Title	貨幣生成モデルの展望
Sub Title	The genesis of monetary exchange : a survey of models
Author	福岡, 正夫
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1990
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.83, No.1 (1990. 4) ,p.1- 15
JaLC DOI	10.14991/001.19900401-0001
Abstract	
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19900401-0001

「三田学会雑誌」83巻1号（1990年4月）

貨幣生成モデルの展望

福岡正夫

1　交換媒体としての貨幣の生成，すなわち多数の財のなかからいかにしてある種の財が一般的交換手段として認められるにいたるかという問題は，すでにメンガーがその古典的な論文[(1)]のなかで興味深い説明を与えたところである。

彼によれば，ある特定の財がそのような機能を獲得するのは，当該の財の物理的属性に由来するのではなく，彼が「売りやすさ」（“saleableness”，“Absatzfähigkeit”）と呼んだある種の経済的な性質によるのである。ここで「売りやすさ」とは，その財を売りたいと思っている個人が当面の市場条件の下でどれだけ容易に買手を見出しうるかの程度をいい，それはたとえば所望の相手に出会えるまでの時間の長短によって測られると考えられる。市場で交換される財はそのような「売りやすさ」をそれぞれ異にしているから，なるべく少ない時間的費用で手持ちの財を所望の財と交換しようと思えば，明らかにすべての交換を直接的物々交換に委ねるより，たとえ究極には欲求されない財であるにせよ，「売りやすさ」の点ですぐれている財をメディアとする間接交換を行ったほうが，しばしばはるかに効率的である。したがってそのような間接交換の利益が取引当事者のあいだに次第に認識されてくるにつれて，直接交換に対する間接交換の比率は漸次増大し，それに応じて間接交換の手段となる財の範囲も一部の財に狭まってくることになる。まさにそのような学習過程をつうじてこそ，やがてある特定の財が徐々にではあっても支配的ないしは普遍的なメディアの役割をもつようになるのであり，それが貨幣生成のプロセス，いい換えれば経済の貨幣化のプロセスにほかならない。その意味において貨幣は法律的強制あるいは社会的合意の産物なのではなく，もっぱら自利を追求する個々人の自発的行動の帰結なのだ，というのがメンガーの主張の要旨であった。

上記のようなメンガーの所説は今からほとんど100年前に示されたものであるが，比較的近時になってこのメンガーの議論を数学的にモデル化しようとする作業が何人かの理論家によって試みられる機運が生じた。なかでも代表的なのはこの動きに先鞭をつけたロバート・ジョーンズの論文[(2)]であって，ブラウン大学での Ph. D dissertation の一部として企図されたこの研究ははなはだ巧妙かつユニークな定式化を含み，周到な検討に値する業績であると思われる。以下においては，筆者

注（1） Carl Menger, “On the Origin of Money,” *Economic Journal*, June 1892.

はまずジョーンズの所論を基本枠として，前記のメンガー流の思想がどのような仕方で一つの明確な理論モデルに造型化されうるかを示し，ついで他の業績なかんずくオーのそれ(3)をも考慮に入れることによって，考察の現況に含まれる問題点などを仔細に検討してみたいと思う。これらの意図から明らかなように，本稿は当該領域の展望と評価を主眼としたいわゆるサーベイにすぎないものであるが，記述はかならずしも原著者のそれに忠実ではなく，筆者なりの判断と選好にもとづきつつきわめて自由な形で行われることをあらかじめお断りしておきたい。

2　経済には n 種の財があり，またきわめて多数の個人がいると想定される。各個人は初期賦存量としてそれぞれ1種類の有限量の財をもっており，それをさまざまな財と交換することをつうじて，究極に所望する財ベクトルを達成しようとしていると考える。当該の経済は総量において当初から需給の均衡を満たしており，したがってどの交換も時間の遅速さえ問わなければ feasible である。他方これと整合的に，価格もまたすでに定まっていると仮定されるから，適当に財数量の単位を調整すれば，交換比率は 1：1 となり，手持ちの財1単位は他の財1単位と交換されると考えて一般性を失うことはない。

当該の経済にはワルラス流の取引所は開設されておらず，したがって各個人は多数の取引参加者のなかから所望の交換相手を探すのでなくてはならない。前節にも触れたように，その場合の取引費用は目ざす相手が見つかるまでの時間の長さと考えられ，これは，search の率を一定とすれば，所望の相手に出会うまでの他人との出会いの数と考えてもよいであろう。そしてランダムに相手を選んでいく場合，何人目に所望の相手に出会えるかは事前に確定することはできないから，上記の費用すなわち待ち時間の長さはいうまでもなく確率変数であり，その期待値は当該の事象が生起する確率の逆数で示されることになる。

この辺の事情をもう少し立入って理解するために，いまその経済における個人の総数が M 人で，そのなかに，ある個人にとって所望の相手たるべき人が x 人いるとしてみよう。そのとき，ランダムな出会いをつうじて初めて k 番目に所望の相手に出会える確率は

$$\frac{{}_{M-x}C_{k-1}}{{}_{M}C_{k-1}}\,\frac{x}{M-(k-1)}$$

で書け，ここで ${}_{M}C_{k-1}$ は所望の相手であるか否かにかかわらず M 人のなかから $(k-1)$ 人を選ぶ組合わせ，${}_{M-x}C_{k-1}$ は全部で $(M-x)$ 人望まぬ相手がいるなかで $(k-1)$ 人の望まぬ相手を選ぶ組合わせである。明らかに k のとりうる値は1から $M-x+1$ までであるから，その期待値は

注（2） Robert A. Jones, "The Origin and Development of Media of Exchange," *Journal of Political Economy,* August 1976.

比較的早期にこの論文に着目言及した邦語文献としては，永谷敬三『貨幣経済の理論』1977, pp. 101-109 および福岡正夫「均衡理論の進路」,『季刊理論経済学』1977年4月，p. 7（同『均衡理論の研究』1985, pp. 217-218）参照。

（3） Seonghwan Oh, "A Theory of a Generally Acceptable Medium of Exchange and Barter," Working Paper No. 86-7, Department of Economics, Brown University, May 1986.

$$\sum_{k=1}^{M-x+1} \frac{{}_{M-x}C_{k-1}}{{}_{M}C_{k-1}} \frac{x}{M-(k-1)} k$$

となり，事実 $x/M \equiv p$ と定義すれば

$$\lim_{M\to\infty} \sum_{k=1}^{M-x+1} \frac{{}_{M-x}C_{k-1}}{{}_{M}C_{k-1}} \frac{x}{M-(k-1)} k = \frac{1}{p}$$

となる。(4)

さて以下では，各個人が上記のような確率の主観的評価すなわち各自にとっての主観的確率にもとづいて交換計画を立てると想定することにしよう。この場合当該の個人は，たとえば財 i と交換に財 j を得たいと望んでいるわけであるから，そのような主観的確率は，彼がランダムに会う個人が財 i を買ってくれる個人であろうという主観的確率と，財 j を売りたいと思っている個人であろうという主観的確率の二つを構成要素としているはずである。ここでジョーンズは，これらの確率についてつぎのような二つの重要な仮定を設けている。(5)

(1) ランダムに会う個人が財 i を買いたいと思っている個人であろうという主観的確率と，財 i を売りたいと思っている個人であろうという主観的確率は，互いに相ひとしい。

(2) ランダムに会う個人が財 i を買いたいと思っている個人であろうという主観的確率と，財 j（$j \neq i$）を売りたいと思っている個人であろうという主観的確率は，互いに独立である。

第一の仮定は，各当事者が財 i の買手と売手の数を同数と見込んでいることを意味するものであり，いい換えれば経済全体で需給がバランスしている事実を正しく推測していると仮定することと等義であろう。他方，第二の仮定は，各財の需給が相対的にどのくらいの割合を占めているかについては各人は推定を下せるが，それらのあいだの相関関係を推定するには禁止的なコストがかかるので，これを無視すると考えることである。

上記のような想定の下では，いまある特定の個人について，彼がランダムに出会う相手が財 i を買いたいと思っている個人であるか，あるいは財 i を売りたいと思っている個人であることの，彼にとっての主観的確率を p_i と書けば，当該の相手が財 i を買う個人であると同時に財 j を売る個人でもあることの（すなわち「欲望の二重の一致」が満たされることの）彼にとっての主観的確率は p_i と p_j の積すなわち $p_i p_j$ であらわされることになる。したがって前に示したとおり，そのような相手に出会うまでの待ち時間の期待値は，その逆数 $1/p_i p_j$ であらわされ，それが彼にとっての主観的取引費用にほかならないことになる。

3　以上の準備の下で，いよいよ財 i を究極に財 j と交換したい個人の，交換形態の選択の問題に進むことにしよう。いまこの個人が直接交換を選択するとすれば，取引費用は上に見たように

$$\frac{1}{p_i p_j}$$

注（4） W. Feller, *An Introduction to Probability and Its Applications*, Vol. I, 1950, p. 47.
（5） Jones, *op cit.*, p. 763.

である。ところが財 i をいったん財 k にとり換え，財 k を財 j にとり換えるという2段階間接交換を選ぶとすれば，取引費用は

$$\frac{1}{p_i p_k}+\frac{1}{p_k p_j}$$

となり，その大きさは中間の財としてどの財 k を選ぶかによってマチマチになる。いうまでもなく当該個人は取引費用の最小化を図るであろうから，いま p_k の値が最大となるような財を財 n とすれば，

$$\min_k\left(\frac{1}{p_j p_k}+\frac{1}{p_k p_j}\right)=\frac{1}{p_i p_n}+\frac{1}{p_n p_j}$$

となり，そのような財 n をメディアに用いるのがもっとも得策となる。

同様に p_k の値が財 n のつぎに大きい財を財 $n-1$ として，3段階間接交換を選ぶとすれば

$$\min_{k,l}\left(\frac{1}{p_i p_k}+\frac{1}{p_k p_l}+\frac{1}{p_l p_j}\right)=\frac{1}{p_i p_n}+\frac{1}{p_n p_{n-1}}+\frac{1}{p_{n-1} p_j}$$

となるが，財 i を財 n にとり換えたのち，さらにそれらを受容される確率のいっそう低い財 $n-1$ にとり換えるのは不合理であるし，また財 n を財 n そのものにとり換えるのも無意味である。しかもいずれにせよ右辺第2項の分だけ2段階間接交換の場合より費用が増えることは明らかであるから，3段階間接交換はつねに2段階間接交換より効率の劣った交換方法となる。さらに4段階以上の間接交換について考えた場合もこれとまったく同様のことがいえ，それらはすべて2段階間接交換によって dominate されることが分かる。したがって結局当事者にとって有効な間接交換は2段階間接交換のみとなり，以下での考察としてはもっぱら直接交換か2段階間接交換かの選択にのみ焦点を絞ればよいことになる。

さて上記のところから明らかなように，当該の個人は財 i を財 j と交換するにあたり，$i\to j$ 方式と $i\to n\to j$ 方式のみから成るメニューのなかから選択を行うわけであり，いずれが選ばれるかはもっぱら主観的確率 p_i, p_j, p_n で定義される取引費用の大小にのみ依存する。その個人が直接交換より2段階間接交換を選ぶのは，

$$\frac{1}{p_i p_j}>\frac{1}{p_i p_n}+\frac{1}{p_n p_j}$$

すなわち

$$p_n>p_i+p_j$$

の場合，そしてその場合のみである。

さて，このような特定個人の選択行動の分析を他の多数の個人にも準用するにさいしては，つぎのようないくつかの点に留意することが必要である。まず一般的にはこれらの主観的確率は個人によって異なるはずであるが，ジョーンズの議論では簡単化のためにすべての個人は同じ主観的確率をもつと仮定される。したがって以下 p_i, p_j, p_n などの記号は個人の背番号の区別なしに共通のものとして使用されるが，このことの当該問題にとっての重要な含意は，どの個人にとっても p_k の最

大値 p_n は同一であり，したがって彼らが間接交換にたずさわるときには，誰もが財 n を中間財として用いるということである。その脈絡において，われわれは財 n を交換媒体 (medium of exchange) と呼ぶことを許されよう。

こうして，上記の仮定の下では，間接交換の条件 $p_n>p_i+p_j$ に個人差はないことになるが，しかしこのことはいうまでもなくどの (i, j) についてもつねにこの不等式が成り立つことと混同されてはならない。財のペアのいかんによっては，p_i, p_j のそれぞれが p_n より小さくてもその和が p_n を越えることは十分ありうることであり，そのようなペアが混在するときには，経済に直接交換と間接交換とが併存して不思議はないのである。

4　ここで市場の状態の記述に移ることにしよう。前述したように，この経済はきわめて多数の個人から成っているが，各人は提供しうる財１単位を「蓄積」するに応じて，それを所望の財１単位と交換すべく市場に赴くと想定され，そのような市場参加者の数は毎期同数の m 人であると仮定される。そのなかで当初の財 i を究極的に財 j に交換したい個人の割合を $u_{ij}(i, j=1, 2, \cdots\cdots, n)$ で示せば，彼らの初期賦存資源＝嗜好にかかわる与件の構造は

$$U=\begin{bmatrix} u_{11}\cdots\cdots u_{1i}\cdots\cdots u_{1j}\cdots\cdots u_{1n} \\ \vdots \qquad\quad \vdots \qquad\quad \vdots \qquad\quad \vdots \\ u_{i1}\cdots\cdots u_{ii}\cdots\cdots u_{ij}\cdots\cdots u_{in} \\ \vdots \qquad\quad \vdots \qquad\quad \vdots \qquad\quad \vdots \\ u_{j1}\cdots\cdots u_{ji}\cdots\cdots u_{jj}\cdots\cdots u_{jn} \\ \vdots \qquad\quad \vdots \qquad\quad \vdots \qquad\quad \vdots \\ u_{n1}\cdots\cdots u_{ni}\cdots\cdots u_{nj}\cdots\cdots u_{nn} \end{bmatrix}$$

のような $n\times n$ の行列の形であらわされる。ここで U は期のいかんを問わず不変であり，かつ対角要素については $u_{ii}=0$，また非対角要素については $u_{ij}=u_{ji}$ であると仮定されている。前者の仮定は財 i を同じ財 i と交換するのが無意味であることから自明であるが，後者の仮定は需給の均衡を意味しており，したがってすべての市場参加者が究極にはその期のうちにパートナーを見出しうることを意味するとも解してよいであろう。事実この仮定の下では

$$u_i\equiv\sum_{h=1}^{n}u_{ih}=\sum_{h=1}^{n}u_{hi}$$

となるから，財 i を本源的に賦与されている人からの財 i の供給と財 i を究極に欲求する人からの財 i の需要は一致せざるをえないのである。

市場参加者のうち，それぞれの (i, j) について $p_n\leqq p_i+p_j$ となっている人が直接交換を選び，$p_n>p_i+p_j$ の人が間接交換を選ぶことは，前節で見たとおりである。したがって，いますべての (i, j) $(i, j\neq n)$ について間接交換を選ぶ人の割合を s とすれば，

(1)
$$s=\sum_{\substack{i,j\neq n\\ p_n>p_i+p_j}}u_{ij}$$

となり(6)，明らかに s の下限は 0，上限は $1-2u_n$ となる(7)。$s=0$ の場合が全面的直接交換，$s=1-2u_n$ の場合が全面的間接交換（完全な貨幣化）を意味することはいうまでもないであろう。

s をこのように定義すれば，m 人の市場参加者のうち直接交換をする人すなわち１回取引する人

は $m(1-s)$ 人おり，2段階間接交換をする人すなわち2回取引する人は ms 人いることになる。したがって全取引数は $m(1-s)+2ms=m+ms$ となるが，これに対して財 i が取引される数は mu_i であるから，すべての取引のなかで財 i の取引が占める割合は

$$q_i=\frac{mu_i}{m+ms}=\frac{u_i}{1+s} \quad \text{for } i=1,\cdots,n-1$$

となる。他方財 n については，消費のための財 n の取引数が mu_n，間接交換のための財 n の取引数が ms となるので，財 n の取引が占める割合は

$$q_n=\frac{mu_n+ms}{m+ms}=\frac{u_n+s}{1+s}$$

である。

これらの q_i, q_n は，ジョーンズのそれと表記は同じであるが，定義の内容は異っている。上記のようにわれわれの場合は，直接交換をする人も間接交換をする人も1期のうちに所望の目的を達するものとされ，したがって同期内に前者は1回，後者は2回取引するものとされている。これと対照的に，ジョーンズの場合は，どの個人も毎期1回しか取引できないと仮定されており，間接交換をする人は最初の期には目的の前半部を実現するだけで，つぎの期にもう一度市場を再訪して後半部を完了することになる。このような相違に照応して，ジョーンズの q_i, q_n は人数の比で表示されるが，われわれのそれは取引回数の比として表示されるのである。ところがジョーンズの定義にしたがうときには，q_i, q_n の分母，分子に時期を1期だけ異にする s が現われ，それらを等置しないと所期の帰結を得ることができない(8)。「s は長期的にはかなり大幅に変化するかもしれないが，

注（6） この集計の意味は，n を除いたすべての i, j について $p_n>p_i+p_j$ を満たす i, j のペアに関してのみ和を求めるということである。たとえば5種類の財があり，$p_1<p_2<p_3<p_4<p_5$ であるとした場合，もし $p_5>p_1+p_2$, $p_5>p_1+p_3$, $p_5\leqq p_2+p_3$, $p_5\leqq p_2+p_4$, $p_5\leqq p_3+p_4$ であるとすれば，$s=u_{12}+u_{21}+u_{13}+u_{31}$ となる。

（7） 上限が1にならないのは，$p_n>p_i+p_j$ で，しかも p_i, $p_j>0$ である以上，i もしくは j のいずれかが n になることはありえないからである。

（8） ジョーンズの定義を忠実に墨守するとすれば，分母は t 期新たに市場に参加する人が直接交換をする人と間接交換の前半部を実現する人双方を併せて m 人，それに前期に行った間接交換の後半部を実現したい人が ms_{t-1} 人加えられて，$m+ms_{t-1}$ 人となる。今期の新たな市場参加者のうち究極に財 i を欲する人は mu_i 人いるが，そのなかで間接交換をしたい人は今期は財 n を需要するから，今期の財 i の買手にはならず，したがって新たな市場参加者のなかで t 期に財 i の買手になるのは $mu_i(1-s_t)$ 人である。他方，前期新たに市場に参加して財 i を欲する人がやはり mu_i 人いるが，そのうち間接交換を行うことに決めた人が今期財 i を買うことになるから，そのような人が mu_is_{t-1} おり，したがって今期財 i を需要する人は全部で $mu_i(1-s_t)+mu_is_{t-1}$ となる。つぎに財 n については，今期の新たな市場参加者のなかで財 n を直接に欲する人が mu_n 人，また次期の交換のためのメディアとして財 n を需要する人が ms_t 人いるから，今期財 n を需要する人は全部で mu_n+ms_t 人となる。よってジョーンズの q_i, q_n は，より正確には

$$q_i=\frac{mu_i(1-s_t)+mu_is_{t-1}}{m+ms_{t-1}}$$

$$q_n=\frac{mu_n+ms_t}{m+ms_{t-1}}$$

と書かれねばならず，ここで $s_{t-1}=s_t=s$ とする場合にのみ，それらは彼の表記と一致するのである。

接続する2期のあいだではそれほど大きく変化しないと仮定してよい[9]」というのが彼の弁明であるが，のちの分析では期間の切れ目に s が変わるモデルを構成するわけであるから，あまりいい処理法とは考えられない。以下の所論をつうじて，われわれが一貫してわれわれ流儀の q_i, q_n の定義を採用するのは，もっぱらこのためである。

さて，ここでこれらの q_i, q_n をならべて書けば

$$\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_{n-1} \\ q_n \end{bmatrix} = \frac{1}{1+s}\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_{n-1} \\ u_n+s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_{n-1} \\ u_n \end{bmatrix} + \frac{s}{1+s}\begin{bmatrix} -u_n \\ -u_2 \\ \vdots \\ -u_{n-1} \\ 1-u_n \end{bmatrix}$$

となり，さらに列ベクトル $q\equiv(q_1, q_2, \cdots\cdots, q_{n-1}, q_n)$，$u\equiv(u_1, u_2, \cdots\cdots, u_{n-1}, u_n)$，$e_n\equiv(0, 0, \cdots\cdots, 0, 1)$ と定義して，表記を簡略化すれば

（2）
$$q=u+\frac{s}{1+s}(e_n-u)$$

を得る。

以上の議論をつうじて，もしベクトル $p\equiv(p_1, p_2, \cdots\cdots, p_n)$ が与えられれば，(1) 式から間接交換の比率 s が定まり，s が定まれば (2) 式から各財の取引比率 q が定まるというメカニズムが構成されたことになる。よってこのモデルが閉じるためには，あと上記のようにして決定される q にもとづき，つぎの新しい p が決定される関係が補完されれば足りるわけである。この最後の関係については，ジョーンズはいわゆる適合型予想の仮説を採用する。すなわちいま q_t が知られて，それと p_t の齟齬することが明らかになったとすれば，

（3）
$$p_{t+1}=p_t+\lambda(q_t-p_t),\quad 0<\lambda<1$$

の関係をつうじて，p_{t+1} が決まるとするのである。

5　当面の動学モデルとしては，これで

（1）
$$s=\sum_{\substack{i,j\neq n \\ p_n>p_i+p_j}} u_{ij}$$

（2）
$$q=u+\frac{s}{1+s}(e_n-u)$$

（3）
$$\Delta p=\lambda(p-q)$$

の3組の式が出揃ったことになり，p の初期値 p_0 さえ指定されれば，解として $2n+1$ 個の状況変数 s_t, p_t, q_t の時間径路が決定されるはずである。問題の初期条件としては

（4）
$$p_0=u$$

と仮定されるが，これは後で明らかになるように s_0 の予想値 s_0^e が0とおかれること，すなわち

注（9） Jones, *op. cit.*, p. 768.

当初の状態においては全面的に物々交換が支配すると各個人が予想することを仮定するにひとしいであろう。

さて目下のシステムの動き方は，前述したように

$$\boxed{p_t} \longrightarrow \boxed{s_t} \longrightarrow \boxed{q_t} \longrightarrow \boxed{p_{t+1}}$$

の図式が示すとおりであり，なかんずく以下の分析の主眼となるのは経済の貨幣化の指標である s_t の動きである。そこに焦点を合わせるために，ジョーンズはつぎに述べるような巧妙な仕方でモデルを変換することを考えている。まず s は下限 0 と上限 $1-2u_n$ のあいだを動くわけであるから，それに応じて q は (2) にもとづき u と $u+(1-2u_n/2-2u_n)(e_n-u)$ を両端点とする R_+^n のなかの線分上を動くことが分かり，すると (3)，(4) から，p もまた q が限定されるのと同じ線分上を動くことが知られる。すなわち (2) になぞらえて

(5)
$$p_t=u+\frac{s_t^e}{1+s_t^e}(e_n-u)$$

のように新変数 s_t^e を定義すれば，あたかも s が上記線分上の q の位置を定めるように，s_t^e が当該線分上の p の位置を定めると考えられるのである。

そこでこの方針にしたがって (2) を (3) の q_t に代入し，(5) を同じく (3) の p_{t+1}, p_t に代入すれば，計算の結果

(6)
$$s_{t+1}^e=s_t^e+\alpha_t(s_t-s_t^e)$$

$$\text{ここで}\ \alpha_t=\frac{\lambda(1+s_t^e)}{1+(1-\lambda)s_t+\lambda s_t^e},\quad 0<\alpha_t<1$$

が得られ，s_t^e もまた適合的な仕方で調整されていくことが確かめられる。要するにわれわれは (2) 式，(5) 式を用いて，(3) 式の調整関係

$$\boxed{p_t} \longrightarrow \boxed{q_t} \longrightarrow \boxed{p_{t+1}}$$

の代りに

$$\boxed{s_t^e} \longrightarrow \boxed{s_t} \longrightarrow \boxed{s_{t+1}^e}$$

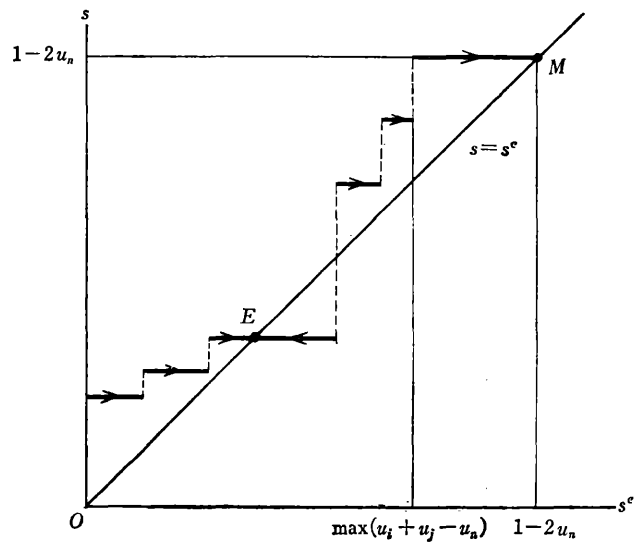
を入れ替えたわけであり，それに伴い p, q という $2n$ 個の変数の動きをすべて追わなくても，s, s^e から成る 2 個のスカラ変数の動きのみを追えばよいことになったわけである。

2 段階間接交換の条件 $p_n>p_i+p_j$ は，(5) を用いて書き直せば，

$$u_n+s^e>u_i+u_j$$

となり，また初期条件 (4) の $p_0=u$ は明らかに $s_0^e=0$ に対応するから，系 (1)，(2)，(3) および (4) はあらためて

(7)
$$s=\sum_{\substack{i,j\neq n\\ u_n+s^e>u_i+u_j}} u_{ij}$$



第1図

(8) $$s_{t+1}^e=s_t^e+\alpha_t(s_t-s_t^e)$$

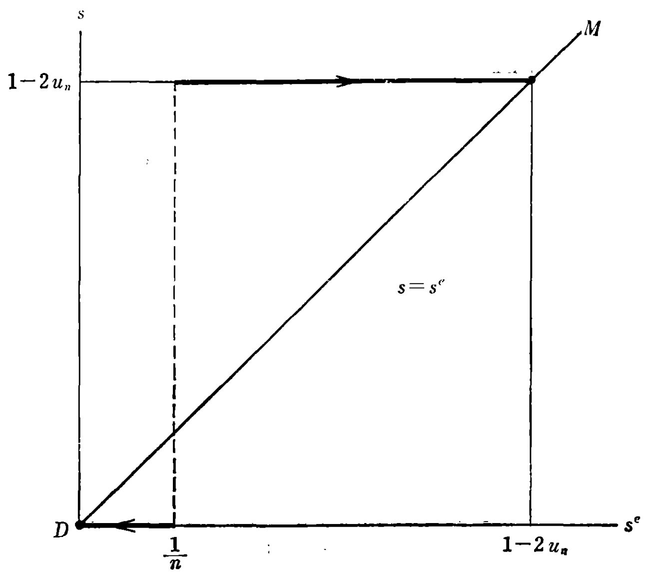
(9) $$s_0^e=0$$

と書き換えられ，その解 s が前と同様，経済の貨幣化のプロセスをあらわすことになる。

s^e が大きくなるにつれて $u_n+s^e>u_i+u_j$ を満たす (i, j) のペアもまた数を増すから，(7) より s は s^e の右上りのステップ関数になり，それをわれわれは縦軸を s，横軸を s^e とする2次元の図に描いてみることができる。図の有効範囲が $[0, 1-2u_n]\times[0, 1-2u_n]$ となることはいうまでもないが，さらにそのなかに $s=s^e$ 線すなわち45°線を引くと，調整方程式 (8) から，(s, s^e) の点が45°線の左にあるときには，s^e はその点と45°線との距離の α_t 倍だけ右に動き，また (s, s^e) が45°線の右にあるときには，その距離の α_t 倍だけ左に動くことが分かる。そのような動きを図示したものがジョーンズの第1図であり，ここで $0<\alpha_t<1$ であるから，s^e の動きが45°線を横切ることは決してなく，つねにそれは45°線に向かって近づいていく。よって第1図に描かれた事態においては点Eと点Mとはともに安定均衡点であり，しかし $s^e=0$ から出発する場合はE点のみが成立することになる。すなわちこの場合は，究極に貨幣的交換と物々交換とが共存することになるのである。

与件 U のいかんによっては，もちろん他の均衡パターンもまた可能である。たとえばジョーンズの第2図はすべての i について $u_i=1/n$ の場合，すなわちどの財もが与件構造のなかに均等な頻度で現れる場合を示しているが，この場合には $u_n+s^e>u_i+u_j$ の条件は $s^e>1/n$ と等値になるから，図のように原点およびM点のみが唯一の安定均衡点となり，$s_0^e=0$ から出発する場合は，経済は当初の物々交換のパターンを続けるほかはない。

こうして与件構造を一定とする場合でも，局所的安定均衡点としては物々交換（D点)，完全な貨幣化（M点)，両者の併存（E点）のいずれもが可能であり，完全貨幣化の事態は s のグラフが全長



第2図

にわたって45°線の上にある場合，すなわち

$$\sum_{\substack{i,j\neq n \\ u_n+s^e>u_i+u_j}} u_{ij}>s^e \quad \text{for all } 0\leqq s^e\leqq 1-2u_n \tag{10}$$

の場合，そしてその場合にのみ大域的安定性をもつことが分かる。目下のシナリオのように $s^e=0$ から出発する場合，もしすべての i, j, n について $u_n<u_i+u_j$ であれば，もともとの物々交換が安定均衡点としていつまでも続いてしまうわけであるから，交換貨幣化のプロセスが開始されるためには，明らかに財の相対的「通用性」に当初から何らかの散らばりが存在しているのでなくてはならない。またひとたび間接交換が開始されるならば，s は一般には増大していき，したがってその均衡値は初期値を越えると考えてよい。これは，交換のメディアが使い始められれば，ますます広範に使われていくことを意味すると解してよいであろう。

6　上記までのところがジョーンズの所論の概略であるが，そのなかにはいくつかの論点が含まれている。まず彼のアプローチでは，相対的にもっとも「通用性」の大きい財が物々交換経済での最初の物品貨幣として出現することになっており，$p_n=\max_k\{p_k\}$ となる財 n がそれに当たるとされている。ところが(3)式に見られるように，p の成分はある定常値に収束する過程で時間とともに変化していくから，その最大値がつねに同一の財 n において達成されるかどうかについて疑問を抱く人がいるかもしれない。

しかし，この問題点への答は幸いにもイエスである。彼のモデルに忠実を期するかぎり，当初 $p_{n,0}=\max_k\{p_{k,0}\}$ であれば，引きつづきすべての t について $p_{n,t}=\max_k\{p_{k,t}\}$ となることが，つぎのような簡単な考察をつうじて立証される。事実，初期条件としては $p_0=u$ とおかれているので，

$p_{n,0}=\max_k\{p_{k,0}\}$ であれば $u_n=\max_k\{u_k\}$ である。すると (2) 式から明らかに $q_{n,0}=\max_k\{q_{k,0}\}$ でもあることになる。ところが (3) 式により $p_{k,1}$ は $p_{k,0}$ と $q_{k,0}$ の加重平均であることが分かっているので，$p_{n,1}=\max_k\{p_{k,1}\}$ となることもまた明らかである。そして $u_n=\max_k\{u_k\}$ である以上，(2) 式はどの t についても $q_{n,t}=\max_k\{q_{k,t}\}$ であることを保証するので，以下同様の推論によって，所期の帰結が成立せざるをえない。

さてつぎの論点に移るが，おそらくジョーンズの所論のうち最大の問題点となるのは，各当事者が市場に参加する前にあらかじめ直接交換にするか間接交換にするかを決めてしまい，決定した以上はその選択を市場に参加したのちも変更しないという想定であろう。たとえば財 i を究極に財 j と交換したい個人が財 n による間接交換を選んだ場合，彼はもっぱら財 i を受容して財 n を提供する相手を探すわけであって，そのような相手に出会う前に所望の財 j を提供しうる相手に出会っても，折角のチャンスを黙過するわけである。そのような想定については，それを不合理と考える向きも少なくないであろう。

そこでもし上記のような個人が，より合理的に，財 j を提供する相手にさきに出会うときには直接交換を，また逆に財 n を提供する相手にさきに出会うときには間接交換を，といった条件的な行動をとると想定したならば，どうなるであろうか。前に注記したオーの論文はまさしくそのような観点からジョーンズのモデルの改善を図っている。(10)

いま財 k をメディアとして財 i を財 j と交換しようとしている個人すなわち 2 段階間接交換 $i\rightarrow k\rightarrow j$ の場合について考えてみるとすると，取引費用の内容はジョーンズの場合より多少複雑になるが，つぎのように計算することができよう。まず財 i を受容して財 j を提供する相手か財 k を提供する相手かのいずれかに出会えるまでの待ち時間は $1/p_i(p_j+p_k)$ である。つぎに相手が財 j を提供する人である場合の確率は p_j/p_j+p_k, また財 k を提供する人である場合の確率は p_k/p_j+p_k であるが，前者の場合はそれで交換は終了するから追加される待ち時間は 0，他方後者の場合はさらに財 k を財 j に交換するための追加待ち時間は $1/p_k p_j$ である。ゆえに追加待ち時間の期待値は

$$\frac{p_j}{p_j+p_k}0+\frac{p_k}{p_j+p_k}\,\frac{1}{p_k p_j}$$

で，結局全部合わせての待ち時間は

$$\frac{1}{p_i(p_j+p_k)}+\frac{p_k}{p_j+p_k}\,\frac{1}{p_k p_j}=\frac{1}{p_j+p_k}\left(\frac{1}{p_i}+\frac{1}{p_j}\right)$$

となる。これが直接交換の可能性をも含む条件的 2 段階間接交換の場合の取引コストである。ここでもメディアとなる財が $\{p_k\}$ の最大値をもつ財 n となるように，すなわち

$$\min\left[\frac{1}{p_j+p_k}\left(\frac{1}{p_i}+\frac{1}{p_j}\right)\right]=\frac{1}{p_j+p_n}\left(\frac{1}{p_i}+\frac{1}{p_j}\right)$$

となるように選ばれることは前と同様である。

注 (10) Oh, *op. cit.*, pp. 9-10.

つぎに3段階間接交換 $i\to l\to k\to j$ の場合について考えると，こんどは財 i を受容して財 j を提供する相手か財 k を提供する相手かさらにあるいは財 l を提供する相手かのいずれかに出会えるまでの待ち時間は $1/p_i(p_j+p_k+p_l)$ であり，相手が財 j を提供する人である場合は確率が $p_j/(p_j+p_k+p_l)$ で追加待ち時間が0，財 k を提供する人である場合は確率が $p_k/(p_j+p_k+p_l)$ で追加待ち時間が $1/p_kp_j$ である。他方，財 l を提供する人である場合は，確率は $p_l/(p_j+p_k+p_l)$ であるが，追加待ち時間についてはつぎに出会う相手が財 j を提供する人であるか財 k を提供する人であるかによってさらに場合が二つに分かれる。この点については2段階間接交換の場合の考え方をそのまま適用することができ，財 l を受容して財 j を提供する相手か財 k を提供する相手かのいずれかに出会えるまでの待ち時間が $1/p_l(p_j+p_k)$，そして相手が財 j を提供する人である場合の確率が p_j/p_j+p_k で追加待ち時間が0，他方財 k を提供する人である場合の確率が $p_k/(p_j+p_k)$ で追加待ち時間が $1/p_kp_j$ となる。ゆえに追加待ち時間の期待値は

$$\frac{p_j}{p_j+p_k+p_l}0+\frac{p_k}{p_j+p_k+p_l}\,\frac{1}{p_kp_j}$$
$$+\frac{p_l}{p_j+p_k+p_l}\left(\frac{1}{p_l(p_j+p_k)}+\frac{p_j}{p_j+p_k}0+\frac{p_k}{p_j+p_k}\,\frac{1}{p_kp_j}\right)$$

となり，全部合わせての待ち時間は

$$\frac{1}{p_i(p_j+p_k+p_l)}+\frac{p_k}{p_j+p_k+p_l}\,\frac{1}{p_kp_j}$$
$$+\frac{p_l}{p_j+p_k+p_l}\left(\frac{1}{p_l(p_j+p_k)}+\frac{p_k}{p_j+p_k}\,\frac{1}{p_kp_j}\right)$$
$$=\frac{1}{p_j+p_k+p_l}\left(\frac{1}{p_i}+\frac{1}{p_j}+\frac{1}{p_j+p_k}+\frac{p_l}{p_j(p_j+p_k)}\right)$$

となる。ここでもメディアとなる2財としては，当然 $\{p_k\}$ の最大値，そして第二の最大値をとる2財 n, $n-1$ が選ばれ，したがって

$$\min\left[\frac{1}{p_j+p_k+p_l}\left(\frac{1}{p_i}+\frac{1}{p_j}+\frac{1}{p_j+p_k}+\frac{p_l}{p_j(p_j+p_k)}\right)\right]$$
$$=\frac{1}{p_j+p_n+p_{n-1}}\left(\frac{1}{p_i}+\frac{1}{p_j}+\frac{1}{p_j+p_n}+\frac{p_{n-1}}{p_j(p_j+p_n)}\right)$$

ということになろう。

同様の計算を4段階間接交換 $i\to m\to l\to k\to j$ の場合についても行い，結果だけを示せば

$$\min\left[\frac{1}{p_j+p_k+p_l+p_n}\left(\frac{1}{p_i}+\frac{1}{p_j}+\frac{1}{p_j+p_k}+\frac{p_l}{p_j(p_j+p_k)}\right.\right.$$
$$\left.\left.+\frac{1}{p_j+p_k+p_l}+\frac{p_m}{p_j(p_j+p_k+p_l)}+\frac{p_m}{(p_j+p_k)(p_j+p_k+p_l)}+\frac{p_lp_m}{p_j(p_j+p_k)(p_j+p_k+p_l)}\right)\right]$$
$$=\frac{1}{p_j+p_n+p_{n-1}+p_{n-2}}\left(\frac{1}{p_i}+\frac{1}{p_j}+\frac{1}{p_j+p_n}+\frac{p_{n-1}}{p_j(p_j+p_n)}\right.$$
$$\left.+\frac{1}{p_j+p_n+p_{n-1}}+\frac{p_{n-2}}{p_j(p_j+p_n+p_{n-1})}+\frac{p_{n-2}}{(p_j+p_n)(p_j+p_n+p_{n-1})}+\frac{p_{n-1}p_{n-2}}{p_j(p_j+p_n)(p_j+p_n+p_{n-1})}\right)$$

のようである。さらに多段階の間接交換を考える場合も，取引コストの表現は当然いっそう長くなるが，原理的には上記の事例とまったく同様にとり扱うことができる。

7　この種の議論がジョーンズのそれと異なるのは，3段階以上の間接交換がかならずしも2段階間接交換によって dominate されないことである。その理由は，目下の場合どのような多段階間接交換も条件次第で直接交換やより段階の少ない間接交換の可能性を含んでいることから，容易に理解されよう。そればかりか，財 i を財 j と交換したい個人にとって，それらより高い確率をもつ財が $k-1$ 個ある場合には，むしろ k 段階の条件的間接交換を選ぶのが最善策であることが示されうるのである。

以下そのような主張を述べたオーの命題について考察する。まず一般性を失うことなく

$$p_n > p_{n-1} > \cdots\cdots > p_1$$

であると仮定し，記号を簡略化するために

$$f_1 \equiv \frac{1}{p_j}$$

$$f_2 \equiv \frac{1}{p_j + p_n}$$

$$f_3 \equiv \frac{1}{p_j + p_n + p_{n-1}}$$

$$f_4 \equiv \frac{1}{p_j + p_n + p_{n-1} + p_{n-2}}$$

$$\vdots$$

$$g_2 \equiv f_2 \cdot p_{n-1}$$

$$g_3 \equiv f_3 \cdot p_{n-2}$$

$$g_4 \equiv f_4 \cdot p_{n-3}$$

$$\vdots$$

また

$$G(1) \equiv \frac{1}{p_j p_j}$$

$$G(2) \equiv \frac{1}{p_j + p_n}\left(\frac{1}{p_i} + \frac{1}{p_j}\right)$$

$$G(3) \equiv \frac{1}{p_j + p_n + p_{n-1}}\left(\frac{1}{p_i} + \frac{1}{p_j} + \frac{1}{p_j + p_n} + \frac{p_{n-1}}{p_j + (p_j + p_n)}\right)$$

$$G(4) \equiv \frac{1}{p_j + p_n + p_{n-1} + p_{n-2}}\left(\frac{1}{p_i} + \frac{1}{p_j} + \frac{1}{p_j + p_n} + \frac{p_{n-1}}{p_j(p_j + p_n)}\right.$$

$$\left. + \frac{1}{p_j + p_n + p_{n-1}} + \frac{p_{n-1}}{p_j(p_j + p_n + p_{n-1})} + \frac{p_{n-2}}{(p_j + p_n)(p_j + p_n + p_{n-1})} + \frac{p_{n-1}\, p_{n-2}}{p_j(p_j + p_n)(p_j + p_n + p_{n-1})}\right)$$

$$\vdots$$

と定義する。すると

$$G(2)=f_2\left(\frac{1}{p_i}+f_1\right)$$

$$G(3)=f_3\left(\frac{1}{p_i}+f_1+f_2+f_1g_2\right)$$

$$G(4)=f_4\left(\frac{1}{p_i}+f_1+f_2+f_3+f_1g_2+f_1g_3+f_2g_3+f_1g_2g_3\right)$$

$$\vdots$$

と書けるから

$$G(2)-G(1)=f_1f_2\left(1-\frac{p_n}{p_i}\right)$$

$$G(3)-G(2)=f_2f_3\left(1-\frac{p_{n-1}}{p_i}\right)$$

$$G(4)-G(3)=f_3f_4\left(1-\frac{p_{n-2}}{p_i}\right)$$

$$\vdots$$

となり，一般に

$$G(k)-G(k-1)=f_{k-1}f_k\left(1-\frac{p_{n-(k-2)}}{p_i}\right)$$

となることが分かる。ゆえに f_k, $f_{k-1}>0$ であることを考慮すれば

(11) $p_{n-(k-2)}>p_i$ ならば $G(k)<G(k-1)$

という帰結が導かれる。そして同じことが財 j を提供し財 i を需要する人の側からもいえるから，これで前記の命題の成り立つことが立証されたわけである。

この命題の系として，$p_n>p_i$, p_j のような財 n が1個でもあれば，ただちに直接交換よりも条件的2段階間接交換のほうが有利であることが分かる。つまり財 n 以外の財を互いに交換する人は決して直接交換ばかりを選ぶことはなく，かならず間接交換をも含めた交換パターンを選ぶのである。事実

$$\frac{1}{p_i+p_n}\left(\frac{1}{p_i}+\frac{1}{p_j}\right)<\frac{1}{p_ip_j}$$

の左辺を計算してみれば，この条件と $p_n>p_i$ の同値であることがただちに明らかとなる。

オーの上記の条件 $p_n>p_i$, p_j はジョーンズの条件 $p_n>p_i+p_j$ よりはるかに緩いが，しかしこれは彼の命題がかならずしも2段階間接交換を必然づけていないことから，当然のことである。要するにそれは $p_n>p_i$, p_j なら財 n がメディアの一つになるということであって，p_i や p_j より大きな確率をもつ財がいくつもある場合にはもちろん多段階間接交換の可能性をも含めたパターンを選ぶほうがよいのである。

8　このようにオーの所論は，ジョーンズの想定に含まれる不合理性を回避し，交換主体の選択幅を拡大している点において，また間接交換の可能性が後者の考えているより実はより広いことを示唆している点において，見るべき貢献と考えられる。しかし反面，彼の立場では，かなりの選択が直接交換と何段階かの間接交換をすべて潜在的な可能性として同時に併存させることになるから，ジョーンズの s のように neat な形で直接交換と間接交換の比率を定義することができなくなる。論文の後半部分において，オーは条件的2段階間接交換の事例に考察を限定し，ただ1種類のメディアの存在を仮定した上で分析を進めているが，これはジョーンズの固定的2段階間接交換の場合と比較するためにそう仮定するというだけのことであって，ジョーンズの所論のように2段階間接交換が費用の点で3段階以上のそれに優越するがゆえにそうなっているのではないのである。

条件に依存した選択を認めた上で，しかも事前に直接交換と間接交換の比率を決定しなければならないとすれば，われわれはすべての財のペアごとに，それらが直接交換される場合と，そこに含まれるすべての段階数に応じて間接交換される場合の確率を計算してみるのでなくてはならないであろう。そのようにして定義されるはずの直間比率の evolution を解明することによって分析の一般化を図るのは，また別稿に委ねられるべき課題である。

（名誉教授）