

Title	公共財経済における競争均衡のナッシュ解による実行可能性について
Sub Title	On Nash implementability of competitive equilibria in public goods economies
Author	中村, 慎助
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1990
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.82, No.特別号-I (1990. 3) ,p.224- 233
JaLC DOI	10.14991/001.19900301-0224
Abstract	
Notes	福岡正夫教授退任記念論文集
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19900301-0224

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

公共財経済における競争均衡の ナッシュ解による実行可能性について

中 村 慎 助

1 序

本稿では、公共財の存在する経済において、いわゆるフリーライダー問題の解決の可能性について考察する。1954年にサミュエルソン〔9〕は、完全競争市場が機能すればそれによって達成される配分（リンダール均衡配分）はパレート最適となる事を証明したが、各経済主体が戦略的に行動した場合には、真の選好が表明されず公共財が過少に供給されてしまう事を主張した。更にフォリー〔1〕及びミルロン〔7〕によってリンダール均衡に関する存在証明と厚生経済学の第一及び第二基本定理の証明が位相数学の手法を用いて与えられた。即ち、充分に一般的な仮定の下でリンダール均衡が存在し、対応する配分は全てパレート最適であり、更に選好と生産可能性集合に関する凸性の仮定の下で任意の内点のパレート最適な配分はリンダール均衡配分として支持されるのである。

一方、ハーヴィッツ〔4〕によって創始されたインセンティブ・コンパティビリティの議論を用いて、各経済主体の合理的で戦略的な行動を仮定してもパレート最適を実現するような経済機構の設計が試みられてきた。グローヴスとレッドヤード〔3〕は微分可能な効用関数と生産関数を仮定して、ナッシュ均衡の一階の必要条件を満たす配分がパレート最適の為の一階の必要条件を満足するような経済機構を設計した。しかしながら彼らの機構においてはナッシュ均衡の存在が保証されず、また全てのパレート最適点がナッシュ均衡として支持出来るとは限らない。そこでハーヴィッツ〔5〕は単調性を満たす選好関係と線形な生産関数の下で、ナッシュ均衡配分がリンダール均衡配分と一致するような機構を提案した。従ってフォリー〔1〕及びミルロン〔7〕の定理によって、適当な仮定の下で、ナッシュ均衡が存在しパレート最適であり、かつ任意の内点パレート最適な配分がナッシュ均衡配分として支持されるのである。更に、ウォーカー〔10〕によって最小次元のメッセージ集合を用いてハーヴィッツ〔5〕の機構と同じ性質を持つ機構が提案された。ウォーカー〔10〕は、又、もっとも一般的な非線形な生産可能集合を許しても、リンダール均衡と同じ配分をもたらすような市場機構とゲーム・フォームの中間的な経済機構を考察した。しかし、次の点はまだ未解決である。

まず第一に、使われている均衡概念が市場均衡とナッシュ均衡の中間であり、完全な意味での市

場が無いにも関わらず、各企業の利潤最大化が仮定されている。一般的には市場が存在するとは限らない抽象的な経済機構においては、価格、従って、利潤が意味を持たない可能性があり、そのような場合には、各企業は独立した経済主体として利潤最大化を行うと仮定するよりも、企業はその所有者達（例えば株主）の効用関数に従った意志決定を総合する事によってコントロールされるとみなすほうが自然であろう。

第二に、ウォーカーの機構では均衡の外では需給が一致するとは限らない。この需給一致の条件（Balancedness Condition）は、経済機構の実行の過程にエラーが生じ、正確な均衡の実現が期待出来ない場合にも、均衡の近似点が物理的に分配可能である事を保証している。

第三に、均衡で需給が一致する為にオークションアーの経済への参加が必須である。本稿は上記ウォーカーの経済機構の問題点の解決を目的としている。第二節では、単調性を満たす選好と凸な生産可能性集合を持つような経済環境において、消費者だけが実際のゲームのプレーヤーとして企業の生産計画をも含めて意志決定を行い、オークションアーの存在を仮定せず、リンダール均衡配分と同じ配分をナッシュ均衡として実現出来る機構が提案される。第三節では、微分可能で古典的な経済環境の下で、更にナッシュ均衡の外でも常に需給が一致するような機構について考察する。

2 一般的な経済環境と経済機構

$K+1$ 種類の私的財 (x, x_0) と L 種類の公共財 y が存在するような経済を考える。更に j によって表現される m 個の企業と i 或いは k によって表される全部で n 人の消費者が存在する。各企業 j は $Y_j \subseteq R^{K+1+L}$ という閉で凸な生産可能性集合を用いて私的財と公共財の生産を行っている。各消費者 i は単調性を満たす純需要量 (x_i, x_{0i}, y) 上の選好関係 R_i を持っている。彼は又、 $\theta_{ij} \geq 0$, $\sum_j \theta_{ij} = 1$ という第 j 企業のシェアを持っている。 T_i によって第 i 消費者の所有する生産可能性集合 $(\theta_{i1} Y_{1i}, \dots, \theta_{im} Y_{mi})$ を表す事にする。

ここでリンダール均衡をミルロン [7] に従って次のように定義する。

定義 1 以下の条件を満たす価格と配分のベクトル $((p_x, p_y), (q_i)_i, (x_i, x_{0i})_i, y, (z_j)_j)$ をリンダール均衡と呼ぶ。

(1) (利潤最大化) 任意の企業 j に対して

$$(p_x, 1, p_y) z_j \geq (p_x, 1, p_y) z'_j \text{ for all } z'_j \in Y_j$$

(2) (選好最大化) 任意の消費者 i に対して (x_i, x_{0i}, y) は予算集合

$$\{(x'_i, x'_{0i}) : (p_x, 1)(x'_i, x'_{0i}) + q_i y' \leq \sum_j \theta_{ij} (p_x, 1, p_y) z_j\}$$

の下で彼の選好 R_i を最大化している。

(3) (リンダール価格) $\sum_i q_i = p_y$

(4) (需給の一致) $(\sum_i x_i, \sum_i x_{0i}, y) = \sum_j z_j$

リンダール均衡に対応する配分をリンダール配分と呼ぶ。

ここで、 p_x は私的財の価格、 p_y は公共財の生産価格、 q_i は第 i 消費者の公共財のリンダール価格を表している。また、 (x_i, x_{0i}) は私的財の純消費量を、 y は公共財の需要量を表している。 z_j は第 j 企業の生産計画を表している。

次にメッセージ集合と結果関数からなるゲーム・フォームとしての経済機構を考える事にしよう。

定義 2 任意の消費者 i に対しての彼のメッセージ集合 M_i を

$$M_i \equiv R^{K+L} \times R^L \times R^{K+L} \times (R^{K+1+L})^m \times \{t_i \in (R^L)^m : \exists \tau_i \in T_i \quad t_i \leq \tau_i\}$$

で定義する。

第 i 消費者のメッセージ集合 M_i の代表元

$$m_i \equiv ((p_{xi}, p_{yi}), q_i, (x_i, y_i), (z_{ij})_j, t_i)$$

は次のような第 i 消費者の提案として解釈することができる。

- (1) p_{xi} : 私的財の価格
- (2) p_{yi} : 公共財の生産価格
- (3) q_i : 公共財の生産価格とリンダール価格との乖離
- (4) x_i : 私的財の純取引量
- (5) y_i : 公共財の純需要量
- (6) z_{ij} : 第 j 企業の生産計画
- (7) t_i : 第 i 消費者の所有する生産可能性集合のパラメーター

経済機構の設計者は生産可能性集合を知らないため、消費者のメッセージ・プロフィール $m \in M \equiv \prod_i M_i$ を用いて生産可能性集合を推定する。

定義 3 任意のメッセージ・プロフィール $m \in M$ と消費者 i 及び企業 j に対して、次の様に推定生産可能性集合を定義する。

$$T_{ij}(m) \equiv \{\tau^1 \in R^L : \exists \tau^2 \in [0, t_{ij}] \quad \tau^1 \leq \tau^2\}$$

$$Y_j(m) \equiv \sum_{i \in \{i : t_{ij} > 0\}} T_{ij}(m)$$

但し、ここで

$$[0, t_{ij}] \equiv \{\tau : \tau = \lambda t_{ij} \text{ for some } \lambda \in [0, 1]\}$$

である。

上記のメッセージ集合と推定生産可能性集合を用いて結果関数 (X, Y, Z) を定義していく事にしよう。

定義 4 任意のメッセージ・プロフィール $m \in M$ と企業 j に対して, j の生産計画を

$$Z_j(m) \equiv \sum_{i \in \{i : \theta_{ij} > 0\}} Z_{ij}(m)$$

で定義する。

但し, ここで

$$Z_{ij}(m) \equiv \operatorname{argmin} \{ \|z_{ij} - \xi\| : \xi \in T_{ij}(m) \}$$

$Z_{ij}(m)$ は第 i 個人の提案生産計画 z_{ij} に最も近い第 i 個人の推定生産可能性集合内の点であり, 実際の第 j 企業の生産計画 $Z_j(m)$ は, その企業を所有する個人 ($\theta_{ij} > 0$) についての $Z_{ij}(m)$ の和として定義されている。

次に任意のメッセージ・プロフィール $m \in M$ を使って第 i 消費者の私的財の純取引量 ($X_i(m)$, $X_{0i}(m)$) と公共財の消費量 $Y(m)$ を定義しよう。

定義 5

$$\begin{aligned} X_i(m) &\equiv x_i - x_{i+1} + \sum_j (1/n) Z_{xj}(m) \\ Y(m) &\equiv \sum_k y_k + \sum_j Z_{yj}(m) \\ X_{0i}(m) &\equiv -p_{x, i+1} X_i(m) - q_i(m) Y(m) \\ &\quad + \sum_j \theta_{ij} (p_{x, i+1}, 1, p_{y, i+1}) Z_j(m) \\ &\quad - (p_{x_i} - p_{x, i+1})^2 - (p_{y_i} - p_{y, i+1} - \sum_k y_k)^2 \\ &\quad - (\sum_k q_k)^2 \end{aligned}$$

但し, ここで

$$q_i(m) \equiv p_{y, i+1}/n + q_{i+1}$$

第 i 消費者の私的財の純消費量 $X_i(m)$ は, その和が純生産量 $\sum_j Z_{xj}(m)$ に等しくなるように定義されている。公共財の消費量 $Y(m)$ は各消費者の追加的な提案消費量 y_k の和と総生産量 $\sum_j Z_{yj}(m)$ の合計として計算される。ニューメレル財の純消費量 $X_{0i}(m)$ は予算制約式と種々の消費者ごとの提案価格を一致させる為のペナルティの和である。

上の機構を用いてナッシュ均衡を以下の様に定義する。

定義 6 $m^* \in M$ は任意の消費者 i に対して

- (1) $(X_i(m^*), X_{0i}(m^*), Y(m^*)) \in \operatorname{dom} R_i$
- (2) $(X_i(m^*), X_{0i}(m^*), Y(m^*)) R_i(X_i(m_i, m_i^*), X_{0i}(m_i, m_i^*), Y(m_i, m_i^*))$

for all $m_i \in M_i$ with

$$(X_i(m_i, m_i^*), X_{0i}(m_i, m_i^*), Y(m_i, m_i^*)) \in \operatorname{range} R_i$$

を満たす時ナッシュ均衡と呼ばれる。更にナッシュ均衡に対応する配分をナッシュ配分と呼ぶ。

即ち、ナッシュ均衡においては各消費者は他の消費者のメッセージを所与として自己の選好を最大化しているのである。従ってナッシュ均衡においては、各消費者が積極的に自己のメッセージを変化させる誘因は存在しない。

本節の定理は次の主張である。

定理 1 リンダール配分の集合とナッシュ配分の集合は一致する。

注意 1 定理 1 の主張は消費者の人数が 2 の場合にも成立する。この事実はクワン一中村〔6〕によって与えられた不可能性定理に矛盾しない。何故なら上記の機構はナッシュ均衡外では需給が一致するとは限らないからである。

注意 2 定理 1 は次の事を意味している。即ち、標準的で一般的な仮定の下でナッシュ均衡が存在し、その配分はパレート最適であり、又、任意の内点のパレート最適な配分はナッシュ配分として達成出来る。

定理 1 の証明 $((P_x, P_y), (Q_i)_i, (X_i, X_{0i})_i, Y, (Z_j)_j)$ を任意のリンダール均衡としよう。第 i 消費者のメッセージ

$$m_i^* \equiv ((p_{xi}, p_{yi}), q_i, (x_i, y_i), (z_{ij})_j, (t_{ij})_j)$$

を

$$p_i \equiv (P_x, P_y)$$

$$q_i \equiv Q_{i-1} - P_y/n$$

$$y_i \equiv 0$$

$$z_{ij} \equiv \theta_{ij} Z_j$$

$$t_{ij} \equiv \theta_{ij} Z_j$$

及び、 x_i を

$$X_i = x_i - x_{i+1} + \sum_j (1/n) Z_{xj}$$

を満たすように定義する。すると、このメッセージ・プロフィール m^* がリンダール配分と同じ配分を達成する事は明らかであるから、 m^* がナッシュ均衡である事を証明しよう。各消費者 i は X_{0i} (・) の定義とリンダール均衡の利潤最大化から、任意の第 i 消費者のメッセージ m_i に対して

$$\begin{aligned} & (P_x, 1) (X_i(m_i, m_i^*), X_{0i}(m_i, m_i^*)) + Q_i Y(m_i, m_i^*) \\ & \leq \sum_j \theta_{ij} (P_x, 1, P_y) Z_j(m_i, m_i^*) \\ & \leq \sum_j \theta_{ij} (P_x, 1, P_y) Z_j \end{aligned}$$

従ってリンダール均衡の予算制約の下での選好最大化から第 i 消費者はメッセージ m_i を変化させる事を通じてより望ましい点を実現することは出来ない。即ち、 m^* はナッシュ均衡である。

逆に,

$$m^* \equiv ((p_{xi}, p_{yi}), q_i, (x_i, y_i), (z_{ij})_j, (t_{ij})_j)$$

を任意のナッシュ均衡であるとしよう。第 i 消費者の選好の単調性と $X_{0i}(\cdot)$ の定義から

$$\begin{aligned} p_{xi} - p_{x, i+1} &= 0 \\ p_{yi} - p_{y, i+1} - \sum_k y_k &= 0 \\ \sum_k q_k &= 0 \end{aligned}$$

従って,

$$\begin{aligned} p_{xi} &= p_{x, i+1} \equiv p_x \\ p_{yi} &= p_{y, i+1} \equiv p_y \\ \sum_k y_k &= 0 \\ \sum_k q_k &= 0 \end{aligned}$$

よって、市場の需給一致の条件は満たされている。

次に第 i 消費者の選好の最大化を証明する。まず

$$(X_i(m^*), X_{0i}(m^*), Y(m^*))$$

が予算制約を満たす事に注意する。更に (X_i, X_{0i}, Y) を予算制約を満たす任意の点としよう。選好の単調性から予算制約は等号で満たされている。従って、消費者 i はメッセージを

$$\begin{aligned} x' &= x_i + X_i - X_i(m^*) \\ y' &= y_i + Y - Y(m^*) \\ p'_y &= p_{yi} + Y - Y(m^*) \end{aligned}$$

に変える事によって (X_i, X_{0i}, Y) を実現することが出来る。従ってナッシュ均衡の定義から (X_i, X_{0i}, Y) が $(X_i(m^*), X_{0i}(m^*), Y(m^*))$ より強く選好される事はない。

最後に、第 j 企業の利潤最大化を証明するために、

$$(p_x, 1, p_y) Z > (p_x, 1, p_y) Z_j(m^*)$$

となるような $Z \in Y_j$ が存在すると仮定してみよう。全ての消費者 i は

$$t_{ij} = z_{ij} = \theta_{ij} Z$$

というメッセージを用いる事によって $Z_{ij}(m_i, m_{-i}^*) = \theta_{ij} Z$ を実現することが出来る。従って選好の単調性から任意の $\theta_{ij} > 0$ となる消費者 i に対して

$$(p_x, 1, p_y) [\theta_{ij} Z + \sum_{k \neq i} Z_{kj}(m_i, m_{-i}^*)] \leq (p_x, 1, p_y) \sum_k Z_{kj}(m^*)$$

である。従って i についての和を取ることによって、

$$(p_x, 1, p_y) Z \leq (p_x, 1, p_y) Z_j(m^*)$$

となり、これは矛盾である。

3 強凸な費用関数と経済機構

本節では微分可能で古典的なものに経済環境を制限する事によって、需給一致的でリンダール配分をナッシュ解として実行するような経済機構を設計する。均衡の外でも常に需給が一致している需給一致の条件 (Balancedness Condition) は、経済機構の実行の過程にエラーが生じ正確な均衡の実現が期待出来ない場合にも、均衡の近似点が物理的に分配可能であることを保証している。

本節で取り扱う経済環境は以下の仮定群を満たしているものとする。

仮定 1 私的財は合成財として 1 種類のニューメレールで表される。即ち $K=0$ 。

仮定 2 唯一の代表的企業が存在する。即ち $m=1$ 。

仮定 3 生産可能性集合 Y は 2 階連続微分可能な費用関数 $x=C(y)$ で表され、任意の $y>0$ に対して $DC>0$ で D^2C は正定符号であり $DC(0)=0$ である。

注意 3 ゲール二階堂 [2] の定理によって DC は単射である。

仮定 4 第 i 個人の選好 R_i は、2 階連続微分可能で強準凹な効用関数 u_i で表され、 $\partial u_i / \partial x_{0i} > 0$ である。更に無差別曲線は座標軸と交差しないという境界条件を満たしている。

仮定 5 任意の消費者 i について彼の企業シェア θ_i は正である。

上記の仮定の下で次のような機構を考える。

定義 7 任意の消費者 i に対しての彼のメッセージ集合 M_i を $M_i \equiv R^L$ とする。

定義 2 任意のメッセージ・プロフィール $m \in M \equiv \prod_i M_i$ にたいして結果関数を下記のように定義する。

$$\begin{aligned} q_i(m) &\equiv m_i + [(1-\theta_{i+1})/\theta_{i+1}] m_{i+1} \\ p(m) &\equiv \sum_i q_i(m) \equiv \sum_i m_i / \theta_i \\ Y(m) &\equiv \begin{cases} (DC)^{-1}(p(m)) & \text{if } p(m) \in \text{range } DC; \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases} \\ X_{0i}(m) &\equiv -q_i(m)Y(m) + \theta_i [p(m)Y(m) - C(Y(m))] \end{aligned}$$

上の定義で $q_i(m)$ は消費者 i のリンダール価格を、 $p(m)$ は公共財の生産者価格を表している。また公共財の生産量 $Y(m)$ は限界費用原理によって決定されている。私的財の需要量 $X_{0i}(m)$ は

予算制約式によって計算される。

次の定理の証明は明らかであろう。

定理 2 この機構は需給一致的である。即ち、任意の $m \in M$ に対して

$$\sum_i X_{0i}(m) + C(m) = 0$$

下記の定理は定理 1 に対応している。

定理 3 $n \geq 3$ であるならばリンダール配分の集合とナッシュ配分の集合は一致する。

注意 4 定理 3 において消費者の人数が 3 以上であるという仮定は本質的である。即ち、2 人の経済においては需給一致的で (局所的に) 微分可能な機構を用いて、充分に一般的な経済環境上でリンダール配分とナッシュ配分を一致させることは出来ない (クワン一中村 [6] 参照)。

定理 3 の証明 m^* を任意のナッシュ均衡としよう。仮定 4 より、対応するナッシュ配分は内点均衡である。従って 1 階の必要条件から

$$(a) \quad D_{m_i} u_i(X_{0i}(m^*), Y(m^*)) = 0$$

故に

$$D_x u_i(\theta_i(D_{m_i} p \cdot Y + p D_{m_i} Y - D C D_{m_i} Y) - D_{m_i} q_i \cdot Y - q_i D_{m_i} Y + D_y u_i \cdot D_{m_i} Y) = 0$$

従って

$$D_x u_i \cdot (\theta_i(Y/\theta_i + D C D_{m_i} Y - D C D_{m_i} Y) - Y - q_i \cdot D_{m_i} Y) D_y u_i \cdot D_{m_i} Y = 0$$

しわしながらここで $D_{m_i} Y = (D^2 C)^{-1} \theta_i$ が正則であるから

$$(b) \quad D_x u_i \cdot (-q_i) + D_y u_i = 0$$

であり、これは効用最大化の為の 1 階の条件であり、本節で考慮されている経済環境上では十分である。更に消費者の予算制約式、企業の利潤最大化条件、及び市場の需給一致の条件は経済機構の定義から自動的に満たされている。

逆に $(p^*, (q_i^*), (x_i^*), y^*)$ を任意のリンダール均衡としよう。最初に、このリンダール配分と同じ配分を実現するメッセージを探す。次の同時線形方程式体系

$$(c) \quad q_i^* = \begin{bmatrix} -1 & d_2 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & d_3 & 0 & \cdots & \\ \vdots & & & \cdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & d_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & d_n \\ -d_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix} m_i^* \text{ for all } i=1 \cdots L$$

$$\text{但し, } d_i = (1 - \theta_i) / \theta_i,$$

の解 m^* が上記のリンダール配分を実現するから (c) の右辺の行列が正則である事を証明すればよい。

そこで仮にこの行列が正則でないと仮定して見よう。明らかに最初の $n-1$ 行は独立であるから、第 i 行を r_i と書くと係数 a_i が存在して

$$(d) \quad r_n = a_1 r_1 + \cdots + a_{n-1} r_{n-1}$$

と書くことができる。更に a_i を実際に計算することによって

$$a_i = (-1)^n \cdot [\theta_2 \cdots \theta_n] / [(1-\theta_2) \cdots (1-\theta_n)]$$

となる。従って(d)より

$$(-1)^n \cdot \theta_1 \cdots \theta_n = (1-\theta_1) \cdots (1-\theta_n)$$

である。

n が奇数の時は上記方程式は明らかに解を持たないから n が偶数の場合を考えよう。しかしながら任意の i について $\theta_i + \theta_{i+1} < 1$ であるから

$$\theta_2 \cdots \theta_n \cdot \theta_1 < (1-\theta_1) \cdots (1-\theta_n)$$

となりこれは矛盾であり、従って線形方程式体系(c)は解を持つことが分かる。

次に(a)と(b)が同値である事と(b)がリンダール均衡における効用最大化の1階の必要条件であることからナッシュ均衡の1階の条件はみたされている。

最後にこの1階の条件がナッシュ均衡のための十分条件で有ることを証明しよう。その為に以下のような変数変換を行う。即ち任意の固定された消費者 i と他の消費者のメッセージ $m_{-i} = (m_1, \dots, m_{i-1}, m_{i+1}, \dots, m_n)$ に対して i は m_i を選ぶことと $Y(m)$ を選ぶことは同値である。従って X_{0i} を

$$X_{0i} = -q_i Y + \theta_i (pY - C(Y))$$

と Y の関数として書くと、 $\partial^2 X_{0i} / \partial Y^2 = -\theta_i D^2 C$ となりこれは負の定符号である。従って第 i 消費者は強準凹な目的関数を凸な制約の下で最大化しており1階の条件は事実、十分である。

参 考 文 献

- [1] D. Foley, Resource allocation and the public sector, Yale Economic Essays 7, (1967) 45-98.
- [2] D. Gale and H. Nikaido, The Jacobian Matrix and Global Univalence of Mappings, Mathematische Annalen 159 (1965) 81-93.
- [3] D. Groves and J. Ledyard, Optimal allocation of public goods: A solution to the "free rider" problem, Econometrica 45 (1977) 783-809.
- [4] L. Hurwicz, On informationally decentralized systems, in Decision and Organization, eds. R. Radner and C.B. McGuire, Amsterdam, North-Holland (1972) 297-336.
- [5] L. Hurwicz, Outcome functions yielding Walrasian and Lindahl allocations at Nash equilibrium points, Review of Economic Studies 46 (1979) 217-225.
- [6] Y. Kwan and S. Nakamura, On Nash implementation of the Walrasian or Lindahl corre-

- spondence in the two-agent economy, Discussion Paper no. 243, University of Minnesota (1988).
- [7] J.C. Milleron, Theory of value with public goods: A survey article, *Journal of Economic Theory* 5 (1972) 419-477.
- [8] S. Nakamura, Efficient feasible Nash mechanisms with production and externalities, ph. D. thesis, University of Minnesota (1989).
- [9] P. Samuelson, The pure theory of public expenditure, *Review of Economic Studies* 36 (1954) 387-389.
- [10] M. Walker, A Simple incentive compatible scheme for attaining Lindahl allocations, *Econometrica* 49 (1981) 65-71.

(経済学部助手)