Title	企業借入コストの危険構造について： オプション評価モデル(OPM)による資本資産評価モデル(CAPM)の拡張
Sub Title	The risk structure of corporate borrowing cost
Author	大村, 敬一
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1980
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.73, No.5 (1980. 10) ,p.810(156)- 830(176)
JaLC DOI	10.14991/001.19801001-0156
Abstract	
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19801001-0156

企業借入コストの危険構造について*

——オプション評価モデル (OPM) による資本資産評価モデル (CAPM) の拡張——

大 村 敬 一

序

1970年を境にアメリカでは企業金融・証券分析関係の研究者たちの間で，株式オプション理論 (stock option pricing theory) の研究に関する著しい進展があった。

元来，商取引においてオプションとは，契約の定める処に従い，一定の期日ないしは期間中に，契約であらかじめ定められた価格で商品や有価証券を購入あるいは売却する選択権を意味しており，株式オプションとは株式を対象とする選択権のことである。(1)

この株式オプションには，基本的なものとして，一定の期日(権利行使期間満了日(expiration date)という。)ないしは期間中に，(2) 一定の金額 (権利行使価格 (exercise price) という。) で，一定数の株式を購入する選択権 (買いオプションという。) と，反対に，売却する選択権 (売りオプションという。) の2種類がある。(3) 前者は"コールオプション" (call option)，あるいは単に"コール" (calls)，後者は

* 本稿は，慶應義塾大学経済学部村井俊雄教授，商学部田村茂教授，経営管理科研究科太田康信助教授，商学部金子隆助手から細部にわたり多くのコメントをいただいた。また，大和証券調査部のご好意により，本稿の計測に必要なβs係数を利用することができた。厚くお礼を申上げたい。

注(1) オプション取引が初めて市場に登場したのは，1690年代のロンドンにおいてであった。アメリカでは，これより1世紀程遅れて登場したが，この時代のオプション取引は店頭で扱われる小規模なものであり，実際に注目を集めるようになったのは，1973年4月にシカゴオプション取引所 (CBOE) が開設されてからである。CBOE での上場オプション取引の爆発的人気から，その後，1975年1月にアメリカン取引所 (AMEX)，1975年8月にフィラデルフィア取引所 (PHE)，1976年4月にパシフィック取引所 (PSE) と3取引所が開設された。このように，まだ歴史は7年余であるが，その売買高は，ニューヨーク証券取引所 (NYSE) の80% (1976.6現在) を超えており，その成長がいかに急激なものであるかがわかる。上場オプション取引は，現在，アメリカ以外にもカナダ，西ドイツ，フランス，イギリスなどに広がっている。各国のオプション取引の現状については山一証券 (1976) に詳しい。

(2) 権利行使期間満了日にしか行使できないオプションをヨーロッパ型オプション，期間中いつでも行使できるオプションをアメリカ型オプションと呼ぶ。次節以降取扱う Black-Scholes OPM は，前者のオプションの価格を決定するものである。しかし，アメリカ型オプションは，権利行使価格が不変で，かつ，配当等の支払から保護されているのであれば，結局，満期までは行使されることはなく，ヨーロッパ型オプションと同一の価値をもつことになる。Merton (1973a) 参照。

(3) この基本的な2種類の取引の他に，さらに，その組合せにより次のものがある。

(i)ストラドル (straddle) ≡同一銘柄について，同一価格，同一満期のコールとプッツを同時に購入 (あるいは売却) する。

"プットオプション" (put option)，あるいは単に"プッツ" (puts) と呼ばれており，投資家にとってオプションは原株 (underlying stock) に直接投資する場合に比べて少額の資金で取引が可能で，その上，株式が本来有する価格変動による損失の危険を最少限に押えることができるという点で魅力ある投資手段である。すなわち，株価が今後上昇すると期待するのであれば彼はコールオプションを購入し，実際に上昇した時には少額のプレミアムを支払って権利を行使し相対的に多額の利得を得るであろうし，逆に，期待を裏切って下落した時にはプレミアムを支払って権利を放棄すればよい。また，反対に，株価が下落すると期待するならば彼はプットオプションを購入し，実際に株価が下落した時は利得が得られ，期待に反して株価が上昇しても損失をプレミアムの範囲内に押えることができる。そして，このようなオプションの性格を利用して，原株とオプションの混合比率を株価の変化に合わせて連続的に調整していくと，原株のもつ価格変動の危険を完全にヘッジすることができる。(4)

株式オプションの価格決定に関する理論的研究としては，すでに古くは，Bachelier (1900)，最近になって，Sprenkle (1964)，Boness (1964)，Samuelson (1965) 等があった。しかし，いずれも現実に入手可能なデータを使用してオプション価格を決定することができないなどの問題があり，シカゴオプション取引所 (CBOE, Chicago Boards Options Exchange) の開設に呼応するかのように発表された Black-Scholes (1972, 1973) により初めて使用可能なモデルが示された。彼らのモデルは Black-Scholes OPM (option pricing model) と呼ばれ，経験則による方法に対抗するものとして，現在，証券分析専門家たちの間で広く利用されている。(5) この Black-Schole OPM は，その

(ii)ストリップ(strip)≡ストラドルの変型。組合せ割合がコール1単位に対し，プッツ2単位である点が異なる。

(iii)ストラップ (strap) ≡ストラドルの変型。組合せ割合がコール2単位に対し，プッツ1単位。

この他にも，スプレッド (spread)，ダウン・アンド・アウト (down-and-out)，アップ・アンド・アウト (up-and-out) がある。オプション取引については，Kruizenga (1964)，山一証券 (1976)，Sharpe (1977) に詳しい。

注(4) この適正ヘッジ比率は，通常，1より小である。というのは，オプション価格の変動の方が株価の変動よりも大きく，高いレバレッジを与えるからである。Black-Scholes OPM ではこの適正ヘッジ比率が，株式を営業資産を原資産とするオプションとみなす場合は (16) 式から $S_V=N(d_1)$ となり，借入をオプションとみなす場合は (18) 式から $D_V=1-N(d_1)$ となることがわかる。この比率で絶え間なく原資産との組合せを調整していけば，原資産のもつ危険は完全にヘッジされる。

(5) Black-Scholes OPM (オリジナル) は次式で示されている。

$$V_C=P_S N(d_1)-Ee^{-r\tau}N(d_2) \qquad \text{(a)}$$

$$V_P=-P_S N(-d_1)+Ee^{-r\tau}N(-d_2) \qquad \text{(b)}$$

$$d_1\equiv\frac{\ln(P_S/E)+(r+\frac{1}{2}\sigma^2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}$$

$$d_2\equiv d_1-\sigma\sqrt{\tau}$$

V_C≡コールの価値，　V_P≡プッツの価値

P_S≡株価　E≡権利行使価格

$N(d)$≡正規分布の累積確率密度関数　r≡非危険利子率

τ≡権利行使満了日までの期間　σ^2≡原株の投資収益率に関する分散率

上式をみてわかるとおり，Black-Scholes OPM は，すべて入手可能なデータからオプション価格を求めることができる。上式は，そのままでは複雑だが，実際には，早見表やノモグラフ，あるいは，電卓用パッケージを活用することにより，投資専門家たちに広く利用されている。V_Cの導出方法については，大村 (1980) 参照。

後，主に Merton (1973, 1976)，Cox-Ross (1976) によって整理，一般化され現在に至っている。

我が国では，株式オプション取引の導入自体が未だ検討段階であるため，OPM を我が国の資本市場の分析に直接適用することは不可能であるが，すでに，Black-Scholes (1972) の中で示唆されているとおり，OPM はその考え方を企業の債務側の決定に応用することが可能であり，我々は，OPM を資本コスト問題を検討するのに役立てることができる。すなわち，企業の債務が単一の同質的な株式と同様の借入から構成され，かつ，当該企業の価値 (value of firm) を営業資産 (operating asset) として市場において売買することが可能であるとすると，借入の満期（≡権利行使期間満了日）において，企業価値が当該企業の借入元利金（≡権利行使価格）より大であるならば，株主は，満期に借入元利金を支払って（返済して）当該企業を貸手から買取ろうとするであろうし，小であれば自己の保有株式分（≡プレミアム）の損失で済ませるであろう。

こうして，株式は，営業資産を原資産 (underlying asset) とするコールオプションとみなすことが可能であり，借入の価値は企業価値からオプション価値（≡株式の価値）を単純に差引いた残余となるので，借入もまた営業資産を原資産とするオプションとみなすことができる。

本稿では，企業借入をオプションと考え，Black-Scholes OPM を使って，これまで借入を非危険資産として取扱ってきた CAPM (capital asset pricing model) の拡張をはかり，さらに，この拡張された CAPM を使って企業借入コストの現実の危険構造について検討する。

まず，第Ⅰ節において仮定を設け，第Ⅱ節では OPM を使用し，個々の企業の営業資産の価値 V と企業借入 D との間の関係を導く。ところで，他の企業の営業資産や発行する債務も投資家にとって，同様の完全市場の条件下で取引可能であるとするならば，それらの証券との間の関係をも考慮する必要があろう。そこで，第Ⅲ節では，CAPM のフレームワークを使用し，危険尺度を絶対的な自己の分散 σ_D^2 から相対的な危険尺度である β_D に代替し，企業借入の期待収益率 $E(\tilde{R}_D)$ と β_D との関係を示す。第Ⅳ節では，第Ⅲ節までに得た理論的結果について，東証一部上場企業の財務データを使用して直接最小自乗法により回帰分析を行う。結語では，本稿における展開に係わる MM (Modigliani-Miller) モデル，CAPM および OPM との間の関係を整理する。

Ⅰ 仮定

（仮定１）完全市場

取引コストも税金もかからない。取引は時間に関して連続的に行なわれる。非危険資産の空売り (short sell) は許される。市場は効率的，かつ，競争的である。

（仮定２）非危険資産

非危険資産があり，その利回り r は知られており，かつ，時間にわたり不変である。

（仮定３）危険資産１

企業の価値 V を営業資産として売買できるものとすると，V は次の拡散型の確率過程に従うものと仮定することができる。

$$dV=[\alpha V-D_1(V,\ t)]dt+\sigma V dz$$

ここで，α は企業の瞬間的 (instantaneous) 期待収益率，$D_1(V,\ t)$ は資産１の所有者に対する瞬間的支払額，σ^2 は企業価値の分散率，dz は標準正規ウィナー過程を表わす。

（仮定４）投資家の選好と期待

投資家は，危険回避者であるものとする。また，投資家たちは，分散率 σ^2 に関しては意見が一致しているが，期待収益率 α に関しては必ずしも一致していない。

（仮定５）企業の債務

企業は，次の２つの請求権を発行している。

（１）単一の同質的な借入

（２）単一の同質的な普通株

さらに，企業は，借入をする際に契約条項の中で次の内容の履行を約束するものとする。

（ａ）返済期限には貸手に対して元利総額 B を支払う。

（ｂ）上記支払が履行されない場合は，貸手は即座にその会社をテイク・オーバーできる。

（ｃ）企業は，この借入に比べて同等あるいは優先する請求権を発行することはできない。また，この借入の返済を完了する以前に既発行株式の買取りや配当の支払いを行うことはできない。(6)

Ⅱ 企業借入の評価モデル

この節では，前節の仮定を使って企業借入の価値を導く。

すでに述べた危険資産１に加えて，危険資産２があるものとする。その市場価値 D が，いかなる時点においても，危険資産１の価値 V と時間 t の関数，すなわち，$D=D(V,\ t)$ で表わすことができるものとすると，(7) この D も V と同様，拡散型の確率過程に従うので，

$$dD=\alpha_D D dt+\sigma_D D dz_D \tag{1}$$

と書くことができる。ここで，α_D は危険資産２の（瞬間的）期待収益率，σ_D^2 はその分散率とする。ところで，$D=D(V,\ t)$ としたので伊藤のレンマ(8)を使って拡張すると，

$$dD=D_V dV+\frac{1}{2}D_{VV}(dV)^2+D_t dt \tag{2}$$

注(6) 配当支払を考慮する場合については，注 (15) を参照。

(7) このような性質をもつ時，危険資産２は危険資産１の価値に依存する“偶発債務” (contingent claim) と呼ばれる。

(8) Merton (1971) に平易に説明されている。

となる。ここで，添字はその記号に関する偏微分を表わす。さらに，$D_1(V,\ t)=0$ とすると，仮定3から次式を得る。

$$dV=\alpha V dt+\sigma V dz \tag{3}$$

上式を（2）式に代入し次式を得る。

$$dD=\left[\frac{1}{2}\sigma^2V^2D_{VV}+\alpha VD_V+D_t\right]dt+\sigma VD_Vdz \tag{4}$$

そこで，（1）式と（4）式を比較すると，

$$\alpha_D D=\frac{1}{2}\alpha^2V^2D_{VV}+\alpha VD_V+D_t \tag{5a}$$

$$\sigma_D D=\sigma VD_V \tag{5b}$$

$$dz=dz_D \tag{5c}$$

今，非危険資産，危険資産1，危険費産2の3資産に，それぞれ，W_0，W_1，W_2 の額を投資し，かつ，純投資額がゼロ（$W_0+W_1+W_2\equiv 0$）となるように混合されたポートフォリオの価値Pについて考えてみる。dP をこのポートフォリオの収益とすると，

$$\begin{aligned}dP&=W_0rdt+W_1\frac{dV}{V}+W_2\frac{dD}{D}\\&=-(W_1+W_2)rdt+W_1\frac{dV}{V}+W_2\frac{dD}{D}\\&=W_1\left(\frac{dV}{V}-rdt\right)+W_2\left(\frac{dD}{D}-rdt\right)\end{aligned} \tag{6}$$

（1）式および（3）式から，

$$\begin{aligned}dP&=W_1\left[\frac{1}{V}(\alpha Vdt+\sigma Vdz)-rdt\right]+\left[\frac{1}{D}(\alpha_DDdt+\sigma_DDdz)-rdt\right]\\&=[W_1(\alpha-r)+W_2(\alpha_D-r)]dt+(W_1\sigma+W_2\sigma_D)dz\end{aligned} \tag{7}$$

となる。

これより，dz の係数 $W_1\sigma+W_2\sigma_D$ が常にゼロとなるように W_1，W_2 が決定されれば，このポートフォリオの価値の変化は不確実ではなくなる。(no risk)

そして，純投資額はゼロであるので裁定により利益を得る機会は消滅しなければならないから，$W_1(\alpha-r)+W_2(\alpha_D-r)=0$ でなければならない。(no arbitrage)

従って，$W_1\fallingdotseq 0$，$W_2\fallingdotseq 0$ とすると，

$$(\alpha-r)/\sigma=(\alpha_D-r)/\sigma_D \tag{8}$$[9]

注(9) 借入のある企業 (levered firm) Lの借入価値をD_L，株式価値をS_Lとし，本稿の記号でMMを云換えると，

$$\alpha_S=\alpha+(\alpha-r)\frac{D_L}{S_L} \quad \text{Modigliani-Miller (1958) の（8）式} \tag{a}$$

となる。これより，

$$\sigma_S=\sqrt{E\{\widetilde{R}_s-[\alpha+(\alpha-r)\frac{D_L}{S_L}]\}^2}=(1+\frac{D_L}{S_L})\sigma \tag{b}$$

の関係を得ることができる。

次に，(5a)，(5b) 式から，

$$(\alpha_D-r)/\sigma_D=\left(\frac{1}{2}\sigma^2V^2D_{VV}+\alpha VD_V+D_t-rD\right)\Big/\sigma VD_V \tag{9}$$

また，（8）式から

$$(\alpha-r)/\sigma=\left(\frac{1}{2}\sigma^2V^2D_{VV}+\alpha VD_V+D_t-rD\right)\Big/\sigma VD_V \tag{10}$$

となり，(10) 式を整理すると，

$$\frac{1}{2}\sigma^2V^2D_{VV}+rVD_V-rD+D_t=0 \tag{11}$$

となる。この (11) 式は放物型の偏微分方程式を示している。

次に，危険資産2を企業借入とし，境界条件について考える。その際，Merton (1974, 1977)[10] の証明を認め，破産の危険がある場合にも破産に係わるコストがゼロであるならば MM の第1命題 (Modiglian-Miller, 1958) が成立するものとしよう。これより，Sを株式の価値とすると，

$$V=D+S$$

の線形関係が得られる。ここで，$D\geq 0$，$S\geq 0$ であるから，t を満期までの期間 τ に置換えて，

であるから，(a)，(b) 式からD_L，S_Lを消去すると，

$$\alpha_S=r+(\alpha+r)\frac{\sigma_S}{\sigma} \tag{c}$$

が得られる。次に，本稿の（8）式を変形すると，

$$\alpha_D=r+(\alpha-r)\frac{\sigma_D}{\sigma} \tag{8$'$}$$

これより，危険資産2を株式とすると，(8)$'$ 式は（c）式と同一となることがわかる。

注(10) まず，投資家が危険資産1および非危険資産に，それぞれ，$g(t)$ および $[1-g(t)]$ の割合で連続的に投資するポートフォリオ戦略の価値$P(t)$ のダイナミクスは，次の確率微分方程式によって表現できる。(Merton (1971) 参照)

$$dP=[g(\alpha-r)+r]Pdt+g\sigma Pdz \tag{a}$$

そこで，$g\equiv D_VV/P$とするように投資を行うとき，上式は次式のとおりとなる。

$$dP=D_VdV+(-D_VV+P)rdt \tag{b}$$

ところで，(11) 式から，

$$(\frac{1}{2}\sigma^2V^2D_{VV}+\alpha VD_V+D_t)-\alpha VD_V+vVD_V-rD=0 \tag{11$'$}$$

(11)$'$式を（4）式に代入すると，

$$dD=D_VdV+(-D_VV+D)rdt \tag{c}$$

今，裁定取引により得られる利益Qは，$Q(t)\equiv P(t)-D(V,\ t)$ により表わすことができるから，(b)，(c) 式により，

$$dQ=(P-D)rdt \tag{d}$$

この解は，$Q(t)=Q(0)e^{r\tau}$ であり，初期投資額 $P(0)$ を $D(V,\ 0)$ に等しくするように投資を行えば，$P(t)=D(V,\ t)$ となる。すなわち，投資家は，常に，借入のある企業Lの発行する負債 D と同一の価値をもつポートフォリオを創造することができる。次に，危険資産2を株式とみなし，同様にして，$g^*\equiv S_VV/P^*$ の割合で投資するようなポートフォリオ戦略の価値 P^*を考えると，同一の手続きにより$P^*(t)=S(V,\ t)$ となる。すなわち，投資家は，常に，企業Lの発行する株式Sと同一価値をもつポートフォリオを創造することができる。これより，V_U を借入のない企業の価値とすると，$P=\frac{D}{V_L}V_U$ $P^*=\frac{S}{V_L}V_U$とするように組合せれば，$D+S=V_U$であるから$P+P^*=V_U$となり，$(P+P^*=)V_U(t)=D(V,\ t)+S(V,\ t)=V_L(t)$ となる。従って，MM の第I命題は成立する。Merton (1977) 参照。

$$\left.\begin{array}{l} D(0,\ \tau)=0 \\ S(0,\ \tau)=0 \end{array}\right\} \quad (12)$$

さらに，$D(V,\ \tau)\leq V$であるから，

$$D(V,\ \tau)/V\leq 1 \quad (13)$$

である。また，仮定（5）-（a）から，満期に元利総額Bを貸手に支払わなければならない。

$V(\tau=0)>B$ であれば貸手はBの支払を受け $V-B$ が株主に残された価値となるが，$V(\tau=0)\leq B$の時は企業は破産し貸倒れることとなる。[11,12] 従って，初期条件は次式のとおりとなる。

$$D(V,\ 0)=\mathrm{Min}[V,\ B] \quad (14)$$

上記境界条件（12)～(14）式の下で（11）式を解かなければならない。しかし，MMの第1命題が云えるものとすると，すでに，Black-Scholes (1973) によって導かれた結果を利用して，企業借入の価値Dを容易に得ることができる。すなわち，

$$D=V-S \quad (15)$$

$$S=VN(d_1)-Be^{-r\tau}N(d_2) \quad (16)$$[13,14]

注(11) Stiglitz (1972) は，破産について次のように定義している。

「株式 (equity) の価値がゼロ，あるいは，所得流列の価値が当該企業の未償還負債の価値よりも小さい時，企業は破産する。」

(12) Black-Scholes OPM では，仮定3で示したとおり，企業の価値が連続経路をもつ拡散過程に従うものとされている。この意味は，企業が借入の満期まで破産することがないことを仮定したのと同じことになる。従って，すべての企業に営業危険があり，満期までに破産する可能性を含むように，企業価値がジャンプ過程を示す場合のOPMを考える必要がある。(Cox-Ross (1976) 参照) しかし，Merton (1976) は，企業価値がゼロとなる確率がある場合にも，なお，Black-Scholes OPM が成立することを示している。これより，本稿では，破産の可能性があることを仮定するが，Black-Scholes OPM をそのまま使用する。

(13) (11) 式の放物型の偏微分方程式を

$$\left.\begin{array}{l} u=\ln\dfrac{V}{B}+\left(r-\dfrac{1}{2}\sigma^2\right)\tau \\ s=\dfrac{1}{2}\sigma^2\tau \end{array}\right\} \quad (\mathrm{a})$$

と置いて，

$$S(V,\ \tau)=e^{-r\tau}y(u,\ s) \quad (\mathrm{b})$$

の形に変換すると，伝導係数1の熱方程式$y_s=y_{uu}$ が得られる。境界条件 (14) 式も同様に変換すると，

$$\left.\begin{array}{ll} u\geq 0 \ \text{のとき}, & y(u,\ 0)=B(e^u-1) \\ u<0 & 0 \end{array}\right\} \quad (\mathrm{c})$$

となる。この熱伝導方程式の基本解は，次のとおり与えられる。(スミルノフ他 (1961) 参照)

$$y=\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(\xi)\frac{1}{2\sqrt{\pi s}}\exp\left[-\frac{(\xi-u)^2}{2(\sqrt{2s})^2}\right]d\xi \quad (\mathrm{d})$$

そこで，$(\xi-u)/\sqrt{2s}=q$と置いて標準化し，(c)式の初期条件を代入すると，$d\xi=\sqrt{2s}\,dq$ であるから，

$$y=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left\{\int_{-u/\sqrt{2s}}^{\infty}Be^{(u+q\sqrt{2s})}\exp\left[-\frac{1}{2}q^2\right]dq - \int_{-u/\sqrt{2s}}^{\infty}\exp\left[-\frac{1}{2}q^2\right]dq\right\} \quad (\mathrm{e})$$

(a)式を使って元に戻し整理すると (16) 式が得られる。大村 (1980) 参照。

(14) 仮定5を緩めて配当支払がある場合の評価式について，次のとおり導出することができる。

$$S=e^{-\delta\tau}VN(d_1')-e^{-r\tau}BN(d_2')$$

$$d_1\equiv\left[\ln\frac{V}{B}+\left(r+\frac{1}{2}\sigma^2\right)\tau\right]/\sigma\sqrt{\tau}$$

$$d_2\equiv d_1-\sigma\sqrt{\tau}$$

から，次式のとおり企業借入の価値を導くことができる。

$$D=VN(-d_1)+Be^{-r\tau}N(d_2) \quad (17)$$

上式をみると，Dの説明変数はV，B，σ^2，r，τであり，企業借入自身の期待収益率 α_D や分散 σ_D^2 が不要であることに気づく。

上式から企業の価値に関する偏微分係数および符号を求めると次のとおりである。

$$D_V=1-N(d_1)\equiv N(-d_1)\geq 0 \quad (18)$$

Ⅲ　CAPM と企業借入の評価

時間的連続性をもつ場合の CAPM によれば，資本市場は各時点においても，Sharpe (1964) -Lintner (1965) タイプの次式の均衡関係が成立している時にのみ均衡することが示されている。[15]

$$E(\widetilde{R}_i)=r+\beta_i[E(\widetilde{R}_M)-r] \quad (19)$$[16]

$$d_1'=\left[\ln\frac{V}{B}+\left(r-\delta+\frac{1}{2}\sigma^2\right)\tau\right]\Big/\sigma\sqrt{\tau}$$

$$d_2'=d_1'-\delta\sqrt{\tau}=d_2-\delta\frac{\sqrt{\tau}}{\sigma}$$

上式を使用する方がより現実的であるように思われる。しかし，配当性向$\delta\left(\equiv\frac{D_1}{S}\right)$は，上式を導く際に期間中不変であると仮定されているが，実際は，かなり変動しているので，より単純な (16) 式を使用した。

注(15) Merton (1973b)，Fama (1977) 参照。

証券の市場均衡価格を求めるのに，Sharpe-Lintner タイプの CAPM に代表されるE-Vアプローチが投資家の行動を正確に示すためには，

(i)投資家の富の期末価値に対する効用が2次関数で表現できる，

(ii)証券の期末価値に関する確率分布が多変量正規性を有する，

のいずれかの理論的制約がある。しかし，E-V タイプの CAPM は，実用的なことから本稿において使用された。

(16) (19) 式は，以下のような別の表現をとることがある。

$$E(\widetilde{R}_i)=r+\lambda\,\mathrm{COV}(\widetilde{R}_i\cdot\widetilde{R}_M) \quad (\mathrm{a})$$

$$E(\widetilde{R}_i)=r+\lambda^*\rho(\widetilde{R}_i,\ \widetilde{R}_M)\sigma(\widetilde{R}_i) \quad (\mathrm{b})$$

$$E(\widetilde{R}_i)=r+\lambda^{**}\beta_i \quad (\mathrm{c})$$

ここで，

$$\lambda\equiv[E(\widetilde{R}_M)-r]/\sigma^2(\widetilde{R}_M)$$

$$\lambda^*\equiv[E(\widetilde{R}_M)-r]/\sigma(\widetilde{R}_M)=\lambda\sigma(\widetilde{R}_M)$$

$$\lambda^{**}\equiv[E(\widetilde{R}_M)-r]=\lambda\sigma^2(\widetilde{R}_M)$$

$$\rho(\widetilde{R}_i,\ \widetilde{R}_M)=\mathrm{COV}(\widetilde{R}_i,\ \widetilde{R}_M)/\sigma(\widetilde{R}_i)\sigma(\widetilde{R}_M)$$

である。単一証券iの危険は，個人にとって$\sigma(\widetilde{R}_i)$ として測れるが，通常，これを“total risk”と呼ぶのに対し，上記 (a)，(b)式におけるCOV$(\widetilde{R}_i,\ \widetilde{R}_M)$，あるいは$\rho(\widetilde{R}_i,\ \widetilde{R}_M)\sigma(\widetilde{R}_i)$ を “non-diversifiable risk” または“systematic risk” と呼んでいる。とりわけ，(b)式はこの total risk と non-diversifiable risk を対比するのに都合が良い。すなわち，$-1\leq\rho(\widetilde{R}_i,\ \widetilde{R}_M)\leq 1$であるから，$\rho(\widetilde{R}_i,\ \widetilde{R}_M)$ は，total risk のうちで期待収益率を犠牲にせずには分散できない部分が占める割合を示すことがわかる。別の表現をすれば，total risk $\sigma(\widetilde{R}_i)$ と non-diversifiable risk $\rho(\widetilde{R}_i,\ \widetilde{R}_M)\sigma(\widetilde{R}_i)$の差をとると，

ここで，$\beta_i \equiv \mathrm{COV}(\widetilde{R}_i, \widetilde{R}_M)/\sigma^2(\widetilde{R}_i)$

すなわち，危険資産 i の（瞬間的）期待収益率 $E(\widetilde{R}_i)$ は，その資産自身の収益率に関する分散率 $\sigma^2(R_i)$ によって直接説明できるものではなく，均衡においては，マーケットポートフォリオの収益率 $\widetilde{R}_M$ との共分散率に対する当該資産の貢献度 $\beta_i \equiv \mathrm{COV}(\widetilde{R}_i, \widetilde{R}_M)/\sigma^2(\widetilde{R}_M)$ との間に一定の線形関係が成立するのである。

今，この CAPM のフレームワークを利用して，前節で得た関係を説明してみよう。

（2）式から，

$$dD = D_V dV + \frac{1}{2} D_{VV} \sigma^2 V^2 (dt)^2 + D_t dt$$

上式の両辺を D で割り，$dV/V = \widetilde{R}_V$，$dD/D \equiv \widetilde{R}_D$ とし，単位時間をゼロに近づけると，

$$\widetilde{R}_D = \frac{D_V}{D} dV = \frac{D_V}{D} V \frac{dV}{V} = D_V \frac{V}{D} \widetilde{R}_V \tag{20}$$

（20）式の結果を（19）式の β_i の定義式に代入すると

$$\beta_D \equiv \frac{\mathrm{COV}(\widetilde{R}_D, \widetilde{R}_M)}{\sigma^2(\widetilde{R}_M)} \equiv D_V \frac{V}{D} \cdot \frac{\mathrm{COV}(\widetilde{R}_V, \widetilde{R}_M)}{\sigma^2(\widetilde{R}_M)} \equiv D_V \frac{V}{D} \beta_V \tag{21}$$

となる。ところで，（18）式から，

$$D_V = 1 - N(d_1) \equiv N(-d_1) \tag{22}$$

これより，（21）式の結果を使って次のとおり，β_D，β_V，β_S 相互の関係を得ることができる。[17]

$$\beta_D^i \equiv N(-d_1) \frac{1}{D/V} \beta_V^i \tag{23a}$$

$$[1 - \rho(\widetilde{R}_i, \widetilde{R}_M)] \sigma(\widetilde{R}_i) \qquad \text{(d)}$$

となり，これは，total risk のうちで分散することができる危険部分，すなわち，"diversifiable risk" または "non-systematic risk"，を示す。また，すべての diversifiable risk がポートフォリオから取除くことができる時，このポートフォリオ ϵ を"効率的ポートフォリオ"と呼ぶものとすると，（d）式から

$$[1 - \rho(\widetilde{R}_\epsilon, \widetilde{R}_M)] \sigma(\widetilde{R}_\epsilon) = 0$$

従って，$\rho(\widetilde{R}_\epsilon, \widetilde{R}_M) = 1$，すなわち，すべての効率的ポートフォリオは，危険資産マーケットポートフォリオと完全相関している必要があることを示している。Rubinstein (1973) 参照。

注(17) Hamada (1972) は，(23) 式に類似した関係をすでに導いている。すなわち，彼は，

$${}_A\beta = \left(\frac{S_B}{S_A}\right)_{t-1} {}_B\beta \qquad \text{Hamada (1972)(4a)}$$

と表わしている。添字 A，B は，それぞれ，借入のない企業，借入のある企業を示す。$V \equiv V_A (= S_A) = V_B$ であるから，上式は，本稿での記号により云換えれば，

$$\beta_V = \left(\frac{S}{V}\right)_{t-1} \beta_S, \quad \text{or} \quad \beta_S = \left(\frac{V}{S}\right)_{t-1} \beta_V \qquad \text{(a)}$$

であり，(23) 式と同様にして，β_V と β_S の関係を導くと，我々のモデルでは

$$\beta_S = N(d_1) \frac{V}{S} \beta_V \qquad \text{(b)}$$

となる。比較すると異なるのは，満期に行使するかどうかを示す確率 $N(d_1)$ が抜けているだけである。これは，単に，Hamada が借入を非危険資産とみなして導いたからに他ならない。また，Hamada は，推定式

$$\beta_S = a + b \left(\frac{V}{S}\right) \beta_V + \epsilon_t$$

により単純回帰を行っている。この結果をみると，単年度データでは係数 b が1より小となっている。これは，$N(d_1)$（$0 \leq N(d_1) \leq 1$）が抜けているためであると解釈することができるかもしれない。

$$\equiv \frac{N(-d_1)}{N(d_1)} \cdot \frac{1}{D/S} \beta_S^i \tag{23b}$$

[18]

従って，CAPM から次の関係が導かれる。（図1参照）

$$E(\widetilde{R}_D) = r + \beta_D^i [E(\widetilde{R}_M) - r] \tag{24a}$$

$$= r + N(-d_1) \frac{V}{D} \beta_V^i [E(\widetilde{R}_M) - r] \tag{24b}$$

$$= r + \frac{N(-d_1)}{N(d_1)} \cdot \frac{S}{D} \beta_S^i [E(\widetilde{R}_M) - r] \tag{24c}$$

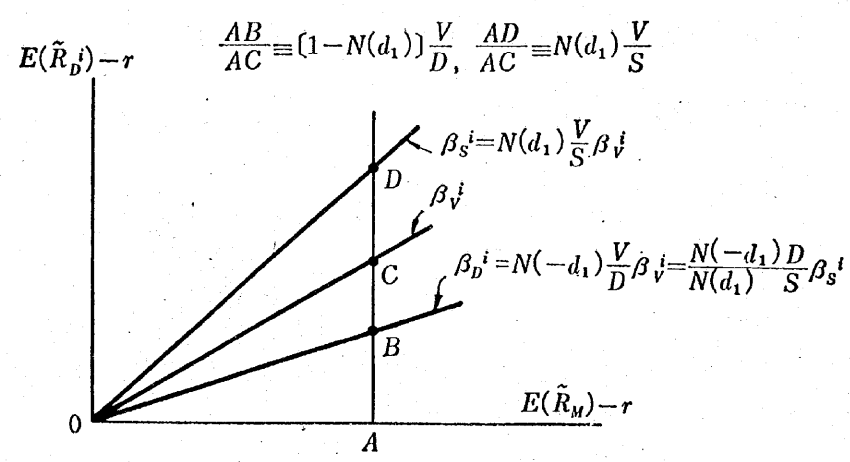
ここで，

$$\beta_D^i \equiv \mathrm{COV}(\widetilde{R}_D^i, \widetilde{R}_M)/\sigma^2(\widetilde{R}_M)$$

$$\beta_V^i \equiv \mathrm{COV}(\widetilde{R}_V^i, \widetilde{R}_M)/\sigma^2(\widetilde{R}_M)$$

$$\beta_S^i \equiv \mathrm{COV}(\widetilde{R}_S^i, \widetilde{R}_M)/\sigma^2(\widetilde{R}_M)$$

図1



（24）式から β_D の説明変数に関する偏微分係数および符号は次のとおりとなる。

$$\gamma \equiv [VN(-d_1)\, Be^{-r\tau} N(d_2)]/D^2 \sigma \sqrt{\tau}$$

とすると，

$$\frac{\partial \beta_D}{\partial V} = -\frac{\gamma}{V} \left[\frac{N'(-d_1)}{N(-d_1)} + \frac{N'(d_2)}{N(d_2)} - \sigma\sqrt{\tau}\right] \beta_V < 0 \tag{25a}$$

$$\frac{\partial \beta_D}{\partial \beta} = \frac{\gamma}{B} \left[\frac{N'(-d_1)}{N(-d_1)} + \frac{N'(d_2)}{N(d_2)} - \sigma\sqrt{\tau}\right] \beta_V > 0 \tag{25b}$$

注(18) (18) 式から，$D_V = N(-d_1)$ であり，また，$V = S + D$ であるから，次式を得る。

$$S_V = 1 - D_V = N(d_1) \qquad \text{(a)}$$

ところで，

$$\beta_S = \frac{\mathrm{COV}(\widetilde{R}_S \widetilde{R}_M)}{\sigma^2(\widetilde{R}_M)} = \frac{S_V}{S} V \frac{\mathrm{COV}(\widetilde{R}_V, \widetilde{R}_M)}{\sigma^2(\widetilde{R}_M)} = \frac{S_V}{S} V \beta_V \qquad \text{(b)}$$

上記の（a），（b）式を（23a）式に代入すると，（23b）式が導かれる。

$$\frac{\partial\beta_D}{\partial r}=-\gamma\tau\left[\frac{N'(-d_1)}{N(-d_1)}+\frac{N'(d_2)}{N(d_2)}-\sigma\sqrt{\tau}\right]\beta_V<0 \tag{25c}$$

$$\frac{\partial\beta_D}{\partial\sigma^2}=\frac{\gamma\sqrt{\tau}}{2\sigma}\left[d_2\frac{N'(-d_1)}{N(-d_1)}+d_2\frac{N'(d_2)}{N(d_2)}\right]\beta_V \tag{25d}$$

$$\frac{\partial\beta_D}{\partial\tau}=\gamma\left\{-r\left[\frac{N'(-d_1)}{N(-d_1)}+\frac{N'(d_2)}{N(d_2)}-\sigma\sqrt{\tau}\right]+\frac{\sigma}{2\sqrt{\tau}}\left[d_2\frac{N'(-d_1)}{N(-d_1)}+d_1\frac{N'(d^2)}{N(d_2)}\right]\right\}\beta_V \tag{25e}$$

Ⅳ 計　　測

前節では，CAPM のフレームワークに，すでに第Ⅱ節で得た企業借入の評価式から導かれた結果を代入し，企業借入利子率 R_D とその相対危険尺度 β_D との関係，ならび，β_V，β_D，β_Sの各相対危険尺度相互の関係を得ることができた。従って，我々は，実際には計算困難な β_D を直接使用することなく，一部の証券会社調査部および付属の研究機関等においてすでに計算されている β_S 係数を利用して，(24c) 式から次式のとおりクロスセクション推定式を設定する。

$$R_D^i=\hat{a}_1^i+\hat{a}_2^i\left[\frac{N(-d_1)}{N(d_1)}\cdot\frac{S}{D}\cdot\beta_S\right]^i+\epsilon^i \qquad i\text{；企業}$$

$$=\hat{a}_1^i+\hat{a}_2^i\left\{\left[\frac{1}{N(d_1)}-1\right]\cdot\frac{S}{D}\cdot\beta_S\right\}^i+\epsilon^i \tag{26}$$

A　計測の対象

東証一部上場企業829社（金融・保険を除く，昭和53年6月現在）の財務データから，

（1）各（27）業種ごとの平均企業（財務データ単純平均）

（2）食品産業（コード，2001～2897）48社

（3）ガラス・土石産業（コード，5201～2897）30社

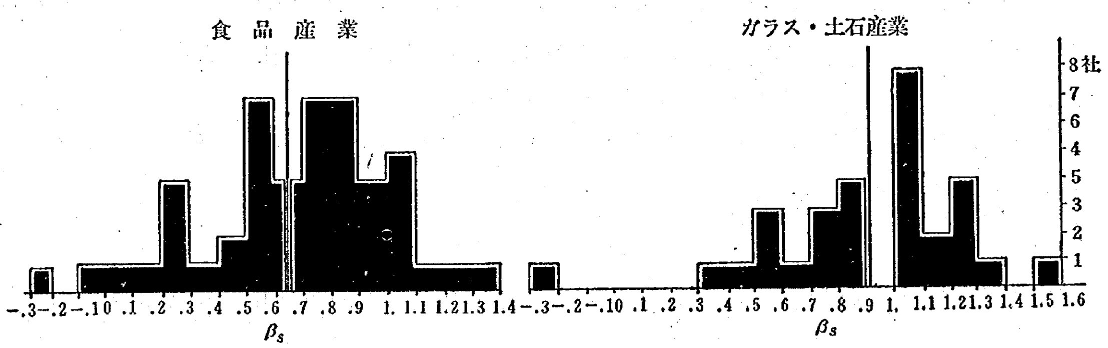
について計測を行った。上記2業種は，サンプルが適当で β_S 係数についてバラツキが高いことから選ばれた。（表1，および，図2参照）なお，業種ごとに計測を行った理由は特にない。(19)

注(19)　本来は全上場企業を対象とし，借入市場線および資本市場線（株式＋借入）を導出することが望ましい。しかし，このためには，800 以上の上場企業各社ごとに過去10期（あるいはそれ以上）について，まず，税引後利益X/企業の市場価値Vを求めて $\sigma(\frac{X}{V})$を算出し，さらに，測定誤差を少なくするために $\{[\frac{1}{N(d_1)}-1]\frac{S}{D}\beta s\}^i$ の値の大小に応じてグループ化を行うという厖大な作業を要する。本稿では作業力の都合から数業種を選んで回帰したが，これは，個々の企業の借入利回り R_D^i とその相対危険尺度 $\{[\frac{1}{N(d_1)}-1]\frac{S}{D}\beta s\}^i$ の関係について市場の一部をとりあげて見たにすぎない。

表1　産業別 β_S 係数の平均・偏差・変動係数

業　種	N	平均 E	偏差 σ	変動係数 $\sigma/E\times100$	業　種	N	平均 E	偏差 σ	変動係数 $\sigma/E\times100$
①水産	6	.657	.409	62.230	⑮電気	83	1.449	.677	46.720
②鉱業	7	.273	.657	240.913	⑯輸送機	44	1.401	.694	49.564
③建設	72	.565	.413	73.248	⑰精密機器	16	1.271	.465	36.608
*④食品	48	.544	.468	86.151	⑱その他製造	20	.680	.502	73.766
⑤繊維	41	.881	.499	56.712	⑲商業	80	.583	.531	90.985
⑥パルプ	18	.887	.463	52.243	⑳不動産	12	.837	.497	59.406
⑦化学	102	.885	.473	53.498	㉑陸運	22	.405	.352	86.772
⑧石油・石炭	10	1.446	.755	52.209	㉒海運	15	1.089	.405	37.216
⑨ゴム	7	.974	.515	52.811	㉓空運	2	.810	.130	16.049
*⑩ガラス・土石	30	.788	.494	62.617	㉔倉庫・運輸	9	.683	.564	82.515
⑪鉄鋼	35	1.025	.482	47.045	㉕通信	3	.920	.471	51.176
⑫非鉄金属	22	.962	.295	30.700	㉖電力・ガス	13	.225	.299	132.780
⑬金属	16	.954	.520	54.513	㉗サービス	18	.434	.453	104.177
⑭機械	69	1.111	.400	36.005					

図2



B　計測データの作成

計測に使用したデータは，以下の方法により作成あるいは入手した。

（1）R_D^i

企業 i の貸借対照表および損益計算書から得られる年度データを使用し，次のとおり企業借入の実効利子率を算出した。

$$R_D^i=\frac{\text{支払利息割引料（52年度）}}{\text{流動負債残高}+\omega\times\text{固定負債残高}}$$

ただし，

流動負債＝短期借入＋1年内償還社債＋従業員預り

固定負債＝社債＋長期借入

図3　全　産　業（τ≡3）

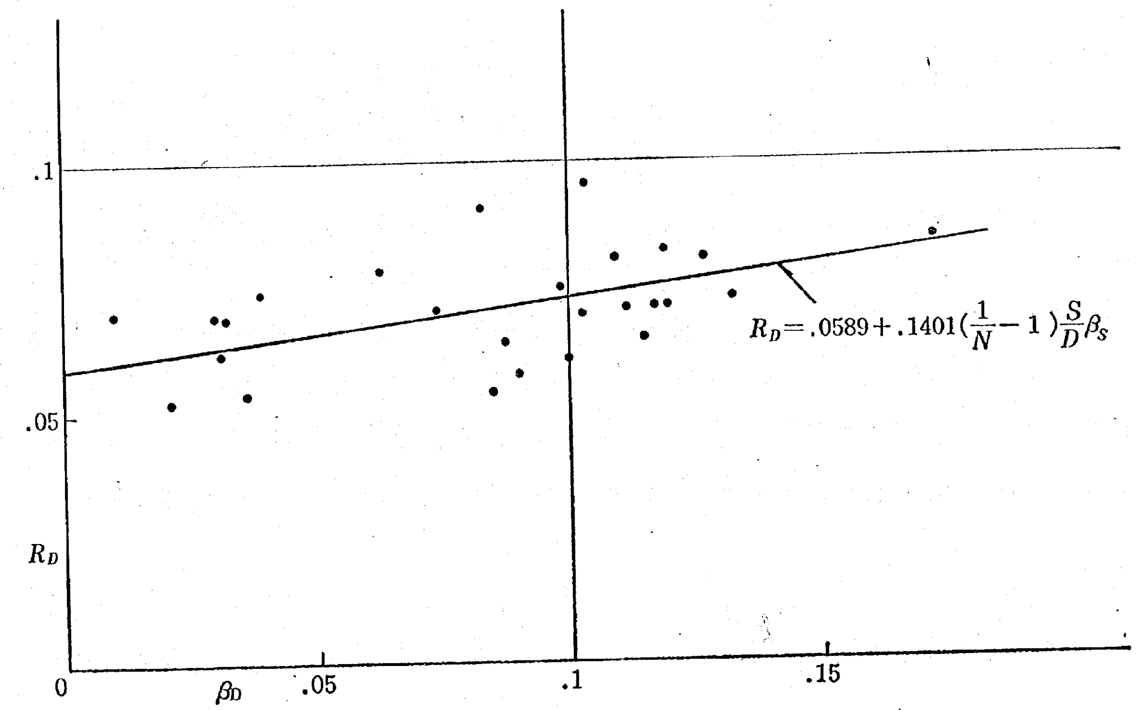


図5　ガラス・土石産業（τ≡3）

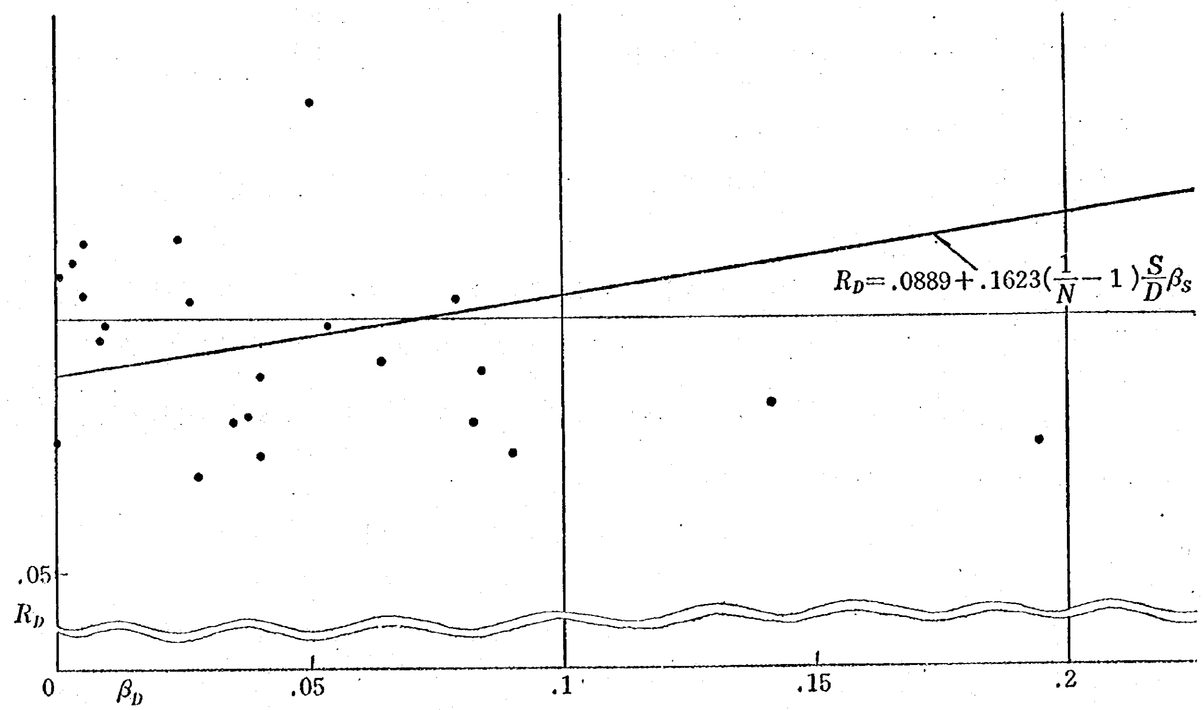
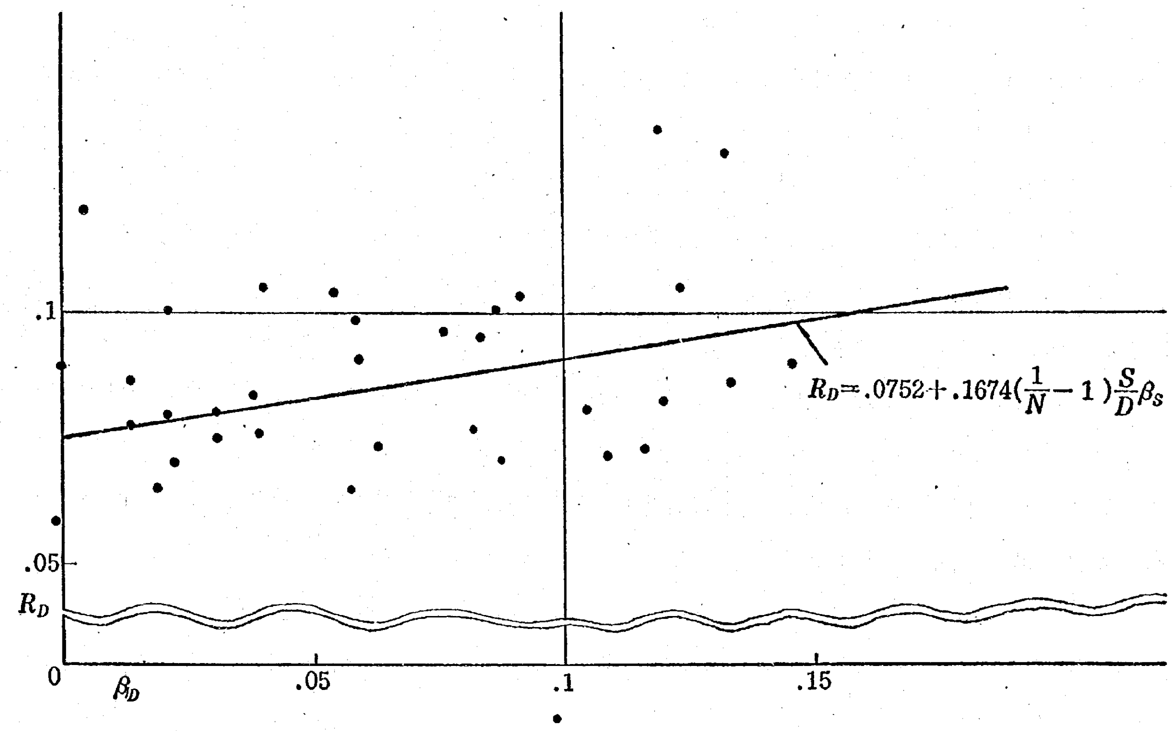
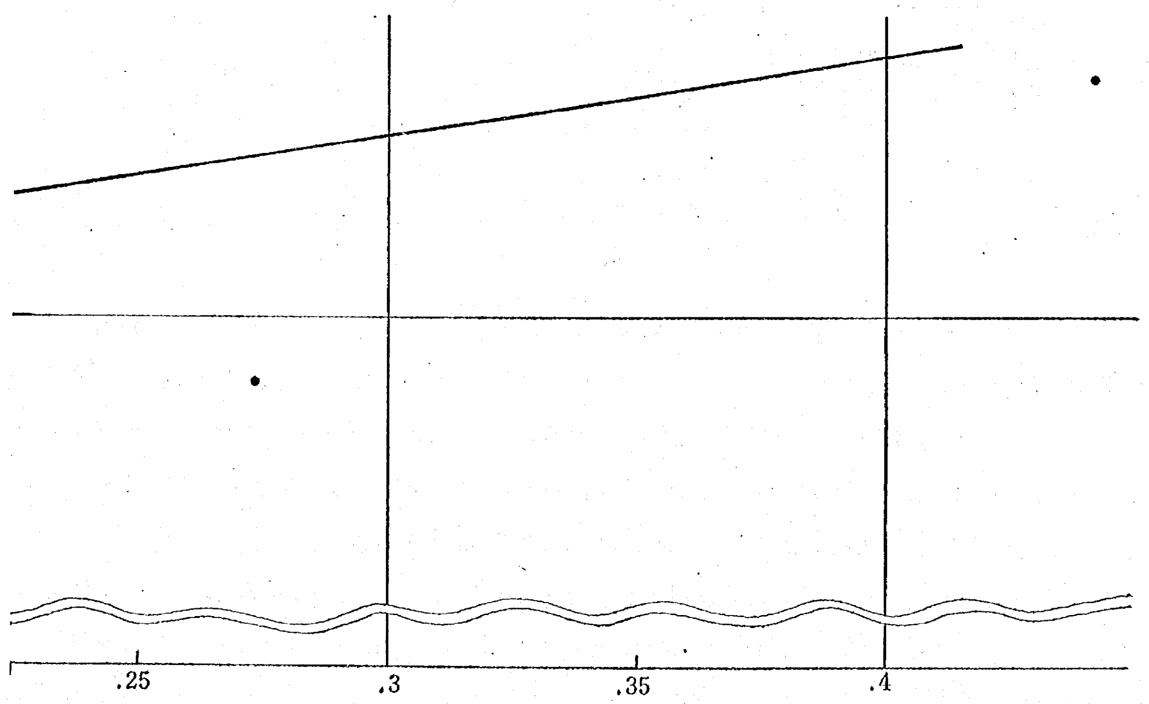


図4　食品産業（τ≡3）



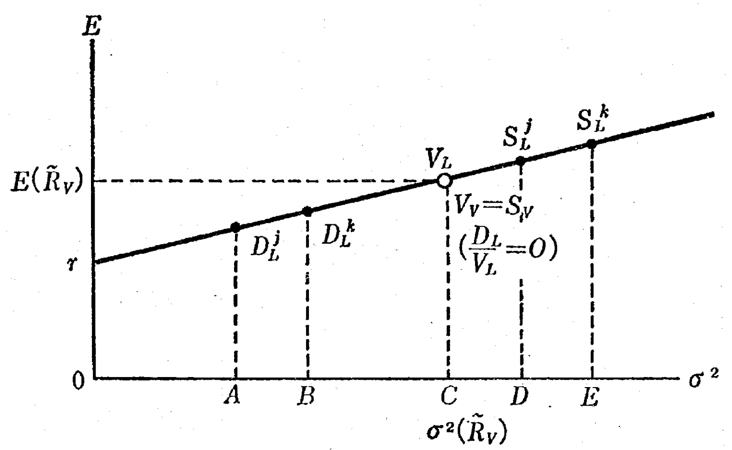


結　語

第II節において，Black-Scholes OPM から企業借入評価式を導く際に，MM の第I命題が成立するものとした。しかし，これは仮定ではなく，すでに，注 (11) において，Merton (1977) に沿って証明を行った。この注 (11) から，我々は破産の可能性を含んだ修正MMモデルと OPM との間に図6のような同一の関係をみることができるであろう。すなわち，D_L^j，D_L^k は非危険資産のプラスの保有と営業資産のプラスの保有との混合により創造することが可能であり，S_L^j，S_L^k は非危険資産のマイナスの保有（空売り）と営業資産のプラスの保有により創造することができる。また，逆に云えば，$V(=V_L=V_U)$ 点は借入と株式のどのような組合せ，たとえば，D_L^jとS_L^j，D_L^kとS_L^k…，あるいは，S_Uだけによって与えられることになる。

また，このような関係は，均衡条件式（8）式を導いた段階においても直感された。この（8）式がMMの第I命題と同一のものとみなせることについては注（9）において述べた。

図6



j社の$\frac{S_L^j}{D_L^j}=\frac{AC}{OA}$ or $\frac{AC}{CD}$

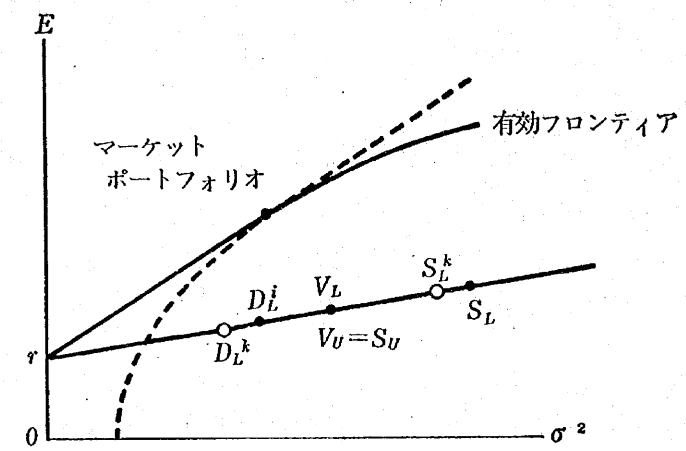
k社の$\frac{S_L^k}{D_L^k}=\frac{BC}{OB}$ or $\frac{BC}{CE}$

第III節では，他の企業の価値，株式，借入との相対関係，ならびに，各企業ごとの β_V，β_D，β_S 相互間の関係を示そうとした。OPM は，（MM と同様に）同一営業資産価値をもつ企業の各資産について，各投資家が裁定取引を通じて危険回避行動をとるものと考える。これに対し，CAPM では，収益率に関して完全相関をしていない他の証券との混合により，絶対的な危険（分散）の一部を減じることができると考える。そして，あるひとつの最適危険資産混合と非危険資産との組合せによりすべての最適ポートフォリオを説明しようとする。こうして，極端に言えば，OPM は E-V 面上の1投資機会直線上のポートフォリオを考えているのに対し，CAPM はすべての効率的な投資機会を含む効率集合を問題とし，効率集合内のすべてのポートフォリオ（あるいは単一資産）は，

マーケットポートフォリオと呼ばれる集計的な最適危険資産混合との一定の共分散行列によって決定されるとする。

このような観点から，CAPM は（ある1時点において）OPM を含むものであり，第III節で得た結果を CAPM に挿入することは認められる。

図7



第III節では，CAPMから破産の危険を考慮する時，均衡において企業借入の期待収益率 $E(\tilde{R}_D)$ がその相対危険尺度 β_D と一定の関係にあることが示されたが，そこで，第II節において OPM から導かれた結果を使うことにより，直接に β_D を使用せず，β_S によって代用できることがわかった。これより，第IV節では，入手可能な既存の β_S 係数を利用して (26) 式の推定式に置き換え，企数借入コストが，資本市場においてこれ以上分散し得ない危険水準β_Dに応じて決定されているかどうかを検証しようとした。

計測は，①全産業，②食品産業，③ガラス・土石産業の財務データを使用して，$\tau=1$と$\tau=3$の2ケースについて行なわれたが，いずれも説明力が十分ではなく各係数は予想される値に比べて高かった。このように実証結果が良好でなかった理由として，主に，次のことが挙げられるであろう。

A．データ作成上の問題点

（1）すでに述べたとおり，$B=De^{r\tau}$ と置かれ，残余期間 t は財務データから得ることが不可能なため全企業に共通のものとして，$\tau=1$，$\tau=3$ の2ケースについて d_1 を算出した。このため，Bは過少評価され，また，τ が各企業の貸倒れ危険に与える固有の効果は事実上無視されることとなった。

（2）支払利息割引料には，長短借入・社債，従業員預り金の利息の他に手形の割引料も含まれている。しかし，その額については不明のため，これを分母に含めて R_D を算出することがで

きなかった。これにより，一部の企業についてかなり高い借入コストとして表われているものがあり，このため，回帰係数が高かったと考えられる。

B．我が国資本市場の問題点

（1）株式市場の不完全性

(28) 式の推定に使用されたβ_Sは，その大部分の決定係数が20～30%以下であり，株式市場の完全性は疑われる。

（2）借入市場の不完全性

各企業の貸倒れ危険に応じて借入金利を要求するような価格調整機能は弱く，むしろ，信用割当のような量的調整が行われていたであろう。

こうして，予想されたことだが，仮定1が我が国資本市場において満たされないことも計測結果を良好でないものにさせているであろう。

ともあれ，本稿で展開された考え方は，企業が資金調達を行う時に借入コストをどのように考えるのが合理的であるのかを示すものであり，また，(短絡的に結びつけることはできないが)裏がえせば，貸手（≡金融機関とみなして良いであろう。)がどのような水準の実効利子率を企業に対して要求するのが合理的なのかを考える目安となり得るであろう。

資本市場の理論を使って，借入コストの危険構造を我が国の事例について検証するという本稿の目的は十分に達することはできなかったが，今後，資本市場が整備されていくに従い，借入・貸出の際に $\left(\frac{1}{N(d_1)}-1\right)\frac{S}{D}\beta_S$ ののような相対的危険尺度が検討資料の中に加えられることは意義あるものとなろう。

<参考文献>

〔1〕Bachelier, L., 1900, "The theory of speculation" in P. Cootner, ed., 1964, The random character of stock market prices.

〔2〕Black, F., 1972, "Capital market aquilibrium with restricted borrowing" in Bicksler, J. and P. Samuelson ed., Investment portfolio decision-making.

〔3〕———, 1975, "Fact fantasy in the use of options" Financial Analyst Journal.

〔4〕———, 1975, "The pricing of commodity contracts" J. F. E.

〔5〕———, and M. C. Jensen, and M. Scholes, "The Capital asset pricing model; Some empirical test" in M. C. Jensen, ed., Studies in the theory of capital market, 1972.

〔6〕———, and M. Scholes, 1973, "The pricing of options and corporate liability" J. P. E.

〔7〕———, and———, 1972, "The valuation of option contracts and atest of market efficiency" J. F.

〔8〕Boness, J., 1964. "Elements of a theory of stock-option value" J. P. E.

〔9〕Cher, A. H. 1978, "Recent developments in the cost of debt capital" J. F.

〔10〕Cox, J. C., and S. A. Ross, 1976, "The valuation of options for alternative slochastic process" J. F. E.

〔11〕Fama, E. F., 1976, Foundations of finance; portfolio decisions and security prices.

〔12〕———, 1977, "Risk-adjusted discount rates and capital budgeting under uncertainty" J. F. E.

〔13〕———, 1968, "Risk, return and equilibrium; some clorifying comments" J. F.

〔14〕Friend, I., and M. Blume, 1970, "Measurement of Portfolio performance under uncertainty" A. E. R.

〔15〕Galai, D., and R. W. Masulis, 1976, "The option pricing model and the risk factor of stock" J. F. E.

〔16〕Hamada, R. S., 1972, "The effect of the firms capital structure on the systematic risk of common stocks" J. F.

〔17〕Ingersoll, J. E., 1976 "A theoretical and empirical investigation of the dual-purpose funds," J. F. E.

〔18〕———, 1972, "A contingent-claim valuation of convertible securities" J. F. E.

〔19〕Jensen, M. C., 1972, "Capital markets; Theory and evidence" B. J. E.

〔20〕Kruizenga, R. J., 1964, "Introduction to the option contract" in P. Cootner ed., The random character of stock market prices.

〔21〕Lintner, J., 1965, "Security prices, risk and maximal gains from diversification," J. F.

〔22〕Long, J. B., 1974, Discussion, J. F.

〔23〕Merton, R. C., 1971, "Optimum consumption and portfolio rules in a continuous-time model" J. E. T.

〔24〕———, 1973a, "The theory of rational option pricing" B. J. E.

〔25〕———, 1973b, "An intertemporal capital asset pricing model" Econometrica.

〔26〕———, 1974, "On the pricing of corporate debt; The risk structure of interest rates" J. F.

〔27〕———, 1976, "Option pricing when underlying stock returns are discontinuous" J. F. E.

〔28〕———, 1977, "On the pricing of contingent claims and the Modigliani-Miller theorem" J. F. E.

〔29〕Miller, M., and F. Modigliani, 1958, "The cost of capital corporation finance and the theory of investment" A. E. R.

〔30〕———, and———, 1963, "Corporate income taxes and the cost of capital; correction" A. E. R.

〔31〕———, and M. Scholes, "Rate of return in relation to risk; A reexamination of some recent findings" in M. C. Jensen, ed., studies in the theory of capital markets, 1972.

〔32〕Roll, R., 1974, "A critique of the asset pricing theories test; part I" J, F. E.

〔33〕Rubinstein, M. E., 1973, "A mean-variance synthesis of corporate financial theory" J. F.

〔34〕Sharpe, W., 1963, "Simplified model for portfolio Analysis" in Management Science.

〔35〕———, 1964, "Capital asset prices; A theory of market equilibrium under conditions of risk" J. F.

〔36〕 ———, 1977, Investment.

〔37〕 Schnabel, J., 1979, "Call options and the capital asset pricing model" The Investment Analyst.

〔38〕 ———, 1979, "A decision theory Approach to valuing call options; An addendum" The Investment Analyst.

〔39〕 Samuelson, P. A., 1965, "Rational theory of warrant pricing" Industrial Management Review 6.

〔40〕 Smith, C. W., 1976, "Option pricing; A review" J. F. E.

〔41〕 Sprenkle, C. M., 1964, "Warrant prices as indicators of expectations and preferences" in P. Cootner, ed., The random character of stock market prices.

〔42〕 Stiglitz, J., 1964"A re-examination of the Modiglian-Miller theorem" A. E. R.

〔43〕 ———, 1972, "On some as stocks of pure theory of corporate finance; Bankruptcy and take-over, B. J. E.

〔44〕 小宮，岩田，1973，企業金融の理論—資本コストと財務政策—，日本経済新聞社。

〔45〕 大村，1980，"オプション価格の決定について（その1～3），" 証券アナリストジャーナル，Vol. 18, No. 8～10.

〔46〕 スミルノフ，ブリニエル，コシリャコフ，1961（高見他訳，1974），物理・工学における偏微分方程式，下，岩波書店。

〔47〕 山一証券経済研究所編，1976，オプション取引のすべて，同文舘。

A. E. R.	American Economic Review
B. J. E.	Bell Journal of Economics
J. E. T.	Journal of Economic Theory
J. F.	Journal of Finance
J. F. E.	Journal of Financial Economics
J. P. E.	Journal of Political Economy

（慶應義塾大学大学院経済学研究科博士課程）

戦前における性別労働需要の実証分析*

三上　芙美子

本稿は，戦前の日本経済における労働力構成の男女比率の変化のメカニズムを，性別労働需要モデルに基づいて実証分析した結果の報告である。

1.　「労働需要」の分析的位置づけ

労働の非等質性については，すでに多くの分析において指摘されてきた。労働の異質性に注目して，資本と熟練労働との補完性を示唆した Z. Griliches の実証分析（1969）以来，労働の input を disaggregate した生産関数や費用関数を計測して，異質労働間の，およびそれらと資本との間の代替の容易度を計測する試みが，70年代前半から後半にかけて相ついであらわれている(1)。いずれの研究においても，生産の input としての労働が "L" という aggregate された形で扱われるのは適当でないことが主張されている。すなわち，生産関数は，Q，L，Kをそれぞれ生産量，労働量，資本量として

$$Q=f(L,\ K)$$

とあらわすのではなく，L_i（$i=1,\ 2,\ \cdots,\ n$）を i 番目の種類の労働量として

* 本研究を行なうにあたって，小尾恵一郎教授の丁寧な御指導と助言をいただいた。また，尾崎厳教授，佐野陽子教授，西川俊作教授は貴重な助言と励しを与えられた。桜本光助教授，辻村和佑助手は，回帰計算の過程で適切な助言と協力を下さった。これらの諸先生に心から感謝する。

注(1)　Berndt and Christensen (1974) は，ブルー・カラー労働，ホワイト・カラー労働および資本を input とする translog 生産関数を設定して，これら3要素間の代替の弾力性を米国製造業計について推定した。そして，ホワイト・カラー労働と資本とが補完的であるが時系列的には補完性がうすれてきていること，ブルー・カラー労働は資本との代替性よりもホワイト・カラー労働との代替性の方が大きいこと，などの結果を得た。D. T. Dick and M. H. Medoff (1976)は，労働を人種，教育年限別にグループ分けし，アメリカの製造業についてやはり translog アプローチにより代替の弾力性を推定した。彼は，教育水準が同程度でも黒人労働と白人労働との代替が不完全であること，黒人の方が異なる教育水準グループ間の代替弾力性が白人の場合よりも大きいことを示した。同様の推計を，J. M. Anderson (1977)は，年齢階層別労働および資本について試み，労働と資本の代替性が年齢階層によってずい分異なること，若年層の方が資本との代替性がより高いこと，年齢の近いグループ間の方が離れているものよりも代替的であることを見出した。また，R. B. Freeman (1979) が，全産業について，性，年齢階層別に推計した結果は，中高年齢層では女子労働と男子労働が補完的である，資本との代替性は男子よりも女子労働の方が高い，というものである。その他，CES 生産関数による分析も合めて，この種の異質労働間代替性の計量分析はこの10年間に集中している。これら多数の研究成果を要約・展望した論文としては，D. S. Hamermesh and J. Grant (1979) を参照されたい。