

|                  |   |
|------------------|---|
| Title            | 交換媒体としての貨幣と取引過程の分権化   |
| Sub Title        | Money as a medium of exchange and the decentralization of the trading process   |
| Author           | 福岡, 正夫  |
| Publisher        | 慶應義塾経済学会  |
| Publication year | 1981  |
| Jtitle           | 三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.74, No.3 (1981. 6) ,p.271(73)- 293(95)  |
| JaLC DOI         | 10.14991/001.19810601-0073  |
| Abstract         |   |
| Notes            | 論説  |
| Genre            | Journal Article   |
| URL              | <a href="https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19810601-0073">https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19810601-0073</a> |

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

# 交換媒体としての貨幣と取引過程の分権化

福岡 正 夫

1 最近本誌に寄稿した二つの論文<sup>(1)</sup>において、私はワルラスの意味での完全市場を具えていない経済組織にあっても、若干の条件さえ満たされていれば、エッジワース流の交換過程がパレート最適配分をもたらしうることを明らかにした。その条件というのは、大まかにいって、すべての取引主体の初期の財保有量が、誰もが欲する財を含んでいるということであり、その種の一般的受容性をもつ財があるならば、小人数のグループをつうじての交換なかつく双方取引 (bilateral trade) の制度の下でも、万人共通の最適均衡価格が成立し、その下で競争均衡が達成されうることが示されたのである。

本稿においてわれわれが考察するのは、それとは交替的に、上記の条件はかならずしも満たされていないが、その代り当初からすでに競争均衡価格が成立しており、その下で社会的需給の一致が達せられている経済において、やはり全員が一堂に会することなく個々の取引者間の交換が成就されるためには、いかなる条件が満たされていけばよいかという問題である。あるいはこれは、各取引主体の超過需要の合計量がどの財についてもゼロになっている状態から出発して、中央取引所の制度に頼ることなく、いかにして各主体の個別的超過需要そのものもまたすべての財にわたってゼロにすることができるかという問題であるといってもよい。

断るまでもなく伝統的な均衡経済学においては、全員が取引所に会して「市場と取引する」仕組みが仮定されているがゆえに、この問題は存在しない。いまこのようなワルラス的な想定について多少とも具体的なイメージを思い浮かべてみるためには、ヴェーンドルプ<sup>(2)</sup>にしたがって trading annex clearing center として機能する全経済的規模の交換仲介機関を構想し、すべての取引参加者がそこに口座を設ける状況を想像してみればよい。市場日が開かれるやいなや各取引主体は彼らの超過供給をその仲介機関に寄託して、それに相当する価値額を何らかの計算単位で自らの口座勘定に記録する。やがて市場のある時点において、当該仲介機関はこの寄託の受け入れを閉じ、それ以後各主体はこんどはオファーした超過需要の財の受け取りを開始する。それに応じて彼らの貸し

注(1) 福岡正夫「非ワルラス的交換過程と最適配分 I, II」, 『三田学会雑誌』1980年10月号および1981年4月号。

(2) E. C. H. Veendorp, "General Equilibrium Theory for a Barter Economy", *Western Economic Journal*, March 1970, p. 3 参照。

越し勘定は次第に相殺されていき、市場日が終るときまでにはすべての勘定が清算されると想定する。要するにこのような仕組みにおいては、財への唯一の支払いが売手の勘定への追加ならびに買手の勘定からの差引きになるだけであり、これらの勘定は、上記の擬制的な仲介機関の口座の記録が当事者の記憶あるいは信頼関係のなかに存在するにすぎないのである。

このような解決法は、たしかにその論理的性格においてきわめて単純明快であるが、現実の交換過程の叙述としてはかならずしも意に叶うものとはいえないであろう。なぜなら實際上観察される交換の多くは、そのような人と市場との取引ではなく、人と人との取引であり、したがってもし交換という用語をその意味に用いるなら、上記の交換モデルは逆説的に交換の要素を含まない交換モデルであるといわざるをえないからである。それゆえに取引者間の交換のメディアとしての貨幣の機能を究明する立場からすれば、まず捨てられなければならないのがこの clearing center の想定であることは自明であろう。

これに引きかえ、いわゆる需給の法則ならびに一物一価の法則の方は、情報が発達した今日の社会においてはさほど虚妄の機構とも考えられず、一応の現実感をもって受け容れられるところではないかと考えられる。それゆえ本稿においては、伝統的理論における価格の伝達・調整機構の部分はそのまま仮定として持越すことにし、その結果社会的需給の一致と万人共通の均衡価格がすでに成立しているものと仮定するのである。このように伝統的な競売人、模索過程、中央取引所の三位一体を解体して、価格、超過需要の情報チャンネルの部分はこれを活かし、他方中央取引所の機構は棄却するという基本構想を立てるについては、あるいはその精神分裂的な性格を指摘する向きもあるかもしれない。しかし一物一価の法則と、貨幣を交換媒体とする双方取引とがいずれながら行なわれている現実に着目するならば、これらのあいだに越えがたい原理的矛盾があるとはほとんど考えられない。やがて以下の分析が明らかにするように、貨幣はこの場合双方取引の鎖を連動させて、それに中央取引所が存在する場合と同等の機能を果たさしめる潤滑油の役割を果たすのであって、そのような貨幣の役割に光をあてるためには、かえって上述のような推論の線を迎えることが必要にして有効なアプローチであると考えられるのである。少なくとも均衡価格が分かっている場合の貨幣の役割を知りうるものでないかぎり、価格が不確実な場合のその役割を知ることは到底不可能<sup>(3)</sup>というほかはないであろう。

注(3) 以下本稿と同じ分析視点から問題をとり扱った文献として、J. M. Ostroy and R. M. Starr, "Money and the Decentralization of Exchange", *Econometrica*, November 1974, G. Bradley, "Trading Rules for a Decentralized Exchange Economy", in S. E. Elmaghrabig ed., *Symposium on Theory of Scheduling and its Applications*, 1973, P. J. Madden, "A Theorem on Decentralized Exchange", *Econometrica*, July 1976, R. M. Starr, "Decentralized Nonmonetary Trade", *Econometrica*, September 1976, 浜田裕一郎「分権的交換過程と支払手段としての貨幣」、『三田学会雑誌』1977年2月号などを参照。

2 こうして本稿では、当初から競争均衡の状態にある経済を考察するが、他方取引主体はつねに全員より少ない一定人数のグループをつうじてしか交換に従事できないものとする。この点については、当該の人数を越えるグループ形成には、法外な費用がかかる想定すれば足りるのであろう。

前稿と同じく財の種類は  $n$  種類 ( $N = \{1, 2, \dots, n\}$ )、取引主体は  $m$  人 ( $M = \{1, 2, \dots, m\}$ )、ここで  $n < m$  とし、主体のグループはつねに  $k$  人 ( $k < m$ ) によって構成されると考える。正の均衡価格ベクトルを  $p = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ 、 $p$  の下での各主体の超過需要ベクトルを  $z_r = [z_{1r}, z_{2r}, \dots, z_{nr}]$  ( $r = 1, 2, \dots, m$ )、各主体の初期保有量ベクトルを  $\bar{x}_r = [\bar{x}_{1r}, \bar{x}_{2r}, \dots, \bar{x}_{nr}]$  ( $r = 1, 2, \dots, m$ ) で記し、また  $n \times m$  の超過需要行列を  $Z = [z_{ir}]$ 、同じく初期保有量行列を  $\bar{X} = [\bar{x}_{ir}]$  で記せば、上記の前提から  $(p, Z, \bar{X})$  については当然つぎの各条件が成立していることになる。

$$(U. 1) \quad \sum_{r=1}^m z_r = 0$$

$$(U. 2) \quad pz_r = 0, \text{ all } r \in M$$

$$(U. 3) \quad -z_r \leq \bar{x}_r, \text{ all } r \in M$$

および

$$(U. 4) \quad z_r R_r z_r, \text{ all } z \text{ such that } pz \leq 0, -z \leq \bar{x}_r,$$

ここで (U. 1) が社会的需給均等の条件を、(U. 2) が各主体ごとの収支均等条件(ワルラス法則)を、(U. 3) が超過供給に関する量的制約条件を、(U. 4) が選好  $R_r$  に関する最大化条件をそれぞれあらわしていることはいうまでもないであろう。

さて  $t$  期の取引に先立つ主体  $r$  の財保有量ベクトルを  $w_r^t = [w_{1r}^t, w_{2r}^t, \dots, w_{nr}^t]$  であらわし(明らかに  $w_r^t = \bar{x}_r$ )、またその期の純取引量ベクトルを  $a_r^t = [a_{1r}^t, a_{2r}^t, \dots, a_{nr}^t]$  で示す。 $a_r^t$  については、その正の成分は当該の財の受け取りを、負の成分はその引き渡しをあらわすものとする。すると、この期に会合するどのグループ  $\theta$  についても、その成員間の取引は明らかにつきの諸条件を満たすのでなくてはならない。

$$(A. 1) \quad \sum_{r \in \theta} a_r^t = 0$$

$$(A. 2) \quad pa_r^t = 0, \text{ all } r \in \theta$$

$$(A. 3) \quad w_r^t + a_r^t \geq 0, \text{ all } r \in \theta$$

(A. 1) は交換にさいして何ら物理的な取引費用がかからないこと、(A. 2) は取引をつうじて受け取る財の価値額と引き渡す財の価値額とが等しいこと、(A. 3) は信用取引ができないことをそれぞれ意味している。なかんずく (A. 2) の等価条件(いわゆる *quid pro quo* の条件)はスターが価格斉合性の条件と呼んだところのものに該当し、(U. 2) のワルラス法則よりはるかに強い

注(4) この種の問題における条件 (A. 2) の重要性に始めて注意を喚起したのは、スターの功績である。R. M. Starr, "The Structure of Exchange in Barter and Monetary Economies", *Quarterly Journal of Economics*, May 1972, pp. 293-294 参照。

制約をあらわすものであることに注意すべきである。通常の一般均衡理論にあらわれるワルラス法則は、たんに需要される財の総価値額と供給される財の総価値額が等しいことを規定しているのに対して、この等価条件はそれぞれの交換ごとに受け取る財の価値額と引き渡す財の価値額が等しいことを要請しているのである。

上に述べたように、取引主体はつねにその総数  $m$  より少ない  $k$  人から成るグループをつうじて取引に携さわるが、 $m$  人のなかから  $k$  人のグループが複数個形成されうる場合には、それらのグループは同時平行的に各グループ内で取引を行なうものとする。また同一期間内では同じ主体はただ一つのグループにのみ所属でき、同一の顔ぶれから成るグループは交換過程をつうじてただ一度しか会合しないとした上で、これらの条件を満たす最小の期間数を以下では  $T$  であらわし、 $t=1, 2, \dots, T$  にわたるグループ会合の系列を1ラウンド (One Round) と名づけることにしよう。たとえば  $k=2, m=3$  であれば、 $T=3$  で、 $((1, 2), 3), ((1, 3), 2), ((2, 3), 1)$  が1ラウンドであり、また  $k=2, m=4$  であれば、 $T=3$  で、 $((1, 2), (3, 4)), ((1, 3), (2, 4)), ((2, 3), (1, 4))$  が1ラウンドである。このように  $k=2$  の場合には、一般に

$$T = \begin{cases} m-1 & (m \text{ が偶数のとき}) \\ m & (m \text{ が奇数のとき}) \end{cases}$$

となり、 $m$  が奇数のときは、つねに1人の取引者が半端になって交換には参加しないことになる。<sup>(5)</sup>

また  $k > 2$  ならば、さらに  $m > k > \frac{1}{2}m > 2$  の場合と  $\frac{1}{2}m > k > 2$  の場合とが分たれ、前者の場合は明らかに同時には1グループしか会合できないから、 $T$  は  $m$  人から  $k$  人のグループを選ぶうる可能性の数

$$T = \binom{m}{k} = \frac{m!}{k!(m-k)!} \geq m$$

に合致し、ここで最後の不等式の等号は  $k=m-1$  の場合にのみ成立する。他方  $\frac{1}{2}m > k > 2$  の場合は  $m/k$  が整数なら  $m/k$  個のグループが同時に会合できて

$$T = \binom{m-1}{k-1} = \frac{(m-1)!}{(k-1)!(m-k)!}$$

となり、また  $m/k$  が整数でないなら

$$T > \binom{m-1}{k-1}$$

となる。ところで

$$\binom{m-1}{k-1} = (m-1) \frac{m-2}{k-1} \frac{m-3}{k-2} \dots \frac{m-k+1}{2}$$

注(5) Ostroy and Starr, *op. cit.*, p. 1095 参照。なおそうなることの証明については、浜田, 前掲論文, pp. 71-72 を見よ。

交換媒体としての貨幣と取引過程の分権化

で、右辺の分数はすべて1より大、また  $k \leq \frac{1}{2}m$  なら  $(m-2)/(k-1) \geq 2$  であるから、 $m > 2$  であるかぎり

$$\binom{m-1}{k-1} \geq 2(m-1) > m$$

となるのでなくてはならない。ゆえに  $2 < k < m$  である以上、 $T$  は  $k=2$  の場合の  $T$  を下回ることはなく、それらは  $k=m-1$  の場合にのみ等しくなる。こうして1ラウンドの含む期間数は、 $k=2$  のとき最小となり、 $k > 2$  については  $k$  が大となるにつれて急速に増加することが分かる。<sup>(6)</sup>

このようなラウンドをつうじてのグループの組合わせとその会合の順序は個々の取引主体の選択変数ではなく、交換の過程に先立ってあらかじめ任意に定められ、知らされているものとする。前記のごとく  $t$  期首の主体  $r$  の財保有量ベクトルは  $w_r^t$  であり、その期の純取引量ベクトルは  $a_r^t$  であるから、当然

$$(1) \quad w_r^{t+1} = w_r^t + a_r^t$$

であり、したがって  $t$  期首における主体  $r$  の未充足超過需要ベクトルを  $v_r^t$  とすれば、明らかに

$$(2) \quad v_r^t = z_r - (w_r^t - \bar{x}_r) = z_r - \sum_{i=1}^{t-1} a_r^i$$

である。ある  $t$  について  $v_r^t = 0$  となるときに、始めて当該主体の当初の超過需要はすべて満たされ、取引の目的は成就されるわけであるから、取引過程が効率的であることの一つの簡単な指標は、すべての主体がそのような目的を成就するに要する期間の数であると考えることができよう。われわれはオストロイ=スターに倣い、上に定義した1ラウンドで所期の目的が達成されること、すなわち

$$(E) \quad \sum_{i=1}^T a_r^i = z_r, \text{ all } r=1, 2, \dots, m$$

となることをもって、超過需要  $Z$  の1ラウンド内での完全充足 (Full Execution Within One Round) と呼び、以下そのような目的を達成する取引ルールの存在に興味の的を絞ることにする。これをいい換えれば、 $[w_{r,t}^i] = W^i$ ,  $[a_{r,t}^i] = A^i$ ,  $[v_{r,t}^i] = V^i$  とするとき、われわれの課題は  $W^{t+1} = W^t + A^t$  すなわち  $W^{t+1} = W^1 + \sum_{i=1}^t A^i = \bar{X} + \sum_{i=1}^t A^i$  のプロセスを経て、 $W^{T+1} = \bar{X} + Z$  ないしは  $V^{T+1} = Z - \sum_{i=1}^T A^i = 0$  を達成する取引ルールの性質を究明することに求められるのである。このような意味での有限期間内での目的達成に考察の焦点を合わせることが、本稿の議論を前稿のそれと相異ならしめる重要な点の一つである。

さらにもう一つの顕著な相違点は、前稿ではもっぱらエッジワース流の直接的物々交換の過程を

注(6) Madden, *op. cit.*, p. 788, n. 3 参照。

(7) Ostroy and Starr, *op. cit.*, p. 1096, また Madden, *op. cit.*, p. 788 参照。

考察したのに対して、本稿では、ひとたび受領した財を後の交換のためにふたたび提供することができる間接的交換過程をやがてとり扱うという点である。このような直接交換と間接交換との決定的な違いは、主体の選好 $R_r$ が定義されている場合には、条件

$$(G) \quad \text{すべての } r \text{ および } i \text{ について } w_i^r + a_i^r R_r w_i^r$$

が満たされているか否かであらわされよう。すなわち直接交換の過程にあっては、かならず(G)が満たされていなくてはならず、効用を増加させる取引のみが実現されるのに対して、間接交換の過程では、かならずしも(G)が要請されず、局面によっては効用減少の可能性もが認められているのである。

このような効用の単調増加性ないしは非減少性の規準は、選好や効用関数が表立って定義されていない場合には適用することができないが、その場合にはいわゆる超過需要単調減少の規準をもってこれに代用することができよう。スターに負うこの規準<sup>(8)</sup>は、条件

$$\text{すべての } i, r \text{ および } t \text{ について}$$

$$(P) \quad (i) \quad \text{sgn } a_{i,r}^t = \text{sgn } v_{i,r}^t \text{ であるか } a_{i,r}^t = 0, \text{ かつ}$$

$$(ii) \quad |a_{i,r}^t| \leq |v_{i,r}^t|$$

で定式化され、ここで(i)は主体 $r$ にとって財 $i$ が超過需要の状態にあれば、それを購入する方向で取引し、超過供給の状態にあればそれを売却する方向で取引すること、もしそのような取引が不可能であれば、いっさい取引は行なわないことを意味しており、また(ii)はそのような取引を行なうにあたって、買いすぎたり売りすぎたりすることで超過需要・超過供給の方向を逆転しないようにすることをあらわしている。(P)を満たす交換過程では、明らかに

$$v_{i,r}^t \geq 0 \text{ なら } v_{i,r}^t \geq v_{i,r}^{t+1} \geq 0$$

$$v_{i,r}^t \leq 0 \text{ なら } v_{i,r}^t \leq v_{i,r}^{t+1} \leq 0$$

となり、いずれの主体も超過需要、超過供給を増加させることはない。他方(P)を満たさない交換過程では、超過供給を増加させる交換を行なうことが可能であり、この場合当該の主体は、超過供給の増加した財をやがて後の交換機会に他の主体に対して提供することになるであろう。(P)を満たさない交換過程が間接交換の過程とみなされるのは、このような理由にもとづくものである。

3 さていかなる条件が満たされる場合に、(A)および(E)で規定されたような超過需要の1ラウンド内での完全充足が可能となるのであろうか。まずこの点については、前稿でも依拠したカラテオドリーの定理をふたたび援用することによって、前稿Iの定理<sup>(9)</sup>2にやや類似したつぎの定理

注(8) Starr, *op. cit.*, pp. 294-295.

(9) 福岡, 前掲論文I, p. 64.

が成立する。

**定理 1** グループ構成員の数  $k$  が財の数  $n$  を下回らないものとする。そのとき各主体の選好について凸性の仮定が満たされるとすれば、すべての  $(p, Z, \bar{X})$  かつすべての会合順序に対して、条件 (A), (G) および (E) を斉合的ならしめる取引ルールが存在する。<sup>(10)</sup>

**証明**

取引ルールとして、各取引者はその初期保有量ベクトル  $\bar{x}_r$  と超過需要量ベクトル  $z_r$  とを結ぶ線分上を、 $z_r$  に向かって進む取引のみを受け入れるものと仮定しよう。

ある取引主体のグループが会合したとき、上記のルールの条件を満たし、しかも (A. 1), (A. 2), (A. 3) の条件をも満たす取引が可能であるとすれば、彼らはそのような取引がもはや不可能なところまでそれを実行し、またそのような可能性がなければ、いかなる取引をも実行しないと想定する。選好の凸性の仮定から、それらの取引の列が効用非減少の条件 (G) を満たすことは明らかである。そこでさらにそれが条件 (E) をも満たすものであることを以下で証明することにしよう。

そのための準備として、いま  $z_r$  の原点である  $\bar{x}_r$  を通り、 $p$  を法線ベクトルとする超平面を  $H^{n-1}$  で記す。すると (U. 1), (U. 2), (U. 3) ならびに上記のルールのつくり方から、明らかにすべての  $r, t$  について  $v_r^t \in H^{n-1}$  が成り立つことになる。

さて  $k$  人の主体から成るあるグループ  $\theta$  が  $t$  期に会合するものとし、上記の条件の下で取引を行なうことが可能であるとすれば、

$$(3) \quad \sum_{r \in \theta} \mu_r v_r^t = 0, \quad 0 < \mu_r \leq 1$$

であって、ここで  $\theta'$  は  $\theta$  のなかで非ゼロの取引に参加する主体の集合である。この取引を実行したのちにおいては

$$(4) \quad v_r^{t+1} = v_r^t (1 - \mu_r), \quad r \in \theta'$$

となるが、 $\mu_r = 1$  の主体についてはいうまでもなく  $v_r^{t+1} = 0$  となって、超過需要が充足されてしまうから、以下では  $\mu_r < 1$  の主体の集合  $\theta''$  についてのみ考えていく。そのような  $\theta''$  に含まれる  $r$  について  $\max_{r \in \theta''} \mu_r / (1 - \mu_r)$  となる任意の主体を  $s$  として

$$(5) \quad \eta_r = \frac{\mu_r / (1 - \mu_r)}{\mu_s / (1 - \mu_s)}$$

とすれば、いうまでもなく  $0 < \eta_r \leq 1$  である。すると (3), (4) を用いることによって

注(10) Madden, *op. cit.*, p. 789, Theorem の前半部分参照。



$$(6) \quad \sum_{r \in \theta'} \eta_r v_r^{t+1} = \frac{1-\mu_s}{\mu_s} \sum_{r \in \theta'} \mu_r v_r^t = 0$$

となるから、グループ  $\theta''$  したがって  $\theta$  は上記のルールにしたがってさらに取引を進めることが可能となる。そして最大元の  $s$  については  $\eta_s = 1$  となるから、 $v_s^{t+2} = v_s^{t+1}(1-\mu_s) = 0$  となって、 $-\theta$  の少なくとも1人の成員はつぎの取引から抜けることが分かる。

これだけのことを考慮した上で、ここで主張の証明にとりかかるところにしよう。いま結論に反して、1ラウンドの終りに未充足超過需要がまだゼロになっていない主体がいたとする。そのような主体の集合をあらためて  $\theta$  とすれば、(U. 1) から  $\sum_{r=1}^m z_r = 0$ 、したがって (A. 1)(2) から  $\sum_{r=1}^m v_r^t = 0$  であるから、

$$(7) \quad \sum_{r \in \theta} v_r^t = 0$$

である。ゆえにこの条件から当然  $\sum_{r \in \theta \setminus \theta'} \frac{1}{\# \theta} v_r^t = 0$  が成り立ち、0 が点  $v_r^t$ ,  $r \in \theta$  の凸包に含まれることが知られる。そしてこれらの点  $v_r^t$  はすべて  $H^{n-1}$  の上にあるのであるから、カラテオドリーの定理によって、0 はそれらの点のたかだか  $n$  個のものの凸結合としてあらわされることになる。すなわち

$$(8) \quad 0 = \sum_{r \in \theta'} \alpha_r v_r^t, \quad 0 < \alpha_r \leq 1, \quad \sum_{r \in \theta'} \alpha_r = 1 \\ \# \theta' \leq n, \quad \theta' \subseteq \theta$$

が成り立つのである。

ところで定理の仮定  $k \geq n$  から、グループ  $\theta'$  は  $t \leq T$  のどこかで、少なくともあるグループのサブ・グループとしては会っているはずである。そして  $t \leq T$  については  $|v_{i_r}^t| \geq |v_r^t|$  であるから、上記の取引ののちの  $r \in \theta'$  の超過需要は  $\lambda_r v_r^t$ ,  $\lambda_r \geq 1$  の形になっているはずである。ところが (8) が成り立っているわけであるから、それといま述べた事実から

$$(9) \quad \sum_{r \in \theta'} \frac{\alpha_r}{\lambda_r} \lambda_r v_r^t = 0, \quad 0 < \frac{\alpha_r}{\lambda_r} \leq 1$$

が成り立たねばならず、グループ  $\theta'$  にとっては  $\lambda_r v_r^t$  をルールにしたがってさらに減らす形での取引が可能である。すると前に議論したとおり、 $(\alpha_r/\lambda_r)/(1-(\alpha_r/\lambda_r))$  の最大元に応ずる主体については超過需要がゼロとなり、したがって  $\theta'$  に含まれる少なくとも1人の成員が不可避的に取引から脱落することになる。

こうして超過需要が非ゼロの取引主体数は  $\theta'$  よりさらに減少するが、 $\theta' \subseteq \theta$  であるから、これは

### 交換媒体としての貨幣と取引過程の分権化

明らかに  $\theta$  の定義と矛盾する。なぜなら  $\theta$  は 1 ラウンドが終了したときの、超過需要非ゼロの主体の数であり、 $t$  が  $T$  に向かうにつれて、超過需要非ゼロの主体数は減りこそすれ増えることは決してありえないからである。

よって  $\theta$  は空集合であり、帰謬法の仮定は偽であることが判明した。

4 マドンの貢献にもとづく上掲の定理は、グループ構成員の数が財の数を下回らないかぎり、1 ラウンド内での可能な取引ですべての主体が超過需要を充足することができ、しかもそれがエッジワース流の直接交換過程をつうじて実現できるという興味ある結論を示している。この定理によって知られるように、1 ラウンド内での超過需要の充足と直接交換とがつねに非斉合的となるのは、グループ構成員の数が財の数を下回る場合にのみ限られるのである。

反面そのようにグループの成員数が財の数より少ない場合には、いうまでもなく直接交換をつうじての 1 ラウンド内での超過需要の充足は保証されえず、この点については各主体の初期保有量を適当に定めることによって、容易にいくつもの反例をつくり出すことができるであろう。<sup>(11)</sup> この種の直接的物々交換の不効率性、元来それが「欲望の両面一致」(“double coincidence of wants”)として知られる条件を必要とするところから生ずるものであり、問題の本質はしばしば引用されるジェヴォンズのつぎのような章句にもっとも精確に表現されている。

「交換のもっとも初期の形態は、直接に欲せられるものの代償として直接に欲せられないものを与えるということから成り立っていたにちがいない。この単純な取引を称してわれわれは物々交換 (barter) と呼ぶのであり、……それを、交換される物品の一方が交換の第二段階で手放されるまでほんの短い期間のあいだ意図的に保有される売買から区別するのである。このように売りと買いとのあいだに一時的に介在する物が貨幣にはかならない。

物々交換の第一の困難は、自分の処分できる所有物が互いに相手の欲望に適合するような二人の個人を見出すところにある。一方の物を欲する人は沢山いるかもしれないし、また欲せられる物を持っている人も沢山いるかもしれない。しかし、物々交換が成立するためには、両面の一致がなくてはならないのであって、その一致はすこぶる稀にしか生じないであろう。<sup>(12)</sup>

もしこのような叙述が正しいとするなら、概して小人数間の取引とりわけもっとも通常に見られる一対の取引者間の双方向的取引においては、直接交換をつうじて所期の目的の達成をはかることは一般には不可能であり、間接交換すなわち媒介財(ジェヴォンズの意味での貨幣)を用いた交換が要請されざるをえないであろう。この点を会得するには、つぎのような  $m=3$ ,  $n=3$  の簡単な事例を

注(11) マドンは  $k \geq n$  の条件が (A), (G), (E) の斉合性のための十分条件であるばかりでなく、また必要条件でもあることを主張している。Madden, *op. cit.*, pp. 789-790, Theorem の後半部分参照。しかし、このより強い主張はかならずしも納得的に証明されておらず、たんに反例を示すにとどまっているように思われる。

(12) W. S. Jevons, *Money and the Mechanism of Exchange*, 1875, p. 3 参照。

考えてみるのがもっとも便利である。いま  $p=(1, 1, 1)$  で、

$$Z = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \bar{X} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

のような経済があるとすれば、そこではどんな一対の主体を選んでも一方が他方の直接欲する財を提供することはできないから、交換はまったく行なわれず、したがって(A)ならびに(E)を満足する直接的取引ルールは存在しえない。ところがこの例で、会合の順序を((1, 2), 3), ((1, 3), 2), ((2, 3), 1) で与えるとすれば、第1期に主体1が主体2の欲する第1財を1単位提供し、その代償として、直接彼の欲するものではないが第2財をさしあたって1単位受け取っておくとすれば、第2期には主体1と主体3とのあいだに欲望の両面一致が成立し、(E)を満たすことができるようになる。このように直接交換によっては(A)も(E)も満たさない事例であっても、条件(P)を要請しない間接交換によるならば、(A)および(E)のいずれをも充足することが可能となるのである。

5 ではこのような間接交換をつうじての取引は、一般に任意の経済( $p, Z, \bar{X}$ )かつ任意の会合の順序に対しても、つねに(A)および(E)を満足するルールを与えるであろうか。オストロイ=スターが交換の情報構造との関連において解明しようとしたのは、この問題である。われわれも本節以下においてその二三の重要な成果を概観するが、それは併せて彼らの証明の一部の不備を補正することをも目的としている。

さて以下でとり扱うのはもっぱら双方取引のモデルであるから、グループの成員数  $k$  は一貫して2に限定されるが、その場合には  $t$  期に会合する交換グループの組は取引主体の集合  $M = \{1, 2, \dots, m\}$  の置換  $\pi^t(r) = s$  あるいは

$$\pi^t = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & m \\ \pi^t(1) & \pi^t(2) & \dots & \pi^t(m) \end{pmatrix}$$

によってあらわされ、ここで  $\pi^t(r) = s$  は  $t$  期において主体  $r$  は主体  $s$  とペアを組むと解釈する。たとえば  $m=5$  の事例において、((1, 2), (3, 4), 5) は

$$\pi^t = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

と同義であり、いうまでもなくこれは  $t$  期において主体1は主体2と、主体3は主体4とペアを組むこと、そして主体5は交換に参加しないことを意味している。したがって会合の順序は置換の列  $\{\pi^t\}$ ,  $t=1, 2, \dots, T$  によってあらわされることになり、それについては当然

$$(II. 1) \quad \pi^t(r) = s \iff \pi^t(s) = r, \text{ all } r \in M, \text{ all } t \in \{1, 2, \dots, T\}$$

交換媒体としての貨幣と取引過程の分権化

$$(II. 2) \quad \pi^t(r) \neq \pi^{t'}(r), \quad \text{all } r \in M, \quad \text{all } t \neq t'$$

$$(II. 3) \quad \begin{cases} \pi^t(r) \neq r, & \text{all } r \in M, \quad \text{all } t \text{ (} m \text{が偶数の場合)} \\ \pi^t(r) = r, & \text{all } r \in M, \quad \text{exactly one } t \text{ (} m \text{が奇数の場合)} \end{cases}$$

の三条件が満たされると考えられる。これらの条件が満たされれば、すべての  $r, s \in M$  について  $\pi^t(r) = s$  となる  $t$  が  $1 \leq t \leq T$  のあいだにかならず1個しかもただ1個のみ存在し、よって当該の系列  $\{\pi^t\}, t=1, 2, \dots, T$  が1ラウンドの精確な定義となるのである。

つぎにオストロイ=スターの問題設定においては、取引ルールと情報構造との関連が重要な役割を果たすから、この点についてあらかじめ若干の予備的考察を加えておくのでなくてはならない。<sup>(13)</sup>

取引量の決定はいうまでもなく取引当事者の財保有量や未充足超過需要量に依存するが、そればかりではなく彼らもっている情報量にも依存する。実のところ彼らがどのような財をどれだけ保有し、どれだけ欲するかということも、情報の一部をなしているのである。それゆえ主体  $r, s$  が  $t$  期に会合するとき利用できる情報を  $L_{r,s}^t$  で、また  $L_{r,s}^t$  の集合を  $\mathcal{L}$  であらわすとすれば、取引ルールとは厳密には  $\mathcal{L}$  を定義域とし2人の取引量の集合  $R^n \times R^n$  を値域とする関数

$$(a_r^t, a_s^t) = \rho(L_{r,s}^t)$$

であると定義することができる。経済  $(p, Z, \bar{X})$  にとっての  $t$  期の情報は、一般に  $t$  期の環境

$$\mathcal{I}_*(t) = (V^t, W^t, M, N, \pi^t, p)$$

と、 $t$  期以前の過去の記録

$$\mathcal{I}_{**}(t) = (\{V^{\tau}\}_{\tau=1, \dots, t-1}, \{W^{\tau}\}_{\tau=1, \dots, t-1}, \{\pi^{\tau}\}_{\tau=1, \dots, t-1})$$

とから成り、各主体にとって利用可能な情報  $L_{r,s}^t$  は明らかに  $\mathcal{I}_*(t) \times \mathcal{I}_{**}(t)$  の一部である。したがって上記の  $(r, s)$  の会合にさいして利用できる情報  $L_{r,s}^t$  は  $L_r^t \times L_s^t$  であらわされると考えるのが自然であろう。

ところで上記の情報  $\mathcal{I}_*(t) \times \mathcal{I}_{**}(t)$  の構成因子のうち主体  $r$  にかかわる部分は、彼自身の環境  $\mathcal{I}_r^*(t) = (v_r^t, w_r^t, N, \pi^t(r), p)$  および彼の過去の記録  $\mathcal{I}_{**}^r(t) = (\{v_r^{\tau}\}_{\tau=1, \dots, t-1}, \{w_r^{\tau}\}_{\tau=1, \dots, t-1}, \{\pi^{\tau}(r)\}_{\tau=1, \dots, t-1})$  から成ると考えられる。そこで簡単化のため  $\mathcal{I}_r^*(t) = \mathcal{I}_r^*(t) \times \mathcal{I}_{**}^r(t)$  と書くことにすれば、われわれはすべての  $t$  および  $\pi^t(r) = s$  のすべての  $r, s$  について

$$(D) \quad \begin{aligned} L_{r,s}^t \text{ が } & \mathcal{I}_r^*(t) \times \prod_{\tau=1}^{t-1} \mathcal{I}_r^{\tau}(r)(\tau) \times \prod_{h=1}^{t-2} \prod_{\tau=1}^{t-h-1} \mathcal{I}_r^{\tau}(s^{t-h}(r))(\tau) \\ & \times \mathcal{I}_s^*(t) \times \prod_{\tau=1}^{t-1} \mathcal{I}_s^{\tau}(s)(\tau) \times \prod_{h=1}^{t-2} \prod_{\tau=1}^{t-h-1} \mathcal{I}_s^{\tau}(s^{t-h}(s))(\tau) \text{ を超えない} \end{aligned}$$

ことをもって、分権的信息が利用可能であることの定義とすることができるであろう。あるいは同

注(13) 以下の議論については、浜田、前掲論文、pp. 74-77 に負う。ただし不適切と考えられる一二の点については、著者独自の考え方にしたがった。

様のことを他の面からいえば、われわれは

$$(C) \quad L_{r,s}^i \text{ が } (D) \text{ の上限を超える}$$

ときに、集権的情報が利用可能であるというのである。<sup>(14)</sup> このような用語法をもってすれば、取引ルール  $\rho$  は、その定義域が (D) を満たす場合に情報分権的な取引ルールであり、他方それが (C) を満たす場合に情報集権的な取引ルールであるということになる。

(D) における最大限の分権的情報は、 $\mathcal{S}^r, \mathcal{S}^s$  のほかに  $r, s$  が過去において取引した相手  $\pi^r(\tau), \pi^s(\tau), \tau=1, 2, \dots, t-1$  の財保有量や未充足超過需要量を始めとして、彼らのそのまた過去の取引相手の名前、財諸量の記録等々といった取引経緯をすべて含んでいる。したがって、それは分権的情報とはいうものの、交換当事者に対しては彼らの記憶および記録の能力あるいはそのために要する費用などについてかなり厳しい要求を課するといわねばならない。この点を考慮にいれるならば、そのような制約がもっとも少ないという意味で、もっとも分権的な情報の利用可能性は

$$(D^*) \quad L_{r,s}^t = \mathcal{S}_{**}^r(t) \times \mathcal{S}_{**}^s(t)$$

によって与えられるものというべきであろう。<sup>(15)</sup>

取引ルールについてここでいま一つ規定化しておく必要があるのは、それが取引主体ならびに財の名前から独立であるかどうかという性質である。

取引ルール  $\rho$  は、すべての  $t$  および  $r, s$  について

$$(N. 1) \quad (v_{r,s}^t, w_{r,s}^t) = (v_{r,s}^i, w_{r,s}^i) \text{ とするとき, } \rho(L_{r,s}^t) = \rho(L_{r,s}^i)$$

注(14) 浜田, 前掲論文における (D) の定義では(本稿の記号でいえば),  $\prod_{\tau=1}^{t-1} \mathcal{S}^{\pi^r(\tau)}(\tau) \times \prod_{h=1}^{t-2} \prod_{\tau=1}^{t-h-1} \mathcal{S}^{\pi^r(\pi^{t-h}(\tau))}(\tau)$ ,  $\prod_{\tau=1}^{t-1} \mathcal{S}^{\pi^s(\tau)}(\tau) \times \prod_{h=1}^{t-2} \prod_{\tau=1}^{t-h-1} \mathcal{S}^{\pi^s(\pi^{t-h}(\tau))}(\tau)$  の代りに  $\prod_{\tau=1}^{t-1} L_{r,\pi^r(\tau)}^t, \prod_{\tau=1}^{t-1} L_{s,\pi^s(\tau)}^t$  が用いられている。しかし

$L_{r,\pi^r(\tau)}^t, (L_{s,\pi^s(\tau)}^t)$  についても同じ)のもとになっている  $L_{r,s}^t, L_{r,s}^t$  はたんに  $\mathcal{S}_{**}^r(\tau) \times \mathcal{S}_{**}^s(\tau)$  の一部として定義されているにすぎず(同論文, p. 74), それがどれだけの一部なのかは限定されていないから, これをもって分権的情報の定義とするのは不明確であろう。

他方オストロイ=スターの (D. 3) の定義は  $\mathcal{S}^r(t) \times \mathcal{S}^s(t)$  のみにもとづくものであるが, 彼らの考え方を貫くかぎり, われわれの (D) のように  $\prod_{\tau=1}^{t-1} \mathcal{S}^{\pi^r(\tau)}(\tau) \times \prod_{h=1}^{t-2} \prod_{\tau=1}^{t-h-1} \mathcal{S}^{\pi^r(\pi^{t-h}(\tau))}(\tau)$ ,  $\prod_{\tau=1}^{t-1} \mathcal{S}^{\pi^s(\tau)}(\tau) \times \prod_{h=1}^{t-2} \prod_{\tau=1}^{t-h-1} \mathcal{S}^{\pi^s(\pi^{t-h}(\tau))}(\tau)$  が含まれてくるのは不可避ではないかと思われる。なぜなら, 主体  $r, s$  が過去の取引の一部を記憶しうるのに, 他の部分を忘却してしまうのは不自然であるし, また費用も含めて記録の能力に同様の差別を設けるのも不自然だからである。

(15) ここでの (D\*) の定義はオストロイ=スターの (D. 2) に該当する。彼らによれば, もっとも分権的な情報は, さらに取引相手の名前も含まない彼らの (D. 1) であるとされるが, 浜田氏の論文で指摘されているように, これを利用可能な情報の多寡として捉えるのは適切ではない。(D. 1) と (D. 2) との相違点は, むしろ後に (N. 1) として定義される取引ルールの匿名性ないしは取引主体の名前からの独立性に求められるべきものであろう。浜田, 前掲論文, p. 75, n. 12 参照。

交換媒体としての貨幣と取引過程の分権化

$$(N. 2) \quad \begin{aligned} &\bar{\pi} \text{ を財の添数の置換として } v_{\bar{\pi}(i)r}^i = \bar{v}_{i,r}^i, w_{\bar{\pi}(i)r}^i = \bar{w}_{i,r}^i, \\ &v_{\bar{\pi}(i)s}^i = \bar{v}_{i,s}^i, w_{\bar{\pi}(i)s}^i = \bar{w}_{i,s}^i, p_{\bar{\pi}(i)} = \bar{p}_i \text{ とするとき,} \\ &L_{r,s}^i \text{ の } v^i, w^i, v^i, w^i, p \text{ を } \bar{v}_r^i, \bar{w}_r^i, \bar{v}_s^i, \bar{w}_s^i, \bar{p} \\ &\text{に置き換えた情報 } \bar{L}_{r,s}^i \text{ について} \\ &(\bar{a}_r^i, \bar{a}_s^i) = \rho(\bar{L}_{r,s}^i), \text{ ただし } \bar{a}_{i,r}^i = a_{\bar{\pi}(i)r}^i, \bar{a}_{i,s}^i = a_{\bar{\pi}(i)s}^i, \end{aligned}$$

の二条件が満たされているときに匿名的であると呼ばれる。<sup>(16)</sup>

ここで(N. 1)は、取引相手が異なる名前前の個人になっても、その財保有量や超過需要量の数値が同一でありさえすれば、同一の取引量が決定されることをあらわしており、これは取引における人格的要因の排除を意味するものと考えることができよう。

他方(N. 2)は置換

$$\bar{\pi} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \cdots & n \\ \bar{\pi}(1) & \bar{\pi}(2) & \cdots & \bar{\pi}(n) \end{pmatrix}$$

を用いて、 $q=r, s$  について

$$\begin{aligned} \bar{v}_q &= (\bar{v}_{1q}, \bar{v}_{2q}, \cdots, \bar{v}_{nq}) = (v_{\bar{\pi}(1)q}, v_{\bar{\pi}(2)q}, \cdots, v_{\bar{\pi}(n)q}) \\ \bar{w}_q &= (\bar{w}_{1q}, \bar{w}_{2q}, \cdots, \bar{w}_{nq}) = (w_{\bar{\pi}(1)q}, w_{\bar{\pi}(2)q}, \cdots, w_{\bar{\pi}(n)q}) \\ \bar{p} &= (\bar{p}_1, \bar{p}_2, \cdots, \bar{p}_n) = (p_{\bar{\pi}(1)q}, p_{\bar{\pi}(2)q}, \cdots, p_{\bar{\pi}(n)q}) \end{aligned}$$

とするとき、

$$a_q = (a_{1q}, a_{2q}, \cdots, a_{nq})$$

が

$$\bar{a}_q = (\bar{a}_{1q}, \bar{a}_{2q}, \cdots, \bar{a}_{nq}) = (a_{\bar{\pi}(1)q}, a_{\bar{\pi}(2)q}, \cdots, a_{\bar{\pi}(n)q})$$

となることを意味しており、これは財の名前をつけ換えても、保有量、超過需要量ならびに価格の数値が同じであれば、やはり同一の取引量が決定されるということである。このことは各取引主体がすべての財についてそれらに内在する性質は問うところなく、受け取るもの、引き渡すものの価値額だけを問題として行動することを意味しているから、その背後に選好関係を想定する場合にはきわめてきつい仮定であるといわねばならない。しかし目下のモデルでは、取引量ベクトルの決定は効用最大化の仮定の下で行なわれるわけではなく、たんに条件(A)の下で行なわれるにすぎないから、そのかぎりにおいてはこの仮定を援用することにさほどの支障は生じないであろう。

ただ交換の過程をつうじて特定の取引主体ないしは特定の財が取引調整上の特殊な機能を果たす

注(16) (N. 1)については注(15)を参照。(N. 2)はブラッドレーのC3bを定式化したものである。Bradley, *op. cit.*, p. 234 参照。

場合——たとえばある主体がブローカーとしての機能を果たすとか、ある財が貨幣財としての役割を果たすとかいう場合——には、上記のような取引主体の行動を想定することはできず、そのかぎりにおいてこれらの仮定の使用には注意が必要である。その意味では、(N. 1) や (N. 2) は、ブローカー、貨幣などの存在によって交換制度が組織化されていない場合に承認することのできる取引ルールの特徴であるといつてよいであろう。

6 以上を準備として、ここでオストロイ＝スターたちが開発した定理の世界に入る。彼らがまず立証したのは、集権的情報が利用可能であれば、個別主体間の交換をつうじて1ラウンド内で超過需要の完全充足を達成する取引ルールがかならず存在するということである。

**定理2** グループ構成員の数  $k$  はつねに2に等しいものとする。そのとき (U) を満たすすべての  $(p, Z, \bar{X})$  かつすべての  $\{\pi^t\}$ ,  $t=1, 2, \dots, T$  に対して、条件 (A) および (E) を満足する情報集権的な取引ルールが存在する。<sup>(17)</sup>

#### 証明

証明の手順は、最初に(i)チェーン(chain)と呼ぶ超過需要のある原基的な構造を定義し、ついで(ii)そのようなチェーンを1ラウンド内で完全に充足する取引ルールが存在することを示し、さらに(iii)所与の均衡超過需要量のパターンが有限個のチェーンに分解されうることを明らかにし、最後に(iv)それらのチェーンのそれぞれに(ii)の取引ルールを適用することによって、各チェーンごとの取引列の和として所与の超過需要を充足する取引列を構成しうることを示す、という四つの段落から成る。

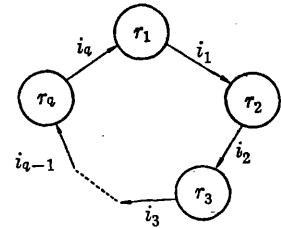
(i)いま  $\{r_1, r_2, \dots, r_q\}$  を  $M$  の部分集合、また  $\{i_1, i_2, \dots, i_q\}$  を  $N$  の部分集合とし、主体  $r_1$  は財  $i_1$  の超過供給をもつが、それに対して主体  $r_2$  が超過需要をもち、また主体  $r_2$  は財  $i_2$  の超過供給をもつが、それに対して主体  $r_3$  が超過需要をもち、……というふうに続いていって、最後に主体  $r_q$  は財  $i_q$  の超過供給をもつが、それに対して主体  $r_1$  が超過需要をもつと仮定する。すなわちこれをグラフ化して示せば、 $r_1, r_2, \dots, r_q$  の主体について超過需要(および超過供給)が第1図のような構造を具えているとするのである。そのときさらに、価格ベクトル  $p$  の下で各主体の需要する財の総価値額が彼の供給する財の総価値額にひとしく、その価値額が  $\delta$  であらわされるとすれば、そのような  $[(r_1 i_1 r_2 i_2 \dots r_q i_q r_1), p, \delta]$  をもって長さ  $q$ 、幅  $\delta$  のチェーンと呼

注(17) オストロイ＝スターの定理1。その証明については Ostroy and Starr, *op. cit.*, pp. 1098-1102 を参照せよ。またグラフ理論の応用にもとづく別証が Bradley, *op. cit.*, pp. 228-231 および浜田, 前掲論文, pp. 78-83 に見出される。

交換媒体としての貨幣と取引過程の分権化

ぶ。このような定義から、 $q$  が  $2 \leq q \leq \min(m, n)$  を満たさねばならないことはいうまでもないであろう。

チェイン  $[(r_1 i_1 r_2 i_2 r_3 \dots r_q i_q r_1), p, \delta]$  を  $n \times m$  の超過需要行列  $\bar{Z} = [z_{ir}]$  を用いてあらわすならば、ただちに明らかなように



第1図

$$z_{ir} = \begin{cases} -\delta/p_i & \text{for } (r, i) = (r_s, i_s) \quad (s=1, 2, \dots, q) \\ \delta/p_i & \text{for } (r, i) = (r_s, i_{s-1}) \quad (s=2, \dots, q) \text{ or } (r_1, i_q) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

のようであり、さらに分かりやすく主体ならびに財の添数をつけ換えて、 $r_s = i_s = s$  とすれば

$$\bar{Z}_s = \left[ \begin{array}{cccccc|c} -\delta/p_1 & \delta/p_1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\delta/p_2 & \delta/p_2 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\delta/p_3 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\delta/p_{q-1} & \delta/p_{q-1} & 0 \\ \delta/p_q & 0 & 0 & \dots & 0 & -\delta/p_q & 0 \\ \hline & & & & 0 & & 0 \end{array} \right]$$

のようである。

以上に定義されたチェインは巡回置換と対応関係をもち、長さ  $q$  のチェインに含まれる取引主体  $1, 2, \dots, q$  のあいだの相互関係は、巡回置換

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & s & \dots & q \\ 2 & 3 & \dots & s+1 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

によってあらわされる。ここで右辺の第1行は当該のチェインに含まれる取引主体の添数すなわちそれらの主体の名前をあらわし、第2行は同一のリストを相異なる順序で含んでいる。1の下の2は主体1が財1を主体2に提供することをあらわし、以下同様に進んで……最後の  $q$  の下の1は主体  $q$  が財  $q$  を主体1に提供することをあらわしている。

もし主体1と主体  $s$  ( $1 < s \leq q$ ) が会合して、彼らの超過供給を交換するとすれば、その交換は置換

$$\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & s & \dots & q \\ s & 2 & \dots & 1 & \dots & q \end{pmatrix}$$

であらわされ、この置換においては1に  $s$  が、 $s$  に1が対応させられるほかは、すべて  $r_s$  に  $r_s$  そのものが対応させられている。これは主体1が財1を主体  $s$  に与え、主体  $s$  が財  $s$  を主体1に与えるほかは、何びとも交換を行なわないことを意味している。この  $\beta$  という取引がもとのチェイン  $\alpha$



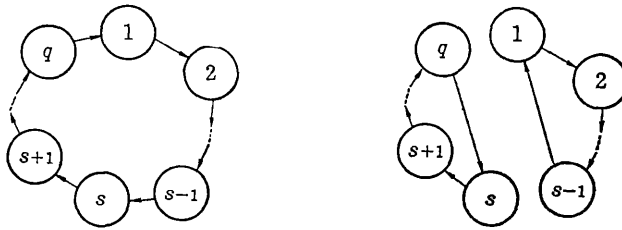
に与える効果は、 $\alpha$ に前から $\beta$ をかけることによって

$$\beta \cdot \alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \cdots & s-1 & s & s+1 & \cdots & q \\ 2 & 3 & \cdots & 1 & s+1 & s+2 & \cdots & s \end{pmatrix}$$

のようにあらわされる。たとえば $\beta \cdot \alpha$ の第1行の $q$ に対して $s$ が対応するのは、 $\alpha(q)=1, \beta(1)=s$ であるところから、 $\beta(\alpha(q))=\beta(1)=s$ となるからである。 $\beta \cdot \alpha$ を見てすぐ分かるように、それは二つの互いに素な巡回置換

$$\left( \begin{matrix} 1 & 2 & \cdots & s-1 \\ 2 & 3 & \cdots & 1 \end{matrix} \right), \left( \begin{matrix} s & s+1 & \cdots & q \\ s+1 & s+2 & \cdots & s \end{matrix} \right)$$

から成っている。すなわち主体1と $s$ とのあいだの交換は、 $q$ 人を含むもとのチェーンを、それぞれ $s-1$ 人、 $q-(s-1)$ 人を含む二つのチェーンに分割する効果をもっている。それをグラフで表現したものが第2図である。



第2図

(ii) 上に定義したようなチェーンの構造をもつ超過需要行列 $\bar{Z}$ とある初期保有量行列 $\bar{X}$ について $(p, \bar{Z}, \bar{X})$ が(U)を満たすとすれば、(A)および(E)を満たす取引ルールがかならず存在することを示す。この命題は、チェーンの長さ $s$ に関する帰納法を適用することによって容易に証明<sup>(18)</sup>される。

まず $s=2$ の場合には、当該の2人の主体が会合してその超過供給を交換すれば、事が済むことは自明である。

そこでつぎに $s \leq q-1 < \min(m, n)$ のようなすべての $s$ について(A), (E)を満たす取引ルールがあることを仮定し、その上で $s=q$ についてもそのようなルールがあることを以下で示す。いま $\{1, 2, \dots, q\}$ からある任意のペアが選ばれて始めて会合する期を $t_*$ とし、そのペアを一般性を失なうことなく $\pi^*(1)=r, 1 < r \leq q$ と定めよう。このペアの主体が互いに彼らの超過供給を交換すれば、もとのチェーンがそれぞれ $(r-1), q-(r-1)$ の長さをもつ二つの互いに素な

注(18) Ostroy and Starr, *op. cit.*, p. 1100, Lemma 1.

交換媒体としての貨幣と取引過程の分権化

チェーンに分割されることは、(i)に述べたとおりである。定義によって  $t_*$  は  $\{1, 2, \dots, q\}$  の任意のペアが会合する初めての期であり、 $\{\pi^t\}$  はすべてのペアに会合の機会を与えているわけであるから、 $t_* \leq t \leq T$  を満たし、しかも上記の二つのチェーンのなかでそれぞれそこに含まれるすべてのペアが会合するような  $t$  がかならず存在する。そして上記の二つのチェーンの長さはいうまでもなくそれぞれ  $q-1$  を越えることはないから、それらに帰納法の仮定を適用することによって、所期の結論が成り立つことは明らかである。

(iii) つぎの手順としては、所与の超過需要行列  $Z$  と初期保有量行列  $\bar{X}$  について  $(p, Z, \bar{X})$  が (U) を満たし、かつ  $Z \neq 0$  であるとき、 $\sum_{j=1}^J \bar{Z}^j = Z$ 、 $\sum_{j=1}^J \bar{X}^j = \bar{X}$  を満たし、かつ  $\bar{Z}^j$  がどの  $j=1, 2, \dots, J$  についても  $p$  の下でチェーンの行列となるような  $(p, \bar{Z}^j, \bar{X}^j)$  が存在することを示す。<sup>(19)</sup>

まず仮定によって  $Z \neq 0$  であるから、 $Z$  は少なくとも一つの非ゼロの行をもつ。そこでその一つを第  $i_1$  行とすれば、(U. 1) から  $\sum_{r=1}^m z_{i_1 r} = 0$  であるから、 $z_{i_1 r_1} < 0$ 、 $z_{i_1 r_2} > 0$  となるような少なくとも2人の取引主体  $r_1, r_2$  がいるのでなくてはならない。ところが  $p > 0$  でしかも (U. 2) から  $\sum_{i=1}^n p_i z_{i r_2} = 0$  が成り立っているところから、上記の帰結  $z_{i_1 r_2} > 0$  は少なくとも一つの財  $i_2$  について  $z_{i_2 r_2} < 0$  を成り立たしめるのでなくてはならない。同様な議論は、 $r_q \neq r_1$  または  $i_q \neq i_1$  であるかぎり、あるいはより一般的に  $r_q \neq r_s$ 、 $s=1, 2, \dots, q-2$  または  $i_q \neq i_{s-1}$ 、 $s=2, 3, \dots, q-1$  ( $s-1=1, 2, \dots, q-2$ ) であるかぎり、 $z_{i_q r_q} < 0$  および  $z_{i_q r_{q-1}} > 0$  のような主体と財について順次に続けていくことができる。しかし、つねに (U. 1)、(U. 2) が成り立っていることを考慮すれば、 $s \leq \min(m, n) + 1$  を満たす  $s$  のなかに、やがて  $r_q = r_s$  となるかあるいは  $i_q = i_{s-1}$  となるような  $s$  がかならず存在しなくてはならないことが知られる。

そこでもし  $r_q = r_s$  であれば、

$$p_{i_s} z_{i_s r_s} < 0, p_{i_s} z_{i_s r_{s+1}} > 0, p_{i_{s+1}} z_{i_{s+1} r_{s+1}} < 0, \dots, p_{i_{q-1}} z_{i_{q-1} r_{q-1}} < 0,$$

および

$$p_{i_{q-1}} z_{i_{q-1} r_s} > 0$$

となるが、ここでこれらの価値額の絶対値の最小値を  $\delta$  とおくことにより、チェーン  $[(r_s, i_s, r_{s+1}, \dots, r_{q-1}, i_{q-1}, r_s), p, \delta]$  を構成することができる。

他方もし  $i_q = i_{s-1}$  であれば、同様に

$$p_{i_s} z_{i_s r_s} < 0, p_{i_s} z_{i_s r_{s+1}} > 0, p_{i_{s+1}} z_{i_{s+1} r_{s+1}} < 0, \dots, p_{i_{s-1}} z_{i_{s-1} r_q} < 0$$

および

$$p_{i_{s-1}} z_{i_{s-1} r_q} > 0$$

となるが、ここでもこれらの価値額の絶対値の最小値を  $\delta$  とおけば、チェーン  $[(r_s, i_s, r_{s+1}, \dots, r_q, i_{s-1}, r_s), p, \delta]$  を得る。

注(19) Ostroy and Starr, *op. cit.*, p. 1101, Lemma 2.

上のいずれの場合であっても、そのようにして得られるチェインの行列表示を  $\bar{Z}^1$  とすれば、明らかにそのつくり方から  $\text{sgn } \bar{z}_{ir} = \text{sgn } z_{ir}$  であるか  $\bar{z}_{ir} = 0$  であるかのいずれかである。

つぎにわれわれは  $Z - \bar{Z}^1$  に対して、 $\bar{Z}^1$  を構成したのと同じ手続きを用いて  $\bar{Z}^2$  を構成する。いうまでもなく  $Z - \bar{Z}^1$  は  $Z$  と同様 (U. 1), (U. 2) を満たしており、また自明の理由によって、その非ゼロ元素は  $Z$  のそれより少なくとも1個は減っている。こうして一般に  $Z - \sum_{j=1}^{j-1} \bar{Z}^j$  に対して繰返し同じ手続きを適用していけば、次々に  $\bar{Z}^j$  を構成することができ、 $Z - \sum_{j=1}^J \bar{Z}^j$  の非ゼロ元素は  $Z - \sum_{j=1}^{j-1} \bar{Z}^j$  のそれよりも少なくとも1個は減少する。 $Z$  の非ゼロ元素の数はただか  $n \times m$  個を越えないから、この手続きはおそらく早かれか遅かれ必ず有限回で終了し、ある  $J \leq nm$  について  $Z - \sum_{j=1}^J \bar{Z}^j = 0$  となる。

そこであと残っているのは、 $\sum_{j=1}^J \bar{X}^j = \bar{X}$  となり、かつすべての  $j$  について  $(p, \bar{Z}^j, \bar{X}^j)$  が (U. 3) を満たすような  $\bar{X}^j$  を見出すことのみである。そのような  $\bar{X}^j$  は  $j=1, 2, \dots, J-1$  について  $\bar{X}^j = -[\bar{Z}^j]$  とおき、 $\bar{X}^J = \bar{X} - \sum_{j=1}^{J-1} \bar{X}^j$  とすることによって得ることができる。つくり方から  $\sum_{j=1}^J \bar{X}^j = \bar{X}$  が満たされ、また  $j=1, 2, \dots, J-1$  について (U. 3)  $\bar{X}^j \geq -\bar{Z}^j$  が満たされることは自明であるが、さらに  $\bar{X}^j, \bar{Z}^j$  についても (U. 3) が満たされることは、つぎのような推論によって立証される。事実  $Z, \bar{X}$  については (U. 3) が満たされているのであるから、 $\bar{X} \geq -Z$  すなわち  $Z \geq -\bar{X}$  であり、したがって  $-\bar{X} \leq 0$  であることを考慮すれば  $[Z]^- \geq -\bar{X}$  である。他方つくり方から

$$\begin{aligned} \bar{X}^J &= \bar{X} - \sum_{j=1}^{J-1} (-[\bar{Z}^j]^-) = \bar{X} + \sum_{j=1}^{J-1} [\bar{Z}^j]^- \\ &= \bar{X} + \sum_{j=1}^{J-1} [\bar{Z}^j]^- - [\bar{Z}^j]^- = \bar{X} + [Z]^- - [\bar{Z}^j]^- \end{aligned}$$

であるから、これに上で導いた  $[Z]^- \geq -\bar{X}$  を代入して

$$(11) \quad \bar{X}^J \geq -[\bar{Z}^j]^- \geq -\bar{Z}^j$$

を得るのである。

(iv) 最後に以上の結果をとりまとめて、 $(p, Z, \bar{X})$  が (U) を満たしているとき、(A) および (E) を満たす取引ルールがあることを証明しよう。

まず(iii)から  $(p, \bar{Z}^j, \bar{X}^j)$  については (A), (E) を満たす取引ルールがあるのであるから、それが定める取引の列を  $\{A^{j'}\}$  と書けば、条件 (E) から  $\bar{Z}^j = \sum_{i=1}^T A^{j'}$  である。ゆえに、(iii)から  $Z = \sum_{j=1}^J \bar{Z}^j = \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^T A^{j'}$  となり、この取引についても (E) が満たされることは明らかである。

注(20) ここで  $[Z]^- = [\min(Z_{ir}, 0)]$ , すなわち  $[Z]^-$  は  $Z$  で正の元素をすべて0に置き換えたものに等しい。

### 交換媒体としての貨幣と取引過程の分権化

また  $\{A^j\}$  は (A) を満たすのであるから、 $\pi^i(r)=s$  の  $(r, s)$  については、どの  $t$  についても  $a_t^i = -a_t^j$  および  $pa_t^i = 0$  が満たされており、したがって  $\sum_{j=1}^J a_t^i = -\sum_{j=1}^J a_t^j$ 、 $p \sum_{j=1}^J a_t^i = 0$  が成立する。よってわれわれの取引ルールは (A. 1), (A. 2) をも満足する。さらに  $\text{sgn } z_{i,r}^j = \text{sgn } z_{i,r}$  であることを考慮すれば、 $(p, \bar{Z}^j, \bar{X}^j)$  に適用される取引ルールが (A. 3) を満たす以上、 $(p, \sum_{j=1}^J \bar{Z}^j, \sum_{j=1}^J \bar{X}^j)$  に適用されるそれがやはり (A. 3) を満たすことも明らかであろう。

この定理で提唱されている取引ルールは、そのつくり方からも知られるように、集権的情報が利用可能であることを前提として考えられたものである。そこではまず超過需要の行列がいくつかのチェーンの和に分割されねばならず、中央からの指令なくしては、何びとも自らがどのチェーンに所属するか、また当該のチェーンに他のいかなる成員が含まれているかを知ることはできないであろう。また各期の会合において各主体は特定のペアで取引に従事するが、その取引はチェーンごとに行なわれ、したがってそのそれぞれに対して自らの超過需要をどう分割するかを知るのではなくてはならない。チェーンの数が多い場合、これらの取引はきわめて複雑であり、当該のチェーンが適当な相手を含まないために互恵的な取引の機会が見送られることもあるであろうし、また相互にいずれの当事者によっても欲求されない財が交換されることもあるであろう。結果において超過需要の完全充足が実現されるためには、これらの間接的な交換は、将来、将来のそのまた将来……等々のパートナーがどのような財を欲求するかについての詳細な情報をことごとく含むものでなくてはならないであろう。

7 こうして上記の定理の取引ルールは、たしかに1ラウンド内で超過需要の完全充足を保証しはするものの、それが要請する情報はきわめて複雑なものであり、元来無政府的で情報が分権化していることを建前とする市場経済には適合したものとは思われない。したがってわれわれのつぎの課題は、果たしてこのような情報集権的取引ルールが条件 (A) および (E) の達成に必要な不可欠なものであるかどうか、また経済の構造がある種の条件を具えている場合には、(A) かつ (E) を満たす情報分権的な取引ルールが存在しえないかどうかを検討することではなくてはならない。

前者の課題はしばらく措き、さしあたって後者の見地から事態を眺めてみた場合に、まず直観的に明らかなのは、情報の制約を前提とする以上、交換制度を何らかの形で組織化することなくしては困難を解消することはできないであろうということである。問題のこの方向に対して道を示唆するのは、前稿ですでに考察した取引効率化のための二つの十分条件、すなわちブローカーとしての役割を果たす取引者の存在と、一般的受容性を具えた貨幣財の存在である。本稿で目下当面している課題に対しても、オストロイ＝スターはこれらの条件の下で必要情報が大幅に簡略化される可能性がありうることを示しており、特定の取引者が交換仲介主体として機能する場合と、特定の財

が交換媒体として機能する場合のそれぞれについて、分権的な取引が超過需要の完全充足と両立することを主張している。

第一の場合には、ある主体  $r^*$  がすべての財について他のすべての主体の超過需要を満たすに足りるだけの初期保有量をもっていること、すなわち条件

$$(B) \quad \bar{x}_{r^*} \geq \sum_{r \neq r^*} [z_r]^+, \quad r^* \in M$$

が成り立っていることを仮定すれば、その下で取引ルール

$$(T_o) \quad \sigma(L'_{r,s}) = (a'_r, a'_s) = \begin{cases} (0, 0) & \text{for } r \neq r^* \text{ or } r = s = r^* \\ (v'_{r,s}, -v'_{r,s}) & \text{for } r \neq s = r^* \end{cases}$$

が(A)および(E)を満たすことを示すことができる。そして(T<sub>o</sub>)が分権的情報の条件(D)とりわけ(D\*)を満たすことは、定義から明らかである。

これに対して第二の場合には、すべての主体が支払手段として役立つある財  $i^*$  を、他財の超過需要価値額を賄うに足りるだけの額で初期保有量としてもっていること、すなわちすべての  $r$  について

$$(M) \quad p_{i^*} \bar{x}_{i^*} \geq \sum_{i \neq i^*} p_i [z_{i,r}]^+, \quad i \in N$$

が成り立っていることを仮定すれば、その下でつぎのような取引ルール(T<sub>μ</sub>)が(A)および(E)を満たすことを、同様に示すことができる。

$$\mu(L'_{r,s}) = (a'_r, a'_s) = (b'_r + y'_r, b'_s + y'_s)$$

$$(T_\mu) \quad (i) \quad b'_{i,r} = -b'_{i,s} = \begin{cases} 0 & \text{for } v'_{i,r}, v'_{i,s} \geq 0 \text{ or } i = i^* \\ \min(|v'_{i,r}|, |v'_{i,s}|) & \text{for } v'_{i,r} > 0, v'_{i,s} < 0 \\ -\min(|v'_{i,r}|, |v'_{i,s}|) & \text{for } v'_{i,r} < 0, v'_{i,s} > 0 \end{cases}$$

$$(ii) \quad y'_{i,r} = -y'_{i,s} = \begin{cases} 0 & \text{for } i \neq i^* \\ q & \text{ここで } pb'_i + p_{i^*}q = 0 \text{ for } i = i^* \end{cases}$$

この取引ルール(T<sub>μ</sub>)もまた定義から明らかなように、(D)ならびに(D\*)を満たしている。

取引ルール(T<sub>o</sub>)はいうまでもなく主体  $r^*$  が取引所を代行する取引所的な交換制度をあらわしており、この場合は他の主体はもっぱら主体  $r^*$  とのみ取引し、彼らどおしのあいだの交換は(たとえ欲望の両面一致があったとしても)いっさい行なわれぬ。すなわち交換仲介主体としての機能はすべて主体  $r^*$  に特化集中し、他の主体はそのような機能からいっさい解放されるのである。他方取引ルール(T<sub>μ</sub>)は、財  $i^*$  が支払手段として機能する貨幣的交換制度をあらわしており、こ

注(21)  $[Z_r]^+ = [\max(Z_{ir}, 0), \dots, \max(Z_{nr}, 0)]$ , すなわち  $[Z_r]^+$  は  $Z_r$  の負の成分をすべて0に置き換えたベクトルである。

(22) Ostroy and Starr, *op. cit.*, p. 1108, Theorem 3. その証明については、浜田, 前掲論文, pp. 86-87 参照。

(23) Ostroy and Starr, *op. cit.*, p. 1109-1110, Theorem 4, 浜田, 前掲論文, pp. 88-89 参照。

交換媒体としての貨幣と取引過程の分権化

ここでは等価条件の充足はすべて貨幣財をつうじて行なわれることになる。これら二つの制度を比較してみた場合、取引所的な交換制度は主体  $r^*$  への財の集中を前提としており、また非対称的な情報構造を必要としているところから、(D\*) を満たすとはいえ、同じく情報分権的な取引ルールである貨幣的交換制度よりもはるかに集権的な制度であると考えられよう。要するにそれは、われわれが本稿の冒頭において訣別した中央取引所制度のレプリカにほかならないのである。これに対して貨幣的交換制度は物理的にも情報的にも集中を必要とせず、またあらゆる交換機会に貨幣を除くすべての財の超過需要を可能なかぎり単調に減少させることをも認めている点で、交換誘因からしてももっとも分権的な制度であるといえることができる。このような理由から、われわれは以下ではもはや取引所的交換制度の考察には立入ることなく、もっぱら貨幣的交換制度に焦点を合わせて、しばらくその考察に専念することにしよう。

**定理 3** グループ構成員の数  $k$  はつねに 2 に等しいものとする。そのとき特定の財  $i^*$  について条件 (M) が満たされているとすれば、(U) を満たすすべての  $(p, Z, \bar{X})$  かつすべての  $\{p^t\}$ ,  $t=1, 2, \dots, T$  に対して、条件 (A) および (E) を満足する情報分権的な取引ルールが存在する。

証明

(A. 1) が満たされることは  $(T_r)$  の (i), (ii) から自明、また (A. 2) が満たされることも  $(T_r)$  の (iii) から自明である。

つぎに (A. 3) の満足については、つぎのように推論を運ぶことができる。まず  $(T_r)$  の定義から、もし  $v_{i,r}^t \geq 0$  ならすべての  $t$  について明らかに  $v_{i,r}^t \geq b_{i,r}^t \geq 0$  となり、またもし  $v_{i,r}^t < 0$  なら同様に  $v_{i,r}^t \leq b_{i,r}^t \leq 0$  となる。ゆえに  $w_{i,r}^t \geq 0$  であることを考えれば、 $v_{i,r}^t \geq 0$  の場合は当然  $w_{i,r}^t + v_{i,r}^t \geq 0$  ないしは  $w_{i,r}^t + b_{i,r}^t \geq 0$  が成立する。他方  $v_{i,r}^t < 0$  の場合は、 $-Z \leq \bar{X}$ ,  $V^t = Z - \sum_{i=1}^{i-1} A^t$ ,  $W^t = \bar{X} + \sum_{i=1}^{i-1} A^t$  であることから、 $V^t \geq -W^t$ 、ゆえにやはり  $w_{i,r}^t + v_{i,r}^t \geq 0$  が成り立つから、それと前記の帰結  $v_{i,r}^t \leq b_{i,r}^t \leq 0$  とを併せて、同様に  $w_{i,r}^t + b_{i,r}^t \geq 0$  が成立する。そして  $i \neq i^*$  については  $(T_r)$  (iii) から  $y_{i,r}^t = 0$  であるから、 $b_{i,r}^t = a_{i,r}^t$ 、したがって  $w_{i,r}^t + a_{i,r}^t \geq 0$  となり、 $i^*$  以外の財については (A. 3) の満たされることが判明した。

貨幣財  $i^*$  については、まず  $(T_r)$  (i) から  $b_{i^*,r}^t = 0$ 、また (ii) から  $p_{i^*,r} y_{i^*,r}^t = -\sum_{i \neq i^*} p_i x_{i,r}^t$  であるから、

$$(12) \quad w_{i^*,r}^t + a_{i^*,r}^t = w_{i^*,r}^t + y_{i^*,r}^t = \frac{1}{p_{i^*,r}} \left( p_{i^*,r} w_{i^*,r}^t - \sum_{i \neq i^*} p_i b_{i,r}^t \right)$$

となるが、ここで

$$(13) \quad p_{i^*,r} w_{i^*,r}^t - \sum_{i \neq i^*} p_i b_{i,r}^t$$

$$\begin{aligned}
 &= p_{i^*} \left( \bar{x}_{i^*,r} + \sum_{i=1}^{i^*-1} a_{i,r} \right) - \sum_{i=i^*} p_i b_{i,r} \\
 &= p_{i^*} \bar{x}_{i^*,r} + p_{i^*} \sum_{i=1}^{i^*-1} y_{i,r} - \sum_{i=i^*} p_i b_{i,r} \\
 &= p_{i^*} \bar{x}_{i^*,r} - \sum_{i=1, i \neq i^*}^{i^*-1} \sum_{i=i^*} p_i b_{i,r} - \sum_{i=i^*} p_i b_{i,r} \\
 &= p_{i^*} \bar{x}_{i^*,r} - \sum_{i=1, i \neq i^*}^{i^*-1} \sum_{i=i^*} p_i b_{i,r} \\
 &\geq p_{i^*} \bar{x}_{i^*,r} - \sum_{i=1}^i p [b_{i,r}^*]^+ \\
 &\quad (24) \\
 &\geq p_{i^*} \bar{x}_{i^*,r} - \sum_{i=i^*} p_i [v_{i,r}^*]^+ \\
 &= p_{i^*} \bar{x}_{i^*,r} - \sum_{i=i^*} p_i [z_{i,r}]^+ \\
 &\geq 0
 \end{aligned}$$

である。ゆえに  $w_{i^*,r}^t + a_{i^*,r}^t \geq 0$  となって、 $i^*$  についても (A. 3) の満たされることが明らかとなった。

あと残っているのは (E) が満たされることの証明であるが、この点についてはつぎのようである。まず  $i \neq i^*$  についてもし  $v_{i,r}^{T+1} \neq 0$  であったとすれば、 $v_{i,r}^{T+1} > 0$ 、 $v_{i,r}^{T+1} < 0$  となる少なくとも2人の取引者  $r, s$  がいるのでなくてはならない。そして会合のつくり方から、 $\pi^*(r) = s$  となる期  $\tau \leq T+1$  がかならず1期しかも1期のみ存在し、そのような  $\tau$  については (T<sub>r</sub>) (i) から

$$(14) \quad v_{i,r}^{\tau} \geq v_{i,r}^{\tau+1}, \quad v_{i,s}^{\tau} \leq v_{i,s}^{\tau+1}$$

が成り立つはずである。ところがもし取引者  $r, s$  が前記の取引ルール(i)にしたがって行動するとすれば、 $|v_{i,r}^{\tau}| \leq |v_{i,s}^{\tau}|$  のときには  $v_{i,r}^{\tau} = 0$ 、また  $|v_{i,r}^{\tau}| > |v_{i,s}^{\tau}|$  のときには  $v_{i,r}^{\tau+1} = 0$  となり、この二つの場合のいずれかは真でなくてはならないから、 $v_{i,r}^{\tau+1}$ 、 $v_{i,s}^{\tau+1}$  がともに非ゼロとなることは不可能である。そこでそのいずれかがゼロとなるとすれば、それらの単調減少性から  $T+1$  期まで  $v_{i,r}^{T+1} > 0$ 、 $v_{i,s}^{T+1} < 0$  を持ち越すことはできず、これは  $v_{i,r}^{T+1} \neq 0$  の仮定と矛盾する。ゆえに  $i \neq i^*$  の  $i$  については、すべて  $v_{i,r}^{T+1} = 0$  が成立する。

つぎに  $v_{i,r}^{T+1} = z_{i,r} - \sum_{i=1}^T a_{i,r}$  の関係から

$$\begin{aligned}
 (15) \quad \sum_{i=1}^n p_i v_{i,r}^{T+1} &= \sum_{i=1}^n p_i z_{i,r} - \sum_{i=1}^n p_i \sum_{i=1}^T a_{i,r} \\
 &= 0 - \left( \sum_{i \neq i^*} p_i \sum_{i=1}^T a_{i,r} + p_{i^*} \sum_{i=1}^T a_{i^*,r} \right)
 \end{aligned}$$

注(24) (T<sub>r</sub>) (i)から  $v_{i,r}^t \geq 0$  のような  $i \neq i^*$  については  $v_{i,r}^t \geq v_{i,r}^{t+1} \geq 0$  for  $t' > t$  かつ  $x_{i,r}^{t'} = a_{i,r}^{t'}$  となり、 $i = i^*$  については  $x_{i,r}^t = 0$  となるから、 $[v_{i,r}^*]^+ \geq \sum_{i=1}^i [b_{i,r}^*]^+$  が成り立つ。

交換媒体としての貨幣と取引過程の分権化

$$= - \sum_{r=1}^T \left( \sum_{i \neq i^*} p_i b_{i,r} + p_{i^*} y_{i^*,r} \right)$$

となるから、(T<sub>p</sub>) (ii)のルールから

$$(16) \quad \sum_{i=1}^n p_i v_{i,r}^{T+1} = 0$$

を得る。したがって上で証明済みのように、 $i \neq i^*$  のすべての  $i$  について  $v_{i,r}^{T+1} = 0$  になるのであれば、それと  $p_{i^*} > 0$  であることから、 $i^*$  についても  $v_{i^*,r}^{T+1} = 0$  となり、よって証明は完了する。

上記の定理3をつうじて、われわれは貨幣財をメディアとして用いる交換過程が分権的情報の下で(A)および(E)をいづれながら満足せしめることを知った。このような定理の帰結について何よりも注目すべきは、必要とされる情報量のいちぢるしい減少である。ルール(T<sub>p</sub>)が要請する情報はもっとも分権的な(D\*)であってよく、すべての財が最終的な欲望充足と交換媒体という二重の目的のために用いられる場合の取引調整上の煩雑さは一挙に解消されることになるのである。

このような意味で、メディアとしての貨幣の有用性は、取引過程の分権化 = 情報の節約化を可能にするところに見出される。これが上記の考察を経て確認された重要な結論である。

(経済学部教授)