Title	複数雇用機会に対する労働供給モデルの解析及びPolytomous probitモデルの構成
Sub Title	Analysis of the household labor supply model for multiple employment opportunities and formulation of the polytomous probit model
Author	松野, 一彦
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1984
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.77, No.1 (1984. 4) ,p.77- 96
JaLC DOI	10.14991/001.19840401-0077
Abstract	
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19840401-0077

複数雇用機会に対する労働供給モデルの解析及び Polytomous Probit モデルの構成

松　野　一　彦

1　序

この稿の目的は，家計の労働供給行動に関する臨界核所得分布モデルを拡張することである。複数個の雇用機会が存在する場合への拡張が試みられる。拡張されたモデルの経験的含意が導出され，モデルの検証にとって必要とされる統計的方法の枠組みが提示される。これらの分析によって，本来の臨界核所得分布モデルの理論的構造が明確になり，他の方向，例えば内職就業をも含むモデルへの拡張を試みる時の足掛りとなろう。

分析の出発点は，賃金と指定労働時間の組合せで与えられる雇用機会に関しての就業受諾・拒否メカニズムを記述する臨界核所得分布モデルである(1)。このメカニズムが所得一余暇選好図式から導き出され，家計労働供給に関するダグラス一有沢法則に理論的根拠が与えられる。このモデルは雇用機会が２つ存在する場合へと拡張される(2)。この拡張にもとづき，女子短時間雇用就業の増大という現象が分析される。

一方，計量経済学一般の分野において，近年 Quantal Response Model の利用が著しくなってきている。このモデルでは，離散的内生変数の動きを説明するために Probit-Logit モデルを採用する。そして統計的モデルである Probit-Logit モデルに対して経済理論的あるいは効用極大化図式による基礎づけが試みられる(3)。しかしこれらの基礎付けとは異なった接近法により，複数雇用機会に関する労働供給行動を記述するための Quantal Response Model を構成する。

§２では理論モデルの形式が提示される。§３では，このモデルのもとで個々の家計がどの就業形態をとるかが分析され，§４では家計群全体としての行動についての検討が行なわれる。§５で

注（1）　小尾恵一郎，「臨界核所得による勤労家計の労働供給の分析」，『三田学会雑誌』，第62巻，第１号，pp. 17～46，(1969)

（2）　樋口美雄，「女子の短時間および普通雇用機会への供給確率図式とその計測」，『三田商学研究』，第24巻４号，pp. 52～79，(1981).

（3）　D. McFadden, "Conditional Logit Analysis of Qualitative Choice Behavior," Chapt 4 in *Frontiers in Econometrics*, (P. Zarembka, ed.) pp. 105～142, (1974), Academic Press, New York.

は，就業確率に関するダグラス—有沢の法則とモデルの性質の関連を吟味する。§6では，理論モデルの下でいかなる観察結果が得られるかを調べると同時に，モデルの統計学的性質を明らかにする。

2　複数雇用機会のモデル

2.1.　モデルの対象となる家計は，既に雇用されている中核的所得稼得者（夫）とその妻及び15歳未満の子女から成るものとする。この妻に対し複数任意個の雇用就業機会が開かれている場合に妻はどの雇用機会に就業するのかあるいは全く就業しないことになるのかを考える。

家計の所得をX，妻の余暇時間をΛとして，この家計の所得ー余暇効用指標を関数

$$\omega=\omega(X,\ \Lambda) \tag{2.1}$$

として表わす。妻に対し$J-1$個の雇用機会が開かれており，そのj番目の雇用機会の雇用条件は賃金率w_j，指定労働時間h_jで示されるものとする。$J-1$個の内どれか1つの雇用機会を選択するのか，あるいは非就業の状態を選択するものと考える。非就業の状態を賃金率$w_1=0$，労働時間$h_1=0$によって表わす。

合計J個の就業状態の中から1つが選択されるが，第j番目の就業状態を選択することを変数，$\delta_j=1$，そうでないことを$\delta_j=0$で表わす。妻の総持時間をTとし，核所得をIとすると，制約式は次のようになる。

$$\begin{aligned} &X=I+\sum_{j=1}^{J} w_j h_j \delta_j \\ &\Lambda=T-\sum_{j=1}^{J} h_j \delta_j \\ &\delta_j=\begin{cases}0\\1\end{cases} \\ &\sum_{j=1}^{J} \delta_j=1 \end{aligned} \tag{2.2}$$

ここで第3，4の式はJ個の選択肢の内1つだけが選択されることを意味する[(4)]。家計は制約式(2.2)の下で効用指標(2.1)を最大化するものと考える。

2.2.　効用場の一点をベクトル$\xi=\begin{bmatrix}X\\\Lambda\end{bmatrix}$で示す。妻が非就業である状態は点$\xi_1$，$j$番目の雇用機会

注（4）　幾つかの雇用機会を同時に選択する可能性についての議論は，ここでのモデル拡張として扱うことができ，それは§7.2でなされる。

に就業する状態は ξ_j で示されるものとする。ここで

$$\xi_1=\begin{bmatrix} I \\ T \end{bmatrix} \tag{2. 3}$$

$$\xi_j=\xi_1+h_j\zeta_j,\quad j=2,\cdots,J,$$

ただし $\xi'_j=[w_j,-1]$，と書ける。

J 個の選択肢からなる集合を選択肢集合 $\Xi=\{\xi_1,\cdots,\xi_J\}$ と呼ぶ。一定の与件の下で家計群が選択する選択肢は Ξ の要素全部であるかもしれないし，あるいは Ξ の一部であるかもしれない。これは与件に依存する。実際に選択された選択肢の集合を選択集合 Ξ^* と呼び，そうでないものを非選択集合 $\Xi^{**}=\Xi-\Xi^*$ と呼ぶことにする。

選択集合 Ξ^* は与件，特に核所得水準 I に依存して決まる。$I=I_\alpha$ における選択集出を Ξ^*_α とする。以下の議論において，I_α の変化と共に Ξ^*_α が如何に変化するかも多少触れられるが，議論の中心は Ξ^* を一定とした範囲に限られる。実際，現在までの観察結果，そこでは $J=2$または3である，においては Ξ^* は一定である。即ち，$J=2$ の場合，核所得水準に係わらず常に $\Xi^*_\alpha=\{\xi_1,\xi_2\}=\Xi$ であり，$J=3$ の場合には $\Xi^*_\alpha=\{\xi_1,\xi_2,\xi_3\}=\Xi$ であった。(5)

2.3. 以下の議論では，効用指標は二次形式のものとする。

$$\omega=\bar{\gamma}'\xi+\frac{1}{2}\xi'\Gamma\xi \tag{2. 4}$$

ただし

$$\bar{\gamma}'=[\gamma_2,\bar{\gamma}_4],\ \Gamma=\begin{bmatrix} \gamma_1 & \gamma_3 \\ \gamma_3 & \gamma_5 \end{bmatrix}$$

ω は ξ については二次式であるがパラメタ $(\gamma_1,\gamma_2,\gamma_3,\bar{\gamma}_4,\gamma_5)$ については線型である。

効用指標のパラメタ $\bar{\gamma}_4$ は同一特性をもつ家計群（母集団）においてある確率分布に従う差異を示すものとする。そしてこの分布の確率密度関数を

$$\bar{\gamma}_4\sim f(\bar{\gamma}_4)\begin{cases} >0 & r<\bar{\gamma}_4<R \\ =0 & \text{その他} \end{cases} \tag{2. 5}$$

と定める。(6) ここで区間 (r, R) は分布のレンジである。

統計的議論をする時には，特に

$$f(\bar{\gamma}_4)=N(\gamma_4,\delta^2)\qquad -\infty<\bar{\gamma}_4<\infty \tag{2. 6}$$

注（5） 前掲の小尾・樋口論文を参照。特定の就業状態が観察されない核所得水準もあるが，これは抽出誤差であると考えられる。

（6） 以下の議論で ξ_i と ξ_j を選択することが無差別になることもありうるが，（絶対）連続な確率分布の設定により，そのような事象の確率はゼロとなる。

と設定することもある。

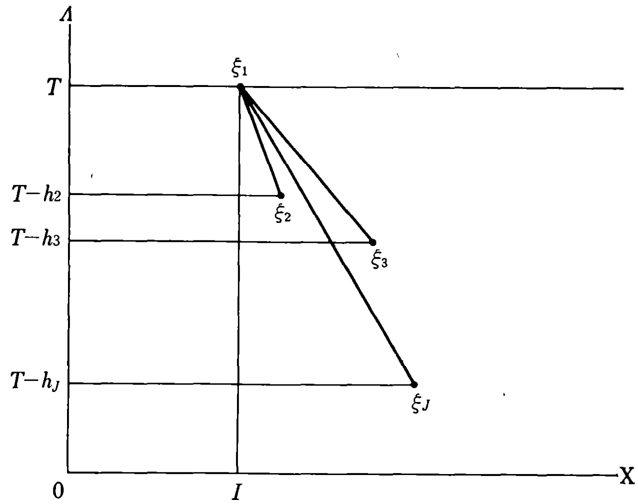
J個の選択肢に関し，便宜上，その労働時間の長さによって順序付けをし，

$$0=h_1<h_2<h_3<\cdots<h_J\leqq T \tag{2. 7}$$

とする。[7] 賃金率については必ずしもその大小によって順序付けられなくともよいものとする。単に次を仮定する。

$$0=w_1<w_j<\infty,\quad j=2,\cdots,J. \tag{2. 8}$$

J個の選択肢 ξ_j は下図に示されるようなものである。



第1図

3　個々の家計の行動

3.1.　就業状態 ξ_j に対応する効用指標の値を ω_j とする。$\omega_1,\cdots,\omega_J$ の内最大となるものを見い出す。そのための準備を行なう。

まず，非就業の ω_1 と j 番目の雇用就業の ω_j を比較する。(2. 3)，(2. 4)より，

$$\omega_1-\omega_j=h_j(\bar{\gamma}_4-y_{1j})\quad j=2,\cdots,J. \tag{3. 1}$$

ここで

$$y_{1j}=\frac{h_j}{2}\xi'_j\Gamma\xi_j+w_j\omega'_1-(\gamma_3 I+\gamma_5 T) \tag{3. 2}$$

ただし $\omega'_1=\partial\omega/\partial X|_{\xi_1}=\gamma_2+\gamma_1 I+\gamma_3 T$。次に ω_i と ω_j の比較をすると，(3. 1) より，

$$\omega_i-\omega_j=(h_j-h_i)(\bar{\gamma}_4-y_{ij}),\quad i\neq j \tag{3. 3}$$

注（7） $h_i=h_j$ となる場合の議論については § 7.1 を参照。

ただし

$$(3.\ 4) \qquad y_{ij}=(h_j y_{1j}-h_i y_{1i})/(h_j-h_i)$$

となる。

特定の就業状態 ξ_j が選択されるのは ω_j が最大値になる時，即ち，

$$(3.\ 5) \qquad \omega_j>\omega_i \quad i=1,2,\cdots,j-1,j+1,\cdots,J$$

となる時である。(3.3) に含まれる y_{ij} は外生変数（I, T, w_i, w_j, h_i, h_j）及びパラメタ($\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_5$) の関数である。これら外生変数，パラメタの値を与件とすれば y_{ij} の値も定まる。しかし (3.3) に含まれる$\bar{\gamma}_4$は各家計毎に差異があるため，同一与件の下であっても，$\omega_j>\omega_i$ となる家計と $\omega_j<\omega_i$ となる家計がある。すなわち，ω_j と ω_i の大小関係は特定の家計の持つ $\bar{\gamma}_4$ と各家計共通の y_{ij} との大小関係に依存する。

3.2. 特定の $\bar{\gamma}_4$ をもつ家計にとって，ω_j が $\omega_1,\cdots,\omega_J$ の最大値になるのは，その $\bar{\gamma}_4$ が

$$(3.\ 6) \qquad \begin{aligned} &\bar{\gamma}_4<y_{ij} \quad i=1,\cdots,j-1 \\ &\bar{\gamma}_4>y_{kj} \quad k=j+1,\cdots,J \end{aligned}$$

を満たす時，及びその時だけである。

このことを示す。(2.7)より $l<m$ に対し，$h_l<h_m$ である。(3.3)より $h_j>h_i$ の時は $\omega_i-\omega_j$ と $\bar{\gamma}_4-y_{ij}$ は同符号である。また，$h_j<h_k$ の時は $\omega_k-\omega_j$ と $\bar{\gamma}_4-y_{kj}$ は異符号である。このことから (3.6) が成立すれば (3.5) が成立し，ω_j が最大値になる。逆に (3.5) が成立していれば (3.6) が導かれる。

3.3. 家計のもつ $\bar{\gamma}_4$ の値が，(i) $k=2,\cdots,J$ に対し

$$(3.\ 7) \qquad \bar{\gamma}_4>y_{k1}$$

である時，その家計は ξ_1（非就業）を選択する，(ii) j を $2,\cdots,J-1$ の内の1つとして，

$$(3.\ 8) \qquad y_{ij}>\bar{\gamma}_4>y_{kj} \qquad \begin{aligned} &i=1,\cdots,j-1 \\ &k=j+1,\cdots,J \end{aligned}$$

とするとその家計は ξ_j を選択する。(iii) $i=1,\cdots,j-1$ に対し

$$(3.\ 9) \qquad y_{iJ}>\bar{\gamma}_4$$

とするとその家計は ξ_J を選択する。

この結果は次のように導かれる。(i)，(3.7) の条件の下では，(3.3) より

$$\omega_k-\omega_1=(h_1-h_k)(\bar{\gamma}_4-y_{k1})<0 \qquad k=2,\cdots,J$$

である。(ii) (3.8) の下では (3.6) が成立し $\omega_j>\omega_i$ $i=1,\cdots,j-1$, 及び$\omega_k<\omega_j$, $k=j+1,\cdots,J$ である。(iii) 同様に，(3.9) の下では $\omega_i<\omega_J$, $i=1,\cdots,J-1$, を得る。

上の結果は，特定の家計の観点からしてどの就業状態を選択するかを調べたものである。逆に，特定の選択肢の観点からして，その選択肢が選択されうるのかどうかを調べる。

3.4. 選択肢集合 Ξ の要素 ξ_j が選択されるための必要条件は，(i) ξ_1 については

(3.10) $$R>y_{k1} \qquad k=2,\cdots,J$$

(ii) ξ_j, $j=2,\cdots,J-1$, については

$$y_{ij}>r$$

(3.11) $$y_{ij}>y_{kj} \qquad i=1,\cdots,j-1$$

$$R>y_{kj} \qquad k=j+1,\cdots,J$$

(iii) ξ_J については

(3.12) $$y_{iJ}>r \qquad i=1,\cdots,J-1,$$

である。

(i)について，ある1つの k^0 について

$$R\leqq y_{k^01}$$

とする，ただし k^0 は $2,\cdots,J$ の内の1つとする。$\bar{\gamma}_4$ の分布の条件 $r<\bar{\gamma}_4<R$ より，この時どの家計の $\bar{\gamma}_4$ についても

$$\bar{\gamma}_4<y_{k^01}$$

である。従って（3.3）より

$$\omega_{k^0}-\omega_1=(h_1-h_{k^0})(\bar{\gamma}_4-y_{k^01})>0$$

となり，ω_1 は最大値ではありえない，従って（3.10）が成立しなければならない。

(iii)について，ある1つの i^0 について $y_{i^0J}\leqq r$ とすると，すべての $\bar{\gamma}_4$ について $y_{i^0J}<\bar{\gamma}_4$ となる。故に（3.3）より，$1\leqq i^0\leqq J-1$ に対し

$$\omega_{i^0}-\omega_J=(h_J-h_{i^0})(\bar{\gamma}_4-y_{i^0J})<0$$

となる。従って（3.12）が必要条件である。

(ii)について，㋑上のケースと同様にして，1つの $i^0(<j)$ について $y_{i^0j}\leqq r$ とすると，$y_{i^0j}<\bar{\gamma}_4$ である。この時（3.3）より $\omega_{i^0}>\omega_j$ となる。㋺1つの $k^0(>j)$について $R\leqq y_{k^0j}$ とすると $\bar{\gamma}_4<y_{k^0j}$ である。この時（3.3）により $\omega_{k^0}>\omega_j$ となる。㋩1つの $i^0(<j)$, 1つの $k^0(>j)$ について

$$y_{i^0j}\leqq y_{k^0j}$$

とする。この時，(a) $\bar{\gamma}_4<y_{i^0j}$ の範囲の $\bar{\gamma}_4$ をもつ家計については

$$\omega_{i^0}<\omega_j, \quad \omega_{k^0}>\omega_j$$

となり，ω_j は最大値ではない。(b) $y_{i^0j}\leqq\bar{\gamma}_4\leqq y_{k^0j}$ の範囲の $\bar{\gamma}_4$ をもつ家計にとっては

$$\omega_{i^0}\geqq\omega_j, \quad \omega_{k^0}\geqq\omega_j$$

となり ω_j は最大値ではない。(c) $\bar{\gamma}_4 > y_{k^0j}$ を満たす $\bar{\gamma}_4$ をもつ家計にとっては

$$\omega_{i^0} > \omega_j, \quad \omega_{k^0} < \omega_j$$

となり ω_j は最大値ではない。(イ) (ロ) (ハ)いずれの場合でも ω_j は最大値ではなくなる。故に (3.10) が必要条件である。

3.5. 前節の条件は十分条件でもある。即ち,

(i) $R > y_{k1}, k=2, \cdots, J,$ の時 ξ_1 を選択する家計がある。

(ii) $\xi_j, j=2, \cdots, J-1,$ をとり, $y_{ij} > r,\ y_{ij} > y_{kj},\ R > y_{kj},\ i=1, \cdots, j-1,\ k=j+1, \cdots, J$ であると ξ_j を選択する家計がある。

(iii) $y_{iJ} > r,\ i=1, \cdots, J-1,$ の時 ξ_J を選択する家計がある。

次のように上の結果を導くことができる。(i)について, いま

$$\overline{Y}_1 = \max\{y_{21}, \cdots, y_{J1}, r\}$$

とすると, (i)の条件及び $R > r$ より, $R > \overline{Y}_1 \geqq r$ となる。区間 $(\overline{Y}_1, R)$ は $\bar{\gamma}_4$ のレンジ (r, R) と重複し, $(\overline{Y}_1, R)$ の中の $\bar{\gamma}_4$ を 1 つとることができる。従って, この $\bar{\gamma}_4$ について

$$\bar{\gamma}_4 > \overline{Y}_1 \geqq y_{k1}, \quad k=2, \cdots, J$$

である。§ 3.3より, この $\bar{\gamma}_4$ に対応する家計は ξ_1 を選択する。

(iii)について, いま

$$\underline{Y}_J = \min\{y_{1J}, \cdots, y_{J-1}, R\}$$

と定めると, (iii)の条件の下で $\underline{Y}_J > r$ となる。従って区間 $(r, \underline{Y}_J)$ は $\bar{\gamma}_4$ のレンジ (r, R) と重複し, $(r, \underline{Y}_J)$ の中の $\bar{\gamma}_4$ を 1 つとる。この $\bar{\gamma}_4$ については

$$\bar{\gamma}_4 < \underline{Y}_J \leqq y_{iJ}, \quad i=1, \cdots, J-1$$

である。故に § 3.3よりこの $\bar{\gamma}_4$ に対応する家計は ξ_J を選択する。

(ii)について, 今までと同じように

$$\underline{Y}_j = \min\{y_{1j}, \cdots, y_{j-1j}, R\}$$
$$\overline{Y}_j = \max\{y_{j+1j}, \cdots, y_{Jj}, r\}$$

と定める。(ii)の条件の下で

$$\underline{Y}_j > r$$
$$R \geqq \underline{Y}_j > \overline{Y}_j \geqq r$$
$$R > \overline{Y}_j$$

である。従って区間 $(\overline{Y}_j, \underline{Y}_j)$ の中の 1 つの $\bar{\gamma}_4$ をとると,

$$y_{ij} \geqq \underline{Y}_j > \bar{\gamma}_4 > \overline{Y}_j > y_{kj}, \quad i=1, \cdots, j-1, \quad k=j+1, \cdots, J$$

である。故に，§3.3より，この$\bar{\gamma}_4$をもつ家計はξ_jを選択する。

3.6. §3.4及び§3.5の結果をまとめると次の定理を得る。

定理1 二次形式効用指標（2.4），効用パラメタの分布（2.5）を設定し，選択肢集合 $\Xi=\{\xi_1, \cdots, \xi_J\}$を所与とする。家計は制約式（2.2）の下で効用最大化行動を行うものとする。家計がξ_jを選択するための必要十分条件は，(i) ξ_1については

$$R>y_{k1},\quad k=2,\cdots,J \tag{3.13}$$

(ii) ξ_j, $j=2,\cdots,J-1$, については

$$\begin{matrix} y_{ij}>r & \\ y_{ij}>y_{kj} & \begin{matrix} i=1,\cdots,j-1 \\ k=j+1,\cdots,J \end{matrix} \\ R>y_{kj} & \end{matrix} \tag{3.14}$$

(iii) ξ_Jについては

$$y_{iJ}>r \qquad i=1,\cdots,J-1 \tag{3.15}$$

である。

3.7. 系1-1. $\bar{\gamma}_4$の分布のレンジを（$-\infty,\infty$），Iのレンジを $0<I<\infty$ とするならば，ξ_1とξ_Jを選択する家計はそれぞれ必ず存在する。

y_{ij}はIの一次式である。(8) $0<I<\infty$の条件の下では$-\infty<y_{ij}<\infty$ であるから，定理1の(i)及び(iii)の十分条件は常に満たされている。従って上の結果を得る。

$J=2$ の場合ならば$\Xi=\{$非就業，雇用就業$\}$ となる。$\bar{\gamma}_4$のレンジが（$-\infty$, ∞）であるならば，いかなる核所得水準においても，両就業状態が観察されうる。一方の状態だけに集中してしまうことはない。

$J=3$ で$\Xi=\{$非就業，短時間雇用，普通時間雇用$\}$であり，$-\infty<\bar{\gamma}_4<\infty$とする。この時，どの$I$一水準においても非就業および普通時間雇用就業を選択する家計がある。ただしI一水準によっては，短時間雇用就業が選択されない可能性もある。

$\bar{\gamma}_4$のレンジを有限の区間（r, R）とし特定のI水準を考える。この時，例えば，$R>y_{k1}$ は満たされないこともありうる。その時ξ_1は選択され得ない。実際の観察では，過去の例では$J=2$, 3であるが，どの水準においてもξ_1, ξ_Jの選択が見られる。従って先の条件(i), (iii)は，観察範囲のI水準においては，満たされているものと推論される。ただし，一般的には(i), (iii)の条件が満たされなくなるI水準の存在は否定できない。もしこのようなI水準が観察されたならば，このことはRお

注（8） このことは§5.2で明示される。

よび r の値について何らかの情報をもたらすことになる。

3.8. 各就業状態の確率 P_j を定義する。

$$(3.16) \qquad P_j=\Pr\{\bar{\gamma}_4 \mid \omega_j>\omega_i,\ j\neq i\},\quad j=1,\cdots,J$$

P_j は一定の与件のもとで，家計群の何割が就業状態 ξ_j を選択するかを確率にしたものである。

系 1-2. $P_j>0,\ j=1,\cdots,J,$ とすると

$$P_1=\int_{Y_1}^{R} f(\bar{\gamma}_4)d\bar{\gamma}_4$$

$$(3.17) \qquad P_j=\int_{Y_j}^{\underline{Y}_j} f(\bar{\gamma}_4)d\bar{\gamma}_4 \qquad j=2,\cdots,J-1$$

$$P_J=\int_{r}^{\underline{Y}_J} f(\bar{\gamma}_4)d\bar{\gamma}_4$$

である。

これは今までの議論から明らかである。

3.9. 前出の定理を別の形にするために次のような準備をする。

3.9.1. $y_{mn},\ m\neq n,$ について

$$(3.18) \qquad y_{mn}=y_{nm}$$

が成り立つ。

これは y_{mn} の定義 (3.4) より導かれる。

3.9.2. $l<m<n$ の時，$y_{lm},\ y_{ln},\ y_{nm}$ の大小関係としては次の 3 つの可能性だけがある。

$$(3.19) \qquad \begin{array}{ll} (1) & y_{lm}>y_{ln}>y_{nm} \\ (2) & y_{lm}<y_{ln}<y_{nm} \\ (3) & y_{lm}=y_{ln}=y_{nm} \end{array}$$

これは次のように示される。定義 (3.4) より

$$\begin{aligned}(h_m-h_n)y_{nm}&=h_m y_{1m}+h_n y_{1n}\\ &=-(h_l-h_m)y_{lm}+(h_l-h_n)y_{ln}\end{aligned}$$

一方，$(h_l-h_n)=(h_l-h_m)+(h_m-h_n)$ であるから，上式より次の 2 式を得る。

$$(h_m-h_n)(y_{nm}-y_{ln})=(h_l-h_m)(y_{ln}-y_{lm})$$

$$(h_l-h_n)(y_{nm}-y_{lm})=(h_l-h_m)(y_{nm}-y_{lm})$$

従って，$h_l\neq h_m\neq h_n\neq h_l$ の時

$$\frac{y_{nm}-y_{ln}}{h_l-h_m}=\frac{y_{ln}-y_{lm}}{h_m-h_n}=\frac{y_{nm}-y_{lm}}{h_l-h_n}$$

となる。$l<m<n$ の時，$h_l<h_m<h_n$ であり，上式の3つの分母はすべて負である。従って(3.19)の3つの可能性しかあり得ない。

上の結果より，$y_{lm}>y_{ln}$ ならば $y_{lm}>y_{nm}$ 及び $y_{ln}>y_{nm}$ がなり立つ。逆に $y_{lm}<y_{ln}$ ならば $y_{lm}<y_{nm}$ 及び $y_{ln}<y_{nm}$ がなり立つということがわかる。

3.10. §3.9.1の結果より $y_{k1}=y_{1k}$, $y_{kj}=y_{jk}$ である。§3.9.2より不等式 $y_{ij}>y_{kj}(=y_{jk})$ は $y_{ij}>y_{ik}>y_{jk}$ と同値である。従って定理1の条件 (3.13), (3.14) 及び (3.15) は書き換えられて，それぞれ

$$
(3.20)\quad
\begin{array}{lll}
(\mathrm{i})' & R>y_{1k} & k=2,\cdots,J \\
(\mathrm{ii})' & y_{ij}>r & i=1,\cdots,j-1 \\
 & y_{ij}>y_{ik}>y_{jk} & k=j+1,\cdots,J \\
 & R>y_{jk} & \\
(\mathrm{iii})' & y_{iJ}>r & i=1,\cdots,J-1
\end{array}
$$

となる。

4　家計群の行動

4.1. 前節では，特定の $\bar{\gamma}_4$ をもつ一家計の行動を吟味した。また特定の就業状態 ξ_j の選択に注目した。この節では，種々相異なる $\bar{\gamma}_4$ をもつ家計群全体の選択について注目し，また可能な選択肢全体の選択のされ方について吟味する。

J 個の選択肢からなる Ξ のすべての要素が選択されるかもしれないし，その一部しか選択されずに他の要素は選択されないものであるかもしれない。

モデルを検証する方法を導くためには，どの $\bar{\gamma}_4$ をもつ家計がどの選択肢を選択するのか，明示的な対応関係を導くことが必要となる。

4.2. $\xi_1,\cdots,\xi_J$ のすべてが家計群によって選択されるための必要条件は

$$(4.1)\quad R>y_{12}>y_{23}>\cdots>y_{J-1J}>r$$

である。

この条件は以下のように導かれる。§3.10より，ξ_1 が選択されるための必要条件は $R>y_{1k}$, $k=2,\cdots,J$ であった。従って

$$R > y_{12}$$

でなければならない。同じく§3.10より，ξ_J が選択されるためには $y_{iJ}>r$, $i=1,\cdots,J-1$, が必要条件であったから，

$$y_{J-1J} > r$$

でなければならない。ξ_j, $2 \leqq j \leqq J-1$, についても§3.10より $y_{ij}>y_{jk}$, $i<j<k$, でなければならないから，$y_{j-1j}>y_{jj+1}$ が必要条件である。$j=2,\cdots,J-1$ について書き並べると

$$y_{12} > y_{23} > \cdots\cdots > y_{J-1J}$$

を得る。以上をまとめると（4.1）が必要条件として導かれる。

4.3. 条件（4.1）は十分条件でもある。

このことは次のように示される。いま（4.1）の下では

$$R > \bar{\gamma}_4 > y_{12} > y_{23} > \cdots > y_{J-1J} > r$$

を満す $\bar{\gamma}_4$ が存在し，この $\bar{\gamma}_4$ をもつ家計を考える。(3.3) より，一般に，

$$(4.\ 2) \quad \omega_j - \omega_{j+1} = (h_{j+1} - h_j)(\bar{\gamma}_4 - y_{jj+1}) \qquad j=1,\cdots,J-1$$

ただし $h_{j+1}-h_j>0$, が得られる。上の $\bar{\gamma}_4$ に対しては

$$\bar{\gamma}_4 - y_{jj+1} > 0 \qquad j=1,\cdots,J-1$$

であるから（4.2）より

$$\omega_j - \omega_{j+1} > 0$$

となる。故に

$$\omega_1 > \omega_2 > \cdots > \omega_J$$

となり ξ_1 を選択する家計が存在したことになる。

次に，（4.1）の下で

$$R > y_{12} > y_{23} > \cdots > y_{J-1J} > \bar{\gamma}_4 > r$$

となる $\bar{\gamma}_4$ をもつ家計を考える。この時 $\bar{\gamma}_4 - y_{jj+1} < 0$, $j=1,\cdots,J-1$, である。従って（4.2）より，

$$\omega_j - \omega_{j+1} < 0 \qquad j=1,\cdots,J-1$$

即ち，この $\bar{\gamma}_4$ にとって

$$\omega_1 < \omega_2 < \cdots < \omega_J$$

であり，ξ_J が選択される。

j^0 を $2,\cdots,J-1$ の内の特定の1つとする。そして

$$R > y_{12} > \cdots > y_{j^0-1j^0} > \bar{\gamma}_4 > y_{j^0j^0+1} > \cdots > y_{J-1J} > r$$

を満たす $\bar{\gamma}_4$ を持つ家計を考える。この時

$$\bar{\gamma}_4 - y_{jj+1} > 0 \qquad j=j^0, j^0+1, \cdots, J$$

$$\bar{\gamma}_4 - y_{jj+1} < 0 \qquad j=1, 2, \cdots, j^0-1$$

であり，(4.2) より

$$\omega_j - \omega_{j+1} > 0 \qquad j=j^0, j^0+1, \cdots, J$$
$$\omega_j - \omega_{j+1} < 0 \qquad j=1, 2, \cdots, j^0-1$$

を得る。従って，この $\bar{\gamma}_4$ に対しては

$$\omega_{j^0} > \omega_{j^0+1} > \cdots > \omega_J$$
$$\omega_1 < \omega_2 < \cdots < \omega_{j^0}$$

が成り立つ。この $\bar{\gamma}_4$ をもつ家計は ξ_{j^0} を選択する。j^0 は $2, \cdots, J-1$ のどの値をとってもよかったから $\xi_2, \cdots, \xi_{J-1}$ が選択される。

4.4.　§4.2 と §4.3をひとつにまとめる。

定理2　定理1の設定のもとで家計が効用最大化行動をする時，選択肢集合 $\Xi = \{\xi_1, \cdots, \xi_J\}$ の要素，$\xi_1, \cdots, \xi_J$，のすべてが家計群によって選択されるための必要十分条件は

$$R > y_{12} > y_{23} > \cdots > y_{J-1J} > r$$

である。

4.5.　系2－1．$\xi_1, \cdots, \xi_J$ すべてが選択される時，

$$P_1 = \int_{y_{12}}^{R} f(\bar{\gamma}_4) d\bar{\gamma}_4$$

$$P_j = \int_{y_{jj+1}}^{y_{j-1j}} f(\bar{\gamma}_4) d\bar{\gamma}_4 \qquad j=2, \cdots, J-1 \tag{4.3}$$

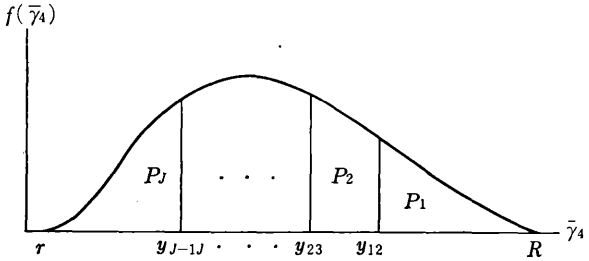
$$P_J = \int_{r}^{y_{J-1J}} f(\bar{\gamma}_4) d\bar{\gamma}_4$$

である。

今までの議論より，$R > y_{12} > y_{23} > \cdots > y_{J-1J} > r$ が成り立ち，$R > \bar{\gamma}_4 > y_{12}$ の $\bar{\gamma}_4$ をもつ家計は ξ_1 を選択する。$y_{jj-1} > \bar{\gamma}_4 > y_{jj+1}$ の $\bar{\gamma}_4$ をもつ家計は ξ_j，$j=2, \cdots, J-1$，を選択する。$y_{J-1J} > \bar{\gamma}_4 > r$ の家計は ξ_J を選択する。これで $\bar{\gamma}_4$ のレンジはすべて尽されているから求める確率式が得られる。(9)

上の確率式より，P_j は $\bar{\gamma}_4$ の確率分布の上で次図のような位置を占める。余暇と所得の限界代替率は $(\bar{\gamma}_4 + \gamma_3 X + \gamma_5 A)/(\gamma_2 + \gamma_1 X + \gamma_3 A)$ である。この比は $\bar{\gamma}_4$ を含み家計間で分布している。$\bar{\gamma}_4$ が大きく，限界代替率の大きい家計程，非就業あるいは短時間雇用を選択する。逆のケースは長時間雇用を選択する。この関係は一意的なものとなっている。すなわち，分布図において各確率の位置は左

注（9）　例えば $\bar{\gamma}_4 = y_{jj+1}$ の家計に対しては，$\omega_j = \omega_{j+1}$ であるが，この確率はゼロである。



第2図

から雇用労働時間の長さの順に並んでいる。

Rとrは固定された値である。y_{ij}は外生変数，特にI，の関数である。もし$R<y_{12}$，あるいは$R<y_{23}$となるIの水準であるならば，ξ_1あるいはξ_2の確率P_1，P_2はゼロになる。また。図上のy_{12}とy_{23}の位置が逆転して$y_{12}<y_{23}$となるようなIの水準であったならξ_2は選択されえないことになる。

4.6. **定理3**　選択肢集合ΞをΞ^*と$\Xi^{**}=\Xi-\Xi^*$の2つに分ける。Ξ^*の要素を$\{\xi_{j_1},\cdots,\xi_{j_M}\}$とする。$\Xi^{**}$の要素は選択されないということを所与とした時，$\Xi^*$の要素がすべて家計群によって選択される為の必要十分条件は，

$$(4.\ 4)\quad R>y_{j_1j_2}>y_{j_2j_3}>\cdots>y_{j_{M-1}j_M}>r$$

である。

これは以下のように導びかれる。まず必要性については§4.2と同じである。十分性，Ξ^{**}の任意の要素をξ_k^{**}とする。対応する効用指標をω_k^{**}とする。Ξ^{**}の要素ξ_k^{**}は選択されないという条件は，

$$\omega_{j_i}\geqq\omega_k^{**}$$

となるξ_{j_i}がΞ^*の中にあることを意味する。従ってΞの中で最大効用を求めることはΞ^*の中で最大効用を求めることと同じである。Ξ^*をあらためてΞと見做せば，§4.3の議論と同じようにして，求める結果が得られる。

4.7. 先の定理3ではΞ^{**}を所与としている。その上でΞ^*の中に更に選択され得ないものがないかを検討する条件を導いたことになる。即ち，所与としたΞ^{**}が非選択集合として最大（集合論の意味で）のものであるかどうかを検討することが必要となる。この意味で定理3は書き変えられて，

系3-1．Ξを任意に二分してΞ^*とΞ^{**}とする。Ξ^{**}が最大，従ってΞ^*が最小であるための必要十分条件はΞ^*の要素$\xi_{j_1},\cdots,\xi_{j_M}$について（4.4）が成立することである。

次の確率式もただちに導かれる。

系3-2．$P_j>0$，$j=j_1,\cdots j_M$，その他のjについて$P_j=0$の時

$$P_{j_1}=\int_{y_{j_1j_2}}^{R} f(\bar{\gamma}_4)d\bar{\gamma}_4$$

$$P_{j_i}=\int_{y_{j_ij_{i+1}}}^{y_{j_{i-1}j_i}} f(\bar{\gamma}_4)d\bar{\gamma}_4 \qquad i=1,\cdots,M$$

$$P_{j_M}=\int_{r}^{y_{j_{M-1}j_M}} f(\bar{\gamma}_4)d\bar{\gamma}_4$$

である。

5　就業確率の性質

5.1.　今までのところパラメタ γ の値については特別な制約を課していない。ここで新たな仮定を追加して，就業確率 P_j と核所得 I の関係を導き出す。

I の変化とともに各 y_{ij} の大小関係が変化し，従って選択集合 Ξ^* も変化しうる。ただし以下では Ξ^* が変化しない範囲での議論がなされる。また，§4.6から明らかなように，非選択集合 Ξ^{**} があるとしても，選択集合 Ξ^* をあらためて Ξ とみなしてもよいことになる。すなわち Ξ^* の要素，$\xi_{j_1},\cdots,\xi_{j_M}$ をあらためて $\xi_1,\cdots,\xi_J$ と名付けてもよい。これらを踏まえて以下の議論がなされる。

5.2.　$\xi_1,\cdots,\xi_J$ がすべて選択される時，就業確率 P_j は（4.3）で示された。その積分限界 y_{ij} は次のように I の関数として明示することができる。

まず（3.2）より

$$y_{1j}=A_{1j}\gamma \qquad j=2,\cdots,J$$

ただし

$$A_{1j}=\left[\frac{w_j^2h_j}{2}+w_jI,\ w_j,\ w_j(T-h_j)-I,\ \frac{h_j}{2}-T\right]$$

$$\gamma'=[\gamma_1,\ \gamma_2,\ \gamma_3,\ \gamma_5],$$

として γ の一次式として書ける。あるいは書き変えて

$$y_{1j}=z'\pi_{1j}$$

ただし

$$z'=[1,I]$$

$$\pi_{1j}\equiv\begin{bmatrix}\alpha_{1j}\\ \beta_{1j}\end{bmatrix}=B_{1j}\gamma$$

$$B_{1j}=\begin{bmatrix} w_j^2h_j/2 & w_j & w_j(T-h_j) & \frac{h_j}{2}-T \\ w_j & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

として I の一次式として表わされる。

y_{ij} については (3.4) より

$$y_{ij}=A_{ij}\gamma \qquad i \neq j \tag{5. 1}$$

ただし $A_{ij}=h_iA_{1i}-h_jA_{1j}/h_i-h_j$, あるいは

$$y_{ij}=z'\pi_{ij}$$

$$\pi_{ij}=\begin{bmatrix}\alpha_{ij}\\ \beta_{ij}\end{bmatrix}=B_{ij}\gamma \tag{5. 2}$$

$$B_{ij}=h_iB_{1i}-h_jB_{1j}/h_i-h_j$$

と書ける。

5.3. $P_j(>0)$の式 (4.3) より次が計算される。

$$\frac{\partial P_1}{\partial I}=-f(y_{12})\beta_{12}$$

$$\frac{\partial P_j}{\partial I}=f(y_{j-1j})\beta_{j-1j}-f(y_{jj+1})\beta_{jj+1} \qquad j=2,\cdots,J-1 \tag{5. 3}$$

$$\frac{\partial P_J}{\partial I}=f(y_{J-1J})\beta_{J-1J}$$

ここで, (5.2) より,

$$\beta_{12}=w_2\gamma_1-\gamma_3$$

$$\beta_{jj+1}=\frac{w_jh_j-w_{j+1}h_{j+1}}{h_j-h_{j+1}}\gamma_1-\gamma_3 \qquad j=2,\cdots,J-1 \tag{5. 4}$$

である。

$\partial P_1/\partial I$, $\partial P_J/\partial I$ の符号は, $P_1>0$, $P_J>0$ である限り一定である。$\partial P_j/\partial I$, $2\leqq j\leqq J-1$, の符号は一義的には評価できない。なお次を得る。

定理 4 $\xi_1,\cdots,\xi_J$ がすべて選択されるという I の領域において,

$$w_2\cdot\gamma_1-\gamma_3<0$$

の時はダグラス—有沢の第1法則

$$\frac{\partial P_1}{\partial I}>0$$

が成立する。

定理2より $R>y_{12}>r$ であるから，(5.3) において $-f(y_{12})<0$，そして $\beta_{12}=w_2\gamma_1-\gamma_3$ であるため上の帰結を得る。

この結果は，無差別曲線の凸性とは関わりがない。

5.4. ξ_1 が選択されないという条件においては，そもそも $\dfrac{\partial P}{\partial I}$ を計算することは意味がない。あるいは，その条件の下で $\partial P/\partial I=0$ である。ξ_1 以外に選択されるものがないとするなら，$P_1=1$，その範囲で $\partial P_1/\partial I=0$ となる。

ξ_1 が選択されるものとする。そして $\xi_2,\cdots,\xi_J$ の内少なくとも1つ選択されるものがあるとする。これは $1>P_1>0$ と表現できる。この状況の下で，選択される雇用機会の内最短労働時間のものを ξ_2^* とする。ξ_2^* の雇用条件を $(w_2^*,\ h_2^*)$ とする。この時，系3-2より

$$P_1=\int_{y_{12^*}}^{R} f(\bar{\gamma}_4)d\bar{\gamma}_4 \tag{5. 5}$$

ただし

$$y_{12}^*=\alpha_{12}^*+\beta_{12}^*I$$

$$\beta_{12}^*=w_2^*\gamma_1-\gamma_3$$

となる。従って，次を得る。

$$\frac{\partial P_1}{\partial I}=-f(y_{12}^*)\beta_{12}^*.$$

以上より

定理5 Ξ の内 ξ_1 と少なくとも他の1つの $\xi_j, 2, \leqq j \leqq J$，が選択され，これらを Ξ^* の要素とする。選択される雇用機会の中で最短労働時間の機会の賃金率を w_2^* とする。ここで

$$w_2^*\gamma_1-\gamma_3<0$$

ならば，ダグラス－有沢第1法則が成り立つ。

5.5. 前項でも見たように，P_1 は $(I, T, w_2^*, h_2^*, \gamma)$ に依存する。I の水準が変化すれば Ξ^* は変化し (w_2^*, h_2^*) も変化する。

次が計算される。(5.5) より

$$\frac{\partial P_1}{\partial w_2^*}=-f(y_{12}^*)\frac{\partial \omega}{\partial X}\bigg|_{\xi_2^*}$$

ただし $\dfrac{\partial \omega}{\partial X}\bigg|_{\xi_2^*}=\gamma_2+\gamma_1(I+w_2^*h_2^*)+\gamma_3(T-h_2^*)$。以上より次の結果を得る。

定理6 $1>P_1>0$ とし，Ξ^* が一定である I の範囲を考える。この時，

$$\frac{\partial \omega}{\partial X}\bigg|_{\xi_2^*}>0$$

ならばダグラス―有沢の第2法則

$$\frac{\partial(1-P_1)}{\partial w_2^*}>0$$

が成立する。

6 尤度関数

6.1. $J=3$ の例をとり，諸結果の応用を考える。この時（y_{12}, y_{13}, y_{23}）が定義される。これら y_{ij} および r と R の不等式＞による並び方は 5! 通りある。y_{ij} だけでは 3! 通りある。簡単のため $R>y_{ij}>r$ としておくと，次の6通りが考えられる。

(i) $R>y_{12}>y_{13}>y_{23}>r$

(ii) $R>y_{12}>y_{23}>y_{13}>r$

(iii) $R>y_{13}>y_{12}>y_{23}>r$

(iv) $R>y_{13}>y_{23}>y_{12}>r$

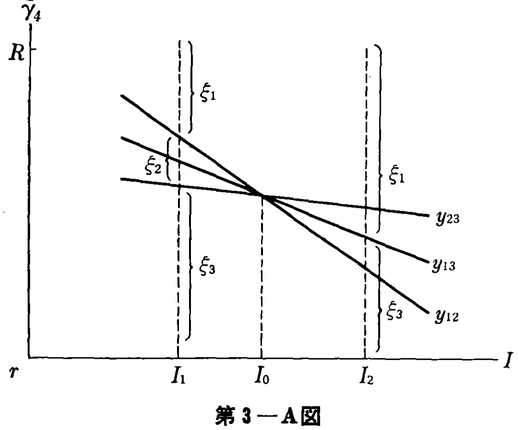
(v) $R>y_{23}>y_{12}>y_{13}>r$

(vi) $R>y_{23}>y_{13}>y_{12}>r$

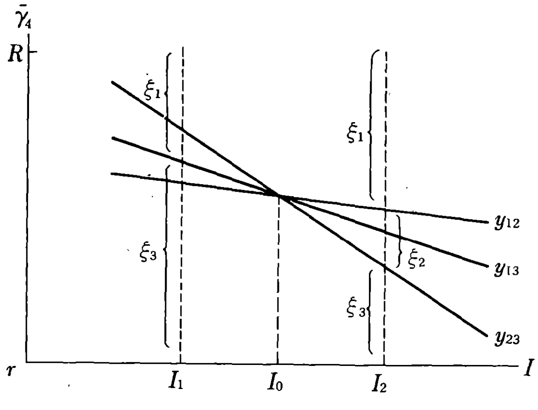
この内(ii)～(v)のケースは § 3.9.2 の3つの可能性に適合しない。(i)と(vi)だけが可能である。

(i)では ξ_1, ξ_2, ξ_3 がすべて選択されるための条件 $R>y_{12}>y_{23}>r$ を満たしている。(vi)の場合は満たされていない。(vi)では $y_{23}>y_{12}$ となり，定理1より ξ_2 は選択され得ない。$\Xi^{**}=\{\xi_2\}$，$\Xi^*=\{\xi_1, \xi_3\}$ となる。Ξ^* については $R>y_{13}>r$ が満たされ，ξ_1 及び ξ_3 は共に選択される。

(i)と(vi)をひとまとめに生じさせるメカニズムは下図で説明される。AとBの2つの可能性がある。Aでは I_0 の左で(i)を，右で(vi)を生じる。Bでは逆になっている。A，Bの双方において P_1，P_3 は



第3―A図



第3―B図

それぞれIの増加，減少関数になる。異なるところはP_2についてである。AにおいてはIの増加とともにξ_3の選択の確率は小さくなりI_0を越えるとゼロになる。Bにおいては逆の関係が成立する。

なお，今までの議論でΞ^*を一定と仮定することがあった。このことは，$I<I_0$の範囲だけに，あるいは$I_0<I$の範囲だけに限って議論していたことになる。

6.2. K個の所得階層I_k，$k=1,\cdots,K$，のそれぞれの選択集合をΞ_k^*とする。Ξ_k^*が先験的にわかっているとする。$\Xi_k^*=\{\xi_{k1},\xi_{k2},\cdots,\}$についての確率分布を$L_k$とする。$L_k$は$I_k$水準の家計$n_k$個の内$n_{k1}$個の家計が$\xi_{k1}$を選択し，$n_{k2}$が$\xi_{k2}$を選択するという確率である。$L_k$は（4.3）を利用して得られる多項分布となる。$K$所得階層全体としての確率分布（尤度関数）は$\prod_{k=1}^{K}L_k$で与えられる。

実際問題としては，Ξ_k^*は観察結果より定めなければならない。この時次のような困難がある。

I_k水準におけるP_{ki}の経験的対応物（推定値）はn_{ki}/n_kである。$n_{ki}/n_k>0$であればξ_{ki}はΞ_k^*に含まれる。即ちξ_{ki}は選択されたものと見なせる。逆に$n_{ki}/n_k=0$であったとしても，ξ_{ki}はΞ_k^*に含まれないとは結論できない。n_kが小さい時には抽出誤差の可能性は否定できない。

例えば，観察結果が$\Xi_k^*=\{\xi_1,\xi_2,\xi_3\}$，$\Xi_{k'}^*=\{\xi_1,\xi_3\}$，$I_k<I_{k'}$であったとする。尤度関数の構成は2通り考えられる。(i) $\Xi_{k'}^*$にξ_2が含まれないのは抽出誤差であり，図3-Aを例にとって，$I_k<I_{k'}<I_0$と考えることができる。この時L_k，$L_{k'}$は共に三項分布である。(ii) $\Xi_{k'}^*$にξ_2が含まれないのは，$I_k<I_0<I_{k'}$のためであり抽出誤差のためではないと考える。この時，L_kは三項分布であるが$L_{k'}$は二項分布である。

以下ではこのような困難はないものとする。

6.3. 従来の観察結果に従い，Ξ_k^*は一定とする。それをあらためて$\Xi=\{\xi_j\}$とみなす。この時，

$$(6.\ 1)\qquad L_k=n_k!\prod_{j=1}^{J}(P_j{}^{n_{kj}}/n_{kj}!)$$

ただし，n_{kj}はk番目の所得階層でξ_jを選択した家計の数，$n_k=\sum n_{kj}$，そして各P_jは（4.3）で与えられる。K階層全体に亘っての尤度関数は$L=\prod L_k$となる。

正規分布の仮定（2.6）を採ると（4.3）より

$$P_1=\int_{x_{12}}^{\infty}\phi(t)dt,\qquad \phi(t)=\exp-\frac{t^2}{2}\Big/\sqrt{2\pi}$$

$$(6.\ 2)\qquad P_j=\int_{x_{jj+1}}^{x_{j-1j}}\phi(t)dt\qquad j=2,\cdots,J-1$$

$$P_J=\int_{-\infty}^{x_{J-1J}}\phi(t)dt$$

となる。ここで，$x_{ij}=y_{ij}-\gamma_4/\sigma$，あるいは次のようにも書ける。

$$(6.\ 4)\qquad x_{ij}=A_{ij}{}^*\gamma^* \\ =z'\pi_{ij}{}^*$$

ただし

$$\gamma^{*\prime}=\left[\frac{\gamma_1}{\sigma},\frac{\gamma_2}{\sigma},\frac{\gamma_3}{\sigma},\frac{\gamma_4}{\sigma},\frac{\gamma_5}{\sigma}\right]$$

$$(6.\ 5)\qquad \pi_{ij}{}^*=B_{ij}{}^*\gamma^*,\qquad A_{ij}{}^*=z'B_{ij}{}^*$$

$$B_{ij}{}^*=\begin{bmatrix}\dfrac{w_i^2h_i^2-w_j^2h_j^2}{2(h_i-h_j)} & \dfrac{w_ih_i-w_jh_j}{h_i-h_j} & \dfrac{w_ih_i(T-h_i)-w_jh_j(T-h_j)}{h_i-h_j} & -1 & \dfrac{h_i\left(\frac{h_i}{2}-T\right)-h_j\left(\frac{h_j}{2}-T\right)}{h_i-h_j} \\ \dfrac{w_ih_i-w_jh_j}{h_i-h_j} & 0 & -1 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

以上のように，$\Xi_k{}^*$ が一定の時，§2で定めたモデルは統計的にみると (conditional) Polytomous Probit Model である。

7 その他

7.1. J 個の就業形態の労働時間は

$$0=h_1<h_2<\cdots<h_J\leqq T$$

と順序付けられるものと前提しておいた。ここで $h_i=h_j$ となるものがある場合を考える。この時，

$$(7.\ 1)\qquad \omega_i-\omega_j=h_j(\bar{\gamma}_4-y_{1j})-h_i(\bar{\gamma}_4-y_{1i})=h_i(y_{1i}-y_{1j})$$

そして

$$(7.\ 2)\qquad y_{1i}-y_{1j}=(w_i-w_j)\left\{\frac{\omega_i'+\omega_j'}{2}\right\}$$

ただし $\omega_i'=\partial\omega/\partial X|\xi_i$，である。

ここで J 個の就業状態 ξ_i すべてにおける所得の限界効用について

$$(7.\ 3)\qquad \omega_i'>0$$

を仮定するか，あるいは，$h_i=h_j$ となる ξ_i，ξ_j において

$$(7.\ 4)\qquad (\omega_i'+\omega_j')/2>0$$

を仮定する。

$h_i=h_j$ となるものがあっても，仮定 (7.3) あるいは (7.4) を加えれば，$w_i>w_j$ の時に $\omega_i>\omega_j$ となる。従って，賃金率の低いものは恒等的に選択され得ないものとして選択肢集合から排除すればよい。

7.2. $\xi_1, \cdots, \xi_J$ の就業形態の中から2つ以上の雇用機会を同時に受諾する兼業の可能性は無いものとしておいた。兼業を可能とした場合にはモデルの外生変数に関する構成を少々一般化すればよい。

$\xi_2, \cdots, \xi_J$ から2つの ξ_i と ξ_j を兼業する点は次で示される。

$$\xi_i+\xi_j=\xi_1+(h_i+h_j)\begin{bmatrix}\dfrac{w_ih_i+w_jh_j}{h_i+h_j}\\ -1\end{bmatrix}$$

一般に $n(\leqq J-1)$ 個を兼業する点は

$$\sum_{i=1}^{n}\xi_{j_i}=\xi_1+(\sum h_{j_i})\begin{bmatrix}\sum w_{j_i}h_{i_j}/\sum h_{j_i}\\ -1\end{bmatrix}$$

で表わされる。

本来の就業形態が $J=\binom{J-1}{0}+\binom{J-1}{1}$ 通り，2種兼業が $\binom{J-1}{2}$ 通り，$\cdots$，n 種兼業が $\binom{J-1}{n}$ 通り，$\cdots$，$J-1$ 種兼業が $\binom{J-1}{J-1}$ 通りある。これらの総数は 2^{J-1} 個である。このように作られる就業形態はすべて

$$\xi_j=\xi_1+H_j\begin{bmatrix}W_j\\ -1\end{bmatrix} \qquad j=1, \cdots, 2^{J-1}$$

の形式で表現できる。この内 $H_j>T$ となるものを除外する。残った ξ_j の個数を M とする。H_j の大小関係で $\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_M$ と順序付け前節までの分析が適用できる。このように拡張されてできた選択肢集合 $\Xi=\{\xi_1, \cdots, \xi_M\}$ においては，これ以上兼業できないものとする。この設定は制約（2.2）に帰着する。

8 結　語

勤労家計の非核に対して複数の雇用機会が提示されている時，非就業あるいはどの雇用機会を選択するかを叙述する理論モデルが提示され，その理論的構造が分析された。

このモデルの解と呼ぶべき種々の就業確率が導びかれ，就業確率の性質が吟味された。その結果，モデルの統計学的性格は quantal response model に登場する polytomous probit model と同じであることが示された。

分析は，概して，選択集合が変化しない核所得水準の範囲内に限られていた。この限定の理由は従来の観察結果にもとづいている。もしこの限定に合致しない観察結果が得られるならば一層の拡張が必要となるであろう。

（中央大学商学部助教授）