「三田学会雑誌」82巻特別号一I（1990年3月）

市場差別と不確実な需要

滝田公一

1 序論

本稿で取り扱う問題は，市場需要の不確実性が，市場差別を行うことができる独占企業の行動にどのような影響を及ぼすのか，というものである。ここで市場差別の可能な独占企業とは，所謂，第三度の価格差別を行うことのできる独占企業とほぼ同義であるが，本稿のモデルの独占企業は生産数量を意志決定変数としている点で，従来の価格差別モデルとは異なっている[(1)]。また，市場差別の可能な独占企業は一般に複数個の市場に対面しているわけであるが，本稿では分析の便宜上もっとも単純な2市場モデルを中心に考えよう。このような2市場モデルで需要が不確実であるとは，一方の市場需要のみが不確実であるか，両方の市場需要が不確実であるかのいずれかであるが，本稿では主に前者の場合を分析の対象としよう。

さて，上述の問題を分析するに際して，それをさらに，次のふたつの問題にわけて考えると便利である。すなわち，

(1) すべての市場需要が確実な場合の市場差別独占企業の行動と比較してどう異なるか，

(2) もし需要の不確実度が変化したなら，それが，不確実な需要下の市場差別独占企業の行動にどのような影響を及ぼすか，

というふたつの問題である。

このような問題を考えるとき，考慮しなければならない点は，企業が不確実性に対してどのような態度を持っているのかという点と，需要の攪乱要因が需要曲線や限界収入曲線にどのような影響を及ぼすのかという点である。これらふたつの要因の相互作用によって，企業行動の帰結には種々の可能性が予想され，この問題の解答は一般には自明でないように思われる。たとえば，企業が危険回避的な性向を持っているとしても，需要攪乱要因の需要曲線への影響の仕方によっては，常識的には危険回避的とは思われない行動の生じる可能性がある。

以下，本論文の構成は次のようである。2節では不確実性下の市場差別モデルが提示され，それ

注（1） 不確実な需要のもとでは，生産数量をその意志決定変数とするか，それとも価格を意志決定変数とするかによって，企業行動の帰結は異なってくる。Leland〔5〕（p. 284）脚注15を参照されたい。したがって，それぞれの場合について個別に分析することが望ましいが，本稿では分析上の取り扱いやすさから，生産数量モデルを選んだ。

の特別な場合として，確実な需要下の市場差別モデルが示される。3節では，上述の問題(1)の解答が示される。3.1節で，一方の市場需要が不確実で他方の市場需要が確実な場合と，両市場の需要が確実である場合とが比較される。3.2節では，確実な需要を持つ市場がふえても，3.1節の結論は依然として有効であることが示される。4節は上述の問題(2)の解答である。5節で，本稿の結論を述べ，6節では補助命題の証明がなされる。

2　市場差別モデル

問題の独占企業は，ふたつの市場，市場1と市場2とに同一の財を供給しているとする。市場($i=1, 2$)の逆需要曲線を，

$$p_i = p_i(q_i, \varepsilon_i) \qquad \cdots(1)$$

$$\frac{\partial p_i}{\partial q_i} < 0, \qquad \frac{\partial p_i}{\partial \varepsilon_i} > 0 \qquad \cdots(2)$$

とする。ただし，p_i は市場 i の価格，q_i は市場 i の財の需要量，ε_i は市場 i の需要を攪乱する要因を表わす確率変数である。このときこの企業の生産費用関数を $c(q_1+q_2)(c'>0)$ とすれば，利潤 π は，

$$\pi \equiv p_1(q_1, \varepsilon_1)\, q_1 + p_2(q_2, \varepsilon_2)\, q_2 - c(q_1+q_2) \qquad \cdots(3)$$

$$= R_1(q_1, \varepsilon_1) + R_2(q_2, \varepsilon_2) - c(q_1+q_2) \qquad \cdots(4)$$

と定義される。ただし，$R_i(q_i, \varepsilon_i)$ ($i=1, 2$) は市場 i における総収入を表わすものとする。この企業の危険に対する態度を明確にするために，危険回避型の効用関数 $u(\cdot)$ ($u'>0, u''<0$) を導入しよう(2)。そして，この企業は，利潤の期待効用を極大にするように，それぞれの市場への供給量を決定するとしよう。すなわち，この企業の行動は，形式的には，

$$\underset{q_1,\, q_2}{\text{maximize}}\ E[u(\pi)] \qquad \cdots(5)$$

で記述されるとする。ただし，$E(\cdot)$ は確率変数 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ についての期待値の演算子である。そして，問題(5)が一意な最適解を持つように，利潤 π は，q_1, q_2 について厳密に凹 (strictly concave) な関数であるとしよう(3)。

さて，以上のような不確実な状況と対比するために，確実な需要をどのように定義したらよいか問題となるが，それは次のように定義するのがひとつの自然な解釈であろうと思われる。すなわち，確実な状況下の逆需要曲線を，

注 (2) 企業の効用関数の当否については，Drèze〔3〕を見よ。
(3) $E(\cdot)$, $u(\cdot)$ の性質から，このとき $E[u(\pi)]$ も q_1, q_2 に関して strictly concave である。

$$p_i(q_i, \mu_i),\ \mu_i = E[\varepsilon_i]\ (i=1,\ 2) \qquad \cdots(6)$$

と定義することである。[4] このとき，確実な状況下の企業利潤 $\bar{\pi}$ は，

$$\bar{\pi} \equiv p_1(q_1, \mu_1)\,q_1 + p_2(q_2, \mu_2)\,q_2 - c(q_1+q_2) \qquad \cdots(7)$$

$$= R_1(q_1, \mu_1)\,q_1 + R_2(q_2, \mu_2) - c(q_1+q_2) \qquad \cdots(8)$$

と書ける。したがって，利潤を極大にするための必要にして十分な条件は，

$$MR_1(q_1^*, \mu_1) - c'(q_1^*+q_2^*) = 0 \qquad \cdots(9)$$

$$MR_2(q_2^*, \mu_2) - c'(q_1^*+q_2^*) = 0 \qquad \cdots(10)$$

で表わされる。このとき，

$$MR_1(q_1^*, \mu_1) = MR_2(q_2^*, \mu_2) \qquad \cdots(11)$$

となるが，これはよく知られている結果である。ただし，

$$MR_i(q_i, \mu_i) \equiv \partial R_i(q_i, \mu_i)/\partial q_i$$
$$= \text{市場 } i \text{ の限界収入}\ (i=1,\ 2)$$

$$c'(q_1+q_2) \equiv \partial c(q_1+q_2)/\partial(q_1+q_2)$$
$$= \text{限界費用}$$

とする。また，(9)，(10)式を満たす最適値を $(q_1^*,\ q_2^*)$ で表わすことにする。

3　市場需要がすべて確実な場合との比較

3.1　一方の市場需要が確実で他方の市場需要が不確実な場合

本節では，市場1の需要が不確実で，市場2の需要が確実な場合と，両市場の需要が共に確実な場合とを比較してみよう。市場1の需要が不確実で市場2の需要が確実であるときの利潤 $\hat{\pi}$ は，

$$\hat{\pi} = p_1(q_1, \varepsilon_1)\,q_1 + p_2(q_2, \mu_2)\,q_2 - c(q_1+q_2) \qquad \cdots(12)$$

$$= R_1(q_1, \varepsilon_1) + R_2(q_2, \mu_2) - c(q_1+q_2) \qquad \cdots(13)$$

と書けるから，この企業の利潤の期待効用を極大にするための必要にして十分な条件は，

注（4） もうひとつの定義の仕方は，$E[p_i(q_i, \varepsilon_i)]$ と定義するものである。本稿では，後の4節との関連から本文の定義を選んだ。

$$E\{u'(\hat{\pi})[MR_1(q_1^{**}, \varepsilon_1)-c'(q_1^{**}+q_2^{**})]\}=0 \qquad \cdots(14)$$

$$E[u'(\hat{\pi})][MR_2(q_2^{**}, \mu_2)-c'(q_1^{**}+q_2^{**})]=0 \qquad \cdots(15)$$

で与えられる。ただし，q_1^{**}，q_2^{**} は(14)，(15)式を満たす一意な最適値であるとする。(14)，(15)式から，ただちに，

$$E[u'(\hat{\pi})MR_1(q_1^{**}, \varepsilon_1)]=MR_2(q_2^{**}, \mu_2) \qquad \cdots(16)$$

が得られる。この最適条件を確実な場合のそれと比較するために次の補助命題1を利用しよう。

補助命題 1(5)

(i) $\partial MR_1(q_1, \varepsilon_1)/\partial\varepsilon_1 \gtrless 0$(6)

(ii) $\partial^2 MR_1(q_1, \varepsilon_1)/\partial\varepsilon_1^2 \leqq 0$

なる条件のもとでは，

$$E\{u'(\hat{\pi})[MR_1(q_1^{**}, \varepsilon_1)-MR_1(q_1^{**}, \mu_1)]\}\leqq 0 \qquad \cdots(17)$$

が成立する。

まず，(14)式を次のように変形する。すなわち，

$$E\{u'(\hat{\pi})[MR_1(q_1^{**}, \varepsilon_1)-MR_1(q_1^{**}, \mu_1)]\}$$
$$=E[u'(\hat{\pi})][c'(q_1^{**}+q_2^{**})-MR_1(q_1^{**}, \mu_1)] \qquad \cdots(18)$$

そこで，(17)式を利用すれば，

$$MR_1(q_1^{**}, \mu_1)-c'(q_1^{**}+q_2^{**})\geqq 0 \qquad \cdots(19)$$

が得られる。これと(15)式とから，

$$MR_1(q_1^{**}, \mu_1)\geqq MR_2(q_2^{**}, \mu_2) \qquad \cdots(20)$$

となるから，両市場が確実な場合の最適条件(11)式は，もはやこの場合には一般には最適ではない。したがって，それぞれの場合の最適値は，一般には同一のものではないと考えられるので，ふたつの最適値の間の大小関係を調べてみることにする。

そこで，(10)式が q_1 と q_2 とに関する陰関数であることに注目して，これを陽表的に表わすことができるとして(7)，

注（5） 補助命題の証明はすべて6節を参照されたい。

（6） この条件は，Leland の Principle of increasing uncertainty と本質的に同じものである。Leland〔5〕(pp. 289-290) を見よ。

（7） 厳密には，global な意味で成立する陰関数の定理が必要である。

$$q_2=\phi(q_1) \qquad \cdots(21)$$

なる関数ϕを考えてみよう。そうすると，簡単な計算から，

$$\frac{d\phi(q_1)}{dq_1}=-\frac{\partial^2\pi/\partial q_2\partial q_1}{\partial^2\pi/\partial q_2^2} \qquad \cdots(22)$$

$$=\frac{c''(q_1+q_2)}{\partial^2\pi/\partial q_2^2} \qquad \cdots(23)$$

であり，π は q_1 と q_2 に関して厳密に凹であったから，$\partial^2\pi/\partial q_2^2<0$ であるので，$c''(\cdot)>0$ であるならば，

$$\frac{d\phi(q_1)}{dq_1}<0 \qquad \cdots(24)$$

となることがわかる。

また，関数ϕの定義から，

$$q_2^*=\phi(q_1^*) \qquad \cdots(25)$$

となること，さらに，(10)式と(15)式とは q_1 と q_2 に関して同じ陰関数を与えるものであるから，

$$q_2^{**}=\phi(q_1^{**}) \qquad \cdots(26)$$

となることもわかる。

次に，この関数 $\phi(q_1)$ を(9)式の左辺に代入すると，

$$\Psi(q_1)\equiv MR_1(q_1,\ \mu_1)-c'(q_1+\phi(q_1)) \qquad \cdots(27)$$

なる q_1 の関数 $\Psi(q_1)$ が得られる。この関数の作り方から，

$$\Psi(q_1^*)=0 \qquad \cdots(28)$$

となることは容易にわかる。さらに，簡単な計算から，

$$\frac{d\Psi(q_1)}{dq_1}=\begin{vmatrix}\dfrac{\partial^2\pi}{\partial q_1} & \dfrac{\partial^2\pi}{\partial q_1\partial q_2}\\ \dfrac{\partial^2\pi}{\partial q_2\partial q_1} & \dfrac{\partial^2\pi}{\partial q_2^2}\end{vmatrix}\Bigg/\frac{\partial^2\pi}{\partial q_1^2}$$

となることがわかるから，π が，q_1 と q_2 に関して厳密に凹であることを利用すれば，

$$\frac{d\Psi(q_1)}{dq_1}<0 \qquad \cdots(29)$$

となることを示すことができる。したがって，

$$\Psi(q_1^{**}) = MR_1(q_1^{**}, \mu_1) - c'(q_1^{**} + \phi(q_1^{**})) \geqslant 0 \qquad \cdots(30)$$

であることを示すことができれば，(28)，(29)式を考慮して，

$$q_1^{**} \leqslant q_1^{*} \qquad \cdots(31)$$

なる関係が成立することがわかる。そして，(30)式が成立することは(19)式から容易にわかる。また，このとき，(24)，(25)，(26)の各式から，

$$q_2^{**} \geqslant q_2^{*} \qquad \cdots(32)$$

なる関係が同時に成立していることもわかる。さらに，(32)式を利用すれば，次のような関係も得られる。すなわち，(2)の仮定から需要曲線は右下りであるから，$\partial MR_2(q_2, \mu_2)/\partial q_2 < 0$ であることに注意すれば，(32)式から，

$$MR_2(q_2^{*}, \mu_2) \geqslant MR_2(q_2^{**}, \mu_2) \qquad \cdots(33)$$

となる。これと最適条件(10)，(15)の各式とから，

$$c'(q_1^{*} + q_2^{*}) \geqslant c'(q_1^{**} + q_2^{**}) \qquad \cdots(34')$$

となる。よって，限界費用が逓増的（$c'' \geqslant 0$）であるならば，

$$q_1^{*} + q_2^{*} \geq q_1^{**} + q_2^{**} \qquad \cdots(34'')$$

なる関係が得られる。以上を纏めると次の命題が得られる。

命題 1

(i) $\partial MR_1(q_1, \varepsilon_1)/\partial \varepsilon_1 > 0$

(ii) $\partial^2 MR_1(q_1, \varepsilon_1)/\partial \varepsilon_1^2 \leqslant 0$

(iii) $c''(\cdot) \geqslant 0$

なる条件のもとでは，

(a) $q_1^{*} \geqslant q_1^{**}$

(b) $q_2^{*} \leqslant q_2^{**}$

(c) $q_1^{*} + q_2^{*} \geqslant q_1^{**} + q_2^{**}$

なる関係が成立する。

3.2 確実な需要を持つ市場がふえたとき

本節では，市場 1 の需要を 3.1 節同様不確実であるとし，市場 2, 3, …, n の需要はそれぞれ確

実であるとしよう。このような状況下でも，命題1の結論が依然として成立するかどうか調べるのが本節の目的である。

まず，利潤$\hat{\pi}$は，

$$\hat{\pi}=p_1(q_1,\ \varepsilon_1)q_1+\sum_{k=2}^{n}p_k(q_k,\ \mu_k)q_k-c(\sum_{k=1}^{n}q_k)$$

$$=R_1(q_1,\ \varepsilon_1)+\sum_{k=2}^{n}R_k(q_k,\ \mu_k)+c(\sum_{k=1}^{n}q_k) \qquad \cdots(35)$$

と書き換えられる。$\hat{\pi}$ が $q_1,\ q_2,\ \cdots\cdots,\ q_n$ に関して厳密に凹であるとすると，期待効用 $Eu(\hat{\pi})$ が極大となるための必要にして十分な条件は，

$$E\{u'(\hat{\pi})[MR_1(q_1^{**},\ \varepsilon_1)-c'(\sum_{k=1}^{n}q_k^{**})\}=0 \qquad \cdots(36)$$

$$MR_i(q_i^{**},\ \mu_i)-c'(\sum_{k=1}^{n}q_k^{**})=0 \quad (i=2,3,\cdots,n) \qquad \cdots(37)$$

のn個の式で表わされる。もちろん，すべての市場需要が確実である場合の最適条件は，

$$\frac{\partial\pi}{\partial q_i}=MR_i(q_i^{*},\ \mu_i)-c'(\sum_{k=1}^{n}q_k^{*})=0\ (i=1,\ 2,\ \cdots,\ n) \qquad \cdots(38)$$

で表わされる。これらの最適条件の比較から容易にわかるように，3.1節と同様の議論を行えば，命題1の結論は，本節の場合にも依然として成立することがわかる。ただし，次2点の修正が必要である。すなわち，

(1) 市場 2, …, n の最適条件を利用して，

$$q_i=\phi_i(q_1),\ (i=2,\ 3,\ \cdots,\ n)$$

なる陽表関数を得ること。そうすると，$d\phi_i/dq_1$ (3.1節の(22)，(23)式に対応する）の符号は，次式で与えられる。すなわち，

$$\begin{bmatrix} \dfrac{d\phi_2(q_1)}{\mathrm{d}q_1} \\ \vdots \\ \dfrac{d\phi_n(q_1)}{\mathrm{d}q_1} \end{bmatrix}=-\begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2\pi}{\partial q_2^2} & \cdots\cdots & \dfrac{\partial^2\pi}{\partial q_2\partial q_n} \\ \vdots & & \\ \dfrac{\partial^2\pi}{\partial q_n\partial q_2} & \cdots\cdots & \dfrac{\partial^2\pi}{\partial q_n^2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2\pi}{\partial q_2\partial q_1} \\ \vdots \\ \dfrac{\partial^2\pi}{\partial q_n\partial q_1} \end{bmatrix} \qquad \cdots(39)$$

ところで，

$$\frac{\partial^2\pi}{\partial q_i^2}=\frac{\partial MR_i}{\partial q_i}-c''\ (i=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$$

$$\frac{\partial^2\pi}{\partial q_i\,\partial q_j}=-c'' \qquad (i\neq j)$$

であるから，簡単な計算から(39)式は，

$$\begin{bmatrix} \dfrac{d\phi_2(q_1)}{dq_1} \\ \vdots \\ \dfrac{d\phi_n(q_1)}{dq_1} \end{bmatrix} = \frac{c''}{|D|} \begin{bmatrix} \dfrac{\partial MR_3}{\partial q_3} \cdot \dfrac{\partial MR_4}{\partial q_4} \cdot \cdots\cdots \cdot \dfrac{\partial MR_n}{\partial q_n} \\ \vdots \qquad\qquad\qquad \vdots \\ \dfrac{\partial MR_2}{\partial q_2} \cdot \dfrac{\partial MR_3}{\partial q_3} \cdot \cdots\cdots \cdot \dfrac{\partial MR_{n-1}}{\partial q_{n-1}} \end{bmatrix} \qquad \cdots(40)$$

と変形することができる。ただし,

$$|D| \equiv \begin{bmatrix} \dfrac{\partial MR_2}{\partial q_2} - c'' & -c'' & \cdots & -c'' \\ -c'' & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & -c'' \\ -c'' & \cdots & -c'' & \dfrac{\partial MR_n}{\partial q_n} - c'' \end{bmatrix} \qquad \cdots(41)$$

であるものとする。π は $q_1 \cdots q_n$ に関して厳密に凹であったから, $|D|$ は $(-1)^{n-1}$ の符号をもち, 需要曲線が右下りであることから,

$$\frac{\partial MR_i}{\partial q_i} < 0 \qquad (i=1, 2 \cdots\cdots, n)$$

であるから, 一般に,

$$\frac{\partial MR_2}{\partial q_2} \cdot \frac{\partial MR_3}{\partial q_3} \cdot \cdots\cdots \frac{\partial MR_{i-1}}{\partial q_{i-1}} \cdot \frac{\partial MR_{i+1}}{\partial q_{i+1}} \cdot \cdots\cdots \frac{\partial MR_n}{\partial q_n} \ (i=2, 3, \cdots, n) \qquad \cdots(42)$$

の符号は $(-1)^{n-2}$ で与えられる。したがって, (40)式から,

$$\frac{d\phi_i(q_1)}{dq_1} < 0 \ (i=2, 3, \cdots, n) \qquad \cdots(43)$$

が得られる。

(2) (27)式で与えられた $\Psi(\cdot)$ 関数は次のように修正される。すなわち,

$$\Psi(q_1) = MR_1(q_1, \mu_1) - c'(q_1 + \sum_{k=2}^{n} \phi_k(q_1)) \qquad \cdots(44)$$

このとき, 簡単な計算から,

$$\frac{d\Psi(q_1)}{dq_1} = \frac{|A|}{|D|}$$

が得られる。ただし, $|A|$ は次のように定義される。

$$|A| \equiv \begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 \pi}{\partial q_1^2} & \cdots\cdots & \dfrac{\partial^2 \pi}{\partial q_1 \partial q_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \dfrac{\partial^2 \pi}{\partial q_n \partial q_1} & \cdots\cdots & \dfrac{\partial^2 \pi}{\partial q_n^2} \end{bmatrix}$$

$$
=\begin{bmatrix}
\frac{\partial MR_1}{\partial q_1}-c'' & -c'' & \cdots & -c'' \\
-c'' & \ddots & \ddots & \vdots \\
\vdots & \ddots & \ddots & -c'' \\
-c'' & \cdots & -c'' & \frac{\partial MR_n}{\partial q_n}-c''
\end{bmatrix}
$$

ふたたび，$\bar{\pi}$ の凹性から，

$$
\frac{d\Psi(q_1)}{dq_1}<0 \qquad \cdots(45)
$$

が得られる。

以上の２点を考慮して，次の命題を得ることができる。

命題 2

(i) $\partial MR_1(q_1, \varepsilon_1)/\partial\varepsilon_1>0$

(ii) $\partial^2 MR_1(q_1, \varepsilon_1)/\partial^2\varepsilon_1\leqq 0$

(iii) $c''(\cdot)\geqq 0$

なる条件のもとでは，

(a) $q_1{}^{*}\geqq q_1{}^{**}$

(b) $q_i^{*}\leqq q_i^{**}$ $(i=2, 3, \cdots n)$

(c) $\sum_{k=1}^{n} q_k^{*}\geqq\sum_{k=1}^{n} q_k^{**}$

なる関係が成立する。

4　不確実度の変化の効果

本節では，3.1節で述べた，市場１の需要が不確実で，市場２の需要が確実なモデルに立ち帰り，市場１の不確実度が変化したときに，それが最適値にどのような影響を及ぼすか調べてみよう。

まず，市場１の攪乱変数 ε_1 の平均 μ_1 が変化した場合をみてみよう。そのために，新しい確率変数を，

$$
\xi_1\equiv\varepsilon_1-\mu_1 \qquad \cdots(46)
$$

と定義しよう。そうすると，$E[\xi_1]=0$ で，

$$
\varepsilon_1=\xi_1+\mu_1 \qquad \cdots(47)
$$

となる。これを最適条件式(14)，(15)式に代入してやると，μ_1 はパラメーターとなる。そこでそ

れぞれの式の両辺を μ_1 で微分して，それらを連立させて，$\partial q_1^{**}/\partial\mu_1$, $\partial q_2^{**}/\partial\mu_1$ を求めると，

$$\frac{\partial q_1^{**}}{\partial\mu_1}=-B\cdot\frac{\partial^2 Eu}{\partial q_2^2}\Big/|A| \qquad \cdots(47')$$

$$\frac{\partial q_2^{**}}{\partial\mu_1}-B\cdot E[u'(\hat{\pi})\cdot c'']\Big/|A| \qquad \cdots(48)$$

が得られる。ただし，

$$B\equiv E\left[u'\cdot\frac{\partial MR_1}{\partial\varepsilon_1}\right]+E\left[u''\cdot\frac{\partial R_1}{\partial\varepsilon_1}\cdot(MR_1-c')\right] \qquad \cdots(49)$$

$$|A|\equiv\begin{bmatrix}\dfrac{\partial^2 Eu(\hat{\pi})}{\partial q_1^2} & \dfrac{\partial^2 Eu(\hat{\pi})}{\partial q_1\partial q_2}\\ \dfrac{\partial^2 Eu(\hat{\pi})}{\partial q_2\partial q_1} & \dfrac{\partial^2 Eu(\hat{\pi})}{\partial q_2^2}\end{bmatrix} \qquad \cdots(50)$$

であるものとする。(47)，(48)式の符号を定めるためには，B，$|A|$ の符号を知らなければならない。まず，Bについては次に述べる補助命題２を利用すれば，適当な仮定のもとで，

$$B\geq 0 \qquad \cdots(51)$$

であることがわかる。

補助命題 2

(i) $R'_a(\pi)\leqslant 0$

(ii) $\partial MR_1/\partial\varepsilon_1>0$

(iii) $\partial R_1\, q_1^{**},\ \varepsilon_1)/\partial\varepsilon_1\leqslant M$, for $\forall\ \varepsilon_1$

の条件のもとでは，

$$E\left\{u''(\hat{\pi})\cdot\frac{\partial R_1(q_1^{**},\ \varepsilon_1)}{\partial\varepsilon_1}\cdot MR_1(q_1^{**},\ \varepsilon_1)-c'(q_1^{**}+q_2^{**})]\right\}\geq 0$$

ただし，$R_a(\pi)\equiv -u''(\pi)/u'(\pi)$(8)

次に，$Eu(\hat{\pi})$ は q_1, q_2 について厳密に凹であるから，

$$\partial^2 Eu/\partial q_2^2<0,\ \ |A|>0 \qquad \cdots(52)$$

である。したがって適当な仮定のもとでは，

$$\frac{\partial q_1^{**}}{\partial\mu_1}\geqslant 0 \qquad \frac{\partial q_2^{**}}{\partial\mu_1}\leqslant 0 \qquad \cdots(53)$$

となる。さらに，

注（8） $R'_a(\pi)\leqslant 0$ は，“絶対危険回避減少” の仮定として知られているものである。たとえば，Pratt〔6〕を見よ。

$$\frac{\partial^2 Eu(\hat{\pi})}{\partial q_2^2}=E[u''(\hat{\pi})][MR_2(q_2^{**},\ \mu_2)-c'(q_1^{**}+q_2^{**})]^2$$

$$+E[u'(\hat{\pi})]\left(\frac{\partial MR_2(q_2^{**},\ \mu_2)}{\partial q_2}-c''(q_1^{**}+q_2^{**})\right) \quad \cdots(54)$$

であることに注意して，(47)，(48)式を辺々加えると，

$$\frac{\partial}{\partial \mu_1}(q_1^{**}+q_2^{**})=-\frac{B}{|A|}[E(u'')\cdot(MR_2-c')^2+E(u')\cdot(\partial MR_2/\partial q_2)] \quad \cdots(55)$$

が得られ，$\partial MR_2/\partial q_2<0$ であるから，適当な仮定のもとでは，

$$\frac{\partial}{\partial \mu_1}(q_1^{**}+q_2^{**})\geqq 0 \quad \cdots(56)$$

が得られる。以上を纏めると次の命題3が得られる。

命題 3

(i) $\partial R_1/\partial \varepsilon_1 \leqq M$, for $\forall\ \varepsilon_1$

(ii) $\partial MR_1/\partial \varepsilon_1>0$

(iii) $R'_a(\pi)\leqq 0$

なる条件のもとでは，

(a) $\partial q_1^{**}/\partial \mu_1 \geqq 0$

(b) $\partial q_2^{**}/\partial \mu_2 \leqq 0$

(c) $\partial(q_1^{**}+q_2^{**})/\partial \mu_1 \geqq 0$

次に確率変数 ε_1 の危険度が変化した場合に最適値はどのような影響を受けるか調べよう。ここで，危険度の変化をどのように定義するか問題であるが，ここでは，Rothschild and Stiglitz〔8〕の所謂，“平均保存的拡散（mean preserving spread)” の考え方に従うことにする。そこで新しい確率変数 ξ_1' を，

$$\xi_1' \equiv \frac{1}{1+\gamma}(\varepsilon_1+\gamma\mu_1)\ (\gamma>0) \quad \cdots(57)$$

と定義すると[(9)]，

$$E(\xi_1')=\mu_1 \quad \cdots(58)$$

$$\mathrm{Var}(\xi_1')=\frac{1}{(1+\gamma)^2}\mathrm{Var}(\varepsilon_1) \quad \cdots(59)$$

となる。(57)式を ε_1 について解いて，

注（9） ε_1 から ξ_1' への変換は，平均が等しくなるように定義してあるという点を除けば，第2確率優位(Second Stochastic Dominance) の変換と同じものである。Hadar and Russell〔4〕定理5 (p. 296) を見よ。

$$\varepsilon_1 = \mu_1 + (1+\gamma)(\xi_1' - \mu_1) \qquad \cdots(60)$$

が得られるから，これを最適条件(14)，(15)式に代入して，γ が変化したときの最適値の変化を調べれば，危険度の変化の効果を知ることができる。そこで，(14)，(15) の両辺を γ で微分して，$\partial q_1^{**}/\partial\gamma$，$\partial q_2^{**}/\partial\gamma$ を求めると，簡単な計算から，

$$\frac{\partial q_1^{**}}{\partial\gamma} = \frac{1}{|A|}\left(G\cdot\frac{\partial^2 Eu(\hat{\pi})}{\partial q_2^2}\right) \qquad \cdots(61)$$

$$\frac{\partial q_2^{**}}{\partial\gamma} = \frac{1}{|A|}(G\cdot E[u'(\hat{\pi})]\cdot c'') \qquad \cdots(62)$$

となることがわかる。ただし，

$$\begin{aligned} G \equiv & -E\left[u'\cdot\frac{\partial MR_1}{\partial\varepsilon_1}\cdot(\xi_1'-\mu_1)\right] \\ & -E\left[u''\cdot(MR_1-c')\cdot\frac{\partial R_1}{\partial\varepsilon_1}\cdot(\xi_1'-\mu_1)\right] \\ = & -\frac{1}{1+\gamma}E\left[u'\cdot\frac{\partial MR_1}{\partial\varepsilon_1}\cdot(\varepsilon_1-\mu_1)\right] \\ & -\frac{1}{1+\gamma}E\left[u''\cdot(MR_1-c')\cdot\frac{\partial R_1}{\partial\varepsilon_1}\cdot(\varepsilon_1-\mu_1)\right] \end{aligned} \qquad \cdots(63)$$

であるものとする。Eu の凹性から，$\partial^2 Eu/\partial q_2^2<0$，$|A|>0$ である。一方，補助命題1と次に述べる補助命題3，4，5を利用すれば，適当な仮定のもとでは，$G\geqq 0$ であることを示すことができる。よって，

$$\frac{\partial q_1^{**}}{\partial\gamma}\leqq 0 \qquad \frac{\partial q_2^{**}}{\partial\gamma}\geqq 0 \qquad \cdots(64)$$

となることがわかる。また，(54)，(61)，(62)式から，

$$\frac{\partial}{\partial\gamma}(q_1^{**}+q_2^{**}) = \frac{G}{|A|}\left\{E(u'')(MR_2-c')^2 + E(u')\frac{\partial MR_2}{\partial q_2}\right\} \qquad \cdots(65)$$

が得られ，$G\geqq 0$ であれば，

$$\frac{\partial}{\partial\gamma}(q_1^{**}+q_2^{**})\leqq 0 \qquad \cdots(66)$$

であることも容易にわかる。以上を纒めると次の命題が得られる。

命題 4

(i) $R_a'(\pi)\leqq 0$

(ii) $\partial MR_1/\partial\varepsilon_1>0$，$\partial^2 MR_1/\partial\varepsilon_1^2\leqq 0$

(iii) $\dfrac{\partial R_1(\varepsilon_1)}{\partial\varepsilon_1}\Big/\dfrac{\partial MR_1(\varepsilon_1^*)}{\partial\varepsilon_1}\leqq N$, for $\forall\varepsilon_1$

なる仮定のもとでは，

(a) $\partial q_1^{**}/\partial\gamma \leqq 0$

(b) $\partial q_2^{**}/\partial\gamma \geqq 0$

(c) $\partial(q_1^{**}+q_2^{**})/\partial\gamma \leqq 0$

ただし，ε_1^* は ε_1 と μ_1 との間の数とする。

補助命題 3

(i) $\partial MR_1/\partial\varepsilon_1 > 0$

(ii) $\partial^2 MR_1/\partial\varepsilon_1^2 \leqq 0$

なる仮定のもとでは，

$$E\left[u'(\hat{\pi})\cdot\frac{\partial MR_1(q_1^{**},\ \varepsilon_1)}{\partial\varepsilon_1}\cdot(\varepsilon_1-\mu_1)\right] \leqq 0$$

補助命題 4

(i) $R'_a(\pi) \leqq 0$

(ii) $\partial MR_1/\partial\varepsilon_1 > 0$

(iii) $\dfrac{\partial R_1(q_1^{**},\ \varepsilon_1)}{\partial\varepsilon_1}\Big/\dfrac{\partial MR_1(q_1^{**},\ \varepsilon_1^*)}{\partial\varepsilon_1} \leqq N$, for $\forall\ \varepsilon_1$

なる仮定のもとでは，

$$E\left[\left(\frac{\partial R_1(\varepsilon_1)}{\partial\varepsilon_1}\Big/\frac{\partial MR_1(\varepsilon_1^*)}{\partial\varepsilon_1}\right)\cdot u''\cdot(MR_1-c')\right] \geqq 0$$

ただし，ε_1^* は ε_1 と μ_1 との間の数とする。

補助命題 5

(i) $R'_a(\pi) \leqq 0$

(ii) $\partial MR_1/\partial\varepsilon_1 > 0$

(iii) $\dfrac{\partial R_1(\varepsilon_1)}{\partial\varepsilon_1}\Big/\dfrac{\partial MR_1(\varepsilon_1^*)}{\partial\varepsilon_1} \leqq N$, for $\forall\ \varepsilon_1$

なる仮定のもとでは，

$$E\left[u''\cdot(MR_1-c')\cdot\frac{\partial R_1}{\partial\varepsilon_1}\cdot(\varepsilon_1-\mu_1)\right] \leqq 0$$

5 結 論

本稿で得られた主なる結論は次のようなものである。すなわち，

(1) 一方の市場需要が確実で他方の市場需要が不確実な2市場に対面する市場差別独占企業は，両市場の需要が確実な場合に比べて，不確実な市場への最適供給量を減らし，確実な市場への最適供給量を増加させる。しかも，ふたつの市場へのそれぞれの供給量を合せた総供給量は，両市場の需要が確実な場合に比べて減少している。したがって，不確実な市場への供給量の減少の効果が，確実な市場への供給量の増加の効果を凌駕していることがわかる。ただし，以上のことが言えるためには，企業は危険回避的な性向を持ち，限界生産費用は逓増的であり，さらに，需要攪乱要因の限界収入曲線に及ぼす限界的効果が逓減していくようなものでなくてはならない，などの条件が必要である。

(2) 需要攪乱要因を表わす確率変数の平均の増加（減少）は，不確実な市場への供給量を増加（減少）させ，確実な市場への供給量を減少（増加）させる。そして，ふたつの市場のそれぞれへの供給量を併せた総供給量は全体として増加（減少）する。以上のことが言えるためには，企業の危険に対する性向が，所謂，“絶対危険回避減少”の仮定を満たし，攪乱要因の総収入に及ぼす限界的効果が上に有界でなければならない，などの条件が必要である。

また，需要攪乱要因のもたらす危険度の増加（減少）は，不確実な市場への供給量を減少（増加）させ，確実な市場への供給量を増加（減少）させる。さらに，ふたつの市場のそれぞれに対する供給量を併せた総供給量は減少（増加）する。以上のことが言えるためには，企業は絶対危険回避減少の性向を持ち，攪乱要因の限界収入に及ぼす限界的効果は逓減し，総収入に及ぼす限界的効果と限界収入に及ぼす限界的効果の比率が上に有界であること，などの条件が必要である。

以上の結論は，主に，一方の市場需要が不確実で他方の市場需要が確実な場合を分析対象とすることによって得られたものである。したがって，残された課題は，不確実な需要を持つ市場の数が増加した場合にも，上述の(1)，(2)のような結論を導き出すことができるかどうかという問題であるが，これは他日を期したい。

6　補助命題の証明

6.1　補助命題1の証明

(1)　$\varepsilon_1 \geq \mu_1$ のとき

$\partial p_1/\partial \varepsilon_1 > 0$ であるから，

$$\pi(\varepsilon_1) \geq \pi(\mu_1)$$

$u'' < 0$ から，

$$0 < u'(\pi(\varepsilon_1)) \leqslant u'(\pi(\mu_1)) \qquad \cdots①$$

また，仮定(i)から，

$$MR_1(\varepsilon_1) \geqslant MR_1(\mu_1)$$

$$\therefore \quad MR_1(\varepsilon_1)-MR_1(\mu_1)\geqslant 0 \qquad \cdots ②$$

①式の両辺に②式の左辺をかけると，

$$u'(\pi(\varepsilon_1))[MR_1(\varepsilon_1)-MR_1(\mu_1)]\leq u'(\pi(\mu_1))[MR_1(\varepsilon_1)-MR_1(\mu_1)] \qquad \cdots ③$$

この式の両辺の期待値をとると，

$$E\{u'(\pi(\varepsilon_1))[MR_1(\varepsilon_1)-MR_1(\mu_1)]\}\leq u'(\pi(\mu_1))[EMR_1(\varepsilon_1)-MR_1(\mu_1)]\leq 0$$

最後の不等号は仮定(ii)と Jensen の不等式による。

(2) $\varepsilon_1\leqslant\mu_1$ のとき

(1)と同様に証明を行えばよい。

6.2 補助命題 2 の証明

$MR_1(q_1^{**}, \varepsilon_1)=c'(q_1^{**}+q_2^{**})$ を満たす ε_1 を ε_1^0 とする。

(1) $\varepsilon_1\geqslant\varepsilon_1^0$ のとき

仮定(ii)から，$MR_1(\varepsilon_1)\geqslant MR_1(\varepsilon_1^0)$

$$\therefore \quad MR_1(\varepsilon_1)-c'\geqslant MR_1(\varepsilon_1^0)-c'=0 \qquad \cdots ①$$

$\partial p_1/\partial\varepsilon_1>0$ であったから，

$$R_1(\varepsilon_1)\geqslant R_1(\varepsilon_1^0)$$

$$\therefore \quad \pi(\varepsilon_1)\geqslant\pi(\varepsilon_1^0)$$

仮定(i)から，

$$R_a(\pi(\varepsilon_1))\leqslant R_a(\pi(\varepsilon_1^0))$$

$$\therefore \quad 0<-u''(\pi(\varepsilon_1))\leq R_a(\pi(\varepsilon_1^0))\cdot u'(\pi(\varepsilon_1))$$

この両辺に①式の左辺をかけると，

$$-u''(\pi(\varepsilon_1))[MR_1(\varepsilon_1)-c']\leq R_a(\pi(\varepsilon_1^0))\cdot u'(\pi(\varepsilon_1))[MR_1(\varepsilon_1)-c'] \qquad \cdots ②$$

仮定(iii)から，

$$0\leqslant\frac{\partial R_1(\varepsilon_1)}{\partial\varepsilon_1}\leqslant M \qquad \cdots ③$$

③式を②式の両辺に辺々かけて，期待値をとると，

$$-E\left[u''(\pi(\varepsilon_1))\cdot(MR_1(\varepsilon_1)-c')\cdot\frac{\partial R_1(\varepsilon_1)}{\partial\varepsilon_1}\right]$$
$$\leq R_a(\pi(\varepsilon_1^0))\cdot M\cdot E[u'(\pi(\varepsilon_1))(MR_1(\varepsilon_1)-c')]=0$$

となる。最後の等号は最適条件(14)式による。

(2) $\varepsilon_1\leqslant\varepsilon_1^0$ のとき

(1)と同様。

6.3 補助命題 3 の証明

(1) $\varepsilon_1\geq\mu_1$ のとき

仮定(i)から，$MR_1(\varepsilon_1)$ は ε_1 に関して凹関数であるから，

$$MR_1(\varepsilon_1)-MR_1(\mu_1)\geq\frac{\partial MR_1(\varepsilon_1)}{\partial\varepsilon_1}(\varepsilon_1-\mu_1) \qquad \cdots ①$$

一方，$\pi(\varepsilon_1)\geq\pi(\mu_1)$ であるから，

$$u'(\pi(\varepsilon_1))\leq u'(\pi(\mu_1))$$

仮定(i)と $\varepsilon_1\geq\mu_1$ とから，

$$u'(\pi(\varepsilon_1))\cdot\frac{\partial MR_1(\varepsilon_1)}{\partial\varepsilon_1}\cdot(\varepsilon_1-\mu_1)\leq u'(\pi(\mu_1))\cdot\frac{\partial MR_1(\varepsilon_1)}{\partial\varepsilon_1}\cdot(\varepsilon_1-\mu_1)$$

①の不等式を利用すると，

$$u'(\pi(\varepsilon_1))\cdot\frac{\partial MR_1(\varepsilon_1)}{\partial\varepsilon_1}\cdot(\varepsilon_1-\mu_1)\leq u'(\pi(\mu_1))[MR_1(\varepsilon_1)-MR_1(\mu_1)]$$

$$\therefore\quad E\left[u'(\pi(\varepsilon_1))\cdot\frac{\partial MR_1(\varepsilon_1)}{\partial\varepsilon_1}\cdot(\varepsilon_1-\mu_1)\right]\leq u'(\pi(\mu_1))[EMR_1(\varepsilon_1)-MR_1(\mu_1)]\leqslant 0$$

最後の不等号は Jensen の不等式による。

(2) $\varepsilon_1\leqslant\mu_1$ のとき

(1)と同様。

6.4 補助命題4の証明

$MR_1(q_1^{**},\varepsilon_1)=c'(q_1^{**}+q_2^{**})$ を満たす ε_1 を ε_1^0 とする。

(1) $\varepsilon_1\geqslant\varepsilon_1^0$ のとき

$\pi(\varepsilon_1)\geqslant\pi(\varepsilon_1^0)$ であるから，仮定(i)より

$$R_a(\pi(\varepsilon_1))\leq R_a(\pi(\varepsilon_1^0))$$

$$\therefore\quad 0<-u''(\pi(\varepsilon_1))\leq R_a(\pi(\varepsilon_1^0))\,u'(\pi(\varepsilon_1)) \qquad \cdots ①$$

また，仮定(ii)より，$MR(\varepsilon_1)\geqslant MR_1(\varepsilon_1^0)=c'$

$$\therefore\quad MR_1(\varepsilon_1)-c'\geqslant 0$$

これと①式とから，

$$-u''(\pi(\varepsilon_1))\cdot[MR_1(\varepsilon_1)-c']\leq R_a(\pi(\varepsilon_1^0))\cdot u'(\pi(\varepsilon_1))\cdot[MR_1(\varepsilon_1)-c'] \qquad \cdots ③$$

仮定(iii)から，

$$0<\frac{\partial R_1(\varepsilon_1)}{\partial\varepsilon_1}\Big/\frac{\partial MR_1(\varepsilon_1^*)}{\partial\varepsilon_1}\leq N \qquad \cdots ③$$

③式を②式の両辺に辺々かけて期待値をとると，

$$-E\left[u''(\pi(\varepsilon_1))\cdot(MR_1(\varepsilon_1)-c')\cdot\left(\frac{\partial R_1(\varepsilon_1)}{\partial\varepsilon_1}\Big/\frac{\partial MR_1(\varepsilon_1^*)}{\partial\varepsilon_1}\right)\right]$$

$$\leq N\cdot R_a(\pi(\varepsilon_1^0))\cdot E[u'(\pi(\varepsilon_1))\cdot(MR_1(\varepsilon_1)-c')]=0$$

(2) $\varepsilon_1\leqslant\varepsilon_1^0$ のとき

(1)と同様。

6.5 補助命題5の証明

平均値の定理から，

$$MR_1(\varepsilon_1)-MR_1(\mu_1)=\frac{\partial MR_1(\varepsilon_1^*)}{\partial \varepsilon_1}(\varepsilon_1-\mu_1) \qquad \cdots①$$

ただし，ε_1^* は ε_1 と μ_1 との間の数とする。

そこで，①式を利用して，

$$E\left[u''\cdot(MR_1-c')\cdot\frac{\partial R_1}{\partial \varepsilon_1}\cdot(\varepsilon_1-\mu_1)\right]$$

$$=E\left\{u''\cdot(MR_1-c')\cdot\left(\frac{\partial R_1}{\partial \varepsilon_1}\Big/\frac{\partial MR_1(\varepsilon_1^*)}{\partial \varepsilon_1}\right)[MR_1(\varepsilon_1)-MR_1(\mu_1)]\right\}$$

$$=E\left\{\left(\frac{\partial R_1}{\partial \varepsilon_1}\Big/\frac{\partial MR_1(\varepsilon_1^*)}{\partial \varepsilon_1}\right)\cdot u''\cdot(MR_1-c')[MR_1(\varepsilon_1)-c'-(MR_1(\mu_1)-c')]\right\}$$

$$=E\left[\left(\frac{\partial R_1(\varepsilon_1)}{\partial \varepsilon_1}\Big/\frac{\partial MR_1(\varepsilon_1^*)}{\partial \varepsilon_1}\right)\cdot u''\cdot(MR_1-c')^2\right]$$

$$-(MR_1\,\mu_1)-c')\,E\left[\left(\frac{\partial R_1(\varepsilon_1^*)}{\partial \varepsilon_1}\Big/\frac{\partial MR_1(\varepsilon_1^*)}{\partial \varepsilon_1}\right)\cdot u''\cdot(MR_1-c')\right]$$

と変形することができる。右辺の第一項の符号は非正，また(19)式から，$MR_1(\mu_1)-c'\geq 0$，補助命題4から，

$$E\left[\left(\frac{\partial R_1(\varepsilon_1)}{\partial \varepsilon_1}\Big/\frac{\partial MR_1(\varepsilon_1)}{\partial \varepsilon_1}\right)\cdot u''\cdot(MR_1-c')\right]\geq 0$$

であるから，所望の結果が得られた。

参考文献

〔1〕 Baron, D. P. (1970), "Price uncertainty, utility and industry equilibrium in pure competition." *International Economic Review,* 11: 463-80.

〔2〕 Blair, R. D. and A. A. Heggestad (1977), "The impact of uncertainty upon the multiproduct firm," *Southerm Economic Journal,* 44: 136-42.

〔3〕 Drèze, J. H. (1987), "Decision criteria for business firms," in *Essays on Economic Decisions under uncertainty,* pp. 298-320. Cambridge University Press.

〔4〕 Hadar, J. and W. R. Russell (1971), "Stochastic dominance and diversification," *Journal of Economic Theory,* 3: 288-305.

〔5〕 Leland, H. E. (1972), "Theory of the firm facing uncertain demand," *American Economic Review,* 62: 278-91.

〔6〕 Pratt, J. W. (1964), "Risk aversion in the small and in the large," *Econometrica,* 32: 122-36.

〔7〕 Robinson, J. (1969), *The Economics of Imperfect Competition,* 2nd ed. Macmillan press.

〔8〕 Rothschild, M. and J. E. Stiglitz (1970), "Increasing risk I: a definition," *Journal of Economic Theory* 2: 225-43.

〔9〕 Sandmo, A. (1971), "On the theory of the competitive firm under price uncertainty," *American Economic Review,* 61: 65-73.

(駒沢大学経営学部助教授)