

Title	マクロ動学モデルにおける静態的期待と完全予見
Sub Title	On the stability properties of the long-run stationary equilibrium in macro-dynamic models under stotic expectations and perfect foreghsight
Author	大山, 道広
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1989
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.81, No.4 (1989. 1) ,p.624(84)- 628(88)
JaLC DOI	10.14991/001.19890101-0084
Abstract	
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	<a href="https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19890101-0084">https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19890101-0084</a>

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

## マクロ動学モデルにおける 静態的期待と完全予見\*

大 山 道 広

1

マクロ経済の動学モデルでは、物価や利子率の変化に関する期待形成仮説が大きな役割をはたすことが多い。これは、財、債券、貨幣など複数の資産を含むモデルではとくにそうである。Tobin (1966) の貨幣的成長のモデル、Hahn (1966) の異質的資本財のモデル、さらには Kouri (1976) の為替レートと国際収支のモデル等がその代表例としてあげられる。これらのモデルの長期（定常）均衡の動学的性質は、資産価格の変化に関する期待形成に強く依存している。つまり、均衡は静態的期待（static expectations）の下では動学的に安定であるが、「安全予見」（perfect foresight）の下では鞍点（saddle point）となり、通常の意味では不安定になる。<sup>(1)</sup>しかし、2つの期待形成仮説の間で何故このような違いが生じるか、とりわけそれらのあい異なる帰結がいかに関連しているかは明確にされていない。

本稿では、上記の諸例と同様に最も単純な構造をもつ動学モデル、すなわち不確実性が捨象され、時間が本質的に連続な変数として扱われる動学モデルについてこの問題を考察する。特に、モデルの長期的均衡が静態的期待の下で安定となる条件と完全予見の下で鞍点となる条件が通常の設定の下でまったく同一となること、つまりこれらの帰結は一对一の対応関係にあることを明らかにする。筆者の知る限り、この点を明確に指摘した文献はないし、また自明な事柄として一般によく認識されているようにも思われない。

2

上記の問題を一般的に考察するため、特定の経済モデルを離れて次のような抽象的体系について検討しよう。

$$x = f(y, z) \tag{1}$$

\* 細田衛士助教授より初稿に対して有益なコメントを頂いた。ここに記して感謝したい。

注（1） 後段で紹介するように、最近ではこれらのモデルの均衡が鞍点であっても、動学的に必ずしも不安定ではないという見解が有力である。

$$\dot{y} = g(y, z) \quad (2)$$

以下、ドット(・)はそれが付された変数の時間に関する微分を表わす。 $f(y, z)$ ,  $g(y, z)$ はすべての変数に関して微分可能であるものとする。 $z$ は $x$ の期待変化率で

$$z = E \left( \frac{\dot{x}}{x} \right) \quad (3)$$

と定義される。

この体系において、(1)は短期(厳密には1時点)の均衡条件から導かれる式である。内生変数 $x$ は状態変数 $y$ とそれ自身の期待変化率 $z$ に依存して決まるということである。多くの経済モデルにおいて、 $x$ は物価や債券価格、 $z$ はその期待上昇率、 $y$ は何らかの資産ストックと解釈される。物価や債券価格の期待上昇率が高まれば、その需要が増え供給が減るため、現在ただちにその価格が騰貴すると考えられる。したがって

$$x/f_x > 0 \quad (A)$$

と仮定することが許されよう。ただし、 $f_x$ は $f(y, z)$ の $z$ に関する偏微分( $\partial f/\partial z$ )を表す。以下でも同様の記号を用いる。

これに対して、(1), (2)において $z=0$ ,  $\dot{y}=0$ とおくと

$$x = f(y, 0) \quad (4)$$

$$g(y, 0) = 0 \quad (5)$$

となる。これらは長期(定常)均衡を規定する。すなわち、 $x$ ,  $y$ の長期均衡値は(4), (5)によって同時に決定される。(1)~(5)によって表される短期均衡, 長期均衡の構造は、多くのマクロ経済モデルに共通するものである。

さて、静態的期待の下では $z \equiv 0$ となる。この場合、(2)を $y$ に関して微分すると

$$\frac{d\dot{y}}{dy} = g_y \quad (6)$$

を得る。これより、長期均衡の近傍で

$$g_y < 0 \quad (7)$$

注(2) (1), (2)は以下のような経済モデルの誘導形(の一部)と解釈することができる。短期均衡の内生変数として $x$ のほかに $w_1, \dots, w_n$ の $n$ 個の変数があり、その構造が

$$\begin{aligned} h_0(x, w_1, \dots, w_n, y, z) &= 0 \\ h_1(x, w_1, \dots, w_n, y, z) &= 0 \\ &\vdots \\ h_n(x, w_1, \dots, w_n, y, z) &= 0 \\ \dot{y} = b(x, w_1, \dots, w_n, x, z) &= 0 \end{aligned}$$

という $n+2$ 個の方程式によって叙述されるものとしよう。はじめの $n+1$ 個の方程式によって、 $x, w_1, \dots, w_n$ の $n+1$ 個の内生変数の短期均衡値がいずれも $y, z$ の関数として誘導される。この解を最後の方程式に代入すると、 $\dot{y}$ の短期均衡値も $y, z$ の関数となる。(1)は $x$ の誘導形、(2)は $\dot{y}$ の誘導形である。 $w_1, \dots, w_n$ の誘導形は当面の分析には関係ないので、省略されている。

(3) 仮定(A)が妥当しないケースをアプリオリに排除するつもりはない。しかし、実物資産であれ、金融資産であれ、その価格上昇期待の強化が現在の価格水準の低下をひき起こすようなことは、ほとんど考えられないことも事実である。

という条件が充たされていれば均衡は安定である。

他方、完全予見の下では  $z \equiv \dot{x}/x$  となる。この関係を (1), (2) に代入すると

$$x = f(y, \dot{x}/x) \quad (8)$$

$$\dot{y} = g(y, \dot{x}/x) \quad (9)$$

となる。これらは  $x, y$  についての同時微分方程式である。(8), (9) を全微分し、整理すると

$$d\dot{x} = \left( \frac{x}{f_z} + \frac{\dot{x}}{x} \right) dx - \frac{x f_y}{f_z} dy \quad (10)$$

$$d\dot{y} = \frac{g_z}{f_z} dx + \left( g_y - g_z \frac{f_y}{f_z} \right) dy \quad (11)$$

を得る。したがって、長期均衡の近傍で (8), (9) のヤコービ行列は

$$J = \begin{bmatrix} \frac{x}{f_z} & -\frac{x f_y}{f_z} \\ \frac{g_z}{f_z} & g_y - g_z \frac{f_y}{f_z} \end{bmatrix}$$

となる。この行列式の値は

$$\det J = -\frac{x}{f_z} g_y \quad (12)$$

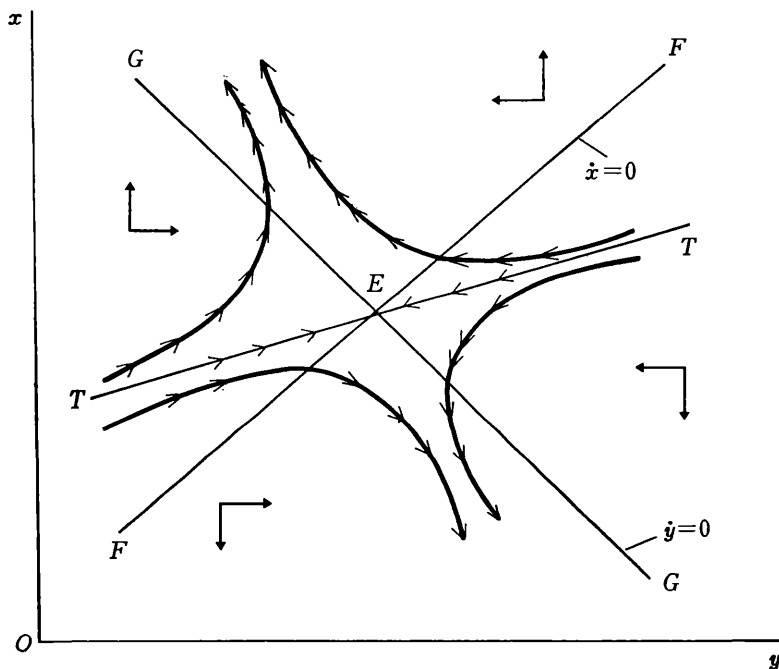
によって与えられる。長期均衡が鞍点となるための必要十分条件はヤコービ行列式が負値をとることである。仮定(A)の下で、それは静態的期待の下での安定条件

$$g_y < 0 \quad (7)$$

と一致することは明らかである。<sup>(4)</sup>ただし、仮定(A)が妥当せず  $x/f_z < 0$  となるような場合には、(7) はヤコービ行列式が正値をとるための必要十分条件となる。このような場合、長期均衡は静態的期待の下で安定なら、完全予見の下でも通常の意味で安定となる可能性がある。またそれが静態的期待の下で不安定なら完全予見の下では鞍点となる。

図は、仮定(A)が満たされ長期均衡が鞍点となるケースを例示している。曲線  $FF, GG$  はそれぞれ (8), (9) において  $\dot{x}=0, \dot{y}=0$  を満たす  $x, y$  の組合せの軌跡、両者の交点  $E$  はこの体系の長期均衡点である。図中の矢印は各点での  $x, y$  の運動の方向を示している。静態的期待の下では (8) がいつでも  $\dot{x}=0$  で充たされているので、 $(x, y)$  は  $FF$  上を  $E$  点に向かって運行する。他方、完全予見の下では、 $(x, y)$  は一般に  $E$  点に収束せず、時間の経過とともにむしろ  $E$  点からどんどん乖離する。ただし、初期点が特別の経路  $TT$  上に与えられた場合には、 $(x, y)$  は  $E$  点を目指して  $TT$  上を動いていくことになる。

注(4) 従来の文献では、この対応関係が明確に認識されていない。Tobin, Hahn, Kouri 等のモデルでは、長期均衡は静態的期待の下ではモデルそれ自体の仮定によって(新たな安定条件なしに)安定であり、したがって完全予見の下では鞍点となる。これらの性質は互いに対応するものとしてではなく、モデルの前提条件を反映するものとして別個に導かれているにすぎない。



3

安全予見の下で長期均衡が鞍点になるという帰結については少なくとも2つの解釈が行なわれている。ひとつは、「近視的完全予見」(myopic perfect foresight) と呼ばれるものである。それによれば、経済主体はあたかも闇夜に提燈をさげて歩く者のように一瞬先の行く手は正確に見通すことができるが、遠目がきかず大体においてとんでもない方向に逸脱していく。この場合、長期均衡が到達される公算はまずもってないので、均衡は大域的に不安定と判定される。<sup>(5)</sup> この解釈は一見もっともらしいが、遠くを見通せない者が近くならなぜ見えるかについて何ら説明できないという欠陥がある。

もうひとつは「長期的完全予見」(long-run perfect foresight) ないし「合理的期待」(rational expectations) の仮説として Sargent=Wallace (1973) によって推奨されたものである。この解釈の下では、経済主体はあたかも熟練したパイロットのように目的地 (E点) に至る正しい航路 (TT) を計算し、素早くその上に乗ることができると主張される。この場合、長期均衡は安定であるということになる。最近ではこの解釈が有力になっているが、これにもまったく問題がないわけではない。どうやって目的地に向う航路に乗るのか、またそもそもなぜその目的地を選んだのかが明確で

注(5) たえば、Nagatani (1970) は Tobin のモデルを数学的に明確に定式化することによって、その長期均衡が鞍点となることを明らかにし、それが大域的に安定でないことを問題視している。また、Hahn (1966) は新古典派成長理論の主要な帰結である均斉成長経路の安定性が異質的資本財の導入によって損われるとしている。

ないからである。

長期的完全予見ないし合理的期待の仮説は、文字通りにそれを解すれば経済主体がほとんど全知全能であることを前提としている。そうでなければ、長期均衡の位置やそれに至る完全予見経路をあらかじめ見通し、しかもその通りに進んでいくことなどできるはずがない。こうしたマクロ経済のビジョンは実際の市場メカニズムの印象からはほど遠いものである。しかし、本稿で明らかにしたように、長期均衡が完全予見の下で鞍点となるための必要十分条件は、それが静態的期待の下で安定となることである。したがって、仮に経済主体が限られた知識しかなく、愚かにも現在の物価や株価が将来もそのまま続くと盲信しているような場合でも、全知全能である場合と同じ条件の下で同一の均衡に向かって進むことができるのである。その途上では計画の立て直しや時間の浪費など、さまざまなロスが発生するとしても、長期均衡への収束が保証されていることには変りない。その意味で、本稿のささやかな分析は「見えざる手」の1つの例証になっているといえるかもしれない。

#### 〈引用文献〉

- Hahn, F. H. (1966), "Equilibrium Dynamics with Heterogenous Capital Goods," *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 80 (November), 633-46.
- Kouri, P. J. K. (1976), "The Exchange Rate and the Balance of Payments in the Short Run and in the Long Run: A Monetary Approach," *Scandinavian Journal of Economics*, Vol. 78 (April), 280-304.
- Nagatani, K. (1970), "A Note on Professor Tobin's Money and Economic Growth," *Econometrica*, Vol. 38 (January), 171-175.
- Sargent, T. J. and N. Wallace (1973), "The Stability of Models of Money and Growth with Perfect Foresight," *Econometrica*, Vol. 41 (November), 1043-1048.
- Tobin, J. (1965), "Money and Economic Growth," *Econometrica*, Vol. 33 (October), 451-465.

(経済学部教授)