# 慶應義塾大学学術情報リポジトリ

Keio Associated Repository of Academic resouces

, , , , , , , , , , , , , , , , , , , ,	
Title	推測的変動と寡占均衡の存在について
Sub Title	Conjectural variations and the existence of oligopoly equilibrium
Author	川又, 邦雄
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1985
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of
	economics). Vol.77, No.6 (1985. 2) ,p.776(62)- 785(71)
JaLC DOI	10.14991/001.19850201-0062
Abstract	
Notes	論説
Genre	Journal Article
	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234 610-19850201-0062

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

# 川叉邦雄

# 1. はじめに

本稿の主要な目的は寡占市場における均衡の存在,解の一意性,非負の利潤の達成等について統一的な見地から考察を加えることにある。各企業は,均質の一種類の生産物を産出するものとし,推測的変動を一定として自己の産出量の調整のみを行うものと仮定される。推測的変動の変化が均衡値に与える効果等については稿を新たにして考察するが,本稿ではその分析を可能にする基礎的条件(推測的変動のパラメターに関する均衡解の微分可能性のための条件)等についてもあわせて論及する。

# 2. 基本的な仮定

まず以下の分析に用いる主要な記号と基礎となる仮定について説明しよう。産業内に存在する企業の数をnで示し、その数はとりあえず一定とする。そのとき

 $x_i$ : 企業 i の産出量 ( $i=1, 2, \dots, n$ )

 $x_{-i}$ : i 以外の企業の産出量の合計 ( $i=1, 2, \dots, n$ )

x:総需要量

**b**:生産物の価格

のように記すことにしよう。これらの変数の間にはいくつかの関係が成立している。

まず生産物の需要に関しては、市場の逆需要関数が

## (1) p=f(x)

のように与えられているものとする。 ここで fは [0, a], a>0 という形の実数の区間について 定義された非負の実数値をとる関数で,定義域の内点で連続な 2 階の偏導関数をもつものとする。 ただし  $f(0)=\infty$  あるいは  $a=\infty$  の場合も許すものとし, その場合には上の区間の左端または右端は開いていて,たとえば  $[0, \infty)$  であると解釈するものとする。この f についてはつぎの仮定を

おくことにしよう。

#### A 1

(i) f(0) > 0

また f(x)>0 となる各 x>0 について

(ii) f'(x) < 0

かつ

(iii) 2f'(x) + xf''(x) < 0

となる。

A1の(ii)は需要曲線が右下りであることを意味する。 しかしШは総収入関数が凹関数である(限界収入曲線が右下りである)ことを意味するもので、かなり「強い」仮定である。 ただしこの条件なしでは、独占の場合にも、総収入(したがって利潤)が xの関数として複数の極大点をもつ可能性があり、以下の分析はきわめて煩雑なものになる。したがってクールノー型の寡占的均衡の存在証明においては、企業の費用関数が同一であるような特別の場合を除き、この条件は不可欠なものとなっている。(たとえば奥口(1976)、フリードマン(1977)、シダロフスキー=ヤコヴィッツ(1982)などを見よ。) ここでは仮定が強い限定を含むものであることを確認した上で話を先に進めることにしよう。なお A1 Ⅲの不等号を等号を含めた弱い不等号≦ でおきかえてもよいが、その場合にはつぎの A2 Ⅲの不等式におりる等号を除く必要がある。

#### [注意1]

A16ii)を等号を含めた弱い意味で満たす関数の例としては、

- (i) f(x) = -ax + b, a, b > 0,  $0 \le x \le b/a$
- (ii)  $f(x) = -\log\left(\frac{x}{a}\right)$ , a > 0,  $0 \le x \le a$
- (iii)  $f(x) = x^{-a}$   $0 < a \le 1$

などがある。 さらにこれらの形の関数に f''<0 となるプラスの関数を加えた関数を適当な定義域 に制限したものも同じ性質をもつ。

つぎに生産技術に関しては、各企業iについて総費用関数 $C_i(x_i)$ ( $i=1, 2, \cdots, n$ )が非負の実数の全体について定義され、その内点で2階の連続な導関数をもち、つぎの条件を満足するものと仮定する。

# 「三田学会雜誌」77巻6号(1985年2月)

A 2

- (i)  $C_i(0) \ge 0$
- (ii)  $C_i'(x_i) > 0$  for  $x_i > 0$
- (iii)  $C_i''(x_i) \ge 0$  for  $x_i > 0$ .

市場の需給均等の条件は

(2)  $x = x_1 + x_2 + \cdots + x_n$ 

あるいは

 $(2)' \quad x = x_i + x_{-i} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$ 

のように記述される。本稿では、この条件が満たされている場合には、xを総生産量とよぶことがある。

さて各 i=1, 2, …, n について, 企業 i の利潤は,

(3)  $\pi_i(x_i, x) = f(x)x_i - C_i(x_i)$ 

のように表現することができる。 また,(2)を用いれば,利潤関数は必要に応じて  $x_i$ ,  $x_{-i}$ , x の中の任意の2つを用いて表わしうることに注意しておこう。ここで以下に考察する問題が有意味な解をもつことを保証するためにつぎの条件をおくことにしよう。

A 3 各  $i=1, 2, \dots, n$  について

(i)  $f(0) > C_i'(0)$ 

が成立し、さらにある  $x_i > 0$  について

(ii)  $f(x_i) < C_i'(x_i)$ 

となる。また

(ii)  $\pi_i(x_i, x_i) > 0$ 

となる  $x_i > 0$  が存在する。

いうまでもなく A3(i)  $ext{lii}$   $ext{lii}$  は市場の需要曲線と企業  $ext{lii}$  の限界費用曲線(価格受容者として行動した場合の供給曲線)が交点をもつことを保証し、 $ext{lii}$  が独占者である場合に正の利潤を獲得できることを意味している。

# 3. 企業の行動ルールと反応関数

企業の行動目的は,通常利潤の最大化であるとされる。しかし寡占企業の利潤は市場価格,ないしはそれを定める産業の生産水準によっても大きな影響を受けるので,もし一つの企業iが他の企業の技術や行動ルールについて完全な知識をもちえないのであるならば,企業iは産業の総生産水準(すなわち他の企業の総生産水準)について何らかの予想をしなければならない。ここでは分析の簡単化のために,企業iは産業の総生産量xが企業iの産出量 $x_i$ に比例して変動すると予想するものとし,その比例定数を $\alpha_i$ とおくことにしよう。このことは他の企業の総産出量 $x_{-i}$ が $x_i$ に比例して変化すると予想することに等しく,その比例定数を $\beta_i$ とおけば,(2)'を考慮するかぎり,

 $(4) \quad \alpha_i = \beta_i + 1 \qquad (i = 1, 2, \dots, n)$ 

が成立しなければならない。  $\beta_i$  は通常企業 i の推測的変動(conjectural variation)とよばれ,  $\beta_i$  = -1 ( $\alpha_i$ =0)の場合が価格受容者の予想を,  $\beta_i$ =0 ( $\alpha_i$ =1)の場合が他の産出量を一定とするクールノー=ナッシュ型の予想を示すことになる。推測的変動の概念はフリッシュ(1933)にさかのぼることができる。  $\alpha_i$  については定まったよび名はないようであるが,マクメイナス(1964)が後述の反応関数に対して与えた名にしたがって, 総推測的変動(combined conjectural variation)とよぶことにしよう。

いま  $\beta_i = dx_{-i}/dx_i$  を一定と予想して  $\pi_i(x_i, x_i + x_{-i})$  を最大にする  $x_i$  を  $x_{-i}$  に対応させる関数 (5)  $x_i = x_i(\cdot)$ 

を慣例にしたがって企業iの反応関数 (reaction function) とよぶことにしよう。 マクメイナス (1964) は上の反応関数にそれ自身の産出量を加えた関数

(6)  $X_i(x_{-i}) = x_i(x_{-i}) + x_i$ 

を総反応関数 (combined reaction function) とよんでいる。これは企業の最大化の行動の結果を $x_{-i}$ と $x_{-i}$ 

これら反応関数と同等の内容は、じつはxと $x_i$ の関係として表現することができて、以下の分析で主役を演じるのはまさにその対応関係である。それを直接的に定義するには、 $\alpha_i = dx/dx_{-i}$ を一定とするとき  $\pi_i(x_i, x)$  を最大にするxと $x_i$ の関係

#### $(7) \quad x_i = \tilde{x}_i(x)$

であるとすればよい。この関係式を企業 i の総産出量に対する反応関数とよぶことにしよう。この関係は競争市場における企業 i の産出量 xi を市場価格, したがって総産出量の関数として表現した供給関数と同じ内容をもつものである。

#### 「三田学会雑誌」77巻6号(1985年2月)

A1, A2 を用いると、 $0 \le \alpha_i \le 1$  であるかぎり、 $\alpha_i = dx/dx_i$  を一定とした場合、利潤関数(3)は $x_i$ について強い凹関数であることが知られる。したがってある適当な区間内の各xに対して、(3)の最大値を与える $x_i$  は一意に定まる。いま、 $\alpha_i = dx/dx_i$  として(3)を $x_i$  に関して微分してゼロとおいた方程式

(8) 
$$R_i(x_i, x) = f(x) + \alpha_i x_i f'(x) - C_i'(x_i) = 0$$

 $x_i$  についての解が存在するようなxの領域をAとするならば,その中の任意の総生産量xに対して(8)は反応関数(7)を与えることになる。

いま反応関数(7)の傾きに(-1)を乗けた値すなわち $-dx_i/dx$ を $\gamma_i=\gamma_i(x_i,x)$ とおくと(8)より

(9) 
$$\gamma_i = \frac{f' + \alpha_i x_i f''}{\alpha_i f' - C_i''}$$

となることがわかる。さらに(2)を用いると,

(10) 
$$\frac{dx_{-i}}{dx} = \frac{C_i'' - (1 + \alpha_i)f' - \alpha_i x_i f''}{C_i'' - \alpha_i f'}$$

となるから、 $0 \le \alpha_i \le 1$  で仮定A1、A2 が満たされるかぎりこの値は負になり、 $x_{-i}$  はx の単調増が関数であることが知られる。ここで  $\alpha_i$  が与えられたときの x に対する反応関数(7)の定義域Aについて詳しく考察してみよう。

上に述べたことにより、x が最小になるのは  $x_{-i}=0$  すなわち  $x=x_i$  のときであるから、そのときのxを  $X_i$  とおくと、 $X_i$  は  $\alpha_i$  に依存して

(11) 
$$f(x) + \alpha_i x f' - C_i'(x) = 0$$

の解  $X_i = X_i(\alpha_i)$  として与えられる。これを以下  $\alpha_i$  独占解ということにしよう。 $\alpha_i = 0$  の場合には,これは企業 i のみが産業内に存在したときの競争解, $\alpha_i = 1$  の場合には通常の独占解を与えるものであることは明らかである。また(山)より  $X_i(\alpha_i)$  は  $0 \le \alpha_i \le 1$  の範囲で  $\alpha_i$  の減少関数であることも知られる。さらに, $\pi_i(x_i, x)$  は各  $x_i$  について x の減少関数であるから, $X_i$  (すなわち  $x_{-i} = 0$ ) に対応する企業 i の利潤は最大であり,また仮定A 3 (ii)によって最大利潤はプラスであることに注意しておこう。

総産出量に対する反応関数(7)の定義域の右端については事情はやや複雑である。まず利潤が非負であることを要請しない場合について考察しよう。いま(8)で $x_i=0$ に対応するxの値を $\overline{X}_i$ とすれば、

(12) 
$$\bar{X}_i = f^{-1}C_i(0)$$

となる。 この右辺の値,したがって  $\overline{X}_i$  は  $+\infty$  の場合もありうることに注意して おこ う。 (8)は  $(x, x_i)$  平面上の f(x) と  $C_i(x_i)$  の定義されている各点で定義された垂直にならないなめらか

な曲線で、 $x=x_i$  対応する xは  $X_i$  に、 $x_i=0$  に対応するxは  $\overline{X}_i$  に一意に定まるから、 $x\geq x_i$  および  $x_i\geq 0$  の条件を満たす関数(7)の定義域は区間  $[X_i, \overline{X}_i]$  でなければならない。  $x_{-i}$  はxが 最大になる  $\overline{X}_i$  のときに最大になり、その場合の  $x_i$  はゼロであるから、  $\overline{X}_i$  は企業 i が非負の生産を行いうる場合の他の企業の産出量の最大値を示すことになる。 (9)より  $\gamma_i$  がプラスである場合 (たとえば  $\alpha_ix_i< x/2$  の場合) にはxは  $x_i$  の減少関数となることが知られる。

つぎに企業iの利潤が非負であることを要請する場合には、その条件を満たす産出量の上限を

13  $\bar{X}_i = \sup\{x | \pi_i(x_i, x) \ge 0 \text{ for some } x_i \ge 0 \text{ with } x_i \le x\}$ 

 $=\sup\{x_i+x_{-i}|\pi_i(x_i, x_i+x_{-i})\geq 0 \text{ for some } x_i\geq 0\}$ 

と定義すれば,仮定 $\mathbf{A}$  3(ii)と諸関数の連続性により  $ar{X}_i$  はプラスの値に定まることがわかる。 以上を要約すればつぎの補助定理がえられる。

補助定理 1 仮定A 1  $\sim$  A 3 の下では各  $0 \le \alpha_i \le 1$  について企業 i の総産出量に対する反応関数  $x_i = \tilde{x}_i(\bullet)$  は(8)の解として  $[X_i, \ \overline{X}_i]$  上で一意に定まり, $[X_i, \ \overline{X}_i]$  上では対応する利潤は非負である。ここで  $\overline{X}_i = f^{-1}C_i(0)$  で,また  $x_{-i} = x - \tilde{x}_i(x)$  はx の減少関数である。

#### [注意 2]

企業iの利潤 $\pi_i(x_i, x)$ は $x_i=0$ のとき非正の値 $-C_i(0)$ をとる。また利潤は $x_i$ を一定とするときxについて $(x_{-i}$ について)の減少関数であるから

 $\bar{x}_{-i} = \sup\{x_{-i} | \pi_i(x_i, x_i + x_{-i}) \geq \text{ for some } x_i \geq 0\}$ 

とおくとA 3 (ii) より  $\bar{x}_{-i}$  は正または $+\infty$ の値をとる。したがって区間  $[0, \bar{x}_{-i}]$  は内点をもち, $x_{-i}$  が区間  $[0, \bar{x}_{-i}]$  内に与えられるならば,利潤は正となりうることが知られた。この  $\bar{x}_{-i}$  は企業 i に対する参入阻止産出量ともよびうるものであり,それに対応する価格  $\bar{p}_i = f(\bar{x}_{-i})$  はベイン(1959) のいう参入阻止価格に相応するものである。

つぎに以下の分析で必要となる(9)で定義された関数  $\gamma_i(x_i, x)$  の性質について述べよう。

補助定理 2 仮定A1, A2 b0  $\leq \alpha_i \leq 1$  all i0 下ではA2 b0 b1 に対して  $1+\sum_{i=1}^k \gamma_i > 0$  となる。また  $\varphi(x)=x-\sum_{i=1}^k \widetilde{x}_i(x)$  はx0 増加関数である。

証明)  $\gamma_i$  の定義より前半が示されれば後半は  $\varphi(x)$  を x について微分することによって証明される。したがって前半だけを示せばよい。

仮定より  $f'' \le 0$  の場合には結論は明らかであるので f'' > 0 の場合を想定しよう。 いま 1 から k

# 「三田学会雑誌」77巻6号(1985年2月)

までの添字の中で  $\alpha_i/(\alpha_i f' - C_i'')$  を最小にするもの、つまり  $C_i''/\alpha_i$  を最大にするものを一般性を失うことなく 1 とすれば、

$$(14) \quad 1 + \sum_{i=1}^k \gamma_i \ge \sum_{i=1}^k \left( \frac{f'}{\alpha_i f' - C_i''} \right) + \left( 1 + \frac{\alpha_1 f'' \sum x_i}{\alpha_1 f' - C_1''} \right)$$

となり、 $x \ge \sum_{i=1}^k x_i$  に注意すれば、このかっこの中の項はすべて正であることが確められる。

# 4. 寡占均衡の存在

以上で考察した経済における均衡をつぎのように定義しよう。

定義 1  $\mathbf{a}=(\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n)$  を所与とするとき  $E(\mathbf{a})=(x_1^*, x_2^*, \cdots, x_n^*, x^*) \in R^{n+1}$  が 寡占均衡であるとは

(i) 
$$x_i^* = \tilde{x}_i^*(x^*)$$
 (i=1, 2, ..., n)

(ii) 
$$x^* = \sum_{i=1}^n x_i^*$$

を満たすことをいう。

定義1の条件(i) は各企業が与えられた予想 αi の下に利潤を最大にしている (反応曲線上の点を 選んでいる) ことを意味しており、(ii)は市場の需給バランスの条件を与えるものである。 寡占均衡 においてすべての企業の利潤が非負である場合には、それを非負の利潤をもつ寡占均衡であるとい う。

いま記号を簡単にするために  $\alpha=(\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n)$  が与えられたとき

$$(15) X(\boldsymbol{\alpha}) = \max X_i(\alpha_i)$$

(16a) 
$$\overline{X} = \min \overline{X}_i$$

また

(16b) 
$$\bar{X} = \min_{i} \bar{X}_{i}$$

とおくことにしよう。以下とくに混乱のおそれのない場合には、(15)のαiを省略して書くことがある。 つぎの命題は寡占均衡の存在を保証する基本的条件を明らかにするものである。

#### 定理 1

仮定A1~A3の下で、各i=1, 2, …, n について  $0 \le \alpha_i \le 1$  が与えられているとき、

(a) 寡占均衡  $E(a)=(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*, x^*)$ 

が存在するための必要十分条件は

(i)  $\overline{X} \geq X$ 

かつ

## (ii) $\overline{X} \geq \sum \widetilde{x}_i(\overline{X})$

となることであり、均衡は、存在する場合には一意に定まる。 また上の条件の下で  $E(\mathbf{a})$  は  $\mathbf{a}$  に関して連続微分可能である。さらに( $\mathbf{b}$ )非負の利潤をもつ均衡が存在するための必要十分条件は ( $\mathbf{i}$ )'  $\mathbf{\bar{X}} \geq X$ 

および

(ii)' 
$$\bar{X} \ge \sum_{i=1}^{n} \tilde{x}_i(\bar{X})$$

が成立することである。(i)'(ii)' はそれぞれ(i)および(ii)であるための十分条件である。この定理とつぎの定理 2 の証明は 5 節で与えられる。

#### [注意 3]

- (a) 定理の条件(ii)の意味は,固定費用が最大である企業が生産を停止する水準  $\overline{X}$  に対応する各企業の生産量の和が  $\overline{X}$  以下であるということである。
- (b) 各iについて  $\overline{X}_i \ge \overline{X}_i \ge X_i$  であるから,定理の条件(i)および(i)'はすべての企業が同じ技術と同じ推測的変動をもつ場合には自動的に満たされる。また  $\hat{x}_i(x) = 0$  となる総産出量水準xは $\overline{X}_i$ に等しいから補助定理2によって(ii)も満たされる。
- (c)  $C_i(0)$  が小さく f(x) がゆるやかに 0 に近づく場合には, $f^{-1}(C_i(0))$  したがって  $\overline{X}_i$  はきわめて大きくなり, $\overline{X}$ に対応する各企業の供給量は $\overline{X}$ に比して十分小さくなり,(ii)が満たされやすくなると考えられる。固定費用がゼロの場合には,各i について  $\overline{X}_i = \overline{X}_i$  となるから,このことは条件(ii)'についてもいえる。

# 5. 定理の証明

## 1) 定理1の証明

(a) 企業の利潤が非負であることを要請しない場合には各  $\tilde{x}_i(\cdot)$  の定義域は  $[X_i, \overline{X}_i]$  であるから,定義の(i)が成立するためには,定理の条件(i)が満たされなければならない。 つぎに  $\varphi(x)=x$   $-\sum_{i=1}^n \tilde{x}_i(x)$  とおくと  $\varphi$  は連続関数で,補助定理 2 により x の増加関数 で ある。 したがって区間  $[X_i, \overline{X}]$  において  $\varphi(x)=0$  が解をもつための必要十分条件は  $\varphi(X)\leq 0$  かつ  $\varphi(X)\geq 0$  となること

#### 「三田学会雑誌」77巻6号(1985年2月)

である。また $\varphi(\cdot)$ は単調増加関数であるから上の解は一意である。

つぎに  $X_i$  は  $x_{-i}=0$  とおいたときの解であるから, $\tilde{x}_i(X_i)=X_i$  であって,これはとくに  $X_i=X$  となる i の場合にも成立する。したがって  $\varphi(X)\leq 0$  はつねに成立する。他方定理の仮定が満たされていれば  $\varphi(\overline{X})\geq 0$  であるから, $\varphi$  の連続性によって  $\varphi(x^*)=0$  を満たす  $x^*$  が区間  $[X,\overline{X}]$  の中に存在する。このとき, $x_i^*=\tilde{x}_i(x^*)$   $(i=1,2,\cdots,n)$  と定義すると, $E=(x_1^*,x_2^*,\cdots,x_n^*,x^*)$  は寡占均衡になり,逆にEが寡占均衡であれば  $x_i^*=\tilde{x}_i(x^*)$  を満たし,しかも  $\varphi(x^*)=0$  となることは明らかである。これで(a) が証明された。

(b) つぎに E(a) の a に関する微分可能性を示そう。(2)を用いると(8)は

(17) 
$$\alpha_i = \frac{C_i'(x_i) - f(x_1 + x_2 + \dots + x_n)}{x_i f'(x_1 + x_2 + \dots + x_n)} \qquad (i = 1, 2, \dots, n)$$

と記される。さて $\gamma_i = \gamma_i(x_i, x)$  を(9)で与え、 $\delta_i = \delta_i(x_i, x)$  を

(18) 
$$\delta_i = \frac{x_i f'}{\alpha_i f' - C_i''}$$

と定義すれば、切より各 1≠i について

(19) 
$$\frac{\partial \alpha_i}{\partial x_j} = \frac{-(f' + \alpha_i x_i f'')}{x_i f'}$$
$$= -\gamma_i / \delta_i$$

$$20 \quad \frac{\partial \alpha_i}{\partial x_i} = \frac{(C_i'' - \alpha_i f') - (f' + \alpha_i x_i f'')}{x_i f'}$$
$$= -(1 + \gamma_i)/\delta_i$$

となることがわかる。したがって $(\Omega)$ によって定義される変換  $\alpha: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$  のヤコービ行列

$$J = \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x_j}\right) i$$
,  $j = 1, 2, \dots n$  it,

(21) 
$$J = -\frac{1}{\delta_i} \begin{bmatrix} 1+\gamma_1 & \gamma_1 & \cdots & \gamma_1 \\ & & & & \\ & \gamma_2 & 1+\gamma_2 \cdots & 1+\gamma_2 \\ & \vdots & \vdots & \ddots \\ & & \gamma_n & \gamma_n & 1+\gamma_n \end{bmatrix}$$

となり、その行列式の値は

$$(22) \quad -\frac{1}{\delta_i} \left( 1 + \sum_{i=1}^n \gamma_i \right)$$

と計算される。補助定理 2 によってこれは負になるから、陰関数定理を用いると、 $(\Omega)$ で定義される変換  $\alpha=\alpha(x)$ は  $\alpha$  に関して連続微分可能であることが知られる。

(c)  $\bar{X}_i$ の定義に注意すれば証明は上の(a)とまったく同様であるので省略する。

(定理1の証明終り)

### [注意 4]

補助定理 2 を用いると、すべての  $k \le n$  について J の k 次の生産小行列式の値は負であることが知られる。したがってMで定義される変換  $\alpha = \alpha(x)$  の大域的逆関数の存在のためのゲイル = 二階堂の定理の条件(二階堂(1968)定理20.8の系を見よ)が満たされていることになる。いうまでもなく大域的逆関数が存在すれば、そのような  $\alpha$  に対して  $\alpha$  は一意に定まることになる。本稿の定理はこの変換の値域が

単位立方体=
$$\left\{\alpha \in R^n \middle| \sum_{i=1}^n \alpha_i = 1, \alpha_i \ge 0\right\}$$

を含み、しかも利潤が非負であるための条件を与えるものである。

#### 〔引用文献〕

- [1] Bain, Joe S. Industrial Organization New York: Wiley, 1959.
- [2] Friedman, J. Oligopoly and the Theory of Games, North Holland 1977.
- [3] Frish, R. "Monopoly-Polypoly-The Concept of Force in the Economy."
- [4] McManus, M. "Equilibrium Numbers and Size in Cournot Oligopoly" Yorkshire Bulletin of Economic and Social Research Vol. 16 No. 2, 1964.
- [5] Nikaido, H. Convex Structures and Economic Theory Academic Press, 1968.
- [6] Okuguchi, K. Expectation and Stability in Oligopoly Models Springer Verlag, 1976.
- [7] Szidarovsky, F. and Yakowitz, S. "Contributions to Cournot Oligopoly Theory" *Journal of Economic Theory* Vol. 28, 1982.

(経済学部教授)