Title	共謀度と寡占均衡
Sub Title	Degree of collusiveness and oligopoly equilibrium
Author	川又, 邦雄 下村, 研一
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1988
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.81, No.3 (1988. 10) ,p.406(46)- 418(58)
JaLC DOI	10.14991/001.19881001-0046
Abstract	
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19881001-0046

「三田学会雑誌」81巻3号（1988年10月）

共謀度と寡占均衡

川又邦雄
下村研一*

1 序

本稿の主要な目的は，2つの産業から成る寡占市場に企業間の共謀の形態を反映させた均衡分析の枠組を導入し，その形態の変化が均衡における財の生産量と価格および産業の総利潤に与える影響について比較静学分析を行なうことにある。

市場の共謀の形態は，各企業の推測的変動というパラメターの大きさによって表すことが可能であり，Seade（1980）は同質財の部分均衡モデルにこれを導入し，さまざまな寡占形態の下での参入の効果を調べている。Szidarovsky-Yakowitz（1982）も同質財のモデルで比較静学を行なっており，部分的な共謀では，その利潤の和が減少しうることを，3企業中2企業が共謀する場合について数値例で示している。また明示的に共謀の問題を考えてはいないが，Dixit（1986）は同質財・多企業のモデルと異質財・2企業のモデルに，企業の限界利潤を高める抽象的なパラメターを導入して，より一般的な比較静学分析を行なっている。そこでは，一つの産業におけるパラメターの変化が反応関数の傾きに依存して他の産業の諸変数に影響を与えることと，財の代替・補完性に関する付加的な仮定なしには当該産業の利潤の変化の方向が定まらないことが示されている。

本稿では，生産物2種類・生産要素1種類の簡単な一般均衡モデルを用いて，安定な均衡の性質を考察する。まず共謀の形態に依存した均衡およびその形態を表す「共謀度」の概念を導入し，さまざまな共謀の形態の下で均衡が安定となるための条件について説明する。次に比較静学分析を用いて，1つの産業内の共謀度が増すほどその産業の財の生産量は減少し価格は上昇すること，そして総利潤は上昇することも減少することもありうることが示される。

特に総利潤への影響に関しては，共謀する企業数の増加がそれら企業の総利潤を減少させる可能性があること，そのきわだった例として総利潤の大きさが，競争均衡，Cournot均衡，共謀均衡（共同利潤最大化）の順に大きくなる場合が存在することを示す。これらの病理的な結果が生じるのはいうまでもなく他にもう一つの産業の存在することが関係している。

* 本稿の作成にあたっては，慶應義塾大学経済学部の神谷傳造教授，大山道廣教授，長名寛明教授および伊藤幹夫助手から有益なコメントを受けた。記して謝意を表する。ただし，ありうべき誤謬の一切の責任は筆者が負うものである。

なお，本稿では，産業組織論および国際貿易論のモデルでしばしば仮定される効用関数の分離可能性および１つの市場の完全競争性の仮定に注目し，それぞれの仮定の下で共謀が産出量，価格および利潤に及ぼす効果について確定的な結果が導かれることを示す（命題１）。

2　モデルと基本的な仮定

以下の分析では財は３種類で，第１財と第２財は消費財，第３財は労働（余暇）であるとする。また需要関数は１人の代表的消費者の効用関数から導出できるものとする。同じタイプの個人が多数いるケースへの拡張は容易である。いま代表的消費者の効用関数 $u(\cdot)$ は消費財と余暇のベクトル $(X, Z)=(X_1, X_2\ Z)\geqq 0$ に依存して，

$$u(X, Z)=v(X)+Z$$

と表わせるものとする。ここで $v(\cdot)$ に次のことを仮定する。

仮定 1

関数 $v(\cdot)$ は $\boldsymbol{R}^2_+$ 上で連続，その内点で３回連続微分可能であり，各$X>0$ に対して，

(a) $X_i v_i(X)\to 0$ as $X_i\to 0$ $(i=1, 2)$

(b) $v_{11}(X)<0,\ v_{22}(X)<0$

$$v_{11}(X)v_{22}(X)-v_{12}(X)v_{21}(X)\geqq 0$$

を満たすものとする。ここで関数 v の下の添字は偏微分，たとえば $v_i=\partial v/\partial X_i, v_{ij}=\partial^2 v/\partial X_j \partial X_i,$ を意味するものとする。

仮定(a)は生産量が０のとき産業の総収入が０となる条件を与える。仮定(b)は効用関数 $u(\cdot)$ が準凹関数となることに対応している。

例 1

次の $v(\cdot)$ は仮定１を満たす。

(A) ２次関数型

$$v(X)=c_1X_1+c_2X_2-(1/2)\{(c_1X_1)^2+(c_2X_2)^2+2e(c_1c_2X_1X_2)\}$$

（ただし，$c_1>0,\ c_2>0,\ -1<e\leqq 1$）

(B) CES 型

$$v(X)=c_1X_1^{2b}+c_2X_2^{2b}$$

（ただし，$c_1>0,\ c_2>0,\ 0<b<1/2$）

(C) Cobb-Douglas 型

$$\log v(X)=\log k+c_1\log X_1+c_2\log X_2$$

（ただし，$k>0,\ c_1>0,\ c_2>0,\ c_1+c_2<1$）

さて労働（第3財）を価値尺度財としたときの価格ベクトルを $(p,1)=(p_1,p_2,1)$ とし，消費者の所得を m としよう。所得 m は，労働の初期保有量 Z^0 の価値と企業から分配された利潤から成る。消費者は予算制約式の下で効用を最大化するものとすれば，消費者の行動は，(p,m) を与件として，次の最大化問題を解くことによって説明される。

$$(\mathscr{P}) \qquad \text{Maximize } u(X,Z)$$
$$\text{subject to}$$
(1) $$p\cdot X+Z=m$$

ここで，各 $X>0$ に対して，

$$P^i(X)=v_i(X)$$

と定義し，最大値が内点（$X>0$ を満たす点）で達成されるとすると，1階の条件は，

(2) $$P(X)=p$$

（ただし，$P(X)=(P^1(X),\ P^2(X))$）

と表わせる。すなわち，関数 $P(\cdot)$ は逆需要関数となる。仮定1(b)の下では，条件(1)，(2)の解が，最大化問題（$\mathscr{P}$）の解となることが知られる。

一方，企業は，第1産業と第2産業のどちらかに属すると想定し，それぞれの産業の企業数を $n_i(i=1,\ 2)$ で表す。n_i は本来自然数であるべきだが，分析の便宜上，計算の過程では正の実数として扱う場合もある。また第 i 産業（$i=1,\ 2$）の企業は，労働を投入して第 i 財を生産し，同一産業内の全企業の技術は同一であると仮定する。

逆需要関数 $P(\cdot)$ を用いると，第 i 産業の各企業の収入関数 $r^i(\cdot)$ は，各 $(x_i,X)>0$ に対して

(3) $$r^i(x_i,\ X)=x_iP^i(X)$$

と表わせる。同様に，第 i 産業の総収入関数 $R^i(\cdot)$ は各 $X>0$ に対して

(4) $$R^i(X)=X_iP^i(X)$$

と表わせる。仮定1により，$r^i(\cdot)$ $(i=1,2)$ は $\boldsymbol{R}_+\times\mathrm{int}\,\boldsymbol{R}_+^2$ 上で，$R^1(\cdot)$ および $R^2(\cdot)$ はそれぞれ $\boldsymbol{R}_+\times\mathrm{int}\,\boldsymbol{R}_+$ および $\mathrm{int}\,\boldsymbol{R}_+\times\boldsymbol{R}_+$ 上で連続，それぞれの内点で2回連続微分可能な関数と考えることができる。

第 i 産業の費用関数を $C_i(\cdot)$ で表し，次の仮定を置く。

仮定 2

各 $i=1,2$ に対して，関数 C_i は $\boldsymbol{R}_+$ 上で連続，その内点で2回連続微分可能で，各 $x_i>0$ に対して，

(a) $C_i'(x_i)>0$

(b) $C_i''(x_i)\geqq 0$

を満たす。

例 2

次の $C_i(\cdot)$ は仮定2を満たす。

(A) 2次関数型

$$C_i(x_i)=h_i x_i+(1/2)d_i(x_i)^2$$

（ただし，$h_i>0$，$d_i\geqq 0$）

(B) 高次単項関数型

$$C_i(X_i)=k(x_i)^{d_i+1}$$

（ただし，$k>0$，$d_i\geqq 0$）

各産業の総生産量が一つの企業の生産量に対してどのような影響をうけるかをその企業が予想するとき，dX_i/dx_i の予想値を推測的変動（conjectural variation）と言う。ここで第1，第2いずれの産業においても，すべての企業は別の産業の生産量を所与とみなし，自分の産業の総生産量に対して同一の推測的変動をもつと仮定しよう。このことは，企業が結託する場合にも，他の産業の企業とは共謀せず自分の産業内の企業とのみ共謀し，なおかつ同一産業内のすべての結託行動のパターンは同じであることを意味する。このように対称的な場合のみを扱えば，第 i 産業の企業の推測的変動，すなわち dX_i/dx_i の予想値はたんに α_i と表わせる。

よって通常考えられている寡占市場の企業行動は，この場合，推測的変動 $dX_i/dx_i=\alpha_i$ を制約条件として，利潤 $r^i(x_i, X)-C_i(x_i)$ を最大化することであると言うことができる。

いま，$\alpha=(\alpha_1, \alpha_2)$ と $n=(n_1, n_2)$ をそれぞれ2つの産業の推測的変動と企業数のベクトルとする。このとき次の条件を満たす $(x^*, X^*)>0$ と $(Z^*, p^*)\geqq 0$ の対 (x^*, X^*, Z^*, p^*) を対称 Nash 均衡（symmetric Nash equlibrium）と定義する。

(i) x_1^* および x_2^* はそれぞれ

Maximize $r^1(x_1,\ X_1,\ X_2^*)-C_1(x_1)$ given $dX_1/dx_1=\alpha_1$

および

Maximize $r^2(x_2, X_1^*, X_2)-C_2(x_2)$ given $dX_2/dx_2=\alpha_2$

の解であり，

(ii) $p^*=P(X^*)$

(iii) $X_1^*=n_1 x_1^*$，$X_2^*=n_2 x_2^*$

$$Z^*=Z^0-n_1 C_1(x_1^*)-n_2 C_2(x_2^*)$$

を満たす。

条件(iii)より消費者の予算制約式が成立するから，(X^*, Z^*) は効用最大化問題 $(\mathscr{P})$ の解となることが知られる。

次に，各産業において，総生産量の個別生産量に対する弾力性 $(\partial X_i/\partial x_i)(x_i/X_i)$ を各企業がどのように予想するかに注目することにし，その予想値をその産業の共謀度（degree of collusiveness）と呼ぼう。各企業の行動が対称的な場合，第 i 産業の共謀度は，

$\theta_i = \alpha_i / n_i \ (i=1,2)$

で与えられる定数 θ_i で表せるから，条件(a)は次のように書き換えられる。

(i)′ x_1^* および x_2^* はそれぞれ

Maximize $r^1(x_1, X_1, X_2^*) - C_1(x_1)$

given $dX_1/dx_1 = \theta_1 n_1$

および

Maximize $r^2(x_2, X_1^*, X_2) - C_2(x_2)$

given $dX_2/dx_2 = \theta_2 n_2$

の解である。

これらのことから，対称 Nash 均衡は 2 つの産業の共謀度のベクトル $\theta=(\theta_1, \theta_2)$ と企業数のベクトル $n=(n_1, n_2)$ の対 (θ, n) によって表現されることになる。また，第 i 産業の企業行動は，$\theta_i=0$ のとき完全競争的，$\theta_i=1/n_i$ のとき Cournot 的で，より一般には m_i を n_i の約数とするとき，$\theta_i=m_i/n_i$ の場合は m_i この企業が $1/\theta_i$ この企業群に分かれて共謀していることを意味する。特に $\theta_i=1$ のときは全企業が共謀して産業の総利潤を最大化していることがわかる。

また均衡生産量が正であると仮定すれば，企業の利潤最大化のための 1 階の条件

(5) $$(1-\theta_i)P^i(X) + \theta_i R_i^i(X) - C_i'(X_i/n_i) = 0 \ (i=1,2)$$

を満たさなければならない。

ここで微分作用子を▽で表すことにしよう。各 $i=1,2$ に対して，$\nabla P^i(X) = (P_1^i(X), P_2^i(X)) = (v_{i1}(X), v_{i2}(X))$ であることに注意すれば各 $X>0$ に対して次のヤコービ行列

$$J_0(X) \equiv \begin{pmatrix} \nabla P^1(X) \\ \nabla P^2(X) \end{pmatrix}$$

は仮定 1 (b)より半負値定符号であることがわかる。次節からの分析のため，さらに次の仮定をおく。

仮定 3

各 $X>0$ に対して次の 3 つのヤコビ行列

$$J_1(X) \equiv \begin{pmatrix} \nabla R_1^1(X) \\ \nabla P^2(X) \end{pmatrix}, \quad J_2(X) \equiv \begin{pmatrix} \nabla P^1(X) \\ \nabla R_2^2(X) \end{pmatrix}, \quad J_3(X) \equiv \begin{pmatrix} \nabla R_1^1(X) \\ \nabla R_2^2(X) \end{pmatrix}$$

はすべて負値定符号である。

注意

(a) 通常の同質財の寡占市場を考え，$\boldsymbol{R}_+$ から $\boldsymbol{R}$ への関数 $f(\cdot)$ を逆需要関数とする。このとき仮定 3 は $f'(X) + Xf''(X) < 0$ という同質財モデルの標準的な仮定から導かれる。

(b) 各市場がともに一企業による独占市場で，独占者による数量調整過程が

$$\dot{X}_i = H_i(R_i^i(X) - C_i'(X_i)) \ (i=1,2) \tag{6}$$

(ただし，$H_i(0)=0$，各 $x \in \boldsymbol{R}$ に対して $H_i'(x)>0$)

と表現されているとする。このとき Hicks の完全安定条件はヤコービ行列

$$\begin{pmatrix} \nabla(R_1^1(X)-C_1'(X_1)) \\ \nabla(R_2^2(X)-C_2'(X_2)) \end{pmatrix}$$

が負値定符号であることである。このことは $C_i''(X)=0$ $(i=1,2)$ のとき，$J_3(X)$ が負値定符号であることを意味する。また逆に $J_3(X)$ の負値定符号性があれば，$C_i''(X)\geqq 0$ $(i=1,2)$ である限り，安定条件は満たされる。また，第 1 市場のみが完全競争市場のとき，(6)の R^1 を P^1 と置き換えた式が成立することは，第 1 市場では Marshall 的調整過程が働いていることを意味する。このときの安定条件は，同様に考えて，$J_1(X)$ の負値定符号性に帰着し，第 2 市場のみが完全競争市場のときは $J_2(X)$ の負値定符号性が安定条件となる。

(c)例 1 で挙げられた $v(\cdot)$ はすべて仮定 3 を満たす。

3　補題と数値例

方程式体系(5)のヤコービ行列

$$J(X,\theta)=(J_{ij}(X,\theta_i))\equiv\begin{pmatrix} \nabla((1-\theta_1)P^1(X)+\theta_1 R_1^1(X)-C_1'(X_1/n_1)) \\ \nabla((1-\theta_2)P^2(X)+\theta_2 R_2^2(X)-C_2'(X_2/n_2)) \end{pmatrix}$$

の性質について考えてみよう。ここでは $(0,0)\leqq(\theta_1,\theta_2)\leqq(1,1)$，$(\theta_1,\theta_2)\neq(0,0)$ と仮定し，しばらくの間 $C_i''(X_i/n_i)=0$ $(i=1,2)$ と想定する。

まず $J(X,\theta)$ は

$$J(X,\theta)=(1-\theta_1-\theta_2)J_0(X)+\theta_1 J_1(X)+\theta_2 J_2(X)$$

と表わせ，$J_0(X)$ は半負値定符号，$J_1(X)$，$J_2(X)$ は負値定符号であることが仮定されていたから，$1-\theta_1-\theta_2\geqq 0$ の場合には $J(X,\theta)$ は負値定符号となることがわかる。

次に $1-\theta_1-\theta_2\leqq 0$ の場合にも $J(X,\theta)$ を

$$J(X,\theta)=(\theta_1+\theta_2-1)J_3(X)+(1-\theta_1)J_1(X)+(1-\theta_2)J_2(X)$$

と表わすことによって，$J(X,\theta)$ が負値定符号となることが知られる。このことから $C_i''(X_i/n_i)\geqq 0$ $(i=1,2)$ の場合についても $J(X,\theta)$ が負値定符号性をもつことを知ることは容易である。したがって仮定 2(b) より次の結果が導かれる。

補題 1

仮定 1，2，3 の下で $(n_1,n_2)>(0,0)$，$(0,0)\leqq(\theta_1,\theta_2)\leqq(1,1)$ かつ $(\theta_1,\theta_2)\neq(0,0)$ であれば，各 $X>0$ に対して，$J(X,\theta)$ は負値定符号である。

一般均衡モデルにおける寡占市場の均衡の存在に関しては，効用関数が準凹であっても Cournot 均衡が存在しない例が知られている（例えば，Roberts-Sonnenschein (1977) を見よ)。本稿のモデルでは，仮定 1, 2, 3 に加えて労働の初期賦存量が豊富であること（消費者の所得が正になるための十分条件）を追加すれば，Nash 均衡の存在定理（例えば，Debreu (1982) 定理 3 を見よ）よりコーナー解を許した均衡の存在が示される。さらにある種の境界条件を付加することによってすべての企業の生産量と価格がプラスであるような対称 Nash 均衡の存在が保証される。例 1，2 で与えられた効用関数と費用関数について直接的に対称 Nash 均衡が内点で存在することが示される。以下ではとくにことわりなく内点均衡の存在を仮定する。

1 階の条件(5)のヤコービ行列は補題 1 より負値定符号であるから，Gale-二階堂の 大域的単葉性定理（global univalence theorem: Nikaido(1968)，定理20.8の系）より連立方程式(5)の解は一意であることがわかる。すなわち次のことが成り立つ。

補題 2

仮定 1，2，3 の下で $(n_1, n_2)>(0,0)$，$(0,0)\leqq(\theta_1,\theta_2)\leqq(1,1)$ かつ $(\theta_1,\theta_2)\fallingdotseq(0,0)$ であるならば，対称 Nash 均衡は一意である。

ここで，所与の (θ, n) に対して，$X<\theta,n>=(X^1<\theta,n>, X^2<\theta,n>)$ を対称 Nash 均衡における産業の総生産量ベクトル，$p<\theta,n>=(p^1<\theta,n>, p^2<\theta,n>)$ を均衡価格ベクトルとし，これらに対応する産業の総利潤ベクトルを $\Pi<\theta,n>=(\Pi^1<\theta,n>, \Pi^2<\theta,n>)$ と表す。このとき，次のことが成り立つ。

補題 3

仮定 1，2，3 の下で，$(n_1, n_2)>(0,0)$ とする。このとき $(0,0)\leqq(\theta_1,\theta_2)\leqq(1,1)$ かつ $(\theta_1,\theta_2)\fallingdotseq(0,0)$ ならば，$X<\theta,n>$，$p<\theta,n>$，$\Pi<\theta,n>$ は開区間 $]0.1[$ において θ_i $(i=1,2)$ で連続微分可能である。

この補題は均衡値の性質を次の節で調べるための準備である。証明は 5 節で与えられる。

例 3

(A) $v(\cdot)$ は例 1 (A)の形で，$C_1(\cdot)$，$C_2(\cdot)$ は例 2 (A)の形で与えられているとする。このとき $c_1=c_2=1$，$h_1=h_2=1-k<1$ ならば，各 $i,j=1,2(i\fallingdotseq j)$ に対して産業の均衡産出量と利潤は

$$X^i<\theta,n>=k(d_j/n_j+\theta_j+1-e)/\Delta,$$

$$\Pi^i<\theta,n>=[k(d_j/n_j+\theta_j+1-e)/\Delta]^2(d_i/(2n_i)+\theta_i)$$

（ただし，$\Delta=(d_1/n_1+\theta_1+1)(d_2/n_2+\theta_2+1)-e^2$）

と計算される。

(B) $v(\cdot)$ は例1(B)の形で，$C_1(\cdot)$，$C_2(\cdot)$ は例2(B)の形で与えられているとする。このとき $c_1=c_2=k$ ならば，各 $i=1,2$ に対して，産業の均衡産出量と利潤は

$$\log X^i\langle\theta,n\rangle=[\log\{2b(1-\theta_i+2\theta_i b)/(1+d_i)\}+d_i\log n_i]/(d_i-2b+1),$$

$$\log \Pi^i\langle\theta,n\rangle=\log\{2bk(d_i+\theta_i-2\theta_i b)/(1+d_i)\}+2b[\log\{2b(1-\theta_i+2\theta_i b)/(1+d_i)\}$$
$$+d_i\log n_i]/(d_i-2b+1)$$

と計算される。

(C) $v(\cdot)$ は例1(C)の形で，$C_1(\cdot)$，$C_2(\cdot)$ は例2(B)の形で与えられているとする。このとき，$c_1=c_2=b$ ならば，各 $i,j=1,2(i\neq j)$ に対して，産業の均衡産出量と利潤は

$$\log X^i\langle\theta,n\rangle=[(d_j+1)\log b+(d_j+1-b)(\log\{(1-\theta_i+b\theta_i)/(1+d_i)\}+d_i\log n_i)$$
$$+b(\log\{(1-\theta_j+b\theta_j)/(1+d_j)\}+d_j\log n_j)]/\Delta,$$

$$\log \Pi^i\langle\theta,n\rangle=\log\{kb(d_i+\theta_i-b\theta_i)/(1+d_i)\}+b[(1+d_j)(\log\{b(1-\theta_i+b\theta_i)/(1+d_i)\}$$
$$+d_i\log n_i)+(1+d_i)(\log\{b(1-\theta_j+b\theta_j)/(1+d_j)\}+d_j\log n_j)]/\Delta$$

（ただし，$\Delta=(1+d_1)(1+d_2)-b(d_1+d_2+2)$）

と計算される。

4　共謀の効果

この節では，共謀度 θ_i の変化が生産量，価格，利潤に与える影響について考察する。両産業の企業数 $n=(n_1,n_2)$ は一定とするので，推測的変動 α_i が与える影響変化の方向に関しては同じものになる。

命題1は均衡における諸変数に対して θ_i に関する比較静学分析を行なうものであり，均衡解の微分可能性は補題3により保証されている。

ここで用いられている添字は，θ_i に関する偏微分を表す(例えば，$X_i^j\langle\theta,n\rangle=\partial X^j\langle\theta,n\rangle/\partial\theta_i$)。また，第 j 産業が第 i 産業に対して戦略的代替 (strategic substitute) の関係にあるとは，第 i 産業の生産量の増加が第 j 産業の限界利潤を減少させること ($J_{ji}(X,\theta_j)<0$) を言い，戦略的補完 (strategic complement) の関係にあるとは，第 i 産業の生産量の増加が第 j 産業の限界利潤を増加させること ($J_{ji}(X,\theta_j)>0$) を言う (Bulow-Geanakoplos-Klemperer (1985) に従う)。命題1の証明は5節で与えられる。

命題 1

仮定1，2，3の下で $n=(n_1,n_2)>(0,0)$ とする。このとき $0<\theta_i<1$，$0\leqq\theta_j\leqq1$ かつ $i\neq j$ $(i,j=1,2)$ であるならば以下のことが成り立つ。

(a) 第 i 産業の共謀度が上昇すると，その産業の生産量は減少し，さらに第 j 産業の限界費用が

逓増的（$C_j''(\cdot)>0$）であるとき，生産物価格は上昇する。すなわち，

(i) $X_i^i<\theta, n><0$

(ii) $C_j''(\cdot)>0$ ならば，$p_i^i<\theta, n>>0$

となる。

第 j 産業が第 i 産業に対して戦略的代替（resp. 戦略的補完）の関係にあるとき，第 i 産業の共謀度の上昇は第 j 産業の生産量を増加（resp. 減少）させる。すなわち，

(iii) $\operatorname{sign} X_i^j<\theta, n>=-\operatorname{sign} J_{ji}(X<\theta, n>, \theta_j)$

となる。

(b) 関数 $v(\cdot)$ が分離可能ならば，1つの産業の共謀度の上昇はその産業の利潤を増加させるが，他の産業の諸変数の値は変化させない。すなわち，

(i) $\Pi_i^i<\theta, n>>0,$

(ii) $X_i^j<\theta, n>=0,\ p_i^j<\theta, n>=0,\ \Pi_i^j<\theta, n>=0$

となる。

(c) 第 j 産業は競争的（つまり，$\theta_j=0$）とする。このとき，財 i と財 j が代替財ならば，第 i 産業の共謀度の上昇は第 j 産業の生産量を増加させ，補完財ならば第 i 産業の共謀度の上昇は第 j 産業の生産量を減少させる。すなわち，

(i) $\operatorname{sign}\ X_i^j<\theta, n>=-\operatorname{sign} v_{12}(X<\theta, n>)$

となる。

また同じ仮定の下で第 j 産業の限界費用については逓増的 $C_j''(\cdot)>0$）であるとする。このとき財 i と財 j が代替財であるならば，第 i 産業の共謀度の上昇は第 j 産業の生産物価格と利潤を増加させ，補完財ならば減少させる。すなわち，

(ii) $\operatorname{sign} p_i^j<\theta, n>=\operatorname{sign}\ \Pi_i^j<\theta, n>=-\operatorname{sign} v_{12}(X<\theta, n>)$

となる。

注意

（a. ii）と（c. ii）において，第 j 産業の限界費用が不変（$C_j''(\cdot)=0$）のときが省かれているが，

表 1（生産量，価格，利潤に対する共謀の効果：$C_j''(\cdot)>0$ のとき）

$(i \neq j)$	X_i^i	X_i^j	p_i^i	p_i^j	Π_i^i	Π_i^j
一般の場合	$-$	$\pm$	$+$	$\pm$	$\pm$	$\pm$
$v(\cdot)$が分離可能	$-$	0	$+$	0	$+$	0
第 j 産業が競争的	$-$	$-\operatorname{sign} v_{12}$	$+$	$-\operatorname{sign} v_{12}$	$\pm$	$-\operatorname{sign} v_{12}$

このときも含めると（a. ii）は弱い不等式「$p_i^i<\theta, n>\geqq 0$」で成立する（等号成立の場合については5節の証明を参照されたい)。またこのとき第 j 産業が競争的ならば，よく知られているように生産物価格と利潤はすべてから独立に決定されるから，(c. ii)の代りに「$p_i^j<\theta, n>=0$, $\Pi_i^j<\theta, n>=0$」が成り立つ。

命題1の帰結は表1のように要約される。記号“＋”,“－”,“0”はそれぞれ対応する変数の θ_i に対する変化率が，正，負，0であることを示す。“±”は正，負，0のいずれにもなりうることを示す記号である。

次の例は，第 j 産業が競争的であっても，$\Pi_i^j<\theta, n>$ が負になりうることを示している。つまり共謀度の増加が総利潤を減少させることがありうるのである。ただしこの結論が導かれるためには，第 i 産業以外に第 j 産業が存在していることが深い関わりをもっている。たとえば一産業のモデルでは共同利潤を最大にすれば，その最大値が Cournot 均衡や完全競争均衡における利潤の総和よりも大きいことは定義によって明らかである。

例 4

(A) $v(\cdot)$ と $C_i(\cdot)(i=1,2)$ は例3(A)の形で与えられており，$d_2=0$, n_2 は任意の正の実数とする。第1市場が複占（*i. e.*, $n_1=2$）で，第2市場が完全競争（*i. e.*, $\theta_2=0$）ならば，

$$\Pi^1<\theta, n>=[k(1-e)/(d_1/2+\theta_1+1-e^2)]^2(d_1/4+\theta_1)$$

である。ここで，$e=23/24$, $d_1=1/12$ とすると，

$$\Pi^1<0, 0, n>=12k^2(1/71)^2,$$

$$\Pi^1<1/2, 0, n>=12k^2(5/359)^2,$$

$$\Pi^1<1, 0, n>=12k^2(7/647)^2$$

となる。これは総利潤の大きさが競争均衡のとき，Cournot 均衡のとき，そして共同利潤最大化のときの順に大きくなっていることを示している。次に示すように同じような例は $v(\cdot)$ が Cobb-Douglas 型のときにもつくることができる。

(B) $v(\cdot)$ と $C_i(\cdot)(i=1,2)$ は例3(c)の形で与えられており，$d_1=1$, $d_2=0$, n_2 は任意の正の実数とする。第1市場が複占（*i. e.*, $n_1=2$）で，第2市場が完全競争（*i. e.*, $\theta_2=0$）ならば

$$\log \Pi^i<\theta, n>=\log\{k(1+\theta_1-b\theta_1)/2\}+[2\log b+b\log(\theta_1+b\theta_1)]/(2-3b)$$

である。このとき，b を 1/2 に近づけると

$$\Pi^1<0, 0, n>\rightarrow(k/32),$$

$$\Pi^1<1/2, 0, n>\rightarrow(15/16)(k/32),$$

$$\Pi^1<1, 0, n>\rightarrow(3/4)(k/32)$$

となる。よって連続性により，b が 1/2 に十分近いときには，

$$\Pi^1<0, 0, n>>\Pi^1<1/2, 0, n>>\Pi^1<1, 0, n>$$

であることが知られる。

なお，上の不等号の向きが逆転する例を示すことは容易である。

5　補題と命題の証明

補題 3 の証明

$n=(n_1, n_2)>0$ を任意に選び固定し，一般性を失うことなく $\theta^*=(\theta_1^*, \theta_2^*)$ は $0<\theta_1^*<1$, $0\leqq\theta_2^*\leqq1$ を満たすものと仮定する。$X^*=X<\theta^*, n>$ とおくと，(X^*, θ^*) は 1 階の条件(5)を満たし，補題 1 より $\det J(X^*, \theta^*)\neq0$ である。よって，陰関数定理により θ_1^* の開近傍 U と，U から $\boldsymbol{R}^2$ への連続微分可能な関数 $G(\cdot)$ が存在し，$G(\theta_1^*)=X_1^*$ となり，各 $\theta_1\in U$ に対して $(G(\theta_1), \theta_1, \theta_2^*)$ は(5)を満たす。ここで補題 2 より，各 $\theta_1\in U$ に対して $G(\theta_1)=X<\theta_1, \theta_2^*, n>$ であることが知られるから，$X<\theta_1, \theta_2^*, n>$ は $\theta_1=\theta_1^*$ において連続微分可能である。

命題 1 の証明

(a)　$n=(n_1, n_2)>0$ を任意に選び固定し，$X<\theta, n>\equiv X(\theta)=(X^1(\theta), X^2(\theta))$, $p<\theta, n>\equiv p(\theta)=(p^1(\theta), p^2(\theta))$, $\Pi<\theta, n>\equiv\Pi(\theta)=(\Pi^1(\theta), \Pi^2(\theta))$ とおく。$X(\theta)$ は 1 階の条件(5)を満たすから，

(5)′　$(1-\theta_i)P^i(X(\theta))+\theta_i R_i^i(X(\theta))-C_i'(X^i(\theta)/n_i)=0\quad(i=1, 2)$

が成り立つ。

一般性を失うことなく，$\theta=(\theta_1, \theta_2)$ は $0<\theta_1<1$, $0\leqq\theta_2\leqq1$ を満たすものと仮定し，

$$X^*=X(\theta),\quad J_{ij}^*=J_{ij}(X^*, \theta_i)(i, j=1, 2)$$

$$k=-P_1^1(X^*)X_1^*/\det J(X^*, \theta)$$

とおく。補題 3 より，(5)′ は θ_1 で偏微分できるから，(5)′ により

$$(7)\qquad \begin{pmatrix} X_1^1(\theta) \\ X_1^2(\theta) \end{pmatrix}=k\begin{pmatrix} J_{22}^* \\ -J_{21}^* \end{pmatrix}$$

となる。また $J(X_1^*, \theta)$ は負値定符号であるから，$J_{22}^*<0$ がしたがい (a.i) が成り立つ。(a.iii) の成立は明らかである。

次に $p(\theta)=P(X(\theta))$ を θ_1 で偏微分すると，(7)を用いることにより，

$$(8)\qquad \begin{pmatrix} p_1^1(\theta) \\ p_1^2(\theta) \end{pmatrix}=k\begin{pmatrix} P_1^1(X^*)J_{22}^*-P_1^2(X^*)J_{21}^* \\ P_1^2(X^*)J_{22}^*-P_2^2(X^*)J_{21}^* \end{pmatrix}$$

を得る。

$$\begin{aligned} &P_1^1(X^*)J_{22}^*-P_1^2(X^*)J_{21}^* \\ &=(1-\theta_2)\det J_0(X^*)+\theta_2\det J_2(X^*)-P_1^1(X_2'')C_2''(X_2^*/n_2)/n_2 \end{aligned}$$

が成り立つから，$\det J_0(X^*)\geqq0$, $\det J_2(X^*)>0$ より，$P_1^1(X^*)J_{22}^*-P_1^2(X^*)J_{21}^*\geqq0$ となり，等号成立は $\theta_2=0$ & $\det J_0(X^*)=0$ & $C_2''(X_2^*/n_2)=0$ のときに限る。したがって(8)より，$C_2''(\cdot)>0$ な

らば，$p_1^1(\theta)>0$ となる。

(b) $\Pi^i(\theta)=R^i(X(\theta))-n_iC_i(X^i(\theta)/n_i)$ $(i=1,2)$

を θ_1 で偏微分すると，(7)を用いることにより

$$\begin{pmatrix}\Pi_1^1(\theta)\\ \Pi_1^2(\theta)\end{pmatrix}=k\begin{pmatrix}\nabla[R^1(X^*)-n_1C_1(X_1^*/n_1)]\\ \nabla[R^2(X^*)-n_2C_2(X_2^*/n_2)]\end{pmatrix}\begin{pmatrix}J_{22}^*\\ -J_{21}^*\end{pmatrix}。\tag{9}$$

となる。

$v(\cdot)$ は分離可能であるから，各 $i,j=1,2(i\neq j)$ に対して，$P_i^j(X^*)$，$R_i^j(X^*)$，J_{ji}^* はすべてゼロとなる。よって(7)，(8)，(9)から (b.ii) を得る。同様に $v(\cdot)$ の分離可能性から，

$$\Pi_1^1(\theta)=k(X_1^*P_1^1(X^*)+P^1(X^*)-C_1'(X_1^*/n_1))J_{22}^*$$

となる。(4)より，$P^1(X^*)-C_1'(X_1^*/n_1)=-\theta_1P_1^1(X^*)X_1^*$ であるから，

$$\Pi_1^1(\theta)=k(1-\theta_1)P_1^1(X^*)X_1^*J_{22}^*>0$$

となり，(b.i) は成立する。

(c) $\theta_2=0$ ならば，

$$\begin{cases}J_{21}^*=P_1^2(X^*)\\ J_{22}^*=P_2^2(X^*)-C_2''(X_2^*/n_2)/n_2\end{cases}\tag{10}$$

である。よって，(7)より，$X_1^2(\theta)=-kJ_{21}^*=-kP_1^2(X^*)=-kv_{12}(X^*)$ となり，$k>0$ より (c.i) が成り立つ。

また(8)，(10)により，

$$p_1^2(\theta)=-kP_1^2(X^*)(X_2^*/n_2)C_2''(X_2^*/n_2)$$

を得る。さらに(9)，(10)により，

$$\Pi_1^2(\theta)=-kP_1^2(X^*)C_2''(X_2^*/n_2)/n_2$$

を得るから，(c.ii)が示される。

6 結　び

最後に，本稿でこれまでふれることのなかった共謀度の変化が経済厚生に与える影響について言及する。ある共謀度と企業数の組 (θ,n) に対するこの経済の厚生は，均衡における消費財の配分 $X<\theta,n>$ と余暇の配分 $Z^0-n_1C_1(X^1<\theta,n>/n_1)-n_2C_2(X^2<\theta,n>/n_2)$ の点で評価した消費者の効用により測られる。1つの産業の共謀度の上昇がこの効用に与える影響は，効用関数が分離可能であるか，あるいはもう1つの産業が完全競争的であるかのいずれかの場合には，効用を減少させることが容易に知られる。だが，それらのいずれも満たされていない場合，共謀度の上昇は効用を減少させるとは限らない。すなわち1つの産業の市場構造は，他の産業が完全競争的でないことを与件とすれば，ある程度独占的であることが経済厚生最大化の必要条件となりうるのである。こ

の種の問題についてはすでに次善理論において解答が与えられている。

引用文献

Bulow, J. I., Geanakoplos, J. D. and P. D. Klemperer (1985), "Multi-market Oligopoly: Strategic Substitutes and Complements", *Journal of Political Economy* 93.

Debreu, G. (1982), "Existence of Competitive Equilibrium", in *Handbook of Mathematical Economics*, Vol. II, eds. Arrow K. J. and M. D. Intrigator (North-Holland, Amsterdam • New York • Oxford • Tokyo).

Dixit, A. K. (1986), "Comparative Statics for Oligopoly", *International Economic Review* 27

Nikaido, H. (1968), *Convex Structures and Economic Theory* (Academic Press, New York)

Roberts, J. and H. Sonnenschein (1977), "On the Foundation of the Theory of Monopolistic Competition", *Econometrica* 45.

Seade, J. (1980), "On the Effects of Entry", *Econometrica* 48.

Szidarovsky, F. and S. Yakowitz (1982), "Contributions to Cournot Oligopoly Theory", *Journal of Economic Theory* 28.

川 又 邦 雄 (経済学部教授)

下 村 研 一 (経済学研究科博士課程)