Title	在庫変動の短期マクロ動学モデル
Sub Title	A macroeconomic dynamic model on inventory fluctuations
Author	小野崎, 保
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1986
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.79, No.2 (1986. 6) ,p.214(84)- 233(103)
JaLC DOI	10.14991/001.19860601-0084
Abstract	
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19860601-0084

在庫変動の短期マクロ動学モデル*

小野﨑　保

I　序

短期的な経済変動を説明する要因として，在庫水準の変動が重要であることは多言を要さない。在庫変動の伝播過程を解明することは，マクロ動学理論の主要な課題の一つとなっている。この課題に関する先駆的な業績は Metzler〔8〕によってなされたが，その後30余年もの間，マクロ理論では在庫は等閑に付されていた。1970年代に入ってからはようやく文献が散見されるようになり，80年代になってその数はさらに増えている。代表的なものに鴇田〔16, 17〕, Maccini〔7〕, Blinder〔1〕, Blinder and Fisher〔2〕などがある。これらは主に，右下がり需要関数に直面した独占的あるいは寡占的企業の最適な価格設定及び在庫蓄積行動に焦点を当て，これを基にマクロ動学モデルを構築している。

こうした系譜とは別に，小谷〔12, 13, 14〕は流通過程の抽象として在庫ストック市場を定式化した。在庫市場とは流通業者が財の在庫ストックを取り引きする場であり，在庫ストックに対する

* 本稿の作成にあたり，慶應義塾大学経済学部富田重夫教授，細田衛士助手，及び本誌レフェリーより有益なコメントや助言を頂いた。ここに記して謝意を表したい。しかしながら，残された問題点及びありうべき誤謬は，すべて筆者が負うものである。

総需要と全存在量とが一致するように価格が決定される。この分析枠組を価格決定メカニズムとみなすと，上述の独占的あるいは寡占的企業の価格設定メカニズムとは著しく対照的であることが理解される。なお，小谷モデルは，Hicks〔4〕による伸縮価格市場に関する叙述の定式化となっているという事実は，注目に値すると思われる。その箇所を次に引用してみよう。

「固定価格市場では，保有される在庫は，当該財の売却もしくは購入に特化している企業によって保有され，仲介取引業者は存在しないであろう（あるいは存在するように思われる場合は，それら仲介取引業者は，事実上売手もしくは買手の支配下に置かれているのである)。これに対して，仲介取引業者——独立した仲介取引業者——すなわち，場合に応じて購入したり売却したりする取引業者が存在することが，伸縮価格市場の特徴なのである。

われわれがKeynesから学んだ最も重要な事柄のひとつは，伸縮価格市場においては，価格は財に対する現在の需要と，顕在化しつつある新規の供給とによって決定されているように見えるが，実際には，取引業者の在庫保有意欲によって決定されているのだ，ということである。市場の均衡はストック均衡であって，フロー均衡ではない。Keynesはこの点を（『一般理論』において）主に金融市場に関して強調したが，それが全く一般的に——在庫が保有されるすべての市場に対して——成立することは明白である。(pp. 24-25)」

本稿の目的は，小谷による在庫市場の定式化を重要な構成要素とする短期マクロ動学モデルを構築し，そのワーキングを分析することにある。モデルの特徴は，教科書的なKeynes流モデルの均衡をスペシャル・ケース（短期均衡）として内包していること，そしてかかるKeynes的短期均衡への動学的調整過程を在庫変動過程として描写しうることである。なお，小谷の分析枠組をマクロ・モデルに導入した例に宇沢〔18〕があるが，彼がかなり複雑な二財モデルを分析したのに対し，本稿のモデルは単一財から成る比較的簡単なものとなっている。単純化によるメリットは，よりヴィヴィッドに在庫変動過程を描出し得ることに外ならない。

II モデル

企業，流通業者，家計の三部門から成る単一財モデルを考える。企業は労働を雇用し，財を生産する。生産された財は直ちに流通業者に受け渡され，流通業者の在庫ストックに付加される。家計からの需要に対して，流通業者は在庫ストックの取り崩しによって対応する。家計は，直接企業から財を買うことはできない，と仮定されている。貨幣（現金通貨）以外の金融資産に短期債券と株式があるが，この両者は家計によってのみ保有されるものと仮定する。短期債券は，流通業者が運転資金を借り入れる目的で発行され，公開市場で取り引きされる。家計は，財を需要するほか，これら金融資産のポートフォリオを選択する役割も果たす。

II—1　企業の行動

本稿では，時間的視野を Marshall の意味での短期に限定するので，国民総生産 Y は，労働雇用量 N のみの関数となる。すなわち，

(1)　$Y(t)=F(N(t))$

である。ただし t は時間変数である。生産関数は，次の性質を満たすものとしよう。

仮定 1

$F(0)=0 \qquad F_N(N)>0 \qquad F_{NN}(N)<0$

$\lim_{N\to\infty} F_N(N)=0 \qquad \lim_{N\to 0} F_N(N)=\infty$

労働雇用量は，過去における雇用契約により歴史的に決まっているストック量であり，その調整（解雇あるいは新規雇用）には追加的な費用がかかるものと考える。この雇用調整費用を $A(\dot{N})$ で表せば，これは一般に，

$A(\dot{N})>0 \qquad A(0)=0$

$\dot{N}\gtreqless 0$ に対して $A'(\dot{N})\gtreqless 0 \qquad A''(\dot{N})>0$

という性質を満足することを要求される。このようなものとして，ここでは簡単化のために，

(2)　$A(\dot{N})=\frac{1}{2}\eta\dot{N}^2 \qquad \eta>0$

と特定化する。また，雇用契約と同時に賃金契約もなされるのが通例であり，しかも契約賃金の改訂は一定の期間を置いて行われるものであるから，少なくとも短期においては，貨幣賃金 W は固定的とみなすことができる。

さて，本稿の主眼は在庫変動過程の分析にあるので，景気変動を生ぜしめる他の要因を除去するため，設備投資は捨象する。以上の前提の下で，企業の最適化行動は次のようになる。すなわち，

(3)　$\max_{N(s)} \int_t^\infty [P(t)Y(s)-WN(s)-P(t)A(\dot{N}(s))]e^{-r(t)(s-t)}ds$

subject to $N(t)=N_0>0$

である。ここで，$P(t)$ と $r(t)$ は，それぞれ，t 時点で成立している財の価格及び短期債券の名目利子率を表しており，いずれも，t 時点で観察された値がそのまま将来も続くと予想されるものとする。(1)，(2)式を用いて問題(3)を書き直すと，

$$\max_{N(s)} P(t)e^{r(t)t}\int_t^\infty\left[F(N(s))-\frac{W}{P(t)}N(s)-\frac{1}{2}\eta\{\dot{N}(s)\}^2\right]e^{-r(t)s}ds$$

となる。この変分問題の解は，Euler 方程式

(4)　$\ddot{N}(s)=\frac{1}{\eta}\left[\frac{W}{P(t)}-F_N(N(s))\right]+r(t)\dot{N}(s)$

の解で，

$$\text{(5)}\quad \lim_{s\to\infty} N(s)=\tilde{N} \qquad \text{ただし}\ \frac{W}{P(t)}=F_N(\tilde{N})$$

を満足するものである。[1]（4）式を直接解くことはできないので，解軌道を位相図で調べることにする。（4）式で $\dot{N}(s)=E(s)$ とおき，

$$\text{(6)}\quad \begin{aligned} \dot{E}(s)&=\frac{1}{\eta}\left[\frac{W}{P(t)}-F_N(N(s))\right]+r(t)E(s)\\ \dot{N}(s)&=E(s)\end{aligned}$$

という連立微分方程式体系に書き換えよう。これより，

$$\left.\frac{dN}{dE}\right|_{\dot{E}=0}=\frac{\eta r}{F_{NN}(N)}<0$$

が導かれる。従って，均衡の近傍での解軌道を描けば第1図のようになる。（6）式より明らかに，$\dot{N}=0$ と $\dot{E}=0$ の交点では $\frac{W}{P(t)}=F_N(N)$ が成り立っているので，条件（5）を考慮すれば，（4）式の解軌道は第1図の太線の矢印で描かれていることになる。これを均衡の近傍で線形近似したものが，

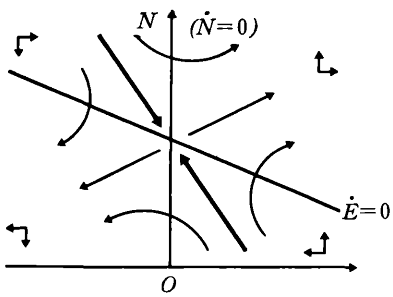
$$E(s)=-\lambda N(s)+\mu \qquad \lambda,\ \mu>0$$

と書けるものとしよう。これを時間に関して微分し，$E(s)=\dot{N}(s)$ 及び（4）式を用いれば，

$$-\lambda\dot{N}(s)=\frac{1}{\eta}\left[\frac{W}{P(t)}-F_N(N(s))\right]+r(t)\dot{N}(s)$$

となり，これを整理して，

$$\text{(7)}\quad \dot{N}(s)=\alpha\left[F_N(N(s))-\frac{W}{P(t)}\right] \qquad \alpha\equiv\frac{1}{\eta(r+\lambda)}>0$$



第1図

注（1） 周知のように，無限時限の変分問題では transversality condition は満たされない可能性がある。この場合，もし問題の目的関数が，陽表的には割引項を通じてしか時間変数に依存しないという意味で autonomous なものであれば，解軌道は定常状態（解軌道を X とすれば $\dot{X}=\ddot{X}=0$ となる状態）に向かうとみなすことが許されている。詳しくは Kamien and Schwartz（6）(Part I, Section 15) を参照のこと。

を得る。以下では企業の最適化経路を，この（7）式で近似することにしよう。従って，t 時点における企業の行動は，

$$(8)\quad \dot{N}(t)=\alpha\left[F_N(N(t))-\frac{W}{P(t)}\right]\qquad \alpha>0$$

によって表されることになる。

II—2　流通業者の行動と在庫ストック市場(2)

企業によって生産された財は，後に述べるように在庫市場で成立している価格で，すべていずれかの流通業者に受け渡される。既述のように，家計は流通業者を通じてしか財を買うことはできない。家計に提示される価格は，在庫市場で成立している価格に一定のマーク・アップを上乗せしたものと考え，以下では，在庫市場価格のみを考察の対象とする。

企業から流入してくる財のフロー量と，家計に流出していく財のフロー量とは必ずしも一致しないので，それらの乖離に対応するために，流通業者は buffer stock としての在庫を保有しなければならない。このinflow と outflow との乖離の度合に応じて，ある流通業者は過剰在庫を抱え，またある流通業者は在庫枯渇に直面する可能性が生ずる。このとき，過剰在庫を抱えた流通業者が，在庫不足の流通業者に過剰分を売却する場が，在庫ストック市場である。この市場での取引は，上述の目的によるもののみではない。流通業者間で価格予想が異なれば，価格の下落を予想している流通業者から，価格の上昇を予想している流通業者へ在庫ストックが売却されるであろう。いずれにせよ，在庫ストック市場においては，ある時点での全在庫ストック存在量と，当該時点での在庫ストックに対する総需要量とが一致するように，価格が決定される(3)。

ここで，小谷〔14〕に倣って，流通業者の利潤最大化行動に基づく在庫需要関数を導出しておこう。生産企業の場合と同じく，流通業者の予想形成も static なものと想定しよう。すなわち，t 時点で実現した在庫ストック価格 $P(t)$，利子率 $r(t)$，在庫搬入量 $Y(t)$，在庫搬出量（家計の財の総需要量）$X(t)$ が，当座は変化せずにそのまま続くと予想するのである(4)。また，家計に提示する販売価格は，在庫市場で成立している価格にマーク・アップを上乗せしたものとし，その率mは一定であると仮定しよう。さらに，流通業者には，在庫保有に伴う費用及び家計に対する販売活動に伴う費用がかかるものと考え，これを総括的に，$D(V,X)$ で表すことにする。ここで，Vは，流通

注（2）　本節の叙述は，小谷〔12, 13, 14〕に負っている。

（3）　このような在庫ストック市場は，従来の経済理論においては等閑に付されてきたが，小谷が指摘するように，現実の経済には数多く存在している。

また，この在庫市場における価格決定メカニズムは，Keynes 流の，貨幣市場での利子率決定メカニズムに極めて類似していることに留意すべきであろう。その理由は，言うまでもなく，両者ともいわゆる‘ストック均衡’だからである。

（4）　従って，投機的動機による在庫保有は存在しないことになる。在庫保有によるキャピタル・ゲイン（あるいはロス）は，static な予想が事後的にはずれたときにのみ生ずる。

業者の在庫ストック保有量である。$D(\cdot\cdot)$ について，

仮定 2

$D_V<0 \qquad D_{VV}>0 \qquad D_{VX}<0$

を満たすものと仮定しよう。初めの 2 つは，在庫増加に伴う費用の節約が存在するが，その限界的な節約分は逓減的であることを表している。この経済学的意味を説明すれば次の通りになる。低い在庫水準においては売り切れが発生し「暖簾」を失ってしまう危険がある。かかる危険負担を一種の費用とみなせば，在庫が増加するにつれ費用が節約されることになる。さらに，逓増的な在庫持ち越し費用を想定すれば，費用の節約分は逓減的となる。最後の仮定は，販売量を所与とすると，在庫増加に伴って上述の危険負担費が減少することを意味している。別言すれば，在庫水準を所与とすると，販売量の増加に伴って「暖簾」を失うことから生ずる損失が小さくなることを意味している。

さて，$\tilde{V}$ で，流通業者にとって t 時点において所与である在庫ストック保有量を表し，$V(t)$ で流通業者の t 時点における在庫ストック需要量を表すことにしよう(5)。そうすると，$V(t)$ は

$$\max_{V(t)} \int_t^{\infty} [P(t)(1+m)X(t)-P(t)Y(t)]e^{-r(t)(s-t)}ds$$

$$-\int_t^{\infty} P(t)D(V(s), X(t))e^{-r(t)(s-t)}ds-P(t)[V(t)-\tilde{V}]$$

$$\text{subject to } V(s)=\int_t^{s} [Y(t)-X(t)]d\tau+V(t)$$

$$=\{s-t\}[Y(t)-X(t)]+V(t)$$

という最大化問題の解とならねばならない。何故なら，目的関数が，流通業者が t 時点で $V(t)$ の在庫ストックを保有することによって得られるであろう，ネット・キャッシュフローの割引現在価値を表しているからである。この最大化問題の 1 階の条件は，

$$(9) \quad -\int_t^{\infty} D_V(V(s), X(t))e^{-r(t)(s-t)}ds=1$$

$$\text{ただし} \quad V(s)=\int_t^{s} [Y(t)-X(t)]dt+V(t)$$

となる。これを $V(t)$ について解けば，

注（5） この定義より明らかに，$V(t)-\tilde{V}>0$ である流通業者はその分だけ購入し，$V(t)-\tilde{V}<0$ である流通業者はその分だけ売却する。

(10)　$V(t)=V(r(t), X(t), Y(t))$

が得られる[(6)]。ここで，

$$V_r=\frac{\int_t^\infty D_V\{s-t\}e^{-r(t)(s-t)}ds}{\int_t^\infty D_{VV}e^{-r(t)(s-t)}ds}<0$$

$$V_X=\frac{\int_t^\infty (D_{VV}\{s-t\}-D_{VX})e^{-r(t)(s-t)}ds}{\int_t^\infty D_{VV}e^{-r(t)(s-t)}ds}>0$$

$$V_Y=\frac{\int_t^\infty D_{VV}\{t-s\}e^{-r(t)(s-t)}ds}{\int_t^\infty D_{VV}e^{-r(t)(s-t)}ds}<0$$

である。ここで次の補題を得る。

補題 1

$$V_X+V_Y=-\frac{\int_t^\infty D_{VX}e^{-r(t)(s-t)}ds}{\int_t^\infty D_{VV}e^{-r(t)(s-t)}ds}>0$$

補題 2

$|V_X|>|V_Y|$

以上で，流通業者の在庫ストック需要関数（10）が求まった訳だが，これを用いれば，在庫ストック市場の均衡条件は，

(11)　$Z(t)=V(r(t), X(t), Y(t))$

で表される。ここで，$Z(t)$ は t 時点に存在する全在庫ストック量である。

最後に，全在庫ストック存在量は，総生産量 Y と総需要量 X との乖離分だけ変化する。すなわち，

(12)　$\dot{Z}(t)=Y(t)-X(t)$

である。

注（6）　陰関数定理によって，$V(\cdots)$ の存在が保証される。

II—3　家計の行動と金融市場

家計は毎時点消費と貯蓄を行う。前述の通り，企業の設備投資を無視し，さらに政府の活動も無視すれば，総需要は家計の消費支出に等しくなる[(7)]。すなわち，

(13)　$X(t)=C(Y(t),r(t))$

である。ここで，$C(\cdot\cdot)$ は標準的な消費関数で[(8)]，

仮定 3

$1>C_Y>0 \qquad C_r<0$

という性質を満たすものとしよう。

家計の貯蓄活動は，貨幣のままで保有するか，あるいは金融資産の形態で保有するか，という選択行動で表現される。金融資産として短期債券と株式とを想定する。前者は流通業者が運転資金を融通するために発行される。後者については，企業の設備投資を無視するので，新規発行は無いものとしよう。さらに，家計にとって両資産は完全代替物であるという仮定を設けよう。そうすれば，金融資産市場及び貨幣市場の均衡条件式2本を考慮すればよいことになるが，さらにいわゆる‘balance-sheet constraint’によりこの2式は独立ではなくなるから，金融資産市場の均衡式を消去して貨幣市場の均衡式のみを扱えばよいことになる。これを，

(14)　$\dfrac{M}{P(t)}=L(r(t),F(N(t)))$

で表そう。ここで，M は外生的に所与の貨幣ストック残高，$L(\cdot\cdot)$ は通常の貨幣需要関数である。この関数は，

仮定 4

$L_r<0 \qquad L_Y>0$

という性質を持つものと仮定される。

II—4　労働市場

最後に労働市場についてふれておこう。労働供給は短期的には不変であると仮定し，これを N^s

注（7）総需要の定義の中に在庫投資を含めるか否かは，均衡を定義する際に重大な問題となってくる。もし含めるとするならば，総需要と総供給とは，会計学的な意味で恒等的に等しいことになる。しかしながら，ゼロでない在庫投資が存在する限り在庫ストックは変化し，他の内生変数に影響を及ぼし続けるであろう。従って，{総需要}＝{総供給}なる状態はいわゆる‘移動均衡（moving equilibrium)’となる。これに対し，本稿のように在庫投資を総需要の中に含めなければ，(12) 式より明らかに {総需要}＝{総供給} なる状態は在庫ストックが変化しないので‘定常均衡（stationary equilibrium)’となる。

（8）本稿の動学モデルの中枢となる（8)，(11) 式は，企業と流通業者の最大化行動からそれぞれ導出されたが，本節の消費関数及び貨幣需要関数は相対的に重要度が低いので，標準的（教科書的）なマクロ経済学で登場するものをそのまま援用する。これらの microfoundation は必ずしも容易な作業ではないので，今後の課題としたい。

なお，これら両関数においては，単純化のため実質残高効果は無視することにしよう。

としよう。本稿では，企業の雇用量をストック変数として扱ったので，失業率Uは，フロー量としての新規雇用$\dot{N}$とは無関係に，

$$U(t)\equiv\frac{N^s-N(t)}{N^s}$$

と定義される。これより，

$$\dot{U}(t)=-\frac{1}{N^s}\dot{N}(t)$$

となり，失業率は雇用量と完全に逆相関に動くことがわかる。以下では，すべての t に対して，

$$N^s\geqq N(t)$$

が成り立っているものとし，労働市場における調整は何ら存在しないとみなすことにしよう。

以上でモデルの定式化が完了した。モデルは，（1），（8），（11），（12），（13），（14）式の6本から成るが，集約して再掲すれば次の通りになる。

(15) $Z(t)=V(r(t),C(F(N(t)),r(t)),F(N(t)))$

(16) $\dfrac{M}{P(t)}=L(r(t),F(N(t)))$

(17) $\dot{Z}(t)=F(N(t))-C(F(N(t)),r(t))$

(18) $\dot{N}(t)=\alpha\left[F_N(N(t))-\dfrac{W}{P(t)}\right]$

この方程式体系は，M, W, α を所与として，内生変数 $r(t)$，$P(t)$，$Z(t)$，$N(t)$ を決定する。

III 均衡の定義

本稿では，2種類の均衡概念——瞬時均衡及び短期均衡——を考察の対象とする。まず瞬時均衡を定義しよう。

定義 1

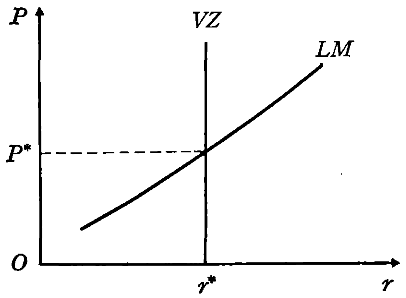
瞬時均衡とは，

$$Z(t)=V(r^*(t),C(F(N(t)),r^*(t)),F(N(t)))$$

$$\frac{M}{P^*(t)}=L(r^*(t),F(N(t)))$$

を満たすような（$r^*(t),P^*(t)$）である。

すなわち，瞬時均衡の状態は，在庫ストック市場及び貨幣市場の両方が同時に均衡している状態である。t 時点において，$Z(t)$ と $N(t)$ が決まっているとすれば，瞬時均衡の状態は第2図に描かれる通りになる。



第2図

この $VZ \cdot LM$ 両曲線の交点で瞬時均衡利子率 r^* と瞬時均衡価格 P^* が決まるが，留意すべきことは，経済は常時この点上にあるということである。かくして，t 時点で $Z(t)$ と $N(t)$ が決まれば，これを基にして $r(t)$ と $P(t)$ が決定される。そしてこれらの値が与えられれば，2本の微分方式によって $\dot{Z}(t)$ と $\dot{N}(t)$ が決まり，次の時点における Z と N の値が確定する。この新たな Z と N の値に基づいて，新たな瞬時均衡が成立する。以上の考察により，瞬時均衡は‘移動均衡（moving equilibrium）’であることがわかる。すなわち，たとえ外生変数が変化しなくとも，微分方程式で規定される Z と N の変化に応じて，瞬時均衡は常時移動するのである。

次に，短期均衡の考察に移ろう。短期均衡は以下のように定義される。

定義 2

短期均衡とは，

(19) $Z^{**}(t)=V(r^{**}(t), C(F(N^{**}(t)), r^{**}(t)), F(N^{**}(t)))$

(20) $\dfrac{M}{P^{**}(t)}=L(r^{**}(t), F(N^{**}(t)))$

(21) $F(N^{**}(t))=C(F(N^{**}(t)), r^{**}(t))$

(22) $F_N(N^{**}(t))=\dfrac{W}{P^{**}(t)}$

を満たすような $(r^{**}(t), P^{**}(t), Z^{**}(t), N^{**}(t))$ である。

すなわち，短期均衡とは，瞬時均衡が成立していることに加えて，$\dot{Z}(t)=\dot{N}(t)=0$ となる状態である。この特徴づけから明らかなように，短期均衡は外生変数が変化しない限りは移動しないので，‘定常均衡（stationary equilibrium）’となっている。換言すれば，移動均衡であるところの瞬時

均衡が移動を止める点が，短期均衡なのである。

さて，短期均衡を別の側面から眺めてみよう。(20) 式は通常の *LM* 曲線を表している。(21) 式は {総供給} = {総需要} の状態，すなわち *IS* 曲線を表している。さらに，(22) 式はいわゆる‘第一公準’そのものなので，これら3本の方程式体系は正に Keynes 的均衡を描写している。従って，本稿の動学モデルにおける短期均衡は，在庫ストック市場の均衡を考慮に加えた場合の Keynes 的均衡となっていることが理解される。かかる短期均衡をリファレンス・ポイントとして内生変数の変化経路を分析することは，取りも直さず，経済が Keynes 的均衡にない場合，在庫市場における調整を通じてどの様な変化経路を辿るかを分析することに外ならないのである。以下では，瞬時均衡および短期均衡の存在と一意性は保証されているものとして，議論を進めていくことにする。

IV　モデルのワーキング

IV—1　短期均衡の安定性

前節で明らかにされたように，経済は常時瞬時均衡の状態にあるが，初期点が偶然そうでない限り短期均衡の状態にはない。それでは，この短期均衡は，常時移動する瞬時均衡の点列が漸近していくという意味で，安定的な均衡となっているのであろうか。本節ではこれを調べよう。

まず，(15)—(18) 式の体系を，次の2本の微分方程式に集約する。(9)

$$\text{(S)}\quad \begin{aligned} \dot{Z}(t) &= \mathscr{Z}(Z(t), N(t)) \\ \dot{N}(t) &= \mathscr{N}(Z(t), N(t)) \end{aligned}$$

この自律微分方程式体系の右辺の Jacobian 行列を $J(Z, N)$ とすれば，

$$J(Z, N) = \begin{bmatrix} \mathscr{Z}_Z & \mathscr{Z}_N \\ \mathscr{N}_Z & \mathscr{N}_N \end{bmatrix}$$

となる。ただし，

$$\mathscr{Z}_Z = -\frac{C_r}{V_r + V_X C_r} < 0$$

$$\mathscr{Z}_N = \frac{F_N[(1-C_Y)V_r + (V_X + V_Y)C_r]}{V_r + V_X C_r} > 0$$

$$\mathscr{N}_Z = -\frac{\alpha W L_r}{M(V_r + V_X C_r)} < 0$$

$$\mathscr{N}_N = \alpha\frac{(F_{NN}M - WF_N L_Y)(V_r + V_X C_r) - WF_N L_r(V_X C_Y + V_Y)}{M(V_r + V_X C_r)} \gtreqless 0$$

注 (9)　(15), (16) 式を $r(t)$ と $P(t)$ について解き，それらを (17), (18) 式に代入したものと考えればよい。なお，(15), (16) 式が $r(t)$ と $P(t)$ について解き得ることは，陰関数定理によって保証されている。

である。[10] これより次の定理が導かれる。

定理 1

次の条件が満たされるなら，体系（S）の短期均衡は $\boldsymbol{R}^2$ において大域的に安定となる。

(23)　$V_X C_Y + V_Y \geqq 0$

〔証明〕

(23) 式が成立すれば，$\mathscr{N}_N < 0$ と計算され，

$$\mathrm{sgn}\quad J(Z, N) = \begin{bmatrix} - & + \\ - & - \end{bmatrix}$$

となるから，数学註の定理Aにより所望の帰結が得られる。　〔証了〕

ここで (23) 式の経済学的意味を考えておこう。$V_X C_Y$ は，生産量が増加し所得が増えることを通じて消費が増大するが，この消費の増大に対応して流通業者が在庫需要を増やす度合を表している。これを消費効果と呼ぼう。V_Y は，生産量が増加し流通過程に流入したとき，在庫残高が増大することによって流通業者の在庫需要が圧迫を受ける度合を表している。これを流入効果と呼ぼう。(23) 式は，絶対値で比べて，消費効果の大きさが流入効果の大きさを下回らないことを表している。このことは，$1 > C_Y > 0$ 及び補題 2 を考慮に入れれば，V_X が $|V_Y|$ より充分に大きければ成り立つ。V_X が $|V_Y|$ に比べて充分に大きいか否かは D_{VV} や D_{VX} の大きさに依存するが，仮定 2 の下の説明から明らかなように，D_{VV} と D_{VX} の大きさは流通業者の心理的要因に密接に関連している。すなわち，流通業者が専ら消費動向に敏感に反応して在庫需要を変化させるならば，V_X は V_Y に比して充分大きくなり (23) 式が成立する。換言すれば，流通業者の消費動向に対する言わばアニマル・スピリットが短期均衡を安定的なものとするのである。

次に，新たな概念を定義しよう。

定義 3

在庫水準に関する在庫調整の弾力性 δ を

$$\delta = \mathscr{Z}_Z \cdot \frac{Z}{\mathscr{Z}},$$

雇用水準に関する雇用調整の弾力性 ε を

$$\varepsilon = \mathscr{N}_N \cdot \frac{N}{\mathscr{N}},$$

と定義する。

注 (10)　$\mathscr{Z}_N$ の符号を計算する際，補題 1 を用いている。

以上の準備の下で，体系（S）の正象限における大域的安定性のための十分条件を与える定理が得られる。

定理 2

（23）式に加えて次の両条件が満たされるなら，体系（S）の短期均衡は正象限 $\boldsymbol{R}^2_{++}$ において大域的に安定となる

（24） $\dot{Z}<0 \Rightarrow \delta>1$

（25） $\dot{N}<0 \Rightarrow \varepsilon>1$

〔証明〕

数学註の定理Bの系により，所望の帰結が得られる。　　　〔証了〕

ここで，（24），（25）式の経済学的意味を説明しておこう。前者は，在庫水準が減少しているとき，在庫減少率が，在庫が限界1単位減少したときの在庫調整の限界的増分より小さいということを意味している。同様に後者は，雇用水準が減少しているとき，雇用減少率が，雇用が限界1単位減少したときの雇用調整の限界的増分より小さいということを意味している。なお，これら両条件は，Z と N が $\boldsymbol{R}^2_{++}$ 内を動く際両軸に当たらないためのものである。この点に関して伊藤〔5〕参照のこと。

IV—2　内生変数の変化経路

内生変数の変化経路を調べる前に，若干の下準備をしておこう。まず，r と P の経路を分析するために（15），（16）式を t に関して微分して整理すれば，

$$\dot{r}=a\dot{Z}+b\dot{N}$$

$$\dot{P}=c\dot{Z}+d\dot{N}$$

となる。ただし，

$$a=\frac{1}{V_r+V_XC_r}<0$$

$$b=-\frac{F_N(V_XC_Y+V_Y)}{V_r+V_XC_r}\gtreqless 0$$

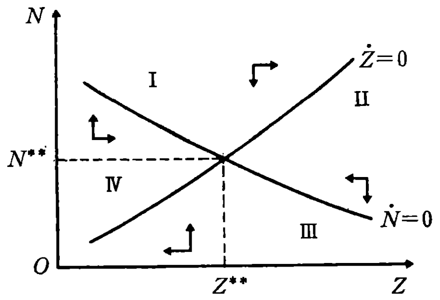
$$c=-\frac{P^2L_r}{M(V_r+V_XC_r)}<0$$

$$d=\frac{P^2F_N[L_r(V_XC_Y+V_Y)-L_Y(V_r+V_XC_r)]}{M(V_r+V_XC_r)}\gtreqless 0$$

である。これらと定理1等により，短期均衡の大域的安定性及び各符号条件の関係をまとめれば第1表のようになる。ここで注意すべきことは，大域的安定性と大域的不安定性とは必ずしも二分できる訳ではなく，またそれらが成立するための必要十分条件も知られていないということである。従って本稿では，確定的な結論を得るために，(23) 式が成立する範囲内に分析を限定することにしよう。さらに，すべての内生変数が R^2_{++} 内を動き，条件 (24) 及び (25) が成立しているものとみなすことにする。

不安定	$V_XC_Y+V_Y<0$	$b<0$	$d<0$	$L_r(V_XC_Y+V_Y)>L_Y(V_r+V_XC_r)$
	$V_XC_Y+V_Y=0$	$b=0$		
安　定	$V_XC_Y+V_Y>0$	$b>0$	$d=0$	$L_r(V_XC_Y+V_Y)=L_Y(V_r+V_XC_r)$
			$d>0$	$L_r(V_XC_Y+V_Y)<L_Y(V_r+V_XC_r)$

第1表



第3図

さて，以上の前提の下で，短期均衡の状態を Z—N 平面に描けば第3図のようになる。[11] 均衡の近傍における解軌道は，特性方程式の判別式

$$(\mathrm{tr}\ J(X,Z))^2-4(\det\ J(X,Z))$$

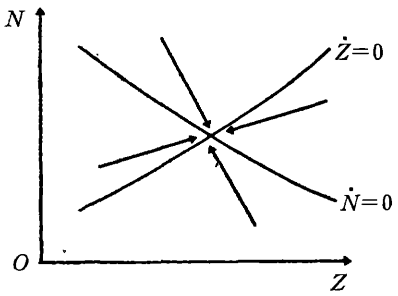
注 (11)　(23) 式が成立していれば $\mathcal{N}_N<0$ であるから，$\dot{Z}=0$ と $\dot{N}=0$ の両曲線の傾きは，それぞれ，

$$\left.\frac{dN}{dZ}\right|_{\dot{Z}=0}=-\frac{\mathcal{Z}_Z}{\mathcal{Z}_N}>0$$

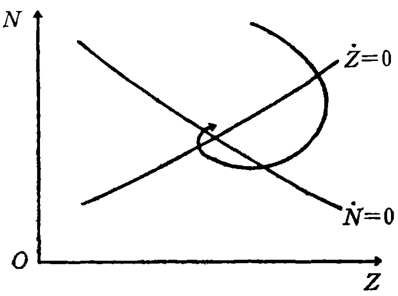
$$\left.\frac{dN}{dZ}\right|_{\dot{N}=0}=-\frac{\mathcal{N}_Z}{\mathcal{N}_N}<0$$

となる。

が正ならば‘安定結節点（node）’負ならば‘安定渦状点（focus）’となる。それぞれ図示すれば，例えば第4図，5図のようになる。第4図のケースでは単調的変動しか発生しないが，第5図のケースでは overshooting による循環的変動が発生している。以下では，後者のケースについてのみ内生変数の時間経路を調べてみよう。(12)



第4図



第5図

（23）式が成立する状態は，第1表に基づいて次の四つの場合に分類される。

① $b=0$ かつ $d<0$

② $b>0$ かつ $d<0$

③ $b>0$ かつ $d=0$

④ $b>0$ かつ $d>0$

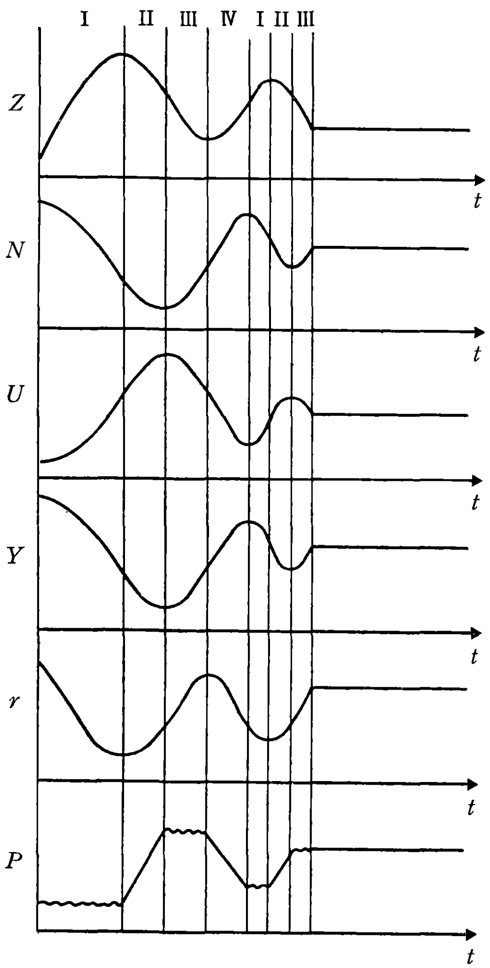
これに従って Z, N, U, Y, r, P の時間経路のサンプルを描けば，それぞれ第6-1図〜第6-4図のようになる。(13) 図中Ⅰ〜Ⅳの領域は，第3図のそれに対応している。r と P の経路で波線になっている部分は，変化の方向が不確定であることを示している。

第6-1図から，生産量の転換点は在庫残高の転換点に少し先立って出現するという，よく知られた関係をまず読み取ることができる。次にやはり第6-1図より，〔9〕，〔10〕などの最近の実証研究で明らかにされた在庫循環の一般的なパターンを読み取ることができる。それはすなわち，製品在庫を縦軸に，メーカー出荷を横軸にとり，在庫循環の過程を図式化すれば第7図の如く左回りになるというものである。(14) 本稿では，企業は在庫を持たないと仮定されていたので，生産量 Y が出荷そのものになっている。このことを考慮に入れれば，第6-1図の Z と Y の変化経路から，第7図の在庫循環のパターンを描き出すのは容易であろう。さらに，第6-1図〜第6-3図の領域Ⅱにおいては，失業率 U と価格 P の同時的上昇，すなわちスタグフレーションが発生しているのを読み

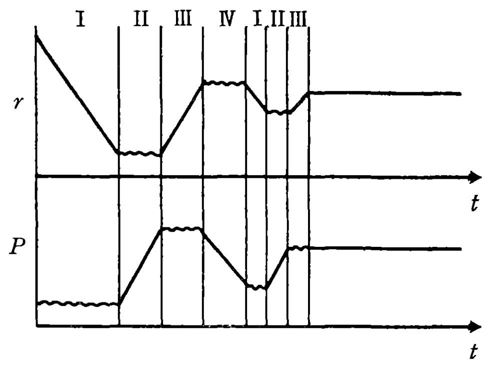
注（12） 本来ならば，判別式を計算して各ケースが成り立つ条件を明らかにしなければならないのだが，本稿のモデルの場合，判別式が相当複雑になってしまい有意味な命題を得ることができないので省略する。

（13） Z, N, U, Y の経路はすべて共通なので最初の図以外は省略してある。

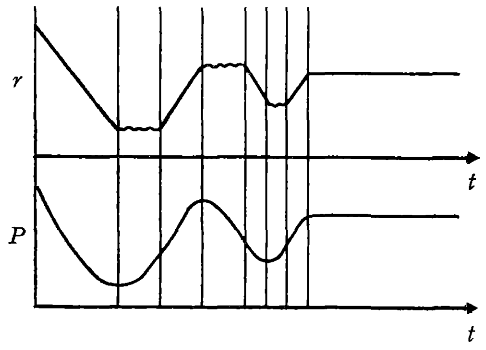
（14） 〔9〕，〔10〕においては，両軸とも対前年比がとられているが，これは季節調整のための一手段にすぎないので，ここでは問題とはならない。



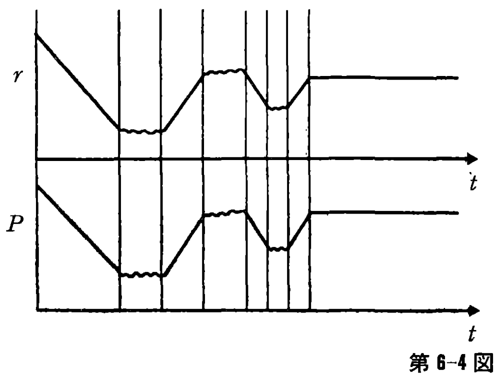
第 6-1 図



第 6-2 図

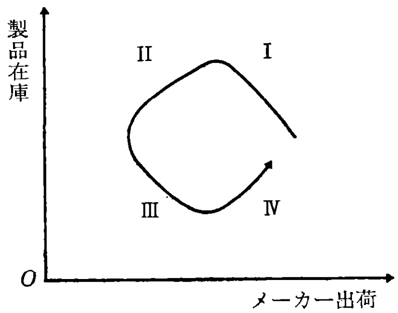


第 6-3 図



第 6-4 図

取ることができる。最後に，貨幣賃金は不変であるという仮定があるので，第6－1図～第6－3図の偶数領域においては，実質賃金，雇用量，生産量が同方向に変動していることもわかる。これは，Dunlop〔3〕，Tarshis〔15〕などによる実証研究で明らかにされた周知の事実である。なお，後半二つの帰結は，第4図のケースでも成立することを付言しておこう。



第7図

V 結　語

本稿の目的は，短期的な在庫変動を説明し得るマクロ動学モデルを構築し，そのワーキングを分析することであった。モデルの特徴は，在庫ストック市場での価格決定に関する小谷の分析枠組を導入したこと，及び生産企業の労働雇用量を固定的とみなすことによって生産調整の緩慢さを表現したことである。総供給と総需要に齟齬が生じると，在庫水準の変化を通じて瞬時均衡が変位する。この新たな瞬時均衡に基づいて，新たに総供給と総需要が決定される。このとき，労働ストックの調整を瞬時に行うことはできないので，生産調整にタイム・ラグが生ずる。以上が，モデルのワーキングの梗概である。内生変数の時間経路を調べることによって，生産量の転換点は在庫残高の転換点に少し先立って出現するという stylized fact, 最近の実証研究で明らかにされた在庫と出荷に関する在庫循環の一般的なパターン，スタグフレーション現象，そして実質賃金と雇用量と生産量とは同方向に変動するという Dunlop, Tarshis らによる実証結果などを説明し得ることが明らかとなった。

本稿では，在庫ストック市場と貨幣市場とが同時に均衡する状態として，瞬時均衡を定式化した。この $VZ \cdot LM$ 均衡を，従来の $IS \cdot LM$ 均衡と対比させることはなかなか興味深いと思われる。後者は，総供給と総需要が一致しているという意味において，本稿のモデルの短期均衡の描写となっている。従って，$VZ \cdot LM$ 分析は，経済が $IS \cdot LM$ 両曲線の交点にない場合（詳しく言うならば，貨幣市場では瞬時に均衡が成立するとみなすので，LM 曲線上でかつ IS 曲線との交点以外の点にある場合）一体何が起こるのかという疑問に対する，ひとつのありうべき解答となっている。すなわち，本稿のモデルは，経済が Keynes 的均衡にない場合，在庫市場の調整を通じて，どのような変化経路を辿ってそこに到達するのかを分析することができるのである。

なお，本稿のモデルのように，短期不均衡の状態（短期均衡にない状態）を移動する瞬時均衡の点列として定式化するならば，これを均衡分析と呼ぶか不均衡分析と呼ぶかは，単に用語選択の問題

でしかないであろう。

数学註

本論IV―1節の定理の証明に用いられる数学の定理を収録しておこう。この註の定理B及びその系は，伊藤〔5〕によるものである。

まず，自律系連立微分方程式の解軌道の大域的安定性に関して，周知の Olech の定理[15]がある。

定理A（Olech）

自律系連立微分方程式体系

$$\dot{x}=f(x,y)$$
$$\dot{y}=g(x,y)$$

を考える。ただし，$(x,y)\in \boldsymbol{R}^2$ である。f と g は $\boldsymbol{R}^2$ 上で C^1 級であると仮定する。この体系が一意の均衡点をもつものとしよう。すると，以下の諸条件が満たされるならば，この均衡は大域的に安定となる。

（A1）　$\mathrm{tr}\ J(x,y)\equiv f_x+g_y<0 \quad \text{for all} \quad (x,y)\in \boldsymbol{R}^2$

（A2）　$\det J(x,y)\equiv f_x g_y-f_y g_x>0 \quad \text{for all} \quad (x,y)\in \boldsymbol{R}^2$

（A3）　$f_x g_y\neq 0 \quad \text{for all} \quad (x,y)\in \boldsymbol{R}^2$

あるいは　$f_y g_x\neq 0 \quad \text{for all} \quad (x,y)\in \boldsymbol{R}^2$

証明は Olech〔11〕を参照のこと。この定理は $\boldsymbol{R}^2$ 上で成立するものなので，経済学に応用する際には，非正の値に経済学的意味のある変数しか用いることができない。この制約を排除したのが次の定理である。

定理B

自律系連立微分方程式体系

$$\dot{v}=h(v,w)$$
$$\dot{w}=k(v,w)$$

を考える。ただし，$(v,w)\in \boldsymbol{R}^2_{++}$ である。h と k は $\boldsymbol{R}^2_{++}$ 上で C^1 級であると仮定する。この体系が一意の均衡点を持つものとしよう。すると，以下の諸条件が満たされるならば，この均衡は大域的に安定となる。

（B1）　$h_v-h(v,w)/v+k_w-k(v,w)/w<0 \quad \text{for all} \quad (v,w)\in \boldsymbol{R}^2_{++}$

注（15）　これは Olech〔11〕の定理4にあたる。

（B2）　$[h_v-h(v,w)/v][k_w-k(v,w)/w]-h_w k_v>0$　for all　$(v,w)\in \boldsymbol{R}^2_{++}$

（B3）　$[h_v-h(v,w)/v][k_w-k(v,w)/w]\neq 0$　for all　$(v,w)\in \boldsymbol{R}^2_{++}$

あるいは　$h_w k_v\neq 0$　for all　$(v,w)\in \boldsymbol{R}^2_{++}$

この定理Bは，定理Aで $(x,y)=(ln\, v, ln\, w)$ と対数変換すれば得られる。詳細な証明は伊藤〔5〕を参照せよ。この定理から，経済学にとってより有益な次の系が導かれる。

系

定理Bと同じ体系を考える。以下の諸条件が満たされるならば，この体系の均衡は大域的に安定となる。

（C1）　$h_v<0$　かつ　$k_w<0$　for all　$(v,w)\in \boldsymbol{R}^2_{++}$

（C2）　$h_w k_v<0$　for all　$(v,w)\boldsymbol{R}^2_{++}$

（C3）　$\dot{v}<0\Rightarrow \sigma\equiv h_v\cdot v/h(v,w)>1$

かつ　$\dot{w}<0\Rightarrow \mu\equiv k_w\cdot w/k(v,w)>1$

証明は，やはり伊藤〔5〕を参照されたい。（C 3）はVとWとが両軸に当たらないための条件である。σとμの経済学的意味については，本論IV—1節でふれてある。

参考文献

〔1〕 Blinder, A. S., "Inventories in the Keynesian Macro Model," *Kyklos*, 33 (1980), 585-614.

〔2〕 Blinder, A. S. and S. Fisher, "Inventories, Rational Expectations, and the Business Cycle," *Journal of Monetary Economics*, 8 (1981), 277-304.

〔3〕 Dunlop, J. T., "The Movement of Real and Money Wage Rates," *Economic Journal*, 48 (1938), 34-51.

〔4〕 Hicks, J. R., *The Crisis in Keynesian Economics*, Basil Blackwell, Oxford, 1975.

〔5〕 Ito, T., "A Note on the Positivity Constraint in Olech's Theorem," *Journal of Economic Theory*, 17 (1978), 312-318.

〔6〕 Kamien, M. I. and N. A. Schwartz, *Dynamic Optimization: The Calculus of Variations and Optimal Control in Economics and Management*, North Holland, New York, 1981.

〔7〕 Maccini, L. J., "An Aggregate Dynamic Model of Short-Run Price and Output Behavior," *Quarterly Journal of Economics*, 90 (1976), 177-196.

〔8〕 Metzler, L. A., "The Nature and Stability of Inventory Cycles," *Review of Economic Statistics*, 23 (1941), 113-129.

〔9〕 日本銀行調査統計局「最近の在庫投資動向について」『調査月報』昭和60年1月号，1-22.

〔10〕 日本興業銀行「景気循環と在庫循環について」『興銀調査』212 (1982 No. 2), 2-63.

〔11〕 Olech, C., " On the Global Stability of an Autonomous System on the Plane," in ***Contributions to Differential Equations,*** (J. P. Lasalle and J. B. Diaz eds.), Vol. 1, Wiley, New York, 1963, 389-400.

〔12〕 小谷　清「市場経済分析の新たな枠組」『季刊現代経済』30 (1978), 162-179.

〔13〕 Otani, K., ***A New Analytical Framework for the Market Economy,*** Doctoral Dissertation, Tokyo University, 1980.

〔14〕 Otani, K., " The Price Determination in the Inventory Stock Market: A Disequilibrium Analysis," ***International Economic Review,*** 24 (1983), 709-719.

〔15〕 Tarshis, L., " Changes in Real and Money Wages," ***Economic Journal,*** 49 (1939), 150-154.

〔16〕 鴇田忠彦「市場の調整と寡占企業の調整―短期マクロ模型による分析―」『季刊理論経済学』24(1973), 9-17.

〔17〕 鴇田忠彦「完全雇用政策とインフレーション」『経済研究』27 (1976), 76-84.

〔18〕 宇沢弘文「不均衡動学序説 (1)-(4)」『季刊 現代経済』 30 (1978), 142-161, 31 (1978), 160-180, 33 (1978), 160-175, 34 (1979), 128-146.

（慶應義塾大学大学院経済学研究科博士課程）