「三田学会雑誌」83巻2号（1990年7月）

企業の結託と経済厚生（注）

川　又　邦　雄

1　序

本項では，簡単な多数財モデルを用いて，企業の結託が経済厚生に及ぼす効果について分析する。需要関数は代表的消費者の効用最大化行動から導出されるものであること，そしてその効用関数が擬線型（価値尺度財に関して分離可能）であると仮定する。また価値尺度財を除く財は生産物で，同一産業内の企業はすべて同一の費用関数を持つとする。さらに費用関数は，その産業の生産量に関して逓増的であるとし，2つ以上の企業が結託した場合に，それを形成する企業のどれかが生産を停止することが有利であるという可能性は排除する。したがってここでのモデルでは，その範囲内での費用節減と戦略的な有利さに企業が結託する主要な原因が求められる。各企業グループはクールノー的に他産業内の企業，および同一産業内の他の企業グループの産出量を所与として行動するものとする。ここで考察の対象とするのは，そのような企業グループを単位とするクールノー＝ナッシュ均衡である。

以上の前提の下で，産業 i（$i=1, 2, \cdots, n$）内に一定数 $m_i=\lambda k_i$（λ, k_i は自然数）の企業が存在すると想定する。このとき異なる λ に対応するクールノー＝ナッシュ均衡を比較すると，λ が小さいときほど，すなわち各結託に属する企業数が多いほど，経済厚生は低いことがいくつかの自然な仮定の下で導出される（定理1）。

つぎに産業 i の単一グループ内の企業数 k_i（$i=1, 2\cdots\cdots, n$）を所与として，産業内に $m_i=\lambda k_i$（λ は自然数）の企業が存在する場合を考える。企業の利潤が正であるかぎり企業グループの参入が自由に行われると仮定する。このとき，もしどの産業内の企業の利潤も正でないようなクールノー＝ナッシュ均衡が存在するならば，そこでの企業数は過剰となることが示される（定理2）。

2　モデルの設定

経済には $n+1$ この財が存在するとし，第1財から第 n 財までは消費財，第 $n+1$ 財は労働で，

注　本稿の作成にあたっては，文部省科学研究費の援助を受けた。深く感謝したい。

それを価値尺度財とする。また $N=\{1,2,\cdots,n\}$ とおく。

需要面に関しては代表的消費者の存在を仮定する。いま $n+1$ この財の総量を $(X,Z)=(X_1,X_2,\cdots,X_n,Z)\geqq 0$ で示すとき，その効用関数は，

(1) $$u(X,Z)=v(X)+Z$$

と表せるものとする。また $v(\cdot)$ の要素による偏微分を $v_i=\partial v/\partial X_i$, $v_{ij}=\partial^2 v/\partial X_j \partial X_i$ 等と記し，つぎの仮定をおく。

A1

関数 $v(\cdot)$ は R_+ 上で連続，その内点で3回連続微分可能であり，

(i) $v_i(X)>0$

(ii) $v(X)$ のヘッセ行列 $H(v)=(v_{ij})$ は負の定符号を持つ。

いま価格を $(p,1)=(p_1,p_2,\cdots,p_n,1)$，消費者の所得を$M$とおく。この$M$は，労働の初期保有量 Z^0 の価値と，企業から分配される利潤の合計 Π^0 から成るとする。したがって

$$M=Z^0+\Pi^0$$

となる。このとき消費者の (p,M) を所与として

$$(P)\quad \text{Max } u(X,Z) \quad \text{sub. to } pX+Z=M$$

という問題の解として X^i の需要量を定めるものとする。ここで各 $X>0$ に対して

(2) $$P^i(X)=v_i(X)$$

と定義すると，効用最大化の一階の条件は

(3) $$P(X)=p$$

(ただし $P(X)=(P^1(X),\cdots,P^n(X))$ と表わせる。したがって $P(X)$ は需要価格 (のベクトル) を示すことになる。

生産面に関しては，産業 $i\in N$ に m_i だけの企業が存在するものとして，同一産業内の企業は同一の費用関数 $C_i;\ R_+\to R_+$ を持つとする。費用関数についてはつぎの仮定をおく。

A2

各 $i\in N$ に対して $C_i(\cdot)$ は R_+ 上で連続，その内点で2回連続微分可能で，各 $x_i>0$ に対して

(i) $C_i'(x_i)>0$

(ii) $C_i''(x_i)\geqq 0$

を満たす。

いま産業 i の総収入関数を

$$R^i(X)=P^i(X)X_i$$

と記し，その $X_j(j\in N)$ による偏微分を $R^i_j(X)$ と記すと，

$$R^i_i(X)=P^i(X)+P^i_i(X)X_i \qquad (i\in N)$$

$$R^i_j(X)=P^i_j(X)X_i \qquad (i\neq j,\quad i,j\in N)$$

と計算される。この $R^i_i(X)$ の第 j 変数に関する偏微分を R^i_{ij} $(i,j\in N)$ とするとき，$R^i_i(X)$ $(i\in N)$ のヤコービアンに関するつぎの条件は以下の分析できわめて重要な役割を演じる。

A3

$$J_0=\begin{bmatrix} R^1_{11} & \cdots\cdots & R^1_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ R^n_{n1} & \cdots\cdots & R^n_{nn} \end{bmatrix}$$

は負の定符号を持つ。

注意

（i） いうまでもなく

$$R^i_{ii}(X)=2P^i_i(X)+X_iP^i_{ii}(X), \qquad (i\in N)$$

$$R^i_{ij}(X)=P^i_j(X)+X_iP^i_{ij}(X), \qquad (i\neq j,\quad i,j\in N)$$

と計算される。A 3 の条件は，通常の同質財寡占市場モデル（$n=1$ の場合）における逆需要関数を $f(\cdot)$ とするとき，$2f'(X)+Xf''(X)<0$ という条件と同値である。

（ii） 以下の分析のためには，A 3 の代わりに，同一産業内のすべての企業が同一の利潤を獲得するとして，産業 i の個別企業の限界利潤

$$\pi^i_j(X)=(R^i_j(X)-C'_i(X_i/m_i))/m_i, \qquad (i\in N)$$

と書き，そのヤコービアンが負の定符号を持つこと，すなわち，

A3′

$$J_1=\begin{bmatrix} R^1_{11}-C''_1 & \cdots\cdots & R^1_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ R^n_{n1} & \cdots\cdots & R^n_{nn}-C''_n \end{bmatrix}$$

が負の定符号を持つことを仮定すれば十分である。A2(i)，A3 の下では明らかに A3′ は満たされる。

（iii） 各市場ともが 1 企業による独占市場で，独占者による数量調整過程が

$$dX_i/dt=H_i(R^i_j(X)-C'_i(X_i)), \quad (i\in N)$$

$$H_i(0)=0, \quad H'_i(X)>0$$

と表現されているとする。このときのヒックスの完全安定条件は，上の A3′ が成立することと同値である。

3　企業の結託と利潤最大化

つぎに各 $i \in N$ について

（4）$$m_i = \lambda k_i \quad (\lambda, k_i \text{ は自然数})$$

と書けるとし，産業 i がそれぞれ k_i 個の企業から成る λ このグループに分割されるとする。そのとき，i の一つのグループの産出量を s_i とすれば，そのグループの費用関数は

（5）$$\underline{C_i}(s_i, k_i) = \min\{\textstyle\sum_j C_i(x_{ij}) \mid \sum_j x_{ij} = s_i\}$$

（最小化は x_{ij} について行われる）によって定義される。最小値が達成されるのは各 $C_i(\cdot)$ のエピグラフが反対方向の極錘（asymptotic cone）を持たないことによる。

このときつぎの性質は以下でしばしば用いられる。

補助定理 1　$C_i(\cdot)$ が仮定 A2 を満たし，(5) の最小値が $x^*_{ij} > 0 (j = 1, 2, \cdots, k_i)$ で達成されたとすれば，それらは各 i ごとにすべて等しい。またその共通の値を x^*_i とおけば，$s_i = k_i x^*_i$ となり，$\underline{C}'_i(s_i) = C'_i(x^*)$ が満たされる。

（証明）$C_i(\cdot)$ の凸性を用いて証明するか，あるいはラグランジュ乗数法を適用すればよい。

上の命題において固定費用 $C_i(0)$ が大きい場合，あるいは $C_i(\cdot)$ が凸でない場合には，ある企業の生産量が 0 であるときに最小値が達成される可能性がある。以下の分析では，簡単化のためにその可能性を排除する。

いま $m_i = \lambda k_i (i \in N)$ を所与とするとき，産業 i の k_i 個の企業から成る結託の産出量を s_i，その利潤を

$$\underline{\pi}^i(s_i, X) = s_i P^i(X) - \underline{C}_i(s_i, k_i)$$

と記す。この結託は，他のすべての企業グループの産出量を所与として，上式を最大にするように s_i を選ぶとする。そのとき最適値が内点 $s_i > 0$ で達成されるとするならば，最大のための一階の条件は

（6）$$P^i(X) + s_i P^i_i(X) - \underline{C}'_i(s_i, k_i) = 0 \qquad (i \in N)$$

となる。$\theta = 1/\lambda$ とおき補助定理 1 に注意すれば，上の条件は

（6）′$$P^i(X) + \theta X_i P^i_i(X) - C'_i(X_i/m_i) = 0 \qquad (i \in N)$$

となる。ただしここでは同一産業内のすべての企業の産出量が等しく

$$x_i = X_i/m_i \qquad (i \in N)$$

となる対称解だけを問題にしている。（6）′で θ を θ_i，$\theta_i = k_i/m_i$ としたときの解 $X^* = (X^*_1, \cdots, X^*_n)$ を結託構造 $\{m_i, k_i\}$ $(i \in N)$ の下での対称的クールノー＝ナッシュ解（Cournot-Nash 解）という。

さて（6)′のnこの式をθで微分し，

（7） $$a_{ii}=(1+\theta)P^i_i+\theta X_iP^i_{ii}-C''_i/m_i, \qquad (i\in N)$$

$$a_{ij}=P^i_j+\theta X_iP^i_{ij}, \qquad j\neq i, \qquad (i,j\in N)$$

とおけば，その結果は

（8） $$\begin{bmatrix} a_{11} & \cdots\cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots\cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial X_1/\partial\theta \\ \vdots \\ \partial X_n/\partial\theta \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} P^1_1X_1 \\ \vdots \\ P^n_nX_n \end{bmatrix}$$

と書ける。以下ではこの左辺の$n\times n$の行列をA，そのi行j列の余因子をA_{ij}と記す。また(8)式の右辺をbとして同式を

（8）′ $$A\,\partial X/\partial\theta=b$$

と記す。

4　企業の結託の効果

企業の結託についての分析を行うにあたって，基本的な役割を演ずるのはつぎの結果である。

補助定理 2　仮定A1(ii)，A2(ii)，A3の下ではAは負の定符号を持つ。

（証明）　前半については$C''_i=0$　$(i\in N)$の場合について証明すれば十分である。その場合

$$A=(1-\theta)H(v)+\theta J_0$$

となり，$H(v)$とJ_0がそれぞれ負の定符号を持つから結果がしたがう。

つぎに第$n+1$財の初期保有量Z^0のうち，余暇として需要されない部分は労働として生産に用いられるから

$$Z^0-Z=\sum m_iC_i(X_i/m_i)$$

が成立する。この関係を消費者の効用関数に代入すると，

(10) $$u(X,Z)=v(X)+Z^0-\sum_i m_iC_i(X_i/m_i)$$

と書ける。

以上の準備の下につぎの命題を証明しよう。

定理 1

仮定A1，A2およびA3の下で，産業$i(i\in N)$の企業数$m_i=\lambda k_i$を所与とする。このとき異なるλに対応する対称的なクールノー＝ナッシュ均衡を比較すると，λが小さいほど経済厚生は低い。

（証明）　m_iを一定として（10）式をθで微分し，（6)′を用いると

(11) $$\partial u/\partial\theta=\sum_i P^i(\cdot)\partial X_i/\partial\theta-C_i'(\cdot)\partial X_i/\partial\theta$$
$$=\sum_i(P^i(\cdot)-C_i'(\cdot))\partial X_i/\partial\theta$$
$$=\theta\sum_i X_i P_i^i(\cdot)\partial X_i/\partial\theta$$

となる。この関数は，(9)式を用いると

(12) $$\partial u/\partial\theta=-\theta b' A^{-1} b$$

となる。ここで A, b は(7)式の後に定義された行列とベクトルである。したがって補助定理 2 を用いて $\theta=1/\lambda$ であることに注意すれば定理の証明が完結する。

5 企業の参入と経済厚生

つぎに，(4)においてすべての k_i を一定とし，λを同時に変化させることを考える。つまり各グループの企業数を一定とし，グループの数を変化させるのである。この場合には，自由参入の下での企業数はつぎの意味で過大となることが知られる。

定理の主張を述べる前に，ひとつの概念を導入しておこう。いま 2 つの異なる産業 i と j があるとする。そのとき産業 i の生産量の増大が産業 j の各企業及び各結託の限界利潤を高めるならば i と j とは戦略的補完財（strategic complements），低めるならば戦略的代替財（strategic substitutes），何も影響しないなら戦略的独立財（strategic independent goods）であるという。その条件は $a_{ij}=P_j^i+\theta X_i P_{ij}^i$，$0\leq\theta\leq 1$ とおくとき，a_{ij} が正ならば補完財，負ならば代替財であると述べることができる。つぎに企業 i の平均費用 $C_i(x_i)/x_i$ を $c_i(x_i)$ で示すと，

$$x_i c'_i(x_i)=C'_i(x_i)-C_i(x_i)/x_i$$

が得られる。したがって利潤がゼロである寡占企業が存在すれば (6)′ を用いると，

$$x_i c'_i(x_i)=C'_i(X_i/m_i)-P^i(X_i)=\theta X_i P_i^i(X)$$

となる。つまり企業の平均費用は逓減している。以上の準備の下で次の命題を証明しよう。

定理 2

仮定 A1，A2 および A3 の下で，ある $\{k_i, m_i\}$ $(i\in N)$ について対称的なクールノー＝ナッシュ均衡が存在し，そこにおいてすべての企業の平均費用が減少していると仮定する。またどの生産物も互いに戦略的補完財であるか独立財であると仮定する。そのとき単一グループ内の企業数 $k_i=m_i/\lambda$ を所与として λ を減ずること（したがってそれに比例して m_i を減ずること）は経済厚生を高める。

（証明） 与えられた条件の下での対称的クールノー＝ナッシュ均衡の条件は (6)′ によって与えられる。ただし $\theta=1/\lambda=k_i/m_i(i\in N)$ である。(10)式を

(11) $$u(X, Z)=v(X)+Z^0-\sum_i\lambda k_i C_i(X_i/\lambda k_i)$$

と表わし，各 k_i を一定として同式を λ で微分すると

$$\text{(12)} \qquad \partial u/\partial\lambda = \textstyle\sum_i (P^i(\cdot) - C_i'(\cdot))\partial X_i/\partial\lambda$$

$$- \textstyle\sum k_i C_i(\cdot) + \sum C_i'(\cdot) X_i/\lambda$$

$$\text{(6)}' \text{より} \qquad = (1/\lambda)\textstyle\sum_i X_i P_i^i(\cdot)\partial X_i/\partial\lambda$$

$$+ (1/\lambda)\textstyle\sum (C_i'(\cdot) - C_i(\cdot)/(X_i/m_i))X_i$$

となる。ここで各企業の平均費用が減少しているという条件を用いると，上の第2項は負になる。以下では第1項が負になることを示そう。そのために(9)式を

$$P^i(X) + \theta X_i P_i^i(X) - C_i'(\theta X_i/k_i) = 0 \qquad (i \in N)$$

のように書換え，k_i を固定して $\theta = 1/\lambda$ で偏微分すると，

$$A\partial x/\partial\theta = c$$

となる。ここで A と $\partial x/\partial\theta$ は (8) 式で定義されたものであり，c はその第 i 成分が $C_i'(X_i/m_i) - X_i P_i^i(X)$ であるベクトルである。A は負の定符号を持つ行列で，仮定によってそのすべての非対角要素は正である。したがって $\sum_i X_i P_i^i(\cdot)\partial X_i/\partial\lambda$ は正のベクトルである。また $\theta = 1/\lambda$ であるから，各 $\partial X_i/\partial\lambda$ は $\partial X_i/\partial\theta$ と反対の符号を持つ。したがって $\sum_i X_i P_i^i(\cdot)\partial X_i/\partial\lambda$ は正のベクトルであり，定理2の証明が完結する。

5　結びとノート

企業の結託が産出量や利潤に及ぼす効果について部分均衡の枠組みで分析した論文には，Seade〔1980〕，Szidarovsky-Yakowitz〔1982〕，Bulow-Geanakoplos-Klemperer〔1985〕及び Dixit〔1986〕等がある。川又－下村〔1988〕は2つの産業内に多数の企業が存在する場合の結託の効果について分析し，部分均衡分析のいくつかの結論がそのまま妥当しないような効用関数及び費用関数の例を与えている。企業の結託が経済厚生を減少させるという結論はかなり自然なものであるが，定理1は多数財市場においてその結論が厳密に成り立つための十分条件を与えるものである。定理2は Suzumura-Kiyono〔1982〕の「過剰参入定理」の1つの多数財市場をモデルへの拡張である。その解釈と関連文献については同論文を参照されたい。

本稿では，すべての産業について(4)式の λ が一定であるとしてそのすべてが同時に変化する場合の比較静学分析を行った。それとは別に1つを除いたすべての産業の企業数 m_i 及びグループ内の企業数 k_i を一定とし，当該産業の $\lambda_i = m_i/k_i$ を変化させた場合の厚生の変化について分析することも可能であるが，ここでは省略する。

〔参 考 文 献〕

Bulow, J. I., Geanakoplos, J. D. and P. D. Klemperer (1985), "Multi-market Oligopoly: Strategic Substitutes and Complements", *Journal of Political Economy* 93.

Dixit, A. K. (1986), "Comparative Statics for Oligopoly", *International Economic Review* 27.
川又邦雄，下村研一 (1988),「共謀度と寡占均衡」『三田学会雑誌』81巻 3 号。
Martin K. Perry and Robert H. Porter(1985), "Oligopoly and the Incentive for Horizontal Merger", *American Economic Review,* March 1985.
Seade, J. (1980), "On the Effects of Entry", *Econometrica* 48.
Stephen W. Salant, Sheldon Switzer and Robert J. Reynolds (1983), "Losses from Horizontal Merger: The Effects of an Ezogeous Change in Industry Structure on Cournot-Nash Eqpilibrium", *Quarterly Jounal of Economics,* vol. XCVIII, May 1983, No. 2.
Suzumura, K. and K. Kiyono (1982), "Entry Barriers and Economic Welfare", *Review of Economic Studies* 177.
Szidarovsky, F. and S. Yakowitz (1982), "Contributions to Cournot Oligopoly Theoy", *Jounnal of Economic Theory* 28.

(経済学部教授)