Title	貨幣経済における一時的均衡 : 補完的分析
Sub Title	On the temporary equilibrium in a monetary economy : a complementary analysis
Author	福岡, 正夫
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1988
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.81, No.2 (1988. 7) ,p.145(1)- 157(13)
JaLC DOI	10.14991/001.19880701-0001
Abstract	
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19880701-0001

「三田学会雑誌」81巻2号（1988年7月）

貨幣経済における一時的均衡：補完的分析*

福　岡　正　夫

1　前稿[1]に引きつづき，本稿でも筆者は貨幣と債券とを含む競争経済の一時的均衡の存在をとり扱う。しかし，本稿で考察する貨幣的競争経済のモデルは，つぎに述べるようないくつかの点で前稿のそれとはいちじるしく異なったものである。

まず一つには，前稿に登場した債券が中央銀行の発行するいわば政府債券であって，それが民間の各個別主体にとって貨幣と代替的な資産持越し手段となったのにひきかえ，本稿で導入される債券は個人が中央銀行に対して発行する私的な借用証書であり，その種の債券の発行をつうじて各個人には新たに銀行から資金を借り入れる可能性が開かれることになる。またもう一つには，前稿では貨幣は利子を伴わないペーパー・マネーであったが，本稿ではそれはもっぱら銀行預金の形態をとり，したがって貨幣の形で貯蓄をする個人には，銀行から利子が支払われる。そしてその場合の預金利子率と個人が借入れを行う場合の借入利子率すなわち銀行の貸出利子率とのあいだには，どの期においてもつねに競争的均等関係が保たれると想定される。さらにまた，前稿の債券は長期債券すなわち永久債券と仮定され，その保有者に対し毎期1単位の貨幣を支払いつづける約束証書を意味したが，本稿の債券は短期債券であって，1期ののちに1単位の貨幣を銀行に返済する約束証書とされ，したがって債券の貨幣価格をs，名目利子率をrとすれば，それらのあいだには$s=1/(1+r)$の関係が成立する。ゆえに債券の価格を$(0, \infty)$区間で考えることは，利子率を$(-1, \infty)$区間で考えることに対応し，その点においても本稿のモデルは前稿のそれと大きく異なるということができよう。

前稿のモデルがそうであったように，本稿のそれもすでにグランモンがその主著『貨幣と価値』[2]でとり上げたところであり，彼自身同書の数学付録AおよびCでそれに関する存在証明を試みている。しかし，これまた前稿の場合と同様，筆者には彼の議論が十全のものとは思われず，したがって今回のモデルについても筆者は前稿の数理を mutatis mutandis に適用することを余儀なくされ

*　本稿を草するにあたって，前稿の場合と同様，須田伸一君から有益な示唆を受けた。記して感謝の意をあらわしておきたい。

注（1）　福岡正夫「貨幣経済における一時的均衡」，『三田学会雑誌』1988年4月号。

（2）　J. M. Grandmont, *Money and Value: A Reconsideration of Classical and Neoclassical Monetary Theories,* 1983.

前稿のモデルはその第4章において，本稿のモデルはその第2章において考察されている。

た。要するに本稿の存在理由はその点に見出されるのであって，筆者としては興味をもたれる読者に是非彼我相対照して読んでいただけることを希望する次第である。モデルの構成についてはなるべく彼のそれに忠実であろうと期したのも，もっぱらそのためにほかならない。

2　早速モデルの定式化にとりかかることにしよう。その実物的な部分についてはほとんど前稿の場合と同様であるから，最小限の記述ですませることができる。以下で考察の対象とされる経済は，生産を捨象した単純な純粋交換経済であり，そこでは時間が可付番無限個の discrete な期間 $t=1, 2, \cdots\cdots$ に分割され，第1期が今期に該当している。実物財は一貫して n 種類あるものとし，それらはすべて perishable で，つぎの期まで持ち越すことはできない。

各期には寿命，年齢，選好および初期賦存量を異にするさまざまなタイプの個人＝個別的消費者がおり，第 i 番目の個人の，今期を起点とする生存期間を T_i，その第 t 期 $(t=1, 2, \cdots\cdots, T_i)$ における第 j 財 $(j=1, 2, \cdots\cdots, n)$ の需要量を $x_{i,j}^t$，したがってその期の財ベクトルを $x_i^t \equiv (x_{i,1}^t, x_{i,2}^t, \cdots\cdots, x_{i,n}^t)$ とすれば，彼の消費計画は x_i^t の流列

$$x_i \equiv (x_i^1, x_i^2, \cdots\cdots, x_i^{T_i})$$

としてあらわされる。それぞれの消費計画に対する個人 i の選好は，非負象限の消費可能集合上で定義される効用関数 $u_i: R_+^{T_i n} \longrightarrow R$ で表現されるとし，それについてはつぎの標準的仮定が設けられる。

仮定 1　u_i は連続，単調かつ擬凹である。

他方，各期首に与えられる彼の初期賦存量 $\omega_i^t \equiv (\omega_{i,1}^t, \omega_{i,2}^t, \cdots\cdots, \omega_{i,n}^t)$ について

仮定 2　$\omega_i^t \in R_{++}^n$ for $t=1, 2, \cdots\cdots, T_i$

と仮定されること，また貨幣の初期賦存量 $\bar{m}_i$ について

仮定 3　$\bar{m}_i \in R_+$

と仮定されることも，前稿の場合とまったく同様である。

さて異なるのは債券のとり扱いである。前節で述べたように，本稿のモデルでは，個人 i は資産を将来に持ち越す方向では貨幣と代替的な手段を持ちえないが，他方資産を前借りする方向では将来の所得を担保として銀行から借入れを行うことができ，その場合にはみずから債券を発行して，それを銀行に売却する。すなわち，個人 i は saver ないしは creditor でありうるばかりでなく，また borrower ないしは debtor でもありうるわけで，われわれは一般性を失うことなく，彼が各期においてそのいずれかではありうるが，同時にその双方ではありえないと仮定することができるであろう。以下，個人 i による貨幣の需要量を $m_i^t \in R_+$，債券の供給量を $b_i^t \in R_+$ で記すことにすれば，これはそれぞれの t について m_i^t あるいは b_i^t のいずれか一方がつねにゼロであることを意味している。

つぎに財価格の記号的表現について述べれば，これも前稿どおりで，それらはどの期についてもつねに貨幣の価格が1にひとしいように規準化されているとされ，今期の財価格のベクトルは $p^1 \equiv$

$(p_1{}^1, p_2{}^1, \cdots\cdots, p_n{}^1) \in R_{++}{}^n$ のように，また個人 i が予想する来期以降の財価格ベクトルは $p_i{}^t \equiv (p_i{}^t{}_{,1}, p_i{}^t{}_{,2}, \cdots\cdots, p_i{}^t{}_{,n}) \in R_{++}{}^n, t=2, \cdots\cdots, T_i$ のように定義される。同様に今期の債券価格は $s^1 \in R_{++}$，来期以降の予想債券価格は $s_i{}^t \in R_{++}, t=2, \cdots\cdots, T_i$ とされるが，前述のように本稿のモデルではそれらと今期ならびに予想利子率 $r^1, r_i{}^t$ とのあいだに

$$s^1 = \frac{1}{1+r^1},\quad s_i{}^t = \frac{1}{1+r_i{}^t}$$

の関係が成立するから，利子率は $(-1, \infty)$ の区間にわたって定義されていることに注意すべきである。

すると個人 i が効用の最大化を図る場合の予算制約式は

$$p^1 x_i{}^1 + m_i{}^1 - \frac{1}{1+r^1} b_i{}^1 \leqq p^1 \omega_i{}^1 + \bar{m}_i - R_i{}^1$$

$$p_i{}^t x_i{}^t + m_i{}^t - \frac{1}{1+r_i{}^t} b_i{}^t \leqq p_i{}^t \omega_i{}^t + (1+r_i{}^{t-1}) m_i{}^{t-1} - R_i{}^t \quad \text{for } t=2, \cdots\cdots, T_i,\ r_i{}^1 = r^1$$

のように書け，ここで $R_i{}^1$ が彼の初期負債 $\bar{b}_i$ の返済金，$R_i{}^t$ がそれぞれ第 t 期の 1 期前の負債 $b_i{}^{t-1}$ の返済金をあらわすことになる。これら $R_i{}^1, R_i{}^t$ の内容については，さらにつぎのような点を特定化することが必要であろう。(3)

それは個人 i が債務の履行を不可能とするような事態すなわちいわゆる破産 (bankruptcy) の事態にどう対処するかという点で，そうした事態に当面した場合の個人 i の行動原理としては，以下本稿ではつぎのようなもっとも単純なルールを定めるものとする。すなわち初期の負債に対してはどのような場合であれ彼は可能なかぎりでの返済に努め，また将来の負債に対しては決して破産することのないような計画を立てるというのがそれである。(4) このような想定の下では，$R_i{}^1$ はつぎのルールでその大きさが決定されることになる。まず当該の個人が将来債務不履行に陥ることなく今期借り入れうる最大の金額は割引された予想所得の合計額にひとしいから，

$$\sum_{\tau=2}^{T_i} \beta_i{}^\tau p_i{}^\tau \omega_i{}^\tau \quad ここで\ \beta_i{}^\tau \equiv \frac{1}{(1+r^1)(1+r_i{}^2)\cdots\cdots(1+r_i{}^{\tau-1})}$$

となるが，それに加えて，個人 i は $\bar{m}_i + p^1 \omega_i{}^1$ だけの初期資源を利用することができるから，結局彼が今期調達できる金額の最大値は

$$\bar{m}_i + \sum_{\tau=1}^{T_i} \beta_i{}^\tau p_i{}^\tau \omega_i{}^\tau \quad ただし\ \beta_i{}^1 = 1$$

となる。したがって，$\bar{b}_i$ がこの金額を越えない場合には，$R_i{}^1 = \bar{b}_i$ すなわち負債どおりの金額を返済し，$\bar{b}_i$ がこの金額を越え破産が生じる場合には，$R_i{}^1 = \bar{m}_i + \sum_{\tau=1}^{T_i} \beta_i{}^\tau p_i{}^\tau \omega_i{}^\tau$ すなわち最大限返せるだ

注 (3) この点については Grandmont, *Money and Value*, p. 63 参照。

(4) ただし，これは実際に破産が生じないと想定することではない。もし当該個人の予想価格が正しくなかったとすれば，事実上破産が生じる可能性は排除されていない。

けの額しか返さないということになる。よって

$$R_i^1=\min\left(\bar{b}_i,\ \bar{m}_i+\sum_{\tau=1}^{T_i}\beta_i^\tau p_i^\tau \omega_i^\tau\right)$$

である。他方第2期以降の R_i^t については，仮定から将来はつねに破産が生じないように計画を立てるわけであるから，

$$R_i^t=b_i^{t-1} \text{ for } t=2,\cdots\cdots,T_i$$

である。

ところで上記のような見地に立てば，明らかに第1期の借入ればかりでなく，毎期の借入れもまたそれぞれ次期以降の割引された予想所得の合計額を越えられないと考えるのが道理である。したがって b_i^1 および b_i^t についても

$$\frac{1}{1+r^1}b_i^1\leqq\sum_{\tau=2}^{T_i}\beta_i^\tau p_i^\tau\omega_i^\tau$$

$$\frac{1}{1+r_i^t}b_i^t\leqq\sum_{\tau=t+1}^{T_i}\beta_i^\tau p_i^\tau\omega_i^\tau \text{ for } t=2,\cdots\cdots,T_i$$

という制約条件を付加するのでなくてはならないであろう。

そこで以上に述べたところをすべて総合し要約すれば，個人 i の消費最適化プログラムは，つぎの制約条件

$$p^1x_i^1+m_i^1-\frac{1}{1+r^1}b_i^1\leqq p^1\omega_i^1+\bar{m}_i-\min\left(\bar{b}_i,\ \bar{m}_i+\sum_{\tau=1}^{T_i}\beta_i^\tau p_i^\tau\omega_i^\tau\right)$$

$$p_i^tx_i^t+m_i^t-\frac{1}{1+r_i^t}b_i^t\leqq p_i^t\omega_i^t+(1+r_i^{t-1})m_i^{t-1}-b_i^{t-1} \text{ for } t=2,\cdots\cdots,T_i,\ r_i^1=r^1$$

$$x_i^t\geqq 0 \text{ for } t=1,2,\cdots\cdots,T_i$$

$$m_i^t\geqq 0 \text{ for } t=1,2,\cdots\cdots,T_i$$

$$0\leqq b_i^1\leqq(1+r^1)\sum_{\tau=2}^{T_i}\beta_i^\tau p_i^\tau\omega_i^\tau$$

$$0\leqq b_i^t\leqq(1+r_i^t)\sum_{\tau=t+1}^{T_i}\beta_i^\tau p_i^\tau\omega_i^\tau \text{ for } t=2,\cdots\cdots,T_i$$

$$m_i^{T_i}=0,\quad b_i^{T_i}=0$$

の下で，効用関数

$$u_i(x_i^1,x_i^2,\cdots\cdots,x_i^{T_i})$$

の値を最大にする流列（x_i^t, m_i^t, b_i^t），$t=1,2,\cdots\cdots,T_i$ を決定することとして記述されよう。

個人の主体的行動のモデル部分について最後に補足しておかねばならないのは，将来価格に関する予想関数の定式化である。この点についても本稿では基本的に前稿の考え方を踏襲することにし，

$$q^1\equiv(p^1,1,s^1)$$

$$q_i^t\equiv(p_i^t,1,s_i^t) \text{ for } t=2,\cdots\cdots,T_i$$

$$Q\equiv R_{++}{}^n\times\{1\}\times(0,\infty)$$

とおいて，予想関数 $\phi_i^t: Q \to Q$ を

$$q_i^t = \phi_i^t(q^1) \text{ for } t=2, \cdots\cdots, T_i$$

のように定義することにしたい。ここで

仮定 4 ϕ_i^t は q^1 に関して連続

とすることも，まったく同様である。

3 以上に設けた諸仮定の下では，個人 i の最適化プログラムは解をもつことができる。まずこの点を前稿の議論に準じて明らかにするために，

$$y_i^t \equiv (x_i^t, m_i^t, -b_i^t) \text{ for } t=1, 2, \cdots\cdots, T_i$$

$$y_i \equiv (y_i^1, y_i^2, \cdots\cdots, y_i^{T_i})$$

$$q_i \equiv (q^1, q_i^2, \cdots\cdots, q_i^{T_i})$$

$$w_i^t \equiv p_i^t\omega_i^t + (1+r_i^{t-1})m_i^{t-1} - R_i^t \text{ for } t=1, 2, \cdots\cdots T_i \text{ ただし } p_i^1 = p^1, r_i^0 = 0, m_i^0 = \bar{m}_i$$

$$B_i^t \equiv (1+r_i^t)\sum_{\tau=t+1}^{T_i} \beta_i^\tau p_i^\tau \omega_i^\tau \text{ for } t=1, 2, \cdots\cdots, T_i - 1 \text{ ただし } r_i^1 = r^1, B_i^{T_i} = 0$$

などと書き

$$\Gamma_i^1(q_i) \equiv \{y_i^1 \in R_+^{n+1} \times R_- | q^1 y_i^1 \leqq w_i^1(q_i), b_i^1 \leqq B_i^1\}$$

$$\Gamma_i^t(y_i^1, \cdots\cdots, y_i^{t-1}, q_i) \equiv \{y_i^t \in R_+^{n+1} \times R_- | q_i^t y_i^t \leqq w_i^1(y_i^1, \cdots\cdots, y_i^{t-1}, q_i^t), b_i^t \leqq B_i^t\}$$

と定義することにしよう。そして効用関数についても，たんに形式上

$$v_i(y_i) \equiv u_i(x_i)$$

のように書きあらためるとすれば，前節の消費最適化プログラムはより簡単に

$$y_i^1 \in \Gamma_i^1(q_i)$$

$$y_i^t \in \Gamma_i^t(y_i^1, \cdots\cdots, y_i^{t-1}, q_i) \text{ for } t=2, \cdots\cdots, T_i$$

の下で

$$v_i(y_i)$$

を最大にする y_i を求めること

としてあらわされる。

するとわれわれは，上記の条件によって制約されるプログラム全体の予算集合

$$\Gamma_i(q_i) \equiv \{y_i \in (R_+^{n+1} \times R_-)^{T_i} | y_i^t \in \Gamma_i^t(y_i^1, \cdots\cdots, y_i^{t-1}, q_i) \text{ for } t=1, 2, \cdots\cdots, T_i\}$$

が，価格 $q_i \in Q^{T_i}$ をすべて固定した場合にはかならずコンパクト集合となることを，前稿とまったく同様の推論をつうじて確認することができ(5)，よって当面の問題はコンパクト集合 Γ_i 上で連続関数 v_i の値を最大化することに帰着する。ゆえに周知の定理により，すべての $y_i \in \Gamma_i$ に対して $v_i(y_i^*) \geqq v_i(y_i)$ となるような $y_i^* \in \Gamma_i$ がかならず存在し，すべての $q_i \in Q^{T_i}$ に最適解 y_i^* の集合 $\chi_i(q_i)$ を関連づける対応 $\chi_i: Q^{T_i} \to (R_+^{n+1} \times R_-)^{T_i}$ が定義できることになる。

注（5） 福岡，前掲論文，pp. 5-6 参照。

命題 1　仮定1，２および３の下では，対応 χ_i はコンパクト値，凸値かつ優半連続である。

証明

前稿の命題１の場合とまったく同様であるから，繰り返さない。

ここで，さらに $q_i^t=\phi_i^t(q^1)$ であることを考慮すれば，

$$\begin{aligned}&\chi_i(q^1, q_i^2, \cdots\cdots, q_i^{T_i})\\&=\chi_i(q^1, \phi_i^2(q^1), \cdots\cdots, \phi_i^{T_i}(q^1))\\&=\xi_i(q^1)\end{aligned}$$

となり，$\chi_i: Q^{T_i}\to(R_+^{n+1}\times R_-)^{T_i}$ は $\xi_i: Q\to(R_+^{n+1}\times R_-)^{T_i}$ に帰着させることができる。しかも後者は

$$\xi_i(q^1)=[\xi_i^1(q^1), \cdots\cdots, \xi_i^{T_i}(q^1)]$$

と書くことができるから，われわれは命題１の帰結として，ただちにつぎの系を得る。

命題1の系　仮定1，2，3および4の下では，対応 ξ_i および ξ_i^1 はコンパクト値，凸値かつ優半連続である。

4　さて以上のところで個人の最適化行動については考察し終えたので，ここで市場の需給均衡の記述に移ることにしよう。すでに前節までの議論により，すべての $q^1\in Q$ に対して $\xi_i^1(q^1)$ の像が得られることになっているので，いまそのそれぞれから１点 $y_i^1\equiv(x_i^1, m_i^1, -b_i^1)$ をとり出すとして，それらについてどのような条件が満たされれば全経済での均衡が整合的に成立するかが問題となる。

まず財市場の均衡条件が

$$\sum_i x_i^1=\sum_i \omega_i^1$$

という等式であらわされることはいうまでもないであろう。つぎに貨幣市場と債券市場の均衡については，こうである。本稿のモデルでは，中央銀行が個人への貸付け，すなわち個人からの債券の購入のために，一定額 $\varDelta M$ だけの貨幣を創造し，他方同じく個人から $R\equiv\sum_i R_i^1$ だけの債務の返済を受けることになっているから，初期の貨幣の総ストック量 $M\equiv\sum_i \bar{m}_i$ に対しては $\varDelta M-R$ だけの純供給量が付加されることになり，したがって貨幣市場の需給の均衡は

$$\sum_i m_i^1=M+\varDelta M-R$$

という等式であらわされる。そして今期の債券の総購入額は $(1/(1+r^1))\sum_i b_i^1$ で，それに上記の $\varDelta M$ が見合うわけであるから，債券市場の均衡は

$$\sum_i b_i^1=(1+r^1)\varDelta M$$

である。貨幣の総供給量については $M>0$ と仮定されることはいうまでもないが，さらに貸付け＝借入れの現象を考えるからには，すべての個人について $\bar{b}_i=0, b_i^1=0$ とするのは無意味であり，したがって $\sum_i \bar{b}_i>0$，$\varDelta M>0$ という仮定を追加するのが自然であろう。

いまそれぞれの $q^1 \in Q$ に対し $(\sum_i x_i^1, \sum_i m_i^1, -\sum_i b_i^1) \in \sum_i \xi_i^1(q^1)$ を用いて

$$(\sum_i x_i^1 - \sum_i \omega_i^1, \sum_i m_i^1 - \sum_i \bar{m}_i + \sum_i R_i^1, -\sum_i b_i^1)$$

で定義されるベクトルの集合を $\zeta_C(q^1)$ で書くとすれば，それは民間の個人に関する総超過需要対応 $\zeta_C : Q \to R^{n+2}$ を定義し，また同じく各 $q^1 \in Q$ に対して

$$(0,\ -\Delta M,\ (1+r^1)\Delta M)$$

を関連させる対応 $\zeta_B(q^1)$ を考えれば，それは中央銀行の超過需要対応 $\zeta_B : Q \to R^{n+2}$ を定義することになる。すると経済全体の超過需要対応 $\zeta : Q \to R^{n+2}$ は

$$\zeta \equiv \zeta_C + \zeta_B$$

となり，前のパラグラフの3組の需給均衡条件が成立することは

$$0 \in \zeta(q^1)$$

が成立することと等義となる。

前節で明らかにしたように，各個人 i の個別的需要対応 ξ_i^1 はコンパクト値，凸値かつ優半連続であるから，社会的超過需要対応 ζ もまた明らかにコンパクト値，凸値かつ優半連続である。

また各個人の今期の予算制約式をすべて足し合わせることにより

$$p^1(\sum_i x_i^1 - \sum_i \omega_i^1) + (\sum_i m_i^1 - M + \sum_i R_i^1) - \frac{1}{1+r^1}\sum_i b_i^1 = 0$$

が成立つところから，ζ がワルラス法則

$$q^1 z^1 = 0 \text{ for all } z^1 \in \zeta(q^1) \text{ and all } q^1 \in Q$$

を満たすことも明らかであろう。

さらに加えて，いわゆる境界条件を下記のごとくに規定し，価格に関する主体の予想が過度に弾力的でないことを仮定すれば，ζ が境界条件を満たすことも容易に証明されうるところとなる。

境界条件　Q の点列 $\{q^{1k}\}$ について，(a) $q^{1k} \to q^{1*}$ で，その場合の q^{1*} のある成分が0にひとしいか，あるいは (b) $\|q^{1k}\| \to \infty$ となるかのいずれかであるときには，$\zeta(q^{1k})$ から任意に z^{1k} を選んで得られるどの点列 $\{z^{1k}\}$ についても，$\|z^{1k}\| \to \infty$ となる。

仮定 5　(a) どの個人についても，すべての $q^1 \in Q$ およびすべての $t=2, \cdots\cdots, T_i$ について $\phi_i^t(q^1) \leqq \eta$ となるような正のベクトル η がある。

(b) 少なくとも1人の個人については，$T_i \geqq 2$, $\bar{m}_i - \bar{b}_i > 0$ で，しかもすべての $q^1 \in Q$ およびすべての $t=2, \cdots\cdots, T_i$ について $\phi_i^t(q^1) \geqq \epsilon$ となるような正のベクトル ϵ がある。

(c) 少なくとも1人の個人については，$T_i \geqq 2$ で，しかも $r^{1k} \to -1$ となるとき，すべての $k=1, 2, \cdots\cdots$, およびすべての $t=2, \cdots\cdots, T_i$ について

$$\epsilon' \leqq \frac{\phi_i^t(q^{1k})}{1+r^{1k}} \leqq \eta'$$

となるような二つの正のベクトル ϵ', η' がある。

命題 2　仮定5が付加される場合には，対応 ζ は境界条件を満たす。

証明[7]

点列 $\{q^{1k}\}$ が含むそれぞれの q^{1k} は，その定義によって

$$q^{1k}\equiv(p^{1k},1,s^{1k})\equiv\left(p^{1k},1,\frac{1}{1+r^{1k}}\right)$$

のように構成されている。

もしここで $s^{1k}\to 0$ すなわち $r^{1k}\to\infty$ であるとすれば，仮定により $\varDelta M>0$ であるところから，$(1+r^{1k})\varDelta M\to\infty$ となり，他方 b_i^1 は

$$b_i^1\leqq p_i^2\omega_i^2+\frac{1}{1+r_i^2}p_i^3\omega_i^3+\cdots\cdots+\frac{1}{(1+r_i^2)\cdots\cdots(1+r_i^{T_i-1})}p_i^{T_i}\omega_i^{T_i}$$

の制約に服するから，仮定5(a)のベクトル η およびその成分をそれぞれ p_i^t および $1/(1+r_i^t)$ に適用することにより，上から有界となることが明らかである。よって $s^{1k}\to 0$ の場合には

$$z_{n+2}{}^{1k}\equiv(1+r^{1k})\varDelta M-\textstyle\sum_i b_i^1\to\infty$$

となるのでなくてはならず，所期の帰結 $\|z^{1k}\|\to\infty$ がただちに得られる。

そこで，つぎに $\{r^{1k}\}$ が有界ですべての k について $s^{1k}\geqq\lambda$ のような $\lambda>0$ が存在する場合，しかも s^{1k} が上からも有界である場合を考えてみよう。すなわちこれは，すべての k について $-1<\lambda_1\leqq r^{1k}\leqq\lambda_2<\infty$ となっている場合である。もしそのとき $p^{1k}\to p^{1*}$ で，ある $h=1,2,\cdots\cdots,n$ について $p_h^{1*}=0$ になっているとすれば，仮定5(b)に該当する個人については財 h に対する需要 x_i^1 が無限大となり，よってふたたび $\|z^{1k}\|\to\infty$ の帰結が得られることになる。また $\|p^{1k}\|\to\infty$ したがって $\|q^{1*}\|\to\infty$ になるとすれば，第1期の予算制約式を $\bar{q}^{1k}\equiv\{q^{1k}/\|q^{1k}\|\}$ で評価することにより，貨幣の価格が0となるから，仮定5(a)に該当する個人については第2期以降の財需要に当てられる今期の貨幣への需要が限りなく増大することになり，$m_i^{1k}\to\infty$ から $\|z^{1k}\|\to\infty$ となる。[8]

最後に $s^{1k}\to\infty$ の場合，すなわち $r^{1k}\to -1$ となる場合をとり上げることにしよう。この場合も $\{p^{1k}\}$ が有界な場合と $\|p^{1k}\|\to\infty$ の場合の二つのサブ・ケースがあるが，まず前者の場合は，$r^{1k}\to -1$ のとき $(1+r^{1k})p^{1k}\to 0$ となり，したがって仮定5(b)に該当する個人については，$\phi_i^t(q^{1k})\geqq\epsilon>0$ であるところから，将来から現在への異時的代替をつうじて今期の財需要 x_i^1 が限りなく増大することになる。また後者の場合はその逆で，仮定5(c)を満たす個人にとっては，今期の価格に対して来期以降の割引予想価格が限りなく安くなるので，現在から将来への異時的代替がひき起こされ，将来財への需要が限りなく増大することになる。よって，そのための今期の貨幣需要 m_i^1 が無限大となり，やはり $\|z^{1k}\|\to\infty$ の結果が成立せざるをえない。

5　これで超過需要対応 ζ のコンパクト値，凸値および優半連続の諸性質，ならびにワルラス法則，境界条件のすべてにわたり，存在証明にとって不可欠な部品が全部出揃ったことになる。下記の証

注(7)　以下の議論については Grandmont, *op. cit.*, pp. 177-178参照。

(8)　これらの議論の詳細については，福岡，前掲論文，pp. 8-9参照。

明は，基本的には前稿のそれとまったく同じ推論から成っているので，本来割愛しても差支えないものであるが，本稿のみに接する読者の便をおもんぱかって，とりあえずその論旨のみを簡潔に摘記しておく。なお，これまた前稿の場合と同様，本節の考察には今期の価格と今期の超過需要量しか現われてこないから，それらの上添字の1はすべて省略して議論を進めることにしたい。存在定理の主張はつぎのごとくである。

定理　仮定1，2，3，4および5の下では，当該貨幣経済には一時的均衡が存在する。すなわち $0\in\zeta(q^*)$ となるような価格 $q^*\in Q$ が存在する。

証明

価格の集合 $Q\equiv R^n{}_{++}\times\{1\}\times(0,\infty)$ の非空，コンパクト，凸部分集合の増加列 $Q^1\subset Q^2\subset\cdots\cdots$ を考え，それが $\cup_\nu Q^\nu=Q$ の条件を満たすものとする。そのような $\{Q^\nu\}$ の例としては，たとえば

$$Q^\nu\equiv\left\{p\in R^n{}_{++}\,\middle|\,\|p\|\leqq\nu+1,\ p_h\geqq\frac{1}{\nu+1}\ \text{for all}\ 1\leqq h\leqq n\right\}\times\{1\}\times\left[\frac{1}{\nu+1},\ \nu+1\right]$$

のようなものを考えれば足りるであろう。

さて対応 ζ をひとまずそれぞれの Q^ν に制限して考えることにすれば，ζ は優半連続で Q^ν はコンパクトであるから，$\zeta(Q^\nu)$ もコンパクト，したがってその凸包 $\mathrm{co}\,\zeta(Q^\nu)\equiv Z^\nu$ もコンパクトとなる。そこで Z^ν の点 z^ν に，Q^ν の上で $q^\nu z^\nu$ を最大化するような q^ν の集合を関連づける対応を μ とし，他方 Q^ν から Z^ν への対応を ζ とみなして，$\varphi(q^\nu,z^\nu)\equiv\mu(z^\nu)\times\zeta(q^\nu)$ により $Q^\nu\times Z^\nu$ からそれ自体への写像 φ を定義する。すると周知の定理によって φ は不動点（$q^{\nu*},z^{\nu*}$）をもち，これは $q^{\nu*}\in\mu(z^{\nu*})$ かつ $z^{\nu*}\in\zeta(q^{\nu*})$ であることを意味している。

そこで $q^{\nu*}\in\mu(z^{\nu*})$ から $q^\nu z^{\nu*}\leqq q^{\nu*}z^{\nu*}$ for all $q^\nu\in Q^\nu$，また $z^{\nu*}\in\zeta(q^{\nu*})$ から $q^{\nu*}z^{\nu*}\leqq0$ となって，結局

$$q^\nu z^{\nu*}\leqq0\ \text{for all}\ q^\nu\in Q^\nu$$

という重要な帰結を得る。

ところで $\{z^{\nu*}\}$ は，容易に分かるように有界な点列である。したがってそれは収束部分列 $\{z^{\nu'*}\}$ をもち，よってその極限を z^* とすることができる。

他方 Q^ν のつくり方から，任意の $q\in R_+{}^n\times\{1\}\times[0,\infty)$ に対して $q^\nu\in Q^\nu, q^\nu\to q$ となるような点列 $\{q^\nu\}$ がかならず存在する。ところが前に得た帰結から $q^\nu z^{\nu*}\leqq0$ for all ν であるから，上記の q^ν の極限 q および $z^{\nu'*}$ の極限 z^* についても

$$qz^*\leqq0$$

が成り立つのでなくてはならない。

つぎに $q^{\nu*}$ の点列 $\{q^{\nu*}\}$ もまた有界である。なぜなら，もしそうでないとすれば，前に証明した命題2と境界条件から $\|z^{\nu*}\|\to\infty$ となって，$\{z^{\nu*}\}$ の有界性に矛盾するからである。したがって $\{q^{\nu*}\}$ もまた収束部分列 $\{q^{\nu'*}\}$ をもち，その極限を q^* とすることができる。

すると q^* はかならず $Q\equiv R^n{}_{++}\times\{1\}\times(0,\infty)$ の元になっている。事実もし q^* のある成分が0

であったとすれば，ふたたび命題2と境界条件から $\|z^{\nu*}\|\to\infty$ となって，$\{z^{\nu*}\}$ の有界性に矛盾した結果を得ることになる。

よって以上の推論から，定理の仮定の下では，q^*の成分はすべて厳密に正となることが明らかにされた。そしてζの優半連続性により，q^*, z^* においてワルラス法則

$$q^*z^*=0$$

が成り立つこともまた明らかである。そこでこれらの帰結から $z^*\leqq 0$ となることを導くには，つぎのように考えればよい。まず前に確立した不等式 $qz^*\leqq 0$ の q は $R_+^n\times\{1\}\times[0,\infty)$ の任意の元でよいのであるから，その第 $n+1$ 成分を除くすべての成分を0とすることにより，ただちに

$$z_{n+1}^*\leqq 0$$

を得る。つぎに不等式 $qz^*\leqq 0$ とワルラス法則 $q^*z^*=0$ とから

$$(q-q^*)z^*\leqq 0$$

となり，$z^*\equiv(z_H^*, z_{n+1}^*, z_{n+2}^*)$ と分けて書けば

$$(p-p^*)z_H^*+(s-s^*)z_{n+2}^*\leqq 0$$

となるから，ある任意の $h\in H$ を除く他のすべての $h'\in H$ について $p_{h'}=p_{h'}^*$，そして $s=s^*$ とおけば，

$$p_hz_h^*\leqq p_h^*z_h^*$$

を得る。ゆえにもし $z_h^*>0$ であるとすれば，p_h を十分大きく選ぶことによって矛盾が生じ，したがって

$$z_h^*\leqq 0$$

となるのでなくてはならない。そして最後に $p=p^*$ とすれば

$$sz_{n+2}^*\leqq s^*z_{n+2}^*$$

となるから，やはり $z_{n+2}^*>0$ とすれば，同様の推論をつうじて矛盾が生じ，

$$z_{n+2}^*\leqq 0$$

とならねばならないことが分かる。

厳密な等式

$$z^*=0$$

が成り立つことは，よく知られたとおり，$z^*\leqq 0, q^*>0$ および $q^*z^*=0$ であることの直截な帰結である。

6　これで本稿での主要な課題はほぼ終了したことになるが，最後に非弾力的な予想の仮定すなわち仮定5の含意について若干の考察をつけ加えておくことにしよう。この点についても前稿の場合と同様，グランモンに倣って，財が1種類，計画期間が2期間の簡単な事例を図示してみるのがもっとも便利である。(9)

注（9） Grandmont, *op. cit.*, p. 88 参照。

本稿のモデルの場合この事例の予算制約式は

$$p^1x_i^1+m_i^1-\frac{1}{1+r^1}b_i^1=p^1\omega_i^1+\bar{m}_i-\min\left(\bar{b}_i,\bar{m}_i+p^1\omega_i^1+\frac{1}{1+r^1}p_i^2\omega_i^2\right)$$

$$p_i^2x_i^2=p_i^2\omega_i^2+(1+r^1)m_i^1-b_i^1$$

となるが[(10)]，いまこれを仮定5(b)の個人にあてはめるとすれば，$\bar{m}_i-\bar{b}_i>0$ であるところから，第1式の $\min\left(\bar{b}_i,\bar{m}_i+p^1\omega_i^1+\frac{1}{1+r^1}p_i^2\omega_i^2\right)$ はたんに $\bar{b}_i$ となり，そこで第2式をそれに代入して

$$p^1x_i^1+\frac{p_i^2}{1+r^1}x_i^2=p^1\omega_i^1+\frac{p_i^2}{1+r^1}\omega_i^2+\bar{m}_i-\bar{b}_i$$

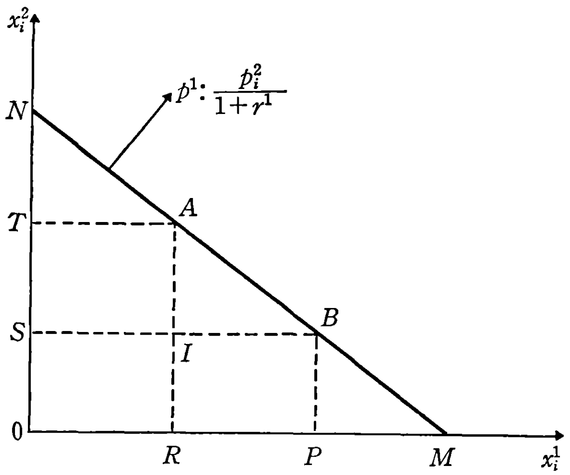
を得る。この関係を (x_i^1,x_i^2) 平面の非負象限に描いたものが第1図の MN であり，したがってその勾配ないしはそれに垂直に引いた法線の方向が価格比 $p^1:p_i^2/(1+r^1)$ をあらわしている。また図の I 点を財の初期賦存量の点とすれば，

$$OP=\omega_i^1+\frac{\bar{m}_i-\bar{b}_i}{p_1},\quad OS=\omega_i^2$$

$$OR=\omega_i^1,\quad OT=\omega_i^2+\frac{\bar{m}_i-\bar{b}_i}{\frac{p_i^2}{1+r^1}}$$

となることも明らかであろう。

さて，この第1図を用いて，命題2の証明でとり上げた事態を例示してみると，まず $r^1\to-1$ となるときに $p^1<\infty$ でありつづける事態については，もちろん $(1+r^1)p^1\to0$ となる。ところが仮定5(b)の個人の場合，その予想価格 p_i^2 は0にはならず，$p_i^2\geqq\epsilon>0$ であるところから，$p^2/(1+r^1)\to\infty$，そして $(1+r^1)p^1:p^2\to0$ となり，したがって図では点Aが点Iに限りなく接近すると同時



第1図

注 (10) 仮定1の単調性から，これらの式はいずれも等式で成り立つと考えて差支えない。またこの事例では第2期が最終期であるから，$m_i^2=0$，$b_i^2=0$ である。

に，予算線は MN は水平に近づいていく。よってこの個人は，将来から現在への異時的代替をつうじて今期の財需要量を限りなく増大し，それが財市場の超過需要を無限大に発散させる帰結を招致するのである。

つぎに第1図が仮定5(c)の個人の状況をあらわすものとし，$r^1 \to -1$ となるときに $p^1 \to \infty$ となる事態を考えることにしよう。仮定によりこの個人の割引予想価格 $p_i^2/(1+r^1)$ は∞にはならず，$p^2/(1+r^1) \leqq \eta'$ となるわけであるから，こんどは $p^1 : p_i^2/(1+r^1) \to \infty$ となり，点 B が点 I に接近すると同時に，やがて予算線 MN は垂直になるであろう。それゆえ，この事態の下では，彼は現在から将来への異時的代替を図ることによって来期の財需要量を限りなく増大し，それが第2期の予算制約式

$$\frac{p_i^2}{1+r^1} x_i^2 = \frac{p_i^2}{1+r^1} \omega_i^2 + m_i^1 - \frac{1}{1+r^1} b_i^1$$

をつうじて第1期の貨幣需要 m_i^1 を限りなく増加させることになる。貨幣市場に無限大の超過需要が発生するのは，この経緯がもたらす帰結にほかならない。

これらの考察からも分かるように，本稿の場合も非弾力的予想の仮定がおかれるのは，もっぱら現在価格と予想将来価格とのあいだの価格比に十分な伸縮性の余地を与え，そのことをつうじて異時的代替の効果が遺憾なく発揮されうるような機構を保証するためである。人々が何らかの正常価格の観念をもち，現在価格のあらゆる変化を一時的なものとみなすかぎりにおいて，現在価格の変化が大きな異時的代替をひき起こすことは，ほとんど何びとも疑わないところであろう。事実こうした時間をつうじての代替は強力に経済の均衡達成能力を助成し，しかも予想の弾力性の値が小さければ小さいほど，そのような調整力は大となる見込みがある。

しかし反面，そうであればこそ，貨幣経済における均衡の存在がかなりデリケートで頼りがたい仮定に依拠していることもまた真実である。仮定5はいうまでもなくきわめて厳しい仮定なのであって，とりわけ利子率の大きな上昇の有効性にかかわる(a)の部分についてはその感が強い。というのは，現在価格がどんなに騰貴しても，すべての人々の予想価格が一様に上から押えられるという状況を，インフレーション下の人々の心理に期待することは明らかに非現実的だからである。

これに比して，利子率が下落する方向でのその有効性にかかわる(b)や(c)の部分は，それぞれ少なくとも1人の個人の価格予想を限定するにすぎないから，はるかにその含意が緩やかであるとはいえようが，それにしてもそれらがやはり特殊な仮定であることは間違いない。しかも，現実の世界には預金貨幣ばかりではなくペーパー・マネーもまた存在しているから，その見地からすれば名目利子率には非負の制約が付加されるのでなくてはならず，その変域が $(-1, \infty)$ から $(0, \infty)$ に狭められること，あるいは同じことになるが，債券価格の変域が $(0, \infty)$ から $(0, 1)$ に狭められることもまた考慮に入れられねばならないであろう。

以上の考察は，われわれにつぎの二つのことを示唆しているように思われる。その一つは，往々にして新古典派流(ネオ・クラシカル)のマクロ経済分析に見られるように，各取引主体の予想の条件を格別精確に規定

することなく，調整の責務をあげて実質残高効果のみに負わせてしまうのは，かならずしも適切な扱いとはみなしがたいということである。そのような見解は，つまるところ伸縮的価格をもつ貨幣経済の短期調整メカニズムを misidentify し，とりわけ重要な調整因たるべき異時的代替の効果を軽視する結果に連なりがちである。

しかし，もう一つには，われわれはまた他方の極端である「新しい古典派（ニュー・クラシカル）」マクロ経済学すなわち合理的期待形成派の立場にも軽々しく加担するわけにはいかないであろう。というのは，この派の考え方は，予想を内生化することをつうじて，事実上アロー＝ドブリュー型の一般均衡理論がそうであるように，どんな異時的代替効果をもすべて完全にモデルのなかに織り込んでしまっており，その意味において異時的価格比の非伸縮性をアプリオリに排除する結果を招いているからである。したがってこの立場は，最適性の研究などの分析目的にとってはきわめて有用であるものの，先物市場を欠く貨幣経済に適用される場合には，これまた逆方向の misidentification の危険を孕み，ありうべき「不均衡」の原因をいちじるしく過少評価する偏向を伴うことになる。

結局のところ，貨幣経済の下での一時的均衡体系においては，より単純な静学的均衡体系におけるよりも，均衡存在のための条件はそれなりにはるかに際どいものにならざるをえないというのが，前稿および本稿をつうじてわれわれの明らかになしえた帰結である。そのような帰結が導かれること自体について，実際に驚くべきことは何らないのである。

（経済学部教授）