Title	貨幣経済における一時的均衡
Sub Title	On the temporary equilibrium in a monetary economy
Author	福岡, 正夫
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1988
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.81, No.1 (1988. 4) ,p.1- 17
JaLC DOI	10.14991/001.19880401-0001
Abstract	
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19880401-0001

「三田学会雑誌」81巻1号（1988年4月）

貨幣経済における一時的均衡*

福岡正夫

1　筆者は本稿では，貨幣ならびに債券を含む継起的な競争経済において，いわゆる一時的均衡（temporary equilibrium）が存在しうることを示したい。この問題は1970年代の初めからグランモンおよびその協力者たちによって精力的にとり上げられ，モデル構成においても数学的手法においても，さまざまなヴァージョンのものが発表されている。(1) 以下本稿でのアプローチとしては，グランモンがその単独の著書『貨幣と価値』(2)の第4章でとり扱ったモデルを一応原型とし，ほぼそれに即して筆者流儀の存在証明の数理を展開することに狙いをおく。当該のモデルについてはグランモン自身，同書の数学付録AおよびEでみずからの存在証明を披瀝しているが，それにもかかわらずあえてここで屋上屋を重ねるゆえんは，筆者の見地からして彼のとり扱いに満足を見出すことができないからである。結局の評価は読者の判定に俟つほかはないが，筆者としては本稿に記した答案もあながち無意味ではあるまいと思っている。

2　一時的均衡の思想を一般均衡理論のなかに持ち込む試みは決して新しいものではなく，すでにヒックスにその先例を見るところである。(3) それが構想する世界は，discrete な期間が今期すなわち第1期から始まり，無限の将来に向かって一方的に継起していく系列経済（sequence economy）で

---

*　本稿を草するにあたって，丸山徹，須田伸一の両君から有益な示唆を受けた。記して謝意をあらわしておく次第である。

注（1） J. M. Grandmont, “On the Short-Run Equilibrium in a Monetary Economy”, CEPREMAP Discussion Paper, February 1971, appeared in J. H. Drèze ed., *Allocation under Uncertainty: Equilibrium and Optimality*, 1974, J. M. Grandmont and Y. Younès, “On the Role of Money and the Existence of a Monetary Equilibrium”, *Review of Economic Studies*, July 1972, J. M. Grandmont and G. Laroque, “Money in the Pure Consumption Loan Model”, *Journal of Economic Theory*, August 1973, J. M. Grandmont and G. Laroque, “On Money and Banking”, *Review of Economic Studies*, April 1975, J. M. Grandmont, “Temporary General Equilibrium Theory”, *Econometrica*, April 1977, *ditto*, “Temporary General Equilibrium Theory”, in K. J. Arrow and M. D. Intriligator ed., *Handbook of Mathematical Economics*, Volume II, 1982.

（2） J. M. Grandmont, *Money and Value: A Reconsideration of Classical and Neoclassical Monetary Theories*, 1983.

（3） J. R. Hicks, *Value and Capital*, 1939, 2nd ed., 1946, Ch. 9, 10. なお同じ著者による “Wages and Interest: the Dynamic Problems”, *Economic Journal*, September 1935 (reprinted in *Money, Interest & Wages, Collected Essays on Economic Thery*, Volume II, 1982) をも参照のこと。

あり，先物市場はいっさい存在せず，すべての取引がもっぱら現物市場をつうじてのみ行われると想定される。各取引主体は毎期首に開かれる市場に参加して，そこで繰りひろげられる市場情勢に照らしつつ，それぞれ一定期間にわたる各自の需給計画を作成もしくは修正する。そして各市場日の夕刻に市場が閉じるときには，その期の需給を整合させる価格が成立するばかりでなく，何びともその価格の下で自己にもっとも有利な取引を成就することになる。

この仕組みの下では将来財の市場がないわけであるから，各人の需給計画は現在価格のほかに将来価格に関する各自の予想に依存するほかはなく，やがてカレンダーがめくられ，将来の期が新たな今期となったときに，前もって予想されていた価格が現実の価格に一致する保証は少しもない。そこで第２期の期首においては，ふたたび各取引主体は新たな展望の下にみずからの需給計画を編成しなおし，その結果第１週に成立したものとは一般には異なる新たな均衡が成立する。こうして以下同じ方針を採用していくことにより，変動しつつある経済過程をも一系列の一時的均衡の軌跡として把握する途が開かれうるのである。

そこで上記の構想をなるべく単純なモデルをつうじて具体化するため，本稿では生産を捨象した純粋交換経済に考察を限り，各取引主体は毎期首その期の消費のための財の一定量を初期賦存量として与えられると同時に，貯蓄の手段としてはもっぱら貨幣と債券という２種類の金融資産を利用しうると考えることにする。すなわち民間の経済主体は家計ないしは個人の消費者のみから成るが，彼らは各期の消費財の賦存量および前期から持ち越した貨幣あるいは債券の量に制約されつつ，現在価格および各自の予想価格の下で，消費の流れのみに依存する効用を最大化するように，みずからの生存期間にわたる消費・貯蓄計画を決定すると考えるのである。

資産の持越し手段となる貨幣および債券については，本稿ではそのいずれもが政府の機関である中央銀行によって発行されるものと仮定し，したがって民間の家計自体が債券を発行して，政府あるいは他の家計から借入れを行う可能性は除外する。さらに債券としては，簡単化のため，もっぱら永久債券 (perpetuities)，すなわちその保有者に対して毎期１単位の貨幣を支払いつづける約束証書の形の長期債券のみを考えることにする。その場合には，利子率は毎期の確定支払額の総割引価値をその債券の現在価格にひとしからしめる短期利子率の値として定義されるから，債券の現在価格を s，利子率を r とすれば，

$$s=\frac{1}{1+r}+\frac{1}{(1+r)^2}+\cdots\cdots=\frac{1}{r}$$

の関係が成り立ち，したがって毎期 s_t が債券市場で決定されれば，その逆数として利子率 r_t もまた決定される。

以上のような設定から，このモデルではもし中央銀行が新たに債券を発行すれば，その分だけ各家計が保有する貨幣の量が減少し，また逆に中央銀行が債券を購入すれば，その分だけ貨幣数量が増大することになる。そうした公開市場操作をつうじて，中央銀行は随時社会の総貨幣数量を統御しうるわけであるが，均衡分析にかかわる以下の考察においては，そのような毎期の貨幣変化量は

パラメターとして所与の大きさであるものとし，その分をも含めて総貨幣供給量はつねに正であると考えることにする。

3　さてここで上記のモデルのより精確な定式化にとりかかることにしよう。目下の経済は第1期に始まり，以後各期 $t=1, 2, \cdots\cdots$ にわたって継起的に限りなく進行していく。そのそれぞれの期には年齢を異にするさまざまなタイプの消費者がおり，各タイプの消費者は，彼がなお生きうる期間の長さ，その生存期間をつうじての消費への選好，生涯の各期首に与えられる財の初期賦存量，および始めの期首に与えられる金融資産の初期賦存量によって特徴づけられる。消費財は一貫して n 種類あるものとし，それらはすべて perishable であって，つぎの期まで持ち越すことはできない。

第 i 消費者の今期を起点とした生存期間を T_i,(4) その第 t 期（$t=1, 2, \cdots\cdots, T_i$）における第 j 財（$j=1, 2, \cdots\cdots, n$）の消費量を $x_{i,j}^t$ と書き，

$$x_i^t \equiv (x_{i,1}^t,\ x_{i,2}^t \cdots\cdots,\ x_{i,n}^t)$$

と定義すれば，彼の消費計画は

$$x_i^1, x_i^2, \cdots\cdots, x_i^{T_i}$$

であらわされ，したがってその選好はそれぞれの消費計画に対して消費可能集合上で定義される効用関数 u_i: $R_+^{T_i n} \to R$ であらわされる。効用関数 u_i についてはつぎの標準的な仮定が設けられる。

仮定 1　u_i は連続，単調かつ擬凹である。

他方，各期首に与えられる消費者 i の初期賦存量は，それぞれ

$$\omega_i^t \equiv (\omega_{i,1}^t, \omega_{i,2}^t, \cdots\cdots, \omega_{i,n}^t)$$

で示され，それらについてはつぎのように仮定する。(5)

仮定 2　$\omega_i^t \in R_{++}^n$ for $t=1, 2, \cdots\cdots, T_i$。

なおこれに加えて，各消費者が第1期の期首にもつ貨幣あるいは債券の初期賦存量 $\bar{m}_i$, $\bar{b}_i$ については

仮定 3　$\bar{m}_i \in R_+$,　$\bar{b}_i \in R_+$

とする。ただし $\bar{m}_i$ や $\bar{b}_i$ の総量 $M \equiv \sum_i \bar{m}_i$, $B \equiv \sum_i \bar{b}_i$ は当然のことながら厳密に正であり，また貨幣については民間保有の債券と引き換えに創造あるいは吸収される変化分 $\varDelta M$ をも含めて，$M+\varDelta M$ が正であると仮定される。

つぎに各財の価格は，どの期についても貨幣の価格がつねに1にひとしいように規準化されているものと想定しよう。そしてそのルールで測った今期の財価格ベクトル p^1 を

$$p^1 \equiv (p_1^1, p_2^1, \cdots\cdots, p_n^1) \in R_{++}^n$$

注（4）　消費者 i の寿命を l_i, 今期における年齢を τ とすれば，$T_i \equiv l_i - \tau + 1$ である。

（5）　この強い仮定はもっぱら分析を簡略化するためのもので，それを緩和して $\omega_i^t \in R_+^n$, $\sum_i \omega_i^t \in R_{++}^n$ としても失うところはない。

のように，また消費者 i が予想する来期以降の財価格ベクトル p_i^t を

$$p_i^t \equiv (p_{i,1}^t,\ p_{i,2}^t, \cdots\cdots,\ p_{i,n}^t) \in R_{++}^n \quad \text{for } t=2, \cdots\cdots, T_i$$

のように定義し，同様に今期の債券価格，来期以降の予想債券価格をもそれぞれ

$$s^1 \in R_{++}$$

$$s_i^t \in R_{++} \text{ for } t=2, \cdots\cdots, T_i$$

と定義するならば，消費者 i の消費最適化計画はつぎのようにいっそう明確な形で述べられよう。すなわち

消費者 i は予算制約式

$$p^1 x_i^1 + s^1 b_i^1 + m_i^1 \leqq p^1 \omega_i^1 + (s^1+1)\bar{b}_i + \bar{m}_i$$

$$p_i^t x_i^t + s_i^t b_i^t + m_i^t \leqq p_i^t \omega_i^t + (s_i^t+1) b_i^{t-1} + m_i^{t-1},\ t=2 \cdots\cdots, T_i$$

の下で，効用関数

$$u_i(x_i^1, x_i^2, \cdots\cdots, x_i^{T_i})$$

の値を最大にするように，消費・貯蓄計画 $(x_i^t, b_i^t, m_i^t) \geqq 0$，$t=1, 2, \cdots\cdots,\ T_i$ を決定する。

ところでこの問題の解の分析に移る前に，さらにもう一点だけ主体行動の記述を補完しておかねばならない点がある。それは各消費者がいかにして将来価格に関する彼らの予想を形成するかという点で，これについては彼らは過去の価格の時系列と今期の価格とを唯一の情報として将来の価格を予想すると考える。ただし過去の価格はもはや現在では動かしがたい既成事実であるから，結局各人の予想価格 $p_i^t, s_i^t (t=2, \cdots\cdots, T_i)$ は現在価格 p^1, s^1 のみの関数として表現できるというのがこの種の議論の定石で，われわれもまたここではこの慣例を踏襲する。しかし表現の仕方としては，のちの分析の便宜を考え，$q^1 \equiv (p^1, s^1, 1)$，$q_i^t \equiv (p_i^t, s_i^t, 1)$，$Q \equiv R_{++}^{n+1} \times \{1\}$ とまとめて書くことにし，予想関数 ϕ_i^t: $Q \to Q$ を

$$q_i^t = \phi_i^t(q^1) \text{ for } t=2, \cdots\cdots, T_i$$

であらわすことにしたい。より立ち入った定式化としては，現在価格に依存して予想価格の確率密度関数が定まるとすることもできるが，当面の目的のためにはこの点はより単純に，予想価格が一価の形で定まると考えても事足りるであろう。関数 ϕ_i^t については，これも慣例どおり，つぎの仮定が設けられる。

仮定 4　ϕ_i^t は連続。

仮定 5　ϕ_i^t による Q の像は Q のコンパクト部分集合に含まれる。

後者の仮定はどんな $q^1 \in Q$ に対しても $\alpha_i \leqq \phi_i^t(q^1) \leqq \beta_i$ のような二つのベクトル α_i, $\beta_i \in Q$ が存在することを意味しており，これは，経済学的な含意においては主体 i の予想価格が現在価格の変化に対して過度に感応的であってはならないということである。この仮定が一時的均衡の存在証明に対してもつ重要性については，またのちに関説する機会をもつであろう。

4　上述の仮定の下においては，消費者 i の最適化プログラムは解をもつ。いまこの点を明らかにするために，$y_i^t \equiv (x_i^t, b_i^t, m_i^t)$ for $t=1, 2, \cdots\cdots, T_i$ と書き，また各期の予算制約式の右辺を関数 $w_i^t(\cdot)$ の形で書きあらわして，

$$\Gamma_i^1(q^1) \equiv \{y_i^1 \in R_+^{n+2} \mid q^1 y_i^1 \leqq w_i^1(q^1)\}$$

$$\Gamma_i^t(y_i^1, \cdots\cdots, y_i^{t-1}, q^1, q_i^2, \cdots\cdots, q_i^t)$$

$$\equiv \{y_i^t \in R_+^{n+2} \mid q_i^t y_i^t \leqq w_i^t(y_i^1, \cdots\cdots, y_i^{t-1}, q^1, q_i^2, \cdots\cdots, q_i^t)\} \text{ for } t=2, \cdots\cdots, T_i$$

と定義することにしよう。そして効用関数についても，たんに形式上

$$v_i(y_i^1, y_i^2, \cdots\cdots, y_i^{T_i}) \equiv u_i(x_i^1, x_i^2, \cdots\cdots, x_i^{T_i})$$

のように書きあらためるとすれば，前節の消費最適化プログラムはより簡単に

$$y_i^1 \in \Gamma_i^1(q_1)$$

$$y_i^t \in \Gamma_i^t(y_i^1, \cdots\cdots, y_i^{t-1}, q^1, q_i^2, \cdots\cdots, q_i^t)$$

の下で

$$v_i(y_i^1, y_i^2, \cdots\cdots, y_i^{T_i})$$

を最大化する $y_i \equiv (y_i^1, y_i^2, \cdots\cdots, y_i^{T_i})$ を求めること

としてあらわされる。ここで注意すべきは，第2期以降の所得，したがってそれによって規定される予算集合が，次々に前期の意思決定に依存することである。(6)

われわれはまず上記の条件によって制約されるプログラム全体の予算集合

$$\Gamma_i(q_i) \equiv \{y_i \in R_+^{T_i(n+2)} \mid y_i^t \in \Gamma_i^t(y_i^1, \cdots\cdots, y_i^{t-1}, q^1, q_i^2, \cdots\cdots, q_i^t), t=1, 2, \cdots\cdots, T_i\}$$

が，価格 $q_i^t \equiv (q^1, q_i^2, \cdots\cdots, q_i^{T_i}) \in Q^{T_i}$ をすべて固定した場合に，かならずコンパクト集合となることを確かめておくことにしよう。

それについては，つぎのような推論を辿ってみればよい。まず，以下の議論をつうじて $q^1, q_i^2, \cdots\cdots, q_i^{T_i}$ がすべて正であることを考慮すれば，$\Gamma_i^1(q^1)$ がコンパクト集合となることは自明である。すると，そのなかから選ばれるそれぞれの y_i^1 に応じて $w_i^2(y_i^1, q^1, q_i^2)$ が定まり，それは y_i^1 の連続関数であるから，そのような $w_i^2(y_i^1)$ の集合 W_i^2 もまた R_{++} のコンパクト集合となる。そしてそれぞれの $w_i^2 \in W_i^2$ に $\gamma_i^2(w_i^2) \equiv \{y_i^2 \mid q_i^2 y_i^2 \leqq w_i^2\}$ を関連させる対応 γ_i^2 は優半連続で，しかもそれがコンパクト値となることも自明であるから，よく知られた定理をつうじて $\gamma_i^2(W_i^2)$ もまたコンパクト集合となり，事実それは W_i^2 のなかでの最大値に応ずる γ_i^2 に合致する。そこで，y_i^1 に戻って考えることにより

$$\Gamma_i^2(\Gamma_i^1, q^1, q^2) \equiv \bigcup_{y_i^1 \in \Gamma_i^1} \Gamma_i^2(y_i^1, q^1, q_i^2)$$

注（6）　事実上，第2期以降の w_i^t ないしは Γ_i^t に繰り込まれる y_i^{t-1} の成分は m_i^{t-1} あるいは b_i^{t-1} のみであるが，ここでは形式上 x_i^{t-1} をも含めて書いておくのである。

もまたコンパクト集合であることになる。以下同様の議論を逐次適用していけば，Γ_i^t (Γ_i^1, ……, Γ_i^{t-1}, q^1, q_i^2, ……, q_i^t) はすべてコンパクト集合となることが分かり，よって当該プログラムの予算集合 Γ_i はコンパクト集合となる。

こうして上記の議論を経ることにより，当面の問題はコンパクト集合 Γ_i 上で連続関数 v_i の値を最大化することに帰着したわけである。したがって，これまた周知の定理により，すべての $y_i \in \Gamma_i$ に対して $v_i(y_i^*) \geqq v_i(y_i)$ となるような $y_i^* \in \Gamma_i$ がかならず存在し，よってすべての $q_i \equiv (q_i^1, q_i^2, \cdots\cdots, q_i^{T_i})$ に最適解 $y_i^* \equiv (y_i^{1*}, y_i^{2*}, \cdots\cdots, y_i^{T_i*})$ の集合 $\chi_i(q_i)$ を関連づける対応 $\chi_i : Q^{T_i} \to R_+^{T_i(n+2)}$が定義できることになる。

命題 1　仮定1，2および3の下では，対応 χ_i はコンパクト値，凸値かつ優半連続である。

証明

まず $\max_{y_i \in \Gamma_i} v_i(y_i) = v_i^*$ とすれば，$\chi_i(q_i)$ はその定義から $v_i^{-1}(v_i^*)$ と Γ_i との共通部分になっている。そして $v_i^{-1}(v_i^*)$ は 点 v_i^* の逆像であるから当然閉集合，また Γ_i は上に示したようにコンパクト集合であるから，$v_i^{-1}(v_i^*) \cap \Gamma_i$ はコンパクト集合の閉部分集合となり，したがってコンパクト，よって χ_i はコンパクト値である。

つぎに v_i は u_i が擬凹であれば当然擬凹で，Γ_i は凸であるから，χ_i は凸集合上で擬凹関数の最大値をもたらす y_i を q_i に関連づける対応で，明らかに凸値となる。

そこで最後に優半連続性を証明するために，ある点列 $\{q_i^k\}$ を Q^{T_i} からとり，それが $q_i^* \in Q^{T_i}$ に収束すると仮定しよう。そのとき任意に $y_i^k \in \chi_i(q_i^k)$ をとってつくられる点列 $\{y_i^k\}$ が $\chi_i(q_i^*)$ の一点に収束する部分列をもつことを示せばよいわけである。

まずはじめに $\{y_i^k\}$ が有界点列となることを示す。いま第1期についてみると，$\{q_i^{1k}\}$ は $q_i^{1*} \in Q \equiv R_{++}^{n+1} \times \{1\}$ に収束し，q_i^{1k} の第 $n+2$ 成分はつねに1であるから，q_i^{1*} から第 $n+2$ 成分を除いた点を中心として R_{++}^{n+1} に含まれる閉球Bがとれ，あるK以降のすべての k について $q_i^{1k} \in B \times \{1\}$とすることができる。ここで $B \times \{1\}$ がコンパクト集合であることはいうまでもない。そこでつぎに $w_i^1(q_i^{1k})$ の列を考えることにすれば，w_i^1 の連続性から $w_i^1(B \times \{1\})$ もまたコンパクト集合であり，したがって $k \geqq K$ のようなkについては $w_i^1(q_i^{1k})$ もまたコンパクト集合のなかに含まれつづけることになっている。そしてどの k についても $0 \leqq q_i^{1k} y_i^{1k} \leqq w_i^1(q_i^{1k})$ が満されているのであるから，結局上記のところを考えあわせて，$\{y_i^{1k}\}$ が有界となることは明からであろう。するとつぎに第2期についても，同様の理由にもとづき，$\{y_i^{2k}\}$ は有界となるのでなくてはならず，以下順次に同じ議論を繰り返し適用していくことによって，$\{y_i^k\} \equiv \{y_i^{1k}, y_i^{2k}, \cdots\cdots, y_i^{T_ik}\}$ は有界となることが分かる。

それゆえ $\{y_i^k\}$ はある極限 y_i^* に収束する部分列 $\{y_i^{k'}\}$ をもつことになり，したがって最後にその y_i^* が $\chi_i(q_i^*)$ に含まれることを示せば，χ_i の優半連続性の証明は終了するわけである。

まず y_i^* が $\Gamma_i(q_i^*)$ に含まれることはほとんど自明であるから，あとは y_i^* が q_i^* の下で v_i を最大ならしめていることを示せばよい。(7) いま任意の $y_i \in \Gamma_i(q_i^*)$ を $\bar{y}_i$ とし，任意の実数 λ，$0<\lambda$

<1 を用いて $\bar{y}_i$ と原点との凸結合 $y_i^\lambda=\lambda\bar{y}_i$ をつくってみる。すると容易に分かるように，y_i^λ は q_i^* の下での予算制約式をすべて厳密な不等号で満たすから，k' を十分大きくとれば，それは $q^{k'}$ の下でもやはり予算制約式をすべて厳密な不等号で満たす。ゆえに $y_i^{k'}\epsilon\chi_i(q_i^{k'})$ である以上，そのような k' については

$$v_i(y_i^{k'})\geqq v_i(y_i^\lambda)$$

となり，v_i の連続性から，$k'\to\infty$となっても

$$v_i(y_i^*)\geqq v_i(y_i^\lambda)$$

が成り立つ。ところでこれは任意の $\lambda\epsilon(0,1)$ について成り立つのであるから，$\lambda\to1$ とすれば $y_i^\lambda\to\bar{y}_i$ となり，ふたたび v_i の連続性から

$$v_i(y_i^*)\geqq v_i(\bar{y}_i)$$

となるのでなくてはならない。そして $\bar{y}_i$ は $\Gamma_i(q_i^*)$ の任意の元であったから，これで y_i^* は $q_i=q_i^*$ のときの最大元であることが分かり，$y_i^*\epsilon\chi_i(q_i^*)$ が証明されたことになる。

こうして対応 χ_i はコンパクト値，凸値かつ優半連続となることが示されたが，ここで $q_i^t=\phi_i^t(q^1)$ であることを用いれば，

$$\begin{aligned}&\chi_i(q^1,q_i^2,\cdots\cdots q_i^{T_i})\\&=\chi_i(q^1,\phi_i^2(q^1),\cdots\cdots,\phi_i^{T_i}(q^1))\\&=\xi_i(q^1)\end{aligned}$$

となり，対応 $\chi_i: Q^{T_i}\to R_+^{T_i(n+2)}$ は対応 $\xi_i: Q\to R_+^{T_i(n+2)}$ に帰着させることができる。しかも後者は

$$\xi_i(q^1)=[\xi_i^1(q^1),\cdots\cdots,\ \xi^{T_i}(q^1)]$$

と書くことができるから，われわれは命題１の帰結として，ただちにつぎの系を得る。

命題１の系　仮定１，２，３および４の下では，対応 ξ_i および ξ_i^1 はコンパクト値，凸値かつ優半連続である。

ここで，もし仮定１を強化して

仮定 1'　u_i は連続，単調かつ厳密に擬凹である。

とすれば，$(x_i^1,b_i^1,m_i^1)\epsilon\xi_i^1(q)$ のうち x_i^1 の部分が一意的に決定されることはいうまでもない。しかし，そのように強められた仮定の下でも，(b_i^1,m_i^1)が一意的に決定されるとはかぎらないことには注意すべきである。たとえば $s^1>s_i^2+1$ なら，当該の消費者は債券の形で貯蓄するより貨幣の形で貯蓄するほうが有利であるから，$b_i^1=0$ となり，他方また $s^1<s_i^2+1$ なら，その逆で，$m_i^1=0$ となる。したがって，その限りでは b_i^1 も m_i^1 も一意的に決定されうるが，他方もし $s^1=s_i^2+1$ で

注（7） 以下の議論については Grandmont, *Money and Value,* Appendix A. 4., pp. 162-163 に負う。

あるならば，いずれで貯蓄するかはまったく無差別となり，$s^1b_i^1+m_i^1$ は一意的に決定されても，b_i^1, m_i^1 の最適値のそれぞれは幅をもちうることになる。

とはいえ，そのような場合であっても，ξ_i^1 がコンパクト値，凸値かつ優半連続となる事実には変りはないのであるから，以下の行論では元通りより一般的な仮定1の下で考察をつづけるのが望ましいであろう。

5　前節で確立した需要関数の性質にさらに加えて，一時的均衡の存在の議論は，境界条件（boundary condition）として知られる需要関数のいま一つの性質に重要な形で依存している。それは価格が許容しうる集合の境界に近づいた場合の需要関数の振舞いを特定化したもので，目下のモデルについてはつぎのような表現を与えられる。

境界条件　Q の点列 $\{q^{1k}\}$ について，

(a) $q^{1k}\to q^{1*}$ となって，その場合の p^{1*} のある成分か s^{1*} が0にひとしく，後者の場合は $T_i\geqq 2$ であるとき，しかも $p^{1*}\neq 0$，$\bar{b}_i\neq 0$，$\bar{m}_i\neq 0$ のいずれかが成り立つとき，あるいは

(b) $\|q^{1k}\|\to\infty$，すなわち p^{1k} のある成分か s^{1k} が無限に発散し，$T_i\geqq 2$ で，しかも s^{1k} が発散する場合には $\bar{b}_i\neq 0$ であるとき

には，$\xi_i^1(q^{1k})$ から任意に y_i^{1k} を選んで得られるどの点列 $\{y_i^{1k}\}$ についても，$\|y_i^{1k}\|\to\infty$ となる。

以下本節での推論の目的は，仮定5の下においてこの境界条件がかならず成り立つことを示す点にある。

命題 2　仮定5が付加される場合には，対応 ξ_i^1 は上記の境界条件を満たす。

証　明

(a)もし結論が成立せず，$\{y_i^{1k}\}$ が有界であったとしてみよう。すると $\{y_i^{1k}\}$ はある極限 y_i^{1*} に収束する部分列 $\{y_i^{1k'}\}$ をもつのでなくてはならない。

そこであらためてその部分列に対応する $\{q^{1k'}\}$ を考え，

$$\{q_i^{k'}\}\equiv\{q^{1k'}, \phi_i^2(q^{1k'}), \cdots\cdots, \phi_i^{T_i}(q^{1k'})\}$$

と定義すれば，仮定5からそれぞれの $\phi_i^t(q^{1k'})$ の値は Q のコンパクト集合に含まれるから，すべての t について $\phi_i^t(q^{1k'})$ を収束せしめるような $\{q_i^{k'}\}$ の部分列 $\{q_i^{k''}\}$ をとることができ，したがってその極限を q_i^* とすることができる。

ここで上記の点列 $\{q_i^{k''}\}$ について $\chi_i(q_i^{k''})$ を考えると，$\tilde{y}_i^{k''}\in\chi_i(q_i^{k''})$ で，かつ $\tilde{y}_i^{k''}$ の第1期の成分 $\tilde{y}_i^{1k''}$ が当初の $y_i^{1k'}$ から選ばれた $y_i^{1k''}$ に一致するように適当に $\{\tilde{y}_i^{k''}\}$ をつくることができる。この点列の $t=1$ の部分については，そのつくり方と背理法の仮定から $\tilde{y}_i^{1k''}\to y_i^{1*}$ となることはいうまでもない。また $t\geqq 2$ の部分についても，$q_i^{tk''}$ が厳密に正でしかもそれ自体が厳密に正の q_i^{t*} に収束するところから，$\tilde{y}_i^{tk''}$ はやはり有界の点列となり，したがってその部分列の

極限を y_i^{t*} とすれば，一般性を失うことなく $\tilde{y}_i^{tk''}\to y_i^{t*}$ と考えることができる。そこで，まとめて

$$y_i^*\equiv\{y_i^{1*}, y_i^{2*}, \cdots\cdots, y_i^{T_i*}\}$$

と定義すれば，$y_i^*\in\Gamma_i(q_i^*)$ となることはほとんど自明であろう。

そこでつぎにこの y_i^* が上記の予算制約の下で効用を最大化していなければならないことを示して，矛盾を導く。

まず仮定２，３および５，そして境界条件の仮定をも併せ考慮すれば，どの期の所得も厳密に正となることが分かるから，$\Gamma_i(q_i^*)$ はかならず内点をもつ。そこで $\Gamma_i(q_i^*)$ のなかから任意の $\bar{y}_i$ を選び，任意の $\lambda\in(0,1)$ を用いて $y_i^\lambda=\lambda\bar{y}_i$ と定義すれば，前述どおり $\Gamma_i(q_i^*)$ が内点をもちうることから，y_i^λ は q_i^* の下での予算制約式をすべて厳密な不等式で満たす。よって命題１の証明の場合と同じ推論を用いることにより，y_i^* は $\Gamma_i(q_i^*)$ のなかで効用 v_i を最大にしているのでなければならない。

ところが，これは矛盾である。事実(a)の仮定の下では $p^{1*}\omega_i^1+(s^{1*}+1)\bar{b}_i+\bar{m}_i$ がかならず正となるから，もしある財 h について $p_h^{1*}=0$ であれば，財 h が無限に買えることになり，仮定１の単調性から効用が限りなく増大する。また他方 $s^{1*}=0$ であれば，債券が限りなく買えることになり，これが来期の購買力となることによって，同様に効用が限りなく増大することになる。

(b)やはり結論に反して $\{y_i^{1k}\}$ が有界であったとし，矛盾が生じることを示せばよい。前と同様 $\{y_i^{1k}\}$ から y_i^{1*} に収束する部分列 $\{y_i^{1k'}\}$ を選び，それに対応して

$$\{\tilde{q}^{1k'}\}\equiv\left\{\frac{q^{1k'}}{\|q^{1k'}\|}\right\}$$

かつ

$$\{\tilde{q}_i^{k'}\}\equiv\{\tilde{q}^{1k'}, \phi_i^2(\tilde{q}^{1k'}), \cdots\cdots, \phi_i^{T_i}(\tilde{q}^{1k'})$$

とすれば，(a)の場合に準じた推論をつうじて，$\{\tilde{q}_i^{k'}\}$ からある極限 q_i^* に収束する部分列 $\{\tilde{q}_i^{k''}\}$ がとれ，これに対応する $\tilde{y}_i^{k''}\in\chi_i(\tilde{q}_i^{k''})$ の極限として，$\Gamma_i(\tilde{q}_i^*)$ のなかで効用を最大にする y_i^* が存在することになる。

ところが $\tilde{q}^{1*}$ で評価した第１期の予算制約式の右辺は，$\{s^{1k'}\}$ が有界である場合には $\tilde{p}^{1*}\omega_i^1$ のみとなって正，また $\{s^{1k'}\}$ が発散する場合には，$\tilde{p}^{1*}=0$ であっても $\bar{b}_i>0$ であることから，やはり正である。しかも貨幣の価格はゼロとなるから，$T_i\geqq 2$ であるかぎり，今期貨幣を無限に需要して，来期以降の効用を限りなく高めることができ，所期の矛盾が導かれる。

6　以上のところで個別的取引主体の最適化行動については考察し終えたので，ここで市場全体の均衡の記述に移ることにしよう。

すでに前節の議論により，すべての $q^1\in Q$ について $\xi_i^1(q^1)$ が定義可能である。そこでいまそれぞれの $\xi_i^1(q^1)$ から一点 (x_i^1, b_i, m_i^1) をとり出し，それらについてどのような条件が満たされれば，

全市場での均衡が成立することになるかを定式化しよう。まず財市場における均衡が

$$\sum_i \omega_i^1 = \sum_i \omega_i^1$$

という需給均等条件であらわされることはいうまでもないであろう。つぎに貨幣市場と債券市場の均衡についてはこうである。始めにも述べたように，このモデルでは中央銀行は債券の購入をつうじてのみ貨幣を創造しうるから，当初の貨幣賦存量 $M \equiv \sum_i \bar{m}_i$ に対して新たに $\varDelta M$ だけの量が創造されたとすれば，それは債券市場において $1/s^1 \cdot \varDelta M$ すなわち $r^1 \varDelta M$ だけの債券を購入するはずである。したがって，当初の債券の賦存量が $B \equiv \sum_i \bar{b}_i$ であれば，債券市場の均衡は

$$\sum_i b_i^1 + r^1 \varDelta M = B$$

という需給均等条件であらわされ，他方貨幣市場の均衡は

$$\sum_i m_i^1 = M + \varDelta M$$

という需給均等条件であらわされるであろう。

そこで，いまそれぞれの $q^1 \in Q$ に対して $(\sum_i x_i^1, \sum_i b_i^1, \sum_i m_i^1) \in \sum_i \xi_i^1(q^1)$ を用いて

$$(\sum_i x_i^1 - \sum_i \omega_i^1, \sum_i b_i^1 - \sum_i \bar{b}_i, \sum_i m_i^1 - \sum_i \bar{m}_i)$$

で定義されるベクトルの集合を $\zeta_C(q^1)$ で書くことにすれば，それは民間の消費主体に関する総超過需要対応 $\zeta_C: Q \to R^{n+2}$ を定義し，また同じく各 $q^1 \in Q$ に対して

$$(0, \quad -r^1 \varDelta M, \quad -\varDelta M)$$

を関連させる対応 $\zeta_B(q^1)$ を考えれば，それは中央銀行の超過需要対応 $\zeta_B: Q \to R^{n+2}$ を定義することになる。すると全経済の超過需要対応 $\zeta: Q \to R^{n+2}$ は

$$\zeta \equiv \zeta_C + \zeta_B$$

で定義され，前のパラグラフの３組の需給均衡条件が成立することは

$$0 \in \zeta(q^1)$$

が成立することと等義となる。

前節で明らかにしたように，各個別主体 i について対応 ξ_i^1 はコンパクト値，凸値かつ優半連続であるから，対応 ζ もまた明らかにコンパクト値，凸値かつ優半連続である。また各主体の今期の予算制約式を足し合わせることにより

$$p^1(\sum_i x_i^1 - \sum_i \omega_i^1) + s^1(\sum_i b_i^1 + r^1 \varDelta M - B) + (\sum_i m_i^1 - M - \varDelta M) = 0$$

が成り立つところから，いわゆるワルラスの法則

$$q^1 z^1 = 0 \text{ for all } z^1 \in \zeta(q^1) \text{ and all } q^1 \in Q$$

が成り立つことも明らかであろう。

よって残された問題は，これらの ζ の性質を利用しつつ，$0 \in \zeta(q^{1*})$ となるような $q^{1*} \in Q$ の存

在を示すことのみとなった。

7　以下存在証明の推論には，もっぱら今期の価格と今期の超過需要量しか現われてこないので，それらの上添字の1はすべて省略して議論を進めることにしたい。すると本節の課題は，つぎの内容の基本定理を証明することとして要約できよう。

定　理　仮定1，2，3および4がすべての取引主体について満たされているとし，さらに加えて，$T_i \geqq 2$ で，しかも仮定5を満たすような主体が少なくとも1人はいるとする。そのとき当該の経済には，一時的均衡が存在する。すなわち $0 \epsilon \zeta(q^*)$ となるような $q^* \epsilon Q$ が存在する。

証　明

まず非空，コンパクト，凸部分集合の増加列 $Q^1 \subset Q^2 \subset \cdots\cdots$ を考え，それが $\cup_\nu Q^\nu = Q$ の条件を満たすものとする。そのような $\{Q^\nu\}$ の例としては

$$Q^\nu \equiv \{\tilde{q} \epsilon R^{n+1}_{++} \mid \|\tilde{q}\| \leqq \nu,\ \tilde{q}_h \geqq \frac{1}{\nu} \text{ for all } 1 \leqq h \leqq n+1\} \times \{1\}$$

ここで

$$\tilde{q} = (p, s),\ q = (\tilde{q}, 1)$$

のようなものを考えれば足りるであろう。(8)

そうした上で，対応ζをそれぞれの Q^ν に制限して考えることにしよう。するとζはコンパクト値かつ優半連続であり，Q^ν はコンパクトであるから，$\zeta(Q^\nu)$ はコンパクトとなって，その凸包 $\mathrm{co}\,\zeta(Q^\nu) \equiv Z^\nu$ もまたコンパクトである。そこで Z^ν の点 z^ν に，Q^ν の上で $q^\nu z^\nu$ を最大化するような q^ν の集合を関連づける対応を μ とし，他方 Q^ν から Z^ν への対応を ζ とみなして，$\varphi(q^\nu, z^\nu) \equiv \mu(z^\nu) \times \zeta(q^\nu)$ によって $Q^\nu \times Z^\nu$ から同じく $Q^\nu \times Z^\nu$ への対応φを定義する。(9) Q^ν, Z^ν がいずれも非空，コンパクトかつ凸であるところから，$Q^\nu \times Z^\nu$ もまた非空，コンパクトかつ凸であり，μ, ζ がいずれも優半連続であるところから，φもまた優半連続である。ゆえにφは角谷の不動点定理によって不動点 $(q^{\nu*}, z^{\nu*})$ をもち，これは $q^{\nu*} \epsilon \mu(z^{\nu*})$ かつ $z^{\nu*} \epsilon \zeta(q^{\nu*})$ であることと等義である。

すると $q^{\nu*} \epsilon \mu(z^{\nu*})$ から $q^\nu z^{\nu*} \leqq q^{\nu*} z^{\nu*}$ for all $q^\nu \epsilon Q^\nu$ であることがいえ，また $z^{\nu*} \epsilon \zeta(q^{\nu*})$ から $q^{\nu*} z^{\nu*} \leqq 0$ であることがいえるから，結局われわれは

$$q^\nu z^{\nu*} \leqq 0 \quad \text{for all } q^\nu \epsilon Q^\nu$$

という重要な帰結を得たことになる。

ところで，このようにして得られた $z^{\nu*}$ の点列 $\{z^{\nu*}\}$ は有界であり，したがってそれは収束する部分列 $\{z^{\nu'*}\}$ をもつ。そこでその極限を z^* とする。

注（8）　上記の Q^ν のつくり方については，丸山徹『経済数学講義ノート』VIII, pp. 16-17に負う。

（9）　この種の推論構成については，たとえば G. Debreu, *Theory of Value,* 1959, pp. 82-83（丸山徹訳『価値の理論』, pp. 139-140）参照。

他方 Q^ν のつくり方から，任意の $q \in R_+^{n+1} \times \{1\}$ に対して $q^\nu \in Q^\nu, q^\nu \to q$ となる点列 $\{q^\nu\}$ がかならず存在する。ところが前に得た帰結として $q^\nu z^{\nu *} \leqq 0$ for all ν が成立しているから，q^ν の極限 q と $z^{\nu' *}$ の極限 z^* についても

$$qz^* \leqq 0$$

が成立するのではなくてはならない。

さてこの帰結から $z^* \leqq 0$ を導き出すには，つぎのように考えればよい。まず q は $R_+^{n+1} \times \{1\}$ の任意の元であるから，$q=(0, 0, \cdots\cdots, 0, 1)$ をとると，ただちに

$$z_{n+2}^* \leqq 0$$

を得る。そこでつぎに λ を任意の非負の数として $q=(\lambda, 0, \cdots\cdots 0, 1)$ をとると，$qz^*=\lambda z_1^*+z_{n+2}^* \leqq 0$ とならねばならないが，ここでもし $z_1>0$ であるとすれば，λ を任意に大きくすることによって矛盾が生じる。よって

$$z_1^* \leqq 0$$

でなくてはならない。以下 $q=(0, \lambda, 0, \cdots\cdots 0, 1)$ 等々とすることによって，

$$z_2^* \leqq 0$$

等々が順次に導かれ，

$$z^* \leqq 0$$

とならねばならないことが分かる。

つぎに $q^{\nu *}$ の点列 $\{q^{\nu *}\}$ もまた有界である。なぜなら，もしそうでないとすれば，定理の仮定により $T_i \geqq 2$，$\bar{b}_i \neq 0$ で，しかも仮定5を満たす主体が1人でもいる以上，前に証明した命題2からかならず $\|z^{\nu *}\| \to \infty$ となって，$\{z^{\nu *}\}$ の有界性に矛盾が生じるからである。したがって $\{q^{\nu *}\}$ は収束部分列 $\{q^{\nu' *}\}$ をもち，その極限を q^* とすることができる。すると q^* はかならず $R_{++}^{n+1} \times \{1\}$ の元になっている。事実もし $q^* \in \partial R_+^{n+1} \times \{1\}$ であったとすれば，命題2からふたたび $\|z^{\nu *}\| \to \infty$ となり，$\{z^{\nu *}\}$ の有界性に矛盾した結果とならざるをえない。よって定理の仮定の下では，q^* の成分はすべて厳密に正となることが明らかにされた。

最後に厳密な等式

$$z^* = 0$$

が成り立つことは，よく知られているように，上に証明した二命題 $z^* \leqq 0, q^* > 0$ とワルラス法則 $q^* z^* = 0$ のストレートな含意である。

8　前節までのところで，われわれは本稿での主要な課題をほぼ考察し終えたことになる。ここで一二のリマークをつけ加えて，稿を閉じることにしたい。

前にも述べたように，$s^1>s_i^2+1$ の場合には，個人は今期の貯蓄をもっぱら貨幣の形でのみ保有し，$s^1<s_i^2+1$ の場合には，もっぱら債券の形でのみ保有する。したがって，いまもし $s^1\leqq 1$ であったとすれば，どの個人にとっても $s_i^2>0$ である以上，今期の総貨幣需要はゼロとなるほかはなく，$M+\varDelta M>0$ の仮定の下で貨幣の需給均衡が成立することはまったく不可能である。よって s^1 の均衡値 s^{1*} は，たんに $s^{1*}>0$ であるばかりでなく，$s^{1*}>1$ というより強い条件をも満たすと考えるべきであろう。これは均衡点においては，利子率の値 r^{1*} が 1 を下回らなければならないことを意味するものである。

つぎに非弾力的な予想の仮定すなわち第 3 節の仮定 5 がなぜ要請されねばならないかについて，若干説明を補足しておくことにしよう。この点についてはグランモンに倣い，財の種類が 1 種類で，しかも各取引主体の計画が今期と来期の 2 期のみに限定される簡単な事例を用いて，図示するのが便利である。(10)

この事例の場合，代表的な個人の予算制約式は

$$(8.1)\quad \begin{aligned} &p^1x_i^1+s^1b_i^1+m_i^1=p^1\omega_i^1+(s^1+1)\bar{b}_i+\bar{m}_i \\ &p_i^1x_i^2+s_i^2b_i^2+m_i^2=p_i^2\omega_i^2+(s_i^2+1)b_i^1+m_i^1 \end{aligned}$$

のように書きあらわせるが，(11) ここで第 2 期が最終期であるところから $b_i^2=0$，$m_i^2=0$ となることを考慮にいれ，また債券の収益率 g_i を

$$g_i=\frac{(s_i^2+1)-s^1}{s^1}\ \text{すなわち}\ 1+g_i=\frac{s_i^2+1}{s^1}$$

と定義すれば，つぎのように推論することが可能となる。

まず $g_i>0$ の場合には，この個人の貯蓄はすべて債券の形で保有されるから，$m_i^1=0$ となり，したがって上記の予算制約式の右辺から変数を消去して，

$$(8.2)\quad \begin{aligned} &p^1x_i^1+\frac{p_i^2}{1+g_i}x_i^2=p^1\omega_i^1+\frac{p_i^2}{1+g_i}\omega_i^2+(s^1+1)\bar{b}_i+\bar{m}_i \\ &p^1x_i^1\leqq p^1\omega_i^1+(s^1+1)\bar{b}_i+\bar{m}_i \end{aligned}$$

を得る。(12) すなわちこれらの制約式の右辺はいずれも既知の項ばかりとなったわけであり，そこでこの個人の消費をそれぞれ両軸にとって，それらの可能な組合わせ (x_i^1, x_i^2) を第 1 図のごとくに描いてみることが可能となる。(8.2) の第 1 式の制約は，図では直線 QB によってあらわされており，したがってその勾配が価格比 p^1: $p_i^2/(1+g_i)$ をあらわすことになっている。他方第 2 式の制約は，消費の組合わせが直線 PB 上あるいはその左側にこなければならないことで示されており，ここで

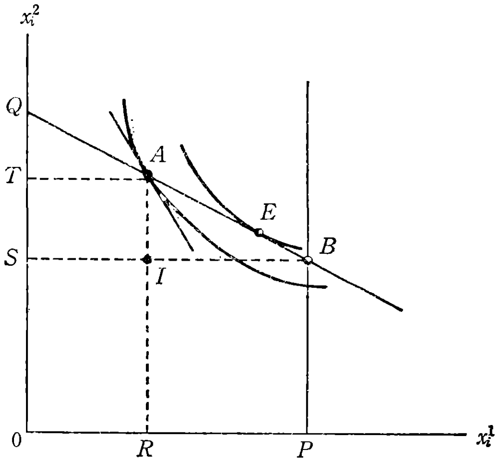
注 (10) 以下の考察については，Grandmont, *Money and Value*, pp. 136–138を参照。

(11) 仮定 1 の単調性により，これらの予算制約式はいずれも等式で成り立つと考えて差支えない。

(12) (8.2) の第 1 式は，(8.1) の第 2 式から

$$s^1b_i^1=\frac{p_i^2}{1+g_i}x_i^2-\frac{p_i^2}{1+g_i}\omega_i^2$$

を求め，それを同じく (8.1) の第 1 式に代入することによって，また (8.2) の第 2 式は，$s^1>0$，$b_i^1\geqq 0$ であることを考慮して，(8.1) の第 1 式の左辺から $s^1b_i^1$ を控除することによって得られる。



第１図

$$OP=\omega_i{}^1+\frac{(s^1+1)\bar{b}_i+\bar{m}_i}{p^1}$$

である。ゆえに $x_i{}^1=OP$ とすれば，第１式から $x_i{}^2=\omega_i{}^2$ とならねばならず，明らかに

$$OS=\omega_i{}^2$$

となる。また

$$OR=\omega_i{}^1$$

とすれば，同様に第１式から

$$OT=\omega_i{}^2+\frac{(s^1+1)\bar{b}_i+\bar{m}_i}{\frac{p_i{}^2}{1+g_i}}$$

となることがただちに知られるであろう。

他方 $g_i<0$ の場合には，$b_i{}^1=0$ となり，やはりもとの予算制約式（8.1）から

$$(8.3)\quad \begin{aligned} &p^1x_i{}^1+p^2x_i{}^2=p^1\omega_i{}^1+p_i{}^2\omega_i{}^2+(s^1+1)\bar{b}_i+\bar{m}_i \\ &p^1x_i{}^1\leqq p^1\omega_i{}^1+(s^1+1)\bar{b}_i+\bar{m}_i \end{aligned}$$

の２式を得る[13]。よって前と同様の要領で，（8.3）に制約される（$x_i{}^1, x_i{}^2$）の組合わせを同じ第１図を準用して図示することができる。ただしこんどの場合，直線 QB の勾配が p^1: $p_i{}^2/(1+g_i)$ ではなく p^1: $p_i{}^2$ となること，また

$$OT=\omega_i{}^2+\frac{(s^1+1)\bar{b}_i+\bar{m}_i}{p_i{}^2}$$

となることはいうまでもない。

いずれにせよ第１図を眺めることによって，個人 i の今期の最適消費量が初期賦存量 $\omega_i{}^1$ を越え

注（13）（8.3）の第１式は，（8.1）の両式を辺々加え合わせ，その両辺から $m_i{}^1$ を消去することによって，また第２式は，$m_i{}^1\geqq 0$ であることを考慮し，（8.1）の第１式左辺から $m_i{}^1$ を控除することによって得られる。

るのは，すなわち図の点Eが点Aの右側に来るのは，点Aでの無差別曲線の傾斜が予算線QBの傾斜よりもより急な場合，しかもその場合のみであることがただちに分かる。そしてその条件が，$g_i>0$ のときは

$$\left.\frac{\dfrac{\partial u_i}{\partial x_i^1}}{\dfrac{\partial u_i}{\partial x_i^2}}\right|_{\text{at }A}>\frac{(1+g_i)p^1}{p_i^2}>\frac{p^1}{p_i^2}$$

で，また $g_i<0$ のときは

$$\left.\frac{\dfrac{\partial u_i}{\partial x_i^1}}{\dfrac{\partial u_i}{\partial x_i^2}}\right|_{\text{at }A}>\frac{p^1}{p_i^2}>\frac{(1+g_i)p^1}{p_i^2}$$

で示されることも明らかであろう。要するに，点Aでの限界代替率が価格比 p^1/p_i^2，$(1+g_i)p^1/p_i^2$ のいずれをも越えることが，g_i の正負のいかんにかかわらず，超過需要が発生するための条件となっているのである。

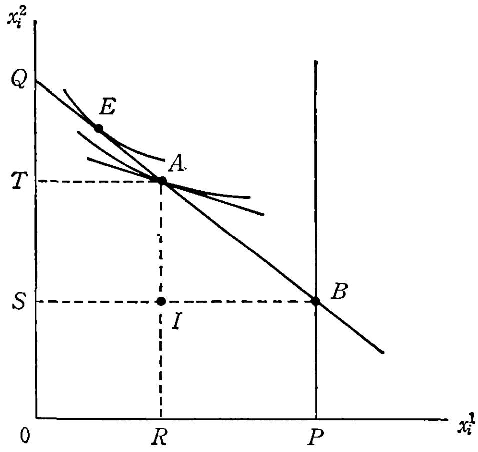
以上のところが理解されれば，どんな現在価格の下においても財の総超過需要量がゼロとはなりえない事例をつくることは容易である。いま個人 i の効用関数がとりわけ

$$u_i(x_i^1, x_i^2)=U_i(x_i^1)+\delta_i U_i(x_i^2)$$

のような加法的な形をしており，U_i は厳密に凹で，また割引率 δ_i については $0<\delta_i\leqq 1$ であるとしてみよう。すると，もし初期賦存量の点 $I\equiv(\omega_i^1, \omega_i^2)$ において条件

$$\frac{U_i'(\omega_i^1)}{\delta_i U_i'(\omega_i^2)}>\frac{p^1}{p_i^2}\text{ and }\frac{(1+g_i)p^1}{p_i^2}\quad\text{for all }(p^1, s^1)$$

が満たされているならば，$(s^1+1)\,\bar{b}_i+\overline{m}_i>0$ である以上は，どんな現在価格の下でも，個人 i の財需要量はその初期賦存量 ω_i^1 を越えざるをえない。したがって，もしすべての個人の予想が将来価格に関して上記の条件を満たすような偏向をもっているとすれば，どんな現在価格をもってして



第2図

も財の総超過需要量をゼロにすることは不可能である。かりに p^1 を限りなく高くしたとすれば，$(s^1+1)\ \bar{b}_i+\overline{m}_i/p^1$ は限りなくゼロに近づき，したがって図の点Bは限りなく点Iに近づくであろう。このことは実質残高効果をつうじて総超過需要量を意のままに小さくできることを意味しているが，そうだからといって貨幣の価格をプラスにしたまま一時的均衡が成立することは，上記の条件の下では絶対に不可能なのである。

ところで上にあげた事例は，どんな現在価格の下においても財のプラスの総超過需要が消滅することのない事例であるが，逆にマイナスの総超過需要すなわち総超過供給が存在しつづける事例を構成することも困難ではない。いま第2図のような事態を考え，そこで初期賦存量の点Iから垂直に点Aに向かって上っていった場合，無差別曲線の傾斜は次第に急になっていくが，それには上限があって，どんなに p^1 が安くなっても，価格比はその無差別曲線の傾斜の上限より急傾斜でありつづけるとしてみる。すなわち当該の上限をνとして，条件

$$\nu<\frac{p^1}{p_i^2}\ \text{and}\ \frac{(1+g_i)p^1}{p_i^2}\qquad \text{for all }(p^1, s^1)$$

が成立していると考えてみるのである。もしどの個人についても価格予想がそのような偏向をもっているとすれば，前の事例の場合と同様どんな現在価格をもってしても財の総超過供給をゼロとすることはできず，ふたたび一時的均衡の存在は不可能とならざるをえないであろう。

これらの事例の考察から，われわれは一般につぎのような教えを学びとることができる。すなわち一時的均衡が存在し，現在価格の集合のどこかに今期の越過需要をゼロならしめるような組が見出されるためには，現在価格と予想将来価格との比率はある広い範囲にわたって動きうる余地をもつのでなくてはならず，その結果として現在の需要と将来の需要とのあいだに十分な異時的代替効果が発生するのでなくてはならない。仮定5はそのような効果を保証するためにこそ要請されているのであって，もしそれが満たされず，現在価格の任意の変化に対し予想将来価格もまた無制限にそれに倣った反応をとるとすれば，現在と将来との相対価格比は伸縮性を失い，所望の調整能力を発揮しえなくなるのである。

この見地からすれば，新古典派の議論にしばしば登場する予想の弾力性1の事態は，典型的に一時的均衡が存在しにくい「危険な」事態を代表しているのであって，注意を要する。というのは，もし予想関数が現在価格に関して1次同次で，後者の変化がすべての予想価格を同一比例的に変化せしめるとすれば，それらのあいだの相対価格比は不変となり，異時的代替効果がまったくひき起こされないことになってしまうからである。その場合，市場調整の責務はあげて実質残高効果にふりかかってくることになるが，後者のみが独力でその任を全うしうるかどうかは確かなところではない。周知のように，ピグウそしてドン・パティンキン以来，貨幣経済での均衡成立メカニズムについては，しばしばつぎのような説明が援用されてきた。すなわちもし価格がきわめて低くなれば，初期実質残高の値が大となるので，財市場には超過需要が発生し，また逆に価格がきわめて高くなれば，初期実質残高の値が小となるので，財市場には超過供給が発生する。ゆえに超過需要関数の

連続性を考えれば，その間のどこかに価格の一意的な均衡値があるにちがいないといったたぐいの議論がそれである。この種の議論は，とりわけ今日のマクロ経済学の分野において，原理的には一応正当視され，ただ経験上その量的な効果の大きさが疑問とされるのがつねである。しかし，その後ハーンが指摘したように，実質残高効果は正確には理論上も一時的均衡の存在を保証するのに不十分なのであって，後者の目的のためにはかつてヒックスやランゲが重視した異時的代替効果の作用を看却視するわけにはいかないのである。仮定5の枢要な役割は，少なくとも1人の取引主体について予想価格の現在価格に対する不感応性を要請することによって，そのような時間をつうじての代替効果の働きを議論のなかに復元するところにあるといってよいであろう。

（経済学部教授）