Title	国際貸借の戦略的側面 : 2国ダイナミックゲームモデル
Sub Title	Saving policies and international capital flows : a two-country dynamic game model
Author	深尾, 京司
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1991
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.84, No.2 (1991. 7) ,p.348(126)- 361(139)
JaLC DOI	10.14991/001.19910701-0126
Abstract	
Notes	小特集 : 経済学会コンファレンス : 金融の自由化と国際化
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19910701-0126

「三田学会雑誌」84巻2号（1991年7月）

国際貸借の戦略的側面*

——2国ダイナミックゲームモデル——

深尾京司

1. はじめに

資本市場の国際的な統合が進むにつれて，政府が国内の貯蓄や投資に影響する政策を発動する際には，その国際的側面を無視することができなくなりつつある。レーガン政権下の米国財政赤字は，金融引締めと共に，累積債務問題を引き起こした原因の一つであると考えられている。また，世界最大の債権国である日本の貯蓄・投資動向は，今後ますます世界の注目を集めるものと思われる。

統合された資本市場のもとでは，自国の利益のみを追求した貯蓄・投資政策が，世界全体でみた最適資源配分をもたらす保証はない。本稿では，このような国際貸借の戦略的側面を，無限の時間的視野をもつ2国間のダイナミックゲームとして定式化する。従来の研究と異なり，モデルは十分なミクロ的基礎をもつ(1)。2国政府は，それぞれの国民の厚生を最大化するように，自国の消費・資産比率の時間経路を初期時点において選ぶものと仮定される。すなわち本稿では，オープンループ・ナッシュ均衡について分析する。なお，この均衡は動学的に整合的（time consistent）であることが示される。

分権的な市場では，政府は直接民間の消費・資産比率をコントロールすることはできない。しかし，市場経済において自国民間に上記の均衡消費・資産経路をたどらせるような，資産保有税の時間経路が存在する。また，この資産保有税の時間経路は，2国が初期時点において資産保有税の時

* 論文の作成にあたって，慶應義塾経済学会コンファレンス「金融の自由化と国際化」とイェール大学，東京大学，大阪大学，日本銀行，統計研究会，一橋大学での研究会の出席者から有益なコメントをいただいた。また，浜田宏一氏（イェール大学），村瀬英彰氏（横浜国立大学），武藤恭彦氏（成蹊大学），Nouriel Roubini 氏（イェール大学）から貴重な助言をいただいた。あわせて深く感謝したい。なおこの研究には，二十一世紀文化学術財団から援助を受けた。その資金援助にも謝意を表したい。

注（1） たとえば Oudiz and Sachs (1984) では，根拠なしに，政府の経常収支目標が，米国についてゼロ，日本と旧西ドイツについて GNP の2％と仮定されている。

ミクロ的基礎のあるモデルで国際貸借の戦略的側面を分析した研究としては，Hamada (1965) と Ohyama (1989) がある。Hamada は資本移動が自由な2国成長モデルにおける貯蓄政策について，政策ゲームを分析しているが，定状状態のみが考察されている。彼は，定状状態におけるゲームのナッシュ均衡がパレート最適であることを示した。Ohyama も分析を定状状態に限っている。いくつかの点でのモデルの精密化にもかかわらず，彼もナッシュ均衡がパレート最適との結果を得ている。彼らと対照的に本稿では，移行過程におけるゲームを専ら分析する。

なお，Buiter and Kretzer (1991) は世代重複モデルを使って，国際協調問題を分析している。

間経路を戦略として選ぶというゲームを考えた場合の，動学的に整合なオープンループ・ナッシュ均衡戦略でもある。

本稿では，国際貸借のダイナミックスについて長期均衡の近傍だけでなく大域的な分析を行うため，非常に単純なモデルを想定する。第1に，生産量は一定とする。1消費財と1生産要素があり，生産要素自体は2国間を移動しないが，生産要素に対する所有権と消費財は国際的に取り引きされる。第2に，国際貸借は2国の時間選好率が異なるために起きるとする。また，時間選好率は各々の国で一定と仮定される。これらの単純化により，ナッシュ均衡と競争均衡それぞれについて，各国の貯蓄パターン，世界金利，等の時間経路を明示的に解くことができる。分析の結果，ナッシュ均衡のもとでは競争均衡に比べ，国際貸借が縮小することが示される。これは，時間選好率が低く対外資産を蓄積する国は，資産保有課税により国内貯蓄を抑制し世界金利を高くしようとし，他方で時間選好率が高い国は，資産保有に補助金を与え消費を抑制し世界金利を低くしようとするためである。また，赤字国が資産を減少させるにつれ，補助金を減らし消費・資産比率を競争均衡下の値に近づけ，いわば完全競争的に行動するようになるのに対して，黒字国は資産を蓄積するにつれ，資産保有税を高くし，ますます戦略的に行動するようになることも示される。

われわれのモデルでは，競争均衡はパレート最適である。したがって，世界がナッシュ均衡に陥りやすいとすれば，2国は経常収支不均衡を拡大するように協調すべきである。なお，初期時点での資産の賦存量が相手国に比べ非常に大きい国は，競争均衡においてよりもナッシュ均衡においての方が経済厚生が高い。このような国に政策協調への移行を合意させるには，所得移転が必要であろう。

本稿の構成は次の通りである。次節ではモデルを提示し，競争均衡について分析する。第3節では2国政府の政策ゲームを定式化し，ナッシュ均衡を求める。第4節では競争均衡とナッシュ均衡を比較する。第5節では租税政策について考察する。最後の節では，分析結果をまとめ，今後に残された課題について述べる。

2. モデル

この節では，モデルを提示し，政府の介入がない場合にどのような均衡が成立するか調べる。ゲーム的状況については次節で分析する。

2国（A国とB国)，1消費財，1生産要素（資本）の世界を考える。1単位の資本から毎期1単位の消費財が産出されるものとする。世界全体で1単位の資本が存在する。投資はなく，財は貯蔵できないため，2国あわせた消費可能量は毎期1単位である。資本のうち K_A 単位がA国に，$K_B=1-K_A$ 単位がB国に設置されている。資本は国境を越えて動かず，したがって K_A は時間を通じて一定である。

資本の請求権は，競争的な資産市場で取り引きされる。1枚の株式は1単位の資本に対応し，毎

期1単位の消費財を配当としてもたらす。株式と消費財はコストなしに国際取引が行われる。消費財で測った株式の t 時点における価格を $q(t)$ とあらわす。$q(t)$ の将来の経路について，人々の完全予見を仮定する。消費財で測った株式の収益率を $r(t)$ とする。

$$r(t) \equiv \frac{1}{q(t)} + \frac{\dot{q}(t)}{q(t)}$$

もし貸出市場があれば裁定により瞬時的な実質金利は r と等しくなるはずである。そこでわれわれは r を実質金利と呼ぶ。

両国の人口は一定とする。A国民によって所有されている株式の枚数を $S_A(t)$ とあらわす。1枚の株式から1消費財が配当として得られるから，$S_A(t)$ はまたA国の国民所得を意味する。A国は当初0時点において，S_{A0} の株式を所有しているとする。

無限の時間的視野をもった i 国（i＝A，B）の代表的個人は次の最適化問題を解く

$$\max_{\{C_i(t)\}} \int_0^\infty e^{-\beta_i t} \ln C_i(t)\, dt$$

ただし次の制約にしたがう。

$$\dot{S}_i(t) = \frac{1}{q(t)}(S_i(t) - C_i(t)) \tag{1}$$

$$S_i(t) = S_{i0} \tag{2}$$

$$C_i(t) \geq 0$$

$$S_i(t) \geq 0$$

ここで，β_i は i 国民の時間選好率をあらわす。β_i は正である。$C_i(t)$は実質消費をあらわす。$S_i(t)$は，消費財で測った配当所得を意味する。

最適行動の必要条件は次式のように書ける。

$$\hat{C}_i(t) + \beta_i = r(t) \tag{3}$$

左辺は，現在の消費と瞬時後の消費のあいだの限界代替率をあらわす。右辺は，人々が資金市場で直面する現在の消費と瞬時後の消費のあいだの相対価格をあらわす。瞬時効用関数が対数型であると仮定したため，消費関数は非常に簡単になる。(3) 式と予算制約 (1)，および最適解のための境界条件より，

$$C_i(t) = \beta_i\, q(t)\, S_i(t) \tag{4}$$

i 国の保有株式 $S_i(t)$ の動学式は (1) 式と (4) 式より

$$\hat{A}_i(t) = \frac{1}{q(t)} - \beta_i \tag{5}$$

なお，記号 ^ は，成長率をあらわす。

次に，市場均衡条件について考えよう。市場としては，消費財と株式が交換される市場1つだけがある。その均衡条件は

$$C_A(t)+C_B(t)=1 \tag{6}$$

均衡条件を満たすように，各時点で株価 q_t が決まる。(6) 式および各国の予算制約より，2国の保有株式の和はつねに1となる。このことと (5) 式から，均衡における各国の資産の変化は，ロジスティック方程式で規定されることがわかる。

$$\dot{S}_i(t)=(\beta_j-\beta_i)S_i(t)(1-S_i(t)) \tag{7}$$

ただし，i=A，B，j=B，A.

上式と初期条件より，各国の保有株式の動きについて明示的に解くことができる。

$$S_i(t)=\frac{S_{i0}\,e^{-\beta_i t}}{S_{i0}\,e^{-\beta_i t}+(1-S_{i0})e^{-\beta_j t}} \tag{8}$$

この式が示すように，国際的な資産保有のパターンは2国の時間選好率に依存する。2国の時間選好率が等しい場合には，それぞれの保有株式は一定に保たれ，解は静学的なものになる。A国の時間選好率が外国の時間選好率を下回る場合には，A国は経常収支の黒字を続けて対外資産を蓄積し，やがては世界の富を独占するようになる (Ramsey 1928)。本稿では主に，このような動学的な国際貸借の過程について分析する。われわれは，A国の時間選好率がB国のそれよりも低いと仮定する。

$$\beta_A<\beta_B \tag{9}$$

i 国の対外純資産を F_i とあらわす。これは，i 国の保有株式から i 国に設置された資本を引いた値に等しい。

$$F_i(t)=S_i(t)-K_i \tag{10}$$

実物資本の移動がないというわれわれの仮定のもとでは，時間選好率の低いA国の貯蓄は，もっぱら対外資産の蓄積にあてられることになる。

均衡における株価は，2国の消費関数と財市場の均衡条件より

$$q(t)=\frac{1}{S_A(t)\,\beta_A+(1-S_A(t))\,\beta_B} \tag{11}$$

上式より利子率は次のように決まる。

$$r(t)=\frac{S_{A0}\,\beta_A^2\,e^{-\beta_A t}+(1-S_{A0})\beta_B^2\,e^{-\beta_B t}}{S_{A0}\,\beta_A\,e^{-\beta_A t}+(1-S_{A0})\beta_B\,e^{-\beta_B t}} \tag{12}$$

利子率は，2国の時間選好率の加重平均値になる。ただしウェイトは2国の消費水準である。

消費関数と均衡株価より，各国の消費水準についても明示的に解くことができる。

$$C_i(t)=\frac{S_i(t)\,\beta_i}{S_i(t)\,\beta_i+(1-S_i(t))\,\beta_j}=\frac{S_{i0}\,\beta_i\,e^{-\beta_j t}}{S_{i0}\,\beta_i\,e^{-\beta_i t}+(1-S_{i0})\,\beta_j\,e^{-\beta_j t}} \tag{13}$$

時間選好率の低いA国は，当初，比較的少額の消費をする。時間が経過し資産を蓄積するにつれて，消費を増やしていく。したがって，(12) 式からわかるように，世界金利は次第に下落し，β_A に近づく。

3. 政策ゲーム

この節では，2国間の政策ゲームについて考える。

i 国の消費・資産比率を $x_i(t)$ とあらわす。

$$x_i(t) \equiv \frac{C_i(t)}{q(t)\,S_i(t)} \tag{14}$$

各国政府は，0時点において，自国の代表的個人の効用を最大化するように，0時点から無限の将来までの x の経路を選ぶものとする。ただし，この決定にあたって政府は，相手国の x の経路は与件とみなす。つまりわれわれは，x の時間経路を戦略とするオープンループ・ナッシュ均衡について分析する[(2)]。オープンループ解では，しばしばタイム・インコンシステンシィ問題が生じる。すなわち，0時点を起点とするゲームにおいて，ゲーム開始後のある時点 T（$T>0$）に，プレーヤーがそれ以降の戦略を練り直す場合，彼は最初の均衡戦略から離れる誘引をもつ。このような解は，0時点においてあらかじめ，将来の自らの行動をすべて確定できる（プレコミットできる）場合以外には，現実的な解とはいえない。しかし後に見るように，われわれの解はタイム・コンシステントであり，このような問題は起きない。

また分権的な経済では，政府が一国全体の消費・資産比率を直接コントロールするというわれわれの仮定は現実性に欠ける。しかし本節の終わりで示すように，適当な租税・補助金政策により，各国政府は民間を誘導し均衡戦略のような消費・資産比率の時間経路を達成できる。

市場均衡条件（6）式を使って（14）式から $q(t)$ を消去すれば，次式を得る。

$$C_i(t) = \frac{S_i(t)\,x_i(t)}{S_i(t)\,x_i(t) + (1-S_i(t))\,x_j(t)}$$

したがって，i 国政府の最適化問題はつぎのようにあらわすことができる。なお，i 国は相手国 j の戦略 $\{x_j(t)|0 \leqq t\}$ を与件とみなす。

$$\max_{\{x_i(t)\}} \int_0^\infty e^{-\beta_i t} \ln \frac{S_i(t)\,x_i(t)}{S_i(t)\,x_i(t) + (1-S_i(t))\,x_j(t)}\,dt$$

ただし

$$\dot{S}_i(t) = S_i(t)\,(1-S_i(t))\,(x_j(t) - x_i(t)) \tag{15}$$

$$S_i(0) = S_{i0} \tag{2}$$

$$x_i(t) \geq 0$$

$$S_i(t) \geq 0$$

注（2） オープンループ・ナッシュ均衡と異なり，プレーヤーが状態変数等に応じて刻々と戦略変数を変化させていくゲームの解をクローズドループ・ナッシュ均衡と呼ぶ（たとえば Tabellini 1986 参照）。われわれのモデルでは，複雑な非線形の体系のため，このタイプの均衡を求めることはできなかった。

(15) 式は，(1)，(6)，および (14) 式から導出された。

t 時点の瞬時効用で測ったハミルトニアンは次のようにあらわされる。

$$\Phi_i(S_i(t),\ x_i(t),\ \lambda_i(t),\ t)\equiv\ln\frac{S_i(t)\,x_i(t)}{S_i(t)\,x_i(t)+(1-S_i(t))\,x_j(t)}$$
$$+\lambda_i(t)\,S_i(t)(1-S_i(t))(x_j(t)-x_i(t))$$

ここで補助変数 $\lambda_i(t)$ は，状態変数 $S_i(t)$ の限界的な増加が i 国の経済厚生をどれだけ高めるかを意味する。関数

$$\Phi_i^*(S_i(t),\ \lambda_i(t),\ t)\equiv\max_{x_i(t)}\ \Phi_i(S_i(t),\ x_i(t),\ \lambda_i(t),\ t)$$

は，与えられた $\lambda_i(t)$ と t のもとで $S_i(t)$ の凹関数だから，最適行動のための必要・十分条件は，(15) 式，$x_i(t)$ と $S_i(t)$ の非負条件，および次の諸式となる（詳しくは，Arrow and Kurz 1970 p. 49 参照)。

$$\frac{\partial\Phi_i}{\partial x_i(t)}=\frac{(1-S_i(t))\,x_j(t)}{x_i(t)\{S_i(t)\,x_i(t)+(1-S_i(t))\,x_j(t)\}}$$
$$-\lambda_i(t)\,S_i(t)(1-S_i(t))=0 \tag{16}$$

$$\dot{\lambda}_i(t)=\beta\lambda_i(t)-\frac{\partial\Phi_i}{\partial S_i(t)}$$
$$=\beta\lambda_i(t)-\frac{x_j(t)}{S_i(t)\{S_i(t)\,x_i(t)+(1-S_i(t))x_j(t)\}}$$
$$+\lambda_i(t)\,(2\,S_i(t)-1)\,(x_j(t)-x_i(t)) \tag{17}$$

$$\lim_{t\to\infty}\ \lambda_i(t)\,e^{-\beta_i t}\geq 0 \tag{18}$$

$$\lim_{t\to\infty}\ \lambda_i(t)\,S_i(t)\,e^{-\beta_i t}=0 \tag{19}$$

(16)，(17) 式から $\lambda_i(t)$ を消去し，(6)，(14)，(15) 式を使って結果を整理すると，最適行動の必要条件として次式が得られる。

$$\hat{x}_i(t)-\hat{x}_j(t)=2\,x_i(t)+\widehat{(x_i(t)+x_j(t))}-\beta_i \tag{20}$$

同様にして横断性条件 (18)，(19) も次のように書き改めることができる。

$$\lim_{t\to\infty}\ \frac{x_j(t)}{S_i(t)(x_i(t)+x_j(t))x_i(t)}\,e^{-\beta_i t}\geq 0 \tag{18'}$$

$$\lim_{t\to\infty}\ \frac{x_j(t)}{(x_i(t)+x_j(t))\,x_i(t)}\,e^{-\beta_i t}=0 \tag{19'}$$

われわれの政策ゲームにおけるナッシュ均衡は，(15) 式と，i=A，B (j=B，A) についての (20)，(18′)，および (19′) 式で規定される。

戦略変数 $x_i(t)$ について直接解くことはむずかしいが，$x_i(t)$ の定義を使って (20) 式を書き直すと，ナッシュ均衡における消費水準のダイナミックスについて，次のような単純な式を得る。

$$\hat{C}_i(t)+\beta_i=r(t)+\hat{C}_j(t) \tag{21}$$

競争均衡における最適消費行動（3）式と比較すると，（21）式では右辺に新しい項として，相手国消費の成長率があらわれている。したがって，他の条件は同じとすると，競争均衡に比べてナッシュ均衡のもとでは，各国は，たとえば相手国が消費を増加させているときには自国の消費の減少率を小さくする，といったように相手国の消費パターンに自国の消費パターンを同調させようとする誘引をもつ。

i=A, B（j=B, A）について（21）式が成り立つことより，均衡世界金利は時間を通じて一定であることがわかる。

$$r(t)=\frac{1}{q(t)}=\frac{1}{2}(\beta_A+\beta_B) \tag{22}$$

世界金利が一定になるメカニズムについては，第5節で考察する。

（21），（22）式より，各国の消費について解くことができる。

$$C_i(t)=\frac{C_i(0)\,e^{-\frac{1}{2}\beta_i t}}{C_i(0)\,e^{-\frac{1}{2}\beta_i t}+(1-C_i(0))\,e^{-\frac{1}{2}\beta_j t}} \tag{23}$$

ただし，上式と予算制約（15）および横断性条件より，すべての t について保有株式 $S_i(t)$ と消費 $C_i(t)$ のあいだには

$$S_i(t)=\frac{\beta_A+\beta_B}{2}\int_0^{+\infty}\frac{C_i(t)\,e^{-\frac{1}{2}\beta_i s}}{C_i(t)\,e^{\frac{1}{2}\beta_i s}+(1-C_i(t))\,e^{\frac{1}{2}\beta_j s}}\,ds \tag{24}$$

という関係がなりたつ。（23）式右辺のゲーム開始時における消費 $C_i(0)$ は，$t=0$ における（24）式より，初期資産量 S_{i0} の関数として求めることができる。

戦略変数 $x_i(t)$（ただし $t\geqq 0$）の時間経路は，（23），（24）式から決まる。

$$\begin{aligned} x_i(t)&=\frac{1}{\displaystyle\int_0^{\infty}\frac{e^{-\frac{1}{2}\beta_i s}}{C_i(t)\,e^{\frac{1}{2}\beta_j s}+(1-C_i(t))\,e^{\frac{1}{2}\beta_i s}}\,ds} \\ &=\frac{1}{\displaystyle\int_0^{\infty}\frac{\{C_i(0)\,e^{-\frac{1}{2}\beta_i t}+(1-C_i(0))\,e^{-\frac{1}{2}\beta_j t}\}\,e^{-\frac{1}{2}\beta_i s}}{C_i(0)\,e^{-\frac{1}{2}\beta_i t}\,e^{\frac{1}{2}\beta_j s}+(1-C_i(0))\,e^{-\frac{1}{2}\beta_j t}\,e^{\frac{1}{2}\beta_i s}}\,ds} \end{aligned} \tag{25}$$

この解は，先に列記した最適行動の必要十分条件をすべて満たす。

ここで，われわれの得たナッシュ均衡が動学的に整合であることを確認しておこう。（24）式と（25）式第一行によれば，任意の $T(T\geqq 0)$ について，T 時点における i 国の均衡戦略 $x_i(T)$ は，T 時点における状態変数 $S_i(T)$ のみによって規定され，ゲームがいつから開始されたかや，開始時点における保有株式に依存しない。したがって（15）式より，T 時点より先の均衡戦略経路 $\{x_i(t)|t\geqq T,\ i=\mathrm{A, B}\}$ 全体が $S_i(T)$ のみに依存する。このことより，0時点に開始されたゲームを T 時点に中断し，再び新しくゲームを始めたとしても，新しい均衡戦略経路は，0時点に開始されたゲームの均衡戦略経路のうちの $t\geqq T$ の部分と同じになる。よって，ゲーム開始後のある時点において，i 国がそれ以降の戦略を練り直すとしても，当初選んでいた戦略経路からはなれ

る誘引をもたない。したがって，われわれの均衡は動学的に整合である。(3)

4. 競争均衡とナッシュ均衡の比較

本節では，ナッシュ均衡と競争均衡を比較する。

図1において，破線は，(24) 式で規定されるナッシュ均衡におけるA国の保有株式 $S_A(t)$ と消費水準 $C_A(t)$ の組合せをあらわす。1から $S_A(t)$ と $C_A(t)$ をそれぞれ引いた値が，B国の対応する値となる。実線の曲線は，(13) 式で規定される競争均衡におけるA国の保有株式 $S_A(t)$ と消費水準 $C_A(t)$ の組合せをあらわす。(13)，(24) 式より，2つの曲線はともに右上がりで，下方に凸であり，また点Oと点Dを通ることが示せる。したがって，2つの曲線は45度線よりも下にある。このことはどちらの均衡においても，時間選好率の低い自国が常に所得以下の消費を行い，対外資産を蓄積していくことを意味する。

また，(13)，(24) 式より，ナッシュ均衡をあらわす破線の方が競争均衡をあらわす実線よりも上方に位置することが示せる。(4) このことは，与えられた自国の保有株式 $S_A(t)$ のもとで，時間選好率の低いA国は，ナッシュ均衡での方が競争均衡においてよりも，より多く消費し，貯蓄を減らすことを意味する。ナッシュ均衡におけるこのような戦略的行動は，直観的には次のように理解できよう。A国は貯蓄を減らし，株式の購入を減らすことにより，消費財と株式が交換されている市場において，株価を引き下げる，つまり金利を引き上げることができる。これは貯蓄国Aにとって，異時点間の交易条件を改善し，経済厚生を高める効果をもつのである。一方B国は，競争均衡に比べナッシュ均衡では，消費を減らし株式の売却を少なくする。B国はこのような行動により，できるだけ高い価格で株式を売却しようとする。

ナッシュ均衡において，戦略変数である消費・資産比率 $x_i(t)$ がどのように動くかは，(25) 式

注(3) われわれのナッシュ均衡が動学的に整合的であることは次のようにして確認できる。なお動学的整合性については，Sargent (1987) 参照。

0時点に開始されたゲームがT時点において中断され，$S_i(T)$ 与件のもとで新しくゲームが始められたとする。古いゲームと新しいゲームの均衡値を，それぞれ上付き添え文字，O，Tで区別する。

新しい均衡における戦略経路は，0時点を起点としたゲームの均衡戦略経路 (25) 式と全く同様に導出できる。

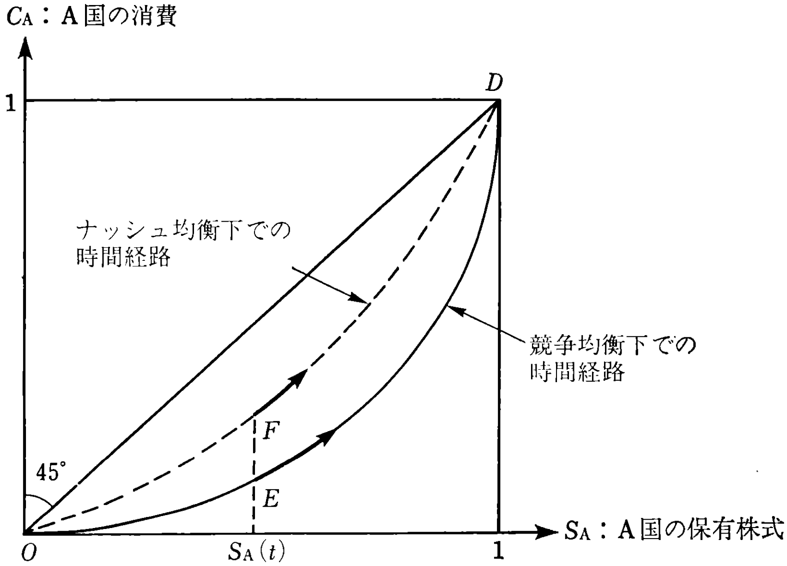
$$x_i^T(t)=\frac{1}{\int_0^{\infty}\frac{\{C_i^T(T)e^{-\frac{1}{2}\beta_i(t-T)}+(1-C_i^T(T))e^{-\frac{1}{2}\beta_j(t-T)}\}e^{-\frac{1}{2}\beta_i s}}{C_i^T(T)e^{-\frac{1}{2}\beta_i(t-T)}e^{\frac{1}{2}\beta_j s}+(1-C_i^T(T))e^{-\frac{1}{2}\beta_j(t-T)}e^{\frac{1}{2}\beta_i s}}ds} \qquad (25')$$

ただし $C_i^T(T)$ は (24) 式と同様にして

$$S_i^T(T)=\frac{\beta_A+\beta_B}{2}\int_0^{+\infty}\frac{C_i^T(T)e^{-\frac{1}{2}\beta_i s}}{C_i^T(T)e^{\frac{1}{2}\beta_i s}+(1-C_i^T(T))e^{\frac{1}{2}\beta_j s}}ds \qquad (24')$$

で規定される。いま，T時点までは古い均衡下で推移してきたわけだから，$S_i^T(T)=S_i^O(T)$。したがって (24)，(24′) 式より，$C_i^T(T)=C_i^O(T)$。このことと (23) 式より，(25′) 式の$C_i^T(T)$を$C_i^O(O)$をつかってあらわすと，$t\geqq T$について，$x_i^T(T)$ は (25) 式で規定される $x_i^O(T)$ と全く等しいことがわかる。

図1　消費と株式保有のダイナミックス



注：A国の時間選好率はB国よりも低いと仮定されている。

からわかる。

時間選好率の低いA国は，消費・資産比率 $x_A(t)$ を競争均衡における値 β_A よりも高く設定する。時間が経過し資産を蓄積するにつれて，A国はますます $x_A(t)$ を高めていく。最終的には，$x_A(t)$ は $(\beta_A+\beta_B)/2$ に近づく。なお初期時点において保有株式が十分にゼロに近いならば，A国は当初，$x_A(t)$ を競争均衡における値 β_A にほぼ等しくする。一方，時間選好率の高いB国は，$x_B(t)$ を競争均衡における値 β_B よりも低く設定する。時間が経過し資産を手放すにつれて，B国はしだいに $x_B(t)$ を高めていく。最終的には，$x_B(t)$ は β_B に近づく。なお初期時点においてB国が世界の株式のほとんどをもっているならば，この国は当初，$x_B(t)$ を自国の時間選好率に比べかなり低い値

注（4）　このことは次のようにして示すことができる。

t 時点におけるA国の消費水準としてある値 $\underline{C}_A(t)$ を想定する。ナッシュ均衡においてA国の消費水準がちょうど $\underline{C}_A(t)$ に等しくなるようなA国の保有株式を $S_A^N(t)$，競争均衡における同様の値を $S_A^M(t)$ とあらわす。(13)，(24) 式より

$$S_A^M(t)-S_A^N(t)=S_A^M(t)-\frac{\beta_A+\beta_B}{2}\int_0^\infty\frac{\underline{C}_A(t)\,e^{-\frac{1}{2}\beta_A s}}{\underline{C}_A(t)\,e^{\frac{1}{2}\beta_B s}+(1-\underline{C}_A(t))\,e^{\frac{1}{2}\beta_A s}}ds$$

$$=\frac{\beta_A+\beta_B}{2}S_A^M(t)\,(1-S_A^M(t))\int_0^\infty\frac{\beta_B e^{-\frac{1}{2}\beta_B s}-\beta_A e^{-\frac{1}{2}\beta_A s}}{S_A^M(t)\beta_A e^{\frac{1}{2}\beta_B s}+(1-S_A^M(t))\beta_B e^{\frac{1}{2}\beta_A s}}ds$$

第2行の積分内の分数において，分母は s の増加関数，分子は s の減少関数である。また，

$$\int_0^\infty\left(\beta_B e^{-\frac{1}{2}\beta_B s}-\beta_A e^{-\frac{1}{2}\beta_A s}\right)ds=0$$

したがって，$\beta_A<\beta_B$ というわれわれの仮定のもとでは，$\underline{C}_A(t)$ が0から1までのどんな値でも $S_A^N(t)<S_A^M(t)$ がなりたつ。これは図1において，競争均衡下の組合せがナッシュ均衡下の組合せより下方にくることを意味する。

$(\beta_A+\beta_B)/2$ に設定する。

A，Bどちらの国も，保有株式が多いほど，消費・資産比率を競争均衡下の値から離れて設定することに注目しよう。単純化していえば，大国ほど，積極的に戦略的な行動をとり，相手国を収奪しようとする。

ナッシュ均衡における保有株式の動きは，(15) 式で規定される。A国保有株式の成長率マイナスB国保有株式の成長率は，$x_B(t)-x_A(t)$ に等しい。(25) 式からわかるようにこの格差は，$\beta_B-\beta_A$ よりも小さい。一方，競争均衡においては，保有株式の成長率格差は，常に $\beta_B-\beta_A$ に等しい。先にも述べたように，ナッシュ均衡では，A国は消費を増やし，B国は消費を減らす。このような行動により，A国の資産蓄積のスピードは，競争均衡下よりも遅くなるわけである。図1における異なった長さの矢印は，この差をあらわしている。

(10)式が示すように，各国に設置された実物資本が一定というわれわれの仮定のもとでは，A国の資産蓄積はもっぱら対外資産の増加という形で行われる。したがって，当初の2国間資産分布が同じ場合について競争均衡とナッシュ均衡を比べると，ナッシュ均衡では経常収支不均衡が小さい。非協力的な2国の行動は，国際資本移動の縮小をもたらすわけである。われわれのモデルでは，競争均衡における資源配分はパレート最適であるから[5]，以上の分析結果は次のような政策的含意をもつ。世界経済が非協力的な状況に落ち込みやすいなら，国際資本移動は各国の貯蓄政策により過小になる傾向をもつ。この時，各国は資本移動を拡大するように国際協調することにより，世界全体の厚生を高めることができる。なお，2国の時間選好率が等しい場合には，(25)式からわかるように，ナッシュ均衡における2国の消費・資産比率は，その時間選好率に等しい。したがって，ナッシュ均衡下でも競争均衡下と同じパレート最適な資源配分が達成される。この場合のみは，国際協調の必要はない。

貿易理論では，各国が自らの利益のみを求めて貿易政策を展開すると，国際貿易が過小になることが知られている。国際資本移動は，現在財と将来財の交換であるから，われわれの分析結果は，貿易理論の自然な拡張であるといえる。

さてここで，競争均衡下とナッシュ均衡下での，2国の経済厚生を比較してみよう。表1は，初期資産量が異なる9つのケースについて，シミレーションを行った結果である。この表によれば，次の3つのことがいえる。

(1) オータルキー状態から競争均衡またはナッシュ均衡に移行すると，全てのケースにおいて2国とも経済厚生は増す。

(2) オータルキー状態から競争均衡に移行すると，異時点間貿易の利益は小国が比較的多く享受する。

注（5） 競争均衡における資源配分は，2国の消費の和が毎期1という制約のもとで，2国の効用の加重平均を最大化するという，中央計画問題の解と等しい。ただし，A国のウェイトは，$\beta_B S_{A0}/\{\beta_B S_{A0}+\beta_A(1-S_{A0})\}$ で与えられる。

表 1　競争均衡とナッシュ均衡における2国の経済厚生

	A国の初期賦存量	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9
競争均衡の場合	A国の厚生	.1035	.2053	.3058	.4055	.5046	.6035	.7022	.8011	.9003
	B国の厚生	.9005	.8017	.7031	.6044	.5055	.4061	.3061	.2051	.1032
ナッシュ均衡の場合	A国の厚生	.1012	.2024	.3033	.4040	.5043	.6043	.7039	.8031	.9018
	B国の厚生	.9017	.8028	.7033	.6035	.5034	.4030	.3024	.2017	.1009

注1：自国と外国の時間選好率はそれぞれ，0.03，0.04と仮定した。時間選好率について他の値を仮定しても，定性的な性質は変わらなかった。

注2：効用関数は，次の2条件を満たすように変換した。

(1)　変換された効用関数は消費の流列について，一次同次である。

(2)　一定の消費水準が保たれる場合には，変換された効用水準は，この消費水準に等しい。

i 国についてのそのような変換は，$\exp(\beta_i U_i)$ とあらわされる。ただし U_i はもともとの効用関数である。表の各欄は変換された効用をあらわしている。なお，与えられた金利の流列のもとで初期賦存量が1％増加すると，変換された効用も1％増加する。

(3)　初期賦存量が偏っているケースでは，当初資産を多くもつ側の国は，競争均衡下でよりもナッシュ均衡下での方が経済厚生はむしろ高くなる。

以上のうち特に興味深いのは(3)であろう。これによれば，初期賦存量が偏っているケースではナッシュ均衡の状態から競争均衡へと政策協調によって移行することは困難である。大国に移行を合意させるためには，所得移転を行う必要があるからである（Johnson 1953)。

5.　政策ゲーム下の租税政策

本節では，租税政策について考察しよう。分権的な市場では，政府は一国の消費・資産比率を直接コントロールすることはできない。しかし，適当な租税政策により民間を誘導し，ナッシュ均衡における消費・資産比率の時間経路を達成することができる。

政府は自国居住者の資産保有に課税するものとする。i 国の t 時点における株式1枚当りの税額を $\tau_i(t)$ とあらわす。マイナスの $\tau_i(t)$ は，資産保有に対する補助金を意味する。また，政府は税収をマイナスの一括固定税 $R_i(t)$ の形で再配分するものとする。この時，民間の予算制約式は

$$\dot{S}_i(t)=\frac{1}{q(t)}(S_i(t)-C_i(t)+R_i(t))-\tau_i(t)S_i(t) \tag{26}$$

ただし，政府の予算制約より

$$R_i(t)=\tau_i(t)\,q(t)\,S_i(t) \tag{27}$$

与えられた税率の流列 $\{\tau_i(t)|t\geqq 0\}$ のもとで，家計の最適化行動より i 国の消費・資産比率は次のように決まる。

$$x_i(t)\equiv\frac{C_i(t)}{q(t)\,S_i(t)}=\frac{1}{\int_t^\infty e^{-\int_t^s(\beta+\tau_i(v))dv}\,ds}$$

上式を時間について微分すると

$$\tau_i(t)=x_i(t)-\frac{\dot{x}_i(t)}{x_i(t)}-\beta_i \tag{28'}$$

(28′) 式より，i 国政府が税率を

$$\tau_i(t)=\frac{1}{2}(\beta_j-\beta_i)\frac{C_i(t)\,e^{-\frac{1}{2}\beta_i t}}{C_i(t)\,e^{-\frac{1}{2}\beta_i t}+(1-C_i(t))\,e^{-\frac{1}{2}\beta_j t}} \tag{29}$$

にしたがって動かせば，分権的な市場のもとで民間が選択する消費・資産比率は，ナッシュ均衡での最適経路 (25) 式と同一になることがわかる。

(29)式によれば，時間選好率の低いA国は，資産保有に課税し，また資産を蓄積するにつれ，税率を上げる。表1でみたように，大国になるほど戦略的な行動をとるわけである。これに対して，B国は資産保有に補助金を与えるが，資産が減少するにつれ，補助金の率は低下する。このような政府の行動のため，A国民にとっての税引き後の金利はB国民にとっての補助金受取後の金利よりも，常に $(\beta_B-\beta_A)/2$ だけ低くなる。また世界金利は時間を通じて一定になる。

なお，各々の国が戦略変数として，自国の消費・資産比率の時間経路 $\{x_i(t)|t\geqq 0\}$ ではなく，資産税率の時間経路 $\{\tau_i(t)|t\geqq 0\}$ を選ぶというゲームを考えても，(29) 式の経路はやはりナッシュ均衡の均衡経路である。このことは次のようにして示すことができる。相手国の戦略 $\{\tau_j(t)|t\geqq 0\}$ が与えられると，(28) 式からわかるように，i 国にとって相手国の消費・資産比率の経路 $\{x_j(t)|t\geqq 0\}$ も与件となる。このとき i 国政府がある資産税率の時間経路を選べば i 国民間の消費・資産経路が (28) 式にしたがって決まる。この経路は，民間の合理的行動により，i 国全体の予算制約 (15)，(2) 式を満たす。また i 国の経済厚生は

$$\int_0^\infty e^{-\beta_i t}\ln\frac{S_i(t)\,x_i(t)}{S_i(t)\,x_i(t)+(1-S_i(t))\,x_j(t)}\,dt$$

となる。i 国政府にとって最適な行動は，上式を最大にするように資産税率の経路を選ぶことである。これは (29) 式の経路に他ならない。したがって，(29) 式であらわされる資産税率についての戦略は，ナッシュ均衡戦略であることがわかった。なお，この均衡が動学的に整合であることは，注 (3) と同ようにして示すことができる。

6. おわりに

本稿では，非協力ゲームの理論を国際貸借問題に応用することにより，各国が自己中心的に貯蓄政策をおこなうと，2国の時間選好率がちょうど等しい場合を除き，国際資本移動はパレート最適な状態に比べ，過小になることを示した。また，初期賦存量の多い国は，競争均衡よりもナッシュ均衡下の方が経済厚生が高くなることがわかった。国際貸借が現在財と将来財の貿易であることからみて，この結果は標準的な貿易理論の自然な応用と考えられる。この結果自体は，2期間モデル

でも得ることができるが，われわれは無限期間のダイナミックゲームを分析することにより，さらに次のことも示した。

(1) 時間選好率 β_B の低いB国の政府が，資産が減少するにつれ市場への介入を減らすのに対し，時間選好率 β_A の低いA国の政府は資産蓄積につれ，資産保有税率を引き上げ，ますます戦略的に行動するようになる。

(2) 2国のこのような対照的な行動のため，A国民にとっての税引き後の金利はB国民にとっての補助金受取後の金利よりも，常に $(\beta_B-\beta_A)/2$ だけ低くなる。また世界金利は時間を通じて一定になる。

(3) われわれのナッシュ均衡は，動学的に整合である。たとえばB国政府は，時間経過につれ自国の資産がゼロに近づき，またそれにつれて次第に相手国に搾取される度合が高まるにもかかわらず，ゲーム開始時に選んだ戦略をゲーム開始後に修正する誘引をもたない。

なお，以上の結果は，非常に単純化されたモデルに基づくことを確認しておこう。たとえば，投資活動を考慮に入れれば，本稿の結論は変わりうる。仮に，生産要素としては資本のみがあり，生産関数は規模に関して収穫一定とする。また，消費財と資本財は同じとする。この時，世界金利は資本の限界効率で規定され一定になるため，各国は戦略的な貯蓄政策をとる誘引をもたない。したがって，非協力均衡はパレート最適になる。おそらく現実の経済は，この資本の限界生産力一定のケースと，われわれの仮定した生産量一定のケースの間に位置するものと思われる。また本稿では，非線形動学モデルを大域的に分析するため，効用関数を特定化し，瞬時効用関数は対数線形，時間選好率は一定の場合のみを考えた。

今後に残されたもう一つの課題として，戦略変数の問題がある。本稿では，属人主義に基づく課税（自国民の資産保有に一律に課税）の場合のみを考えたが，金利平衡税や属地主義に基づく課税（たとえば国内に設置された資本に一律に課税）が行われた場合に政策ゲームがどの様に変わるかは，興味深い問題である。(6)

〔参 考 文 献〕

Arrow, Kenneth, J., and M. Kurz. (1970), *Public Investment, the Rate of Ruturn and Optimal Fiscal Policy.* Baltimore, Maryland: Johns Hopkins Press.

Buiter, Willem H., and Kenneth M. Kretzer. (1991), "The Welfare Economics of Cooperative and Noncooperative Fiscal Policy," Journal of Economic Dynamics and Control 15: 215-44.

Hamada, Koichi. (1965), "Economic Growth and Long-Term International Capital Movement," Ph. D. dissertation, Yale University, New Haven, Connecticut. Johnson.

Harry G. (1953), "Optimum Tariffs and Retaliation," Review of Economic Studies 22: 142-53.

注（6） 国際貸借の戦略的側面という視点から現実の租税政策を解釈する際にはさらに，大国は，関税率や非関税障壁を時間を通じて変化させることによっても，異時点間の交易条件を改善できることに注意する必要がある。

Ohyama, Michihiro (1989), "Economic Growth and the Balance of Payments," mimeo, Keio University, Tokyo.

Oudiz, Gilles, and Jeffrey Sachs (1984), "Macroeconomic Policy Coordination among the Industrial Economies," *Brookings Papers on Economic Activity,* 1: 1-64.

Ramsey, F. P. (1928), "A Mathematical Theory of Saving," *Economic Journal* 38: 543-59.

Sargent, Thomas J. (1987), "Dynamic Macroeconomic Theory," Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.

Tabellini, Guido. (1986), "Money, Debt and Deficits in a Dynamic Game." Journal of Economic Dynamics and Control 10: 427-42.

（一橋大学経済研究所助教授）