 2, 312-318.]

Lucas, R. E., Jr., 1982, "Interest Rate and Currency Prices in a Two-country World", *Journal of Monetary Economics*, 10, 335-360.

Shiozawa, S., "Monetary Policy and International Money Flow", Keio Economic Society Discussion Paper Series, 9003, 1990.]

Takayama, A., *Mathematical Economics*, Cambridge University Press, 1985.

Turnovsky, S. J. and V. d'Orey, 1989, "The Choice of Monetary Instrument in Two Independent Economies under Uncertainty", *Journal of Monetary Economics*, 23, 121-133.

(経済学部助教授)