Title	公共財の最適供給について
Sub Title	On optimal supply of collective-consumption goods
Author	塩沢, 修平
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1980
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.73, No.4 (1980. 8) ,p.604(106)- 626(128)
JaLC DOI	10.14991/001.19800801-0106
Abstract	
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19800801-0106

公共財の最適供給について

塩沢修平

1. 序

公共財を含む経済において，分権的な方法による最適資源配分達成のための手段を考察する。

サミュエルソン〔18〕は公共財を等量消費財として定式化し，パレート最適の条件を導出した。しかしこの条件は，公共財のもつ排除不可能性という特質により，主体的なインセンティブによる達成が不可能とされてきた。ここに，いわゆるフリーライダーの問題が生ずる。

この問題に対する解としては，ドレーズ＝プーサン〔3〕，グローブス＝レッドヤード〔5〕などがある。グローブス＝レッドヤードは，より一般的なアロー＝ドブリュー型経済の枠組において，真の選好を消費者に表明させるような課税政策を提示したが，そこでは均衡解の厳密な存在証明はなされていない。また，各消費者が政府へ伝達する情報を決定する際の調整過程の経済的意味も，あまり明確ではないように思われる。

この論文では，公共財を含む一般均衡モデルにおいて，ある課税規則および公共財の生産規則を提示し，そのもとで各主体の主体的行動に基づく均衡解が存在することを厳密に証明し，またその均衡がパレート最適であることを示す。この場合，公共財はすべて政府によって供給され，消費者のみに影響を与え，生産には用いられないものとする。私的財については，市場の調整機構が働く

と考える。

2節では，モデルの基本的な枠組と課税および公共財の生産規則が示され，また均衡解の存在証明に必要な仮定が述べられる。ここで重要なことは，消費者が公共財の生産についての情報をもつということである。

3節では，各主体の主体的なインセンティブに基づく行動から，私的財に対する個別需要関数，供給関数および消費者から政府へ伝達される情報の決定関数が導出され，それらの関数の性質が考察される。

4節では，3節で導かれた個別の関数から，社会全体での私的財に対する超過需要関数と，消費者から政府への情報の決定関数がつくられる。そしてこの2つの関数と，私的財の価格調整関数の3つの関数を組合せて，その不動点を求めるという方法によって，このモデルの均衡解の存在が証明される。

5節では，その均衡において，サミュエルソンの導出したパレート最適のための条件が満たされていることを示す。

以上のようにこのモデルにおいては，政府は消費者の選好に関する真の情報をもたなくても，私的財の価格についての情報と消費者から伝達される情報のみによって，パレート最適な資源配分の達成が可能となる。したがって，分配問題を別とすれば，フリーライダーの問題に対するひとつの解が得られたことになる。

2. 基本的仮定

L種類の私的財（番号 $l=1, \cdots, L$），K種類の公共財（番号 $k=1, \cdots, K$），I人の消費者（番号 $i=1, \cdots, I$），N人の生産者（番号 $n=1, \cdots, N$）および政府から成る経済を考える。

第 l 私的財の価格を p_l とする。私的財の価格ベクトルは $p=(p_1, \cdots, p_L)$，$p\in\mathbb{R}^L$ によって表わされる。

各消費者は私的財のみを初期保有するものとし，第 i 消費者の第 l 私的財の初期保有量を ω_l^i とする。第 i 消費者の初期保有ベクトルは $\omega^i=(\omega_1^i, \cdots, \omega_L^i)$，$\omega^i\in\mathbb{R}^L$ によって表わされる。各消費者の所得は，その初期保有量に価格をかけたものと，各生産者からの利潤配当から成る。

第 i 消費者の第 l 私的財の消費量を x_l^iとする。$\omega_l^i-x_l^i>0$ ならばその財は第 i 消費者によって市場に供給され，$\omega_l^i-x_l^i<0$ ならば市場で需要される。また各消費者は所得の一部を租税として政府に支払う。この租税は，政府によって供給される公共財に対する対価としての意味をもっている。第 i 消費者の私的財の消費ベクトルは $x^i=(x_1^i, \cdots, x_L^i)$，$x^i\in\mathbb{R}^L$ によって表わされる。

公共財はすべて政府によって供給される。第 k 公共財の供給量は y_k で表わされ，すべての消費

者によって等量消費される。公共財の供給ベクトルは $y=(y_1,\ \cdots,\ y_K)$，$y\in\mathbb{R}^K$ によって表される。

第 i 消費者の消費ベクトルは，私的財と公共財の組合せ $(x^i,\ y)\in\mathbb{R}^{L+K}$ となる。第 i 消費者の消費可能集合を $X^i\times Y^i\subset\mathbb{R}^{L+K}$ とする。ここで Y^i は，第 i 消費者にとって消費可能な公共財の組合せという意味である。

第 i 消費者の選好関係を $\underset{i}{\succsim}$ で表わす。消費可能集合および選好関係について以下の仮定をおく。

仮定1　$X^i\times Y^i$ は閉かつ凸であり，下に有界である。

仮定2（連結性）　任意の $(x^{i0},\ y^0)$，$(x^{i1},\ y^1)\in X^i\times Y^i$ に対して

$$(x^{i0},\ y^0)\underset{i}{\succsim}(x^{i1},\ y^1)\quad\text{あるいは}$$
$$(x^{i1},\ y^1)\underset{i}{\succsim}(x^{i0},\ y^0)$$

の少なくともいずれか一方が成り立つ。

仮定3（推移性）　任意の $(x^{i0},\ y^0)$，$(x^{i1},\ y^1)$，$(x^{i2},\ y^2)\in X^i\times Y^i$ に対して

$$(x^{i0},\ y^0)\underset{i}{\succsim}(x^{i1},\ y^1),$$
$$(x^{i1},\ y^1)\underset{i}{\succsim}(x^{i2},\ y^2)\quad\text{ならば}$$
$$(x^{i0},\ y^0)\underset{i}{\succsim}(x^{i2},\ y^2)$$

が成り立つ。

仮定4（連続性）　任意の $(x^{i\prime},\ y^\prime)\in X^i\times Y^i$ に対して，集合 $\{(x^i,\ y^i)\in X^i\times Y^i|(x^{i\prime},\ y^\prime)\underset{i}{\succsim}(x^i,\ y)\}$ および $\{(x^i,\ y^i)\in X^i\times Y^i|(x^i,\ y)\underset{i}{\succsim}(x^{i\prime},\ y^\prime)\}$ は，$X^i\times Y^i$ のなかで閉じている。

仮定5（単調性）　任意の $(x^i,\ y)$，$(x^{i\prime},\ y^\prime)\in X^i\times Y^i$ について，もし $(x^i,\ y)\geq(x^{i\prime},\ y^\prime)$ ならば $(x^i,\ y)\underset{i}{\succsim}(x^{i\prime},\ y^\prime)$ が成り立つ。さらに，異なる第 l 成分をもつふたつの財の組について上の条件が成立するなら，厳密な選好関係が成立するような，第 l 私的財が存在する。

仮定6（凸性）　$(x^{i0},\ y^0)$，$(x^{i1},\ y^1)\in X^i\times Y^i$，$0<a<1$ について，もし $(x^{i0},\ y^0)\underset{i}{\succ}(x^{i1},\ y^1)$ ならば，$a(x^{i0},\ y^0)+(1-a)(x^{i1},\ y^1)\underset{i}{\succ}(x^{i1},\ y^1)$ が成り立つ。

仮定7　私的財の初期保有量は，その消費可能集合の内点，すなわち $\omega^i\in\mathrm{int}\ X^i$ である。

仮定1～4の下で連続な効用関数の存在が証明される。[(1)] 第 i 消費者の効用関数を

$$(1)\quad u^i=u^i(x^i,\ y)$$

によって表わす。

注(1)　福岡〔4〕pp. 29-37, Debreu〔2〕pp. 56-59

次に生産者についての仮定を述べる。

第 n 生産者の生産計画を私的財のベクトル $g^n=(g_1^n,\ \cdots,\ g_L^n)$, $g^n\in\mathbb{R}^L$ で表わす。g^n の正の成分は産出，負の成分は投入を示し，また公共財は私的財の生産には用いられない。第 n 生産者の生産可能集合を $F^n\subset\mathbb{R}^L$ とする。

仮定 8 F^n は閉かつ凸で，原点を含む。

さらに生産可能集合を社会全体で考え，$F\equiv\sum_{n=1}^{N}F^n$ とおき，F について以下の仮定を課す。

仮定 9（非可逆性） $F\cap(-F)=\{0\}$

仮定10（無料処分） $F\supset\mathbb{R}_-^L$

次に政府活動および公共財の生産についての仮定を述べる。

政府は消費者から徴収した租税で，私的財市場において生産要素としての私的財を購入し，それを投入して公共財を生産するものとする。第 k 公共財の生産のために各消費者に課せられる税額 C_k^i, $i=1,\ \cdots,\ I$, $k=1,\ \cdots,\ K$ は，次のような規則によって決められる。(2)

(2) $$C_k^i=\alpha_n^i p_1\sum_{j=1}^{I}\phi_k^j$$
$$0<\alpha_k^i<1,\ \sum_{i=1}^{I}\alpha_n^i=1,\ \sum_{j=1}^{I}\phi_k^j\geqq 0$$

ここで ϕ_k^j は，第 j 消費者が第 k 公共財の生産のために自発的に負担してもよいと表明した，第1私的財によって測られた額を示す。すなわち第 j 消費者は，ϕ_k^j 単位の第1私的財の価値に相当する額を表明したと考える。仮定5から，消費者の選好は単調なので，少なくともひとつの共通な欲望される財 (desired good) が存在する。(3) そのような財は価格が0とはなり得ないので，そのうちのひとつを第1私的財と考えればよい。この $\phi^j=(\phi_1^j,\ \cdots,\ \phi_K^j)$ を，第 j 消費者がどのような条件によって決定するかについては，主体的均衡条件の箇所で考察される。政府は，各消費者から報告された $\phi=(\phi^1,\ \cdots,\ \phi^I)$ の値から，(2)式に基づいて課税額を決定する。$\alpha^i=(\alpha_1^i,\ \cdots,\ \alpha_K^i)$, $i=1,\ \cdots,\ I$ は，政府の決める定数とし，各公共財について異なった値をとることができる。各消費者にとってこの値は所与である。ϕ_k^i は負の値をとることもできるが，その下限は定められている。すなわち，他の消費者の $\sum_{j\neq 1}\phi_k^j$ および α_k^i の値が与えられた場合，C_k^i の値が負になることは許されない。

第 i 消費者の税負担の総額 C^i は

(3) $$C^i=\sum_{k=1}^{K}C_k^i=p_1\sum_{k=1}^{K}(\alpha_k^i\sum_{j=1}^{I}\phi_k^j)$$

となる。このように各消費者の税負担額は，自分の表明した額とは異なり，他の消費者の表明した額および定数 α に依存している。

注(2) 類似の負担規則は Drèze = Poussin [3], Groves = Ledyard [5] にもみられる。
(3) desired good の定義については Nikaido [16] p. 253

第k公共財の生産のために，政府によって要素として投入される第l私的財の量を v_l^kとすれば，第k公共財生産のための要素投入ベクトルは $v^k=(v_1^k,\ \cdots,\ v_L^k)$，$v^k\in\mathbb{R}^L$によって表わされる。第$k$公共財の生産に要素として投入可能な私的財ベクトルの集合を $F^{N+k}\subset\mathbb{R}^L$ とする。また第k公共財の生産関数を

（4）　$y_k=f^{N+k}\ (v^k)$

によって表わす。

f^{N+k} および F^{N+k} について次のような仮定をおく。

仮定11　f^{N+k} は連続である。

仮定12　F^{N+k} は閉かつ凸であり，下に有界である。

仮定13　$v^{k0}\in F^{N+k}$，$v^{k1}\in F^{N+k}$，$0<a<1$について，もし $f^{N+k}\ (v^{k0})=f^{N+k}\ (v^{k1})$ ならば，$f^{N+k}\{av^{k0}+(1-a)\ v^{k1}\}>f^{N+k}\ (v^{k1})$ が成り立つ。

政府が第k公共財の生産のために要素として投入する私的財のベクトル v^k の価値額 pv^k は，各消費者からの税負担の総額$\sum_{i=1}^{I} C_k^i$を越えないものとする。すなわち，政府には各公共財の生産についての予算制約

（5）　$pv^k\leqq\sum_{i=1}^{I}C_k^i=p_1\sum_{i=1}^{I}\phi_k^i\quad k=1,\ \cdots,\ K$

が課せられる。

政府はこの制約の下で，技術的な条件である（4）式にしたがい，公共財の生産量を最大化するものとする。このような政府活動については，次のような見解によって正当化され得るであろう。すなわち，消費者の公共財に対する選好は，この$\sum_{i=1}^{I}\phi_k^i$によって反映されており，そのもとで最も効率的な生産を行なうことが政府に求められている，ということである。

仮定13などから，（5）式が等号で成立することは明らかである。（4）および（5）式は，政府による公共財の生産規則を表わすものといえよう。そして政府は，これらの生産規則を各消費者に情報として提供する。

各消費者は，これらの生産規則を考慮して自分にとって最適であるようなϕの値を決定し，その値を政府へ伝達する。

各消費者からのϕの値が決まれば，各公共財の生産水準は，p所与のもとで技術的な条件により一意的に決定する。（2）式からも明らかなように，各消費者はその公共財の生産をゼロにしてしまうようなϕの値を選ぶことも可能である。

ただし，すべての消費者の決定が整合的であるような均衡点に到達するためには，消費者と政府の間で，一種の模索過程のような調整過程が必要となる。この調整過程については，市場均衡解の存在証明を行なう箇所で考察される。

3. 主体的均衡

（i）消費者

各消費者は，各私的財の初期保有量，各私的財の価格 p，他の消費者の行動および課税を規則における定数 $\alpha^i=(\alpha_1^i,\ \cdots,\ \alpha_K^i)$ を所与とし，予算制約のもとで効用最大化行動をとるものとする。第 i 消費者が直接に動かすことのできる変数は，各私的財の消費量 $x^i=(x_1^i,\ \cdots,\ x_L^i)$ および各公共財の生産のために負担してもよいと表明する額 $\phi^i=(\phi_1^i,\ \cdots,\ \phi_K^i)$ である。

各消費者に与えられる情報は，私的財の価格 p，課税負担規則（2）式，公共財の生産関数（4）式およびその費用条件（5）式，そして他の消費者の表明する ϕ_k^j の総額 $\sum_{j\neq i}\phi^j=(\sum_{j\neq i}\phi_1^j,\ \cdots,\ \sum_{j\neq i}\phi_K^j)$ である。私的財については，その生産に関する情報は必要としない。

このモデルにおける消費者は，他の消費者の行動を所与とするという意味で受動的に行動するが，自分の表明する ϕ の値が公共財生産に影響を与えるということは認識している。ここではそのような消費者の私的財に対する需要関数と ϕ の決定関数の導出を行ない。その関数が非空，コンパクトかつ凸値であり，また優半連続となることを示す。

第 i 消費者にとって p および $\sum_{j\neq i}\phi^j$ は所与であり，公共財の生産規則（4），（5）式は既知なので，ϕ^i を決めることにより y が決まる。したがって効用関数は x^i と ϕ^i との関数となり，

$$(6)\quad u^i=u^i\ (x^i,\ \phi^i)$$
$$=u^i\ (x_1^i,\ \cdots,\ x_L^i,\ \phi_1^i,\ \cdots,\ \phi_K^i)$$

と表わされる。

第 i 消費者の所得は，私的財の初期保有量 ω^i にその価格をかけた額 $p\ \omega^i=\sum_{l=1}^{L}p_l\omega_l^i$ および各生産者からの利潤分配とから成る。したがって第 i 消費者の予算制約式は

$$(7)\quad p\,x^i+p_1\sum_{k=1}^{K}\{\alpha_k^i\sum_{j=1}^{I}\phi_k^j\}\leqq p\,\omega^i+\sum_{n=1}^{N}\theta^{in}\pi^n$$
$$0\leqq\theta^{in}\leqq1,\quad \sum_{i=1}^{I}\theta^{in}=1$$

となる。ここで π^n は第 n 生産者の利潤，θ^{in} は π^n の第 i 消費者への分配率を表わす。

（7）式において，$\sum_{k=1}^{K}\alpha_k^i\ (\sum_{j\neq i}\phi_k^j)$ は第 i 消費者にとって所与であり動かすことはできない。そこで第 i 消費者の動かし得る所得を m^i とし次のようにおく。

$$(8)\quad m^i\ (p,\ \sum_{j\neq i}\phi^j)=p\,\omega^i+\sum_{n=1}^{N}\theta^{in}\pi^n-p_1\alpha^i\sum_{j\neq i}\phi^j$$

すべての有界な p および m^i に対し第 i 消費者がとり得る ϕ^i ベクトルの集合を $\xi^i=(\xi_1^i,\ \cdots,\ \xi_K^i)$，$\xi^i\subset\mathbb{R}^K$ とする。(2)，（7）式により，ϕ_k^i の下限と上限が定められており，それらの条件が等号を含んでいるので，ξ^i は閉かつ有界である。

このとき第 i 消費者にとっての購入可能集合 B^i は

（9）　$B^i\,(p,\ m^i)$

$$=\{(x^i,\ \phi^i)\in X^i\times\xi^i \mid p\,x^i+p_1\alpha^i\phi^i\leqq m^i\}$$

となる。

$B^i\,(p,\ m^i)$ は空集合となる可能性があるが，$B^i\,(p,\ m^i)$ を非空とするような $(p,\ m^i)$ の集合を Ω^i と記し，Ω^iに含まれる $(p,\ m^i)$ のみに限定して考えてゆく。

X^i が閉かつ凸であれば，$B^i\,(p,\ m^i)$ は条件 $p\,x^i+\alpha^i p_1\phi^i\leqq m^i$ が等号を含んでいることから閉であり，$(x^{i\prime},\ \phi^{i\prime})$，$(x^{i\prime\prime},\ \phi^{i\prime\prime})\in B^i\,(p,\ m^i)$，$0<a<1$ について

（10）　$p\{a\,x^{i\prime}+(1-a)\,x^{i\prime\prime}\}+p_1\alpha^i\{a\,\phi^{i\prime}+(1-a)\,\phi^{i\prime\prime}\}$

$$=a\,(p\,x^{i\prime}+p_1\alpha^i\phi^{i\prime})+(1-a)\,(p\,x_i^{\prime\prime}+p_1\alpha^i\phi^{i\prime\prime})$$

$$\leqq a\,m^i+(1-a)\,m^i$$

$$=m^i$$

となるので凸である。

$B^i\,(p,\ m^i)$ は Ω^i から $X^i\times\xi^i$ への多価関数を定義しているが，その連続性を示す。

仮定7より，私的財の初期保有量は，その消費可能集合の内点となっているため，予算集合の連続性の証明におけるドブリューの反例が排除される。すなわち（2）式から

（11）　$-\sum(\alpha^i_k\sum_{j\neq i}\phi^j_k)-\sum_{k=1}^{K}\alpha^i_k\,\phi^i_k\leqq 0$

であり，仮定8より各生産可能集合は原点を含んでいるので

（12）　$\pi^n\geqq 0$，$n=1,\cdots,N$

となる。また $p\geq 0$ なので

（13）　$p\,x^i+p_1\alpha^i\phi^i<p\,\omega^i+\sum_{n=1}^{N}\theta^{in}\pi^n-p_1\sum_{k=1}^{K}(\alpha^i_k\sum_{j\neq i}\phi^j_k)$

を満たすような $(x^i,\ \phi^i)$ が$X^i\times\xi^i$ に必ず含まれることになり，

（14）　$\min\,(p\,X^i+p_1\alpha^i\phi^i)\neq m^i$

の条件が必ず満たされる。

これらのことから次の定理が導かれる。但しここでは X^i がコンパクト集合である場合をとり扱う。$X^i\times\xi^i$ がコパンクト集合とされるならば，B^i がコンパクト値となることは自明である。

定理1　X^i がコンパクトかつ凸であるとき，Ω^i において $B^i\,(p,\ m^i)$ は連続である。

証明(4)　（1）優半連続性の証明

任意の $(p^0,\ m^{i0})\in\Omega^i$ に収束する Ω^i の点列を$\{(p^\nu,\ m^{i\nu})\}$とし，$(x^{i\nu},\ \phi^{i\nu})\in B^i\,(p^\nu,\ m^{i\nu})$，$(x^{i\nu},\ \phi^{i\nu})\rightarrow(x^{i0},\ \phi^{i0})$ とすれば，$X^i\times\xi^i$ は閉集合であるから，$(x^{i\nu},\ \phi^{i\nu})\in X^i\times\xi^i$ から，$(x^{i0},\ \phi^{i0})\in X^i\times\xi^i$ となる。そして $p^\nu x^{i\nu}+p^\nu_1\alpha^i\phi^{i\nu}\leqq m^{i\nu}$ から $p^0x^{i0}+p^0_1\alpha^i\phi^{i0}\leqq m^{i0}$ となることも明ら

注(4)　この証明は福岡〔4〕と同様な方法でなされる。ただし〔4〕では，公共財は扱われていない。〔4〕pp. 59-60

かであるので，$(x^{i0}, \phi^{i0}) \in B^i(p^0, m^{i0})$ となる。よって B^i は (p^0, m^{i0}) において優半連続となる。

（2） 劣半連続性の証明

同じく任意の $(p^0, m^{i0}) \in \Omega^i$ に収束する Ω^i の点列を $\{(p^\nu, m^{i\nu})\}$ とし，また $(x^{i0}, \phi^{i0}) \in B^i(p^0, m^{i0})$ すなわち $(x^{i0}, \phi^{i0}) \in X^i \times \xi^i$，$p^0 x^{i0} + p_1^0 \alpha^i \phi^{i0} \leqq m^{i0}$ とする。以下場合を二つに分けて考察する。

（イ） $p^0 x^{i0} + p_1^0 \alpha^i \phi^{i0} < m^{i0}$ の場合。この場合は，ある整数 ν^* より大きいすべての ν についてて $p^\nu x^{i0} + p_1^\nu \alpha^i \phi^{i0} < m^{i\nu}$ となるから，$\nu \leqq \nu^*$ については $B^i(p^\nu, m^{i\nu})$ の任意の点を $(x^{i\nu}, x^{i\nu})$ とし，$\nu > \nu^*$ については $(x^{i\nu}, \phi^{i\nu}) = (x^{i0}, \phi^{i0})$ とすれば，そのような点列 $\{(x^{i\nu}, \phi^{i\nu})\}$ が $p^\nu x^{i\nu} + p_1^\nu \alpha^i \phi^{i\nu} \leqq m^{i\nu}$ を満たすことは明らかである。よってすべての ν について $(x^{i\nu}, \phi^{i\nu}) \in B^i(p^\nu, m^{i\nu})$ を満たし，かつ $(x^{i\nu}, \phi^{i\nu}) \to (x^{i0}, \phi^{i0})$ となる点列 $\{(x^{i\nu}, \phi^{i\nu})\}$ がつくられたことになる。

（ロ） $p^0 x^{i0} + p_1^0 \alpha^i \phi^{i0} = m^{i0}$ の場合。この場合は (13) 式から，$p^0 x^{i\prime} + p_1^0 \alpha^i \phi^{i\prime} < m^{i0}$ となるような $(x^{i\prime}, \phi^{i\prime})$ が $X^i \times \xi^i$ のなかに存在する。それゆえある整数 ν^* より大きいすべての ν について

(15)　$p^\nu x^{i\prime} + p_1^\nu \alpha^i \phi^{i\prime} < m^{i\nu}$ かつ $p^\nu x^{i\prime} + p_1^\nu \alpha^i \phi^{i\prime} < p^\nu x^{i0} + \alpha^i \phi^{i0}$

とすることができる。

そこで $(x^{i\prime}, \phi^{i\prime})$ と (x^{i0}, ϕ^{i0}) を結ぶ直線が $(p^\nu, m^{i\nu})$ の定める所得超平面と交わる点を a^ν とする。そのような a^ν は ν^* より大きいすべての ν について一意的に存在し，かつそれは (x^{i0}, ϕ^{i0}) に近づいてゆく。ゆえに $\nu \leqq \nu^*$ については $B^i(p^\nu, m^{i\nu})$ の任意の点を $(x^{i\nu}, \phi^{i\nu})$ とし，$\nu > \nu^*$ については

$$a^\nu \in [(x^{i\prime}, \phi^{i\prime}), (x^{i0}, \phi^{i0})] \text{ の場合は } (x^{i\nu}, \phi^{i\nu}) = a^\nu$$

$$a^\nu \notin [(x^{i\prime}, \phi^{i\prime}), (x^{i0}, \phi^{i0})] \text{ の場合は } (x^{i\nu}, \phi^{i\nu}) = (x^{i0}, \phi^{i0})$$

とすれば，$\{(x^{i\nu}, \phi^{i\nu})\}$ はつねに $p^\nu x^{i\nu} + p_1^\nu \alpha^i \phi^{i\nu} \leqq m^{i\nu}$ を満たすから，やはりすべての ν について $(x^{i\nu}, \phi^{i\nu}) \in B^i(p^\nu, m^{i\nu})$ を満たし，かつ $(x^{i\nu}, \phi^{i\nu}) \to (x^{i0}, \phi^{i0})$ となる $X^i \times \xi^i$ の点列 $\{(x^{i\nu}, \phi^{i\nu})\}$ がつくられたことになる。

よって B^i は (p^0, m^{i0}) において劣半連続である。　（証明終了）

第 i 消費者は，購入可能集合 $B^i(p, m^i)$ のなかから効用関数 $u^i(x^i, \phi^i)$ を最大化するような (x^i, ϕ^i) を選択する。B^i はコンパクトであり効用関数 u^i は連続関数なので，u^i の値が最大となるような (x^i, ϕ^i) が B^i のなかに必ず存在する。よって Ω^i から $X^i \times \xi^i$ への関数 $h^i(p, m^i)$ が定義できることになる。仮定6によって選好の凸性がきつい形で与えられているので，$h^i(p,$

m^i）は1価関数となる。

次にこの $h^i(p,\ m^i)$ の性質を考察するが，その際に必要となる周知の「最大値の定理」の主張を述べておく。

最大値の定理(5)

βを距離空間Sから距離空間Tへのコンパクト値，連続な集合値関数とする。また$f：S\times T\to \mathbb{R}$を連続な実関数とすれば

① 関数 $x\longmapsto m(x)\equiv \max\{f(x,\ y)\mid y\in\beta(x)\}$は連続

② 集合値関数 $x\longmapsto\{y\in\beta(x)\mid f(x,\ y)=m(x)\}$は非空，コンパクト値でかつ優半連続

この「最大値の定理」を援用することにより，$h^i(p,\ m^i)$ の性質として次の定理が導かれる。

定理2 X^i がコンパクトかつ凸であるとき，Ω^i において $h^i(p,\ m^i)$ は非空，コンパクトかつ凸値であり，また優半連続である。

証明 定理1より，$B^i(p,\ m^i)$ は Ω^i においてコンパクト値かつ連続，また効用関数 u^i も連続なので，「最大値の定理」が適用されて，$h^i(p,\ m^i)$ は Ω^i において非空，コンパクト値かつ優半連続となる。凸性については，1価関数なので明らかである。（証明終了）

後の議論のために，$h^i(p,\ m^i)$ を二つに分けて，Ω^i から X^i への関数と ξ^i への関数の成分関数をそれぞれ次のように表わす。

(16) $x_l^i=D_l^i(p,\ m^i)\quad l=1,\ \cdots,\ L$

(17) $\phi_k^i=\Psi_k^i(p,\ m^i)\quad k=1,\ \cdots,\ K$

前者は私的財に対する個別需要関数であり，後者は ϕ^i の決定関数である。

(ii) 生産者

各生産者は，私的財の価格pおよび生産技術を所与とし，利潤最大化行動をとるものとする。第n生産者の利潤 π^n は，その生産計画ベクトルにpをかけたものである。すなわち

(18) $$\pi^n=pg^n$$
$$=\sum_{l=1}^{L}p_lg_l^n$$

pが与えられた場合，第n生産者は π^n を最大化するような g^n を生産可能集合 F^n から選択する。したがって第n生産者の私的財の供給関数 $S^n(p)$ が定義される。F^n がコンパクト集合であ

注(5) 証明については Hildenbrand〔6〕pp. 29-30

る場合，$S^n(p)$ の性質として次の定理が導かれる。

定理3 F^n がコンパクトかつ凸であれば，$\mathbb{R}^L$ の任意の点に対して $S^n(p)$ は非空，コンパクトかつ凸値であり，また優半連続である。

証明 非空，コンパクト値かつ優半連続性については，前述の「最大値の定理」から明らかである。

凸性については次のように示される。いま pF^n の最大値を $\pi^{n*}(p)$ とし，$g^{n*} \in S^n(p)$，$g^{n*\prime} \in S^n(p)$，$g^{n*\prime\prime} = a g^{n*} + (1-a) g^{n*\prime}$，$0 < a < 1$ とすれば，

(19)
$$
\begin{aligned}
p g^{n*\prime\prime} &= p\{a g^{n*} + (1-a) g^{n*\prime}\} \\
&= a p g^{n*} + (1-a) p g^{n*\prime} \\
&= a \pi^{n*}(p) + (1-a) \pi^{n*}(p) \\
&= \pi^{n*}(p)
\end{aligned}
$$

（証明終了）

(iii) 政府

政府は，私的財の価格 p，消費者から伝達される情報 ϕ および生産技術を所与とし，収支の制約のもとで，公共財の生産量を最大化するものとする。ここでは政府がそのような行動をとる場合の，公共財生産のための要素としての私的財に対する需要関数を導出し，その関数が非空，コンパクトかつ凸値であり，また優半連続であることを示す。

第 k 公共財の生産における政府の要素購入可能集合 B'^k は，p および消費者からの情報 $\sum_{i=1}^{I} \phi_k^i = \phi_k$ に依存する。したがって政府の収支制約式（5）式から，B'^k は

(20) $B'^k(p, \phi_k) = \{v^k \in F^{N+k} \mid p v^k \leqq p_1 \phi_k\}$

と表わされる。

$B'^k(p, \phi_k)$ を非空とするような (p, ϕ_k) の集合を T^k と記し，T^k に含まれる (p, ϕ_k) のみに限定して考えてゆく。

F^{N+k} が閉かつ凸であれば，B'^k の閉性は条件 $p v^k \leqq \phi_k$ が等号を含むことから明らかである。また，$v_k' \in B'^k$，$v_k'' \in B'^k$，$0 < a < 1$ について

(21)
$$
\begin{aligned}
& p\{a v^{k\prime} + (1-a) v^{k\prime\prime}\} \\
&= a p v^{k\prime} + (1-a) p v^{k\prime\prime} \\
&\leqq a p_1 \phi_k + (1-a) p_1 \phi_k \\
&= p_1 \phi_k
\end{aligned}
$$

となるので凸である。

B'^k の連続性は，消費者の購入可能集合の連続性と同様に証明される。ここにおいても，F^{N+k} がコンパクト集合である場合をとり扱う。

定理4　F^{N+k} がコンパクトかつ凸であるとき，もし T^k のある点（p^0，ϕ_k^0）において $\min p^0 F^{N+k} \neq p_1^0 \phi_k^0$ であるならば，B'^k（p，ϕ_k）は（p^0，ϕ_k^0）において連続である。

証明　（1）優半連続性の証明

（p^0，ϕ_n^0）に収束する T^k の点列を$\{(p^\nu,\ \phi_k^\nu)\}$ とし，$v_k^\nu \in B'^k$（p^ν，ϕ_k^ν），$v^{k\nu} \to v^{k0}$とすれば，F^{N+k} は閉集合であるから，$v^{k\nu} \in F^{N+k}$ から $v^{k0} \in F^{N+k}$。そして $p^\nu v^{k\nu} \leqq p_1^\nu \phi_k^\nu$ から $p^0 v^{k0} \leqq p_1^0 \phi_k^0$ となることも明らかであるから，$v^{k0} \in B'^k$（p_0，ϕ_k^0）となる。

（2）劣半連続性の証明

同じく（p^0，ϕ_k^0）に収束する T^k の点列を $\{(p^\nu,\ \phi_k^\nu)\}$ とし，また $v^{k0} \in B'$（p^0，ϕ_k^0）すなわち $v^{k0} \in F^{N+k}$，$p^0 v^{k0} \leqq p_1^0 \phi_k^0$とする。以下場合を二つに分けて考察する。

（イ）　$p^0 v^{k0} < \phi_k^0$の場合。この場合には，ある整数 ν^* より大きいすべての ν について$p^\nu v^{k0} < p_1^\nu \phi_k^\nu$となるから，$\nu \leqq \nu^*$ については B'^k（p^ν，ϕ_k^ν）の任意の点を $v^{k\nu}$ とし，$\nu > \nu^*$ については $v^{k\nu} = v^{k0}$ とすれば，そのような点列 $\{v^{k\nu}\}$ が$p^\nu v^{k\nu} \leqq p_1^\nu \phi_k^\nu$を満たすことは明らかである。よってすべての ν について $v^{k\nu} \in B'^k$（p^ν，ϕ_k^ν）を満たし，かつ $v^{k\nu} \to v^{k0}$ となる F^{N+k} の点列がつくられたことになる。

（ロ）　$p v^{k0} = p_1 \phi_k^0$の場合。この場合は $\min p^0 F^{N+k} \neq p_1^0 \phi_k^0$の仮定から，$p^0 v^{k\prime} < p_1^0 \phi_k^0$ したがって $p^0 v^{k\prime} < p^0 v^{k0}$ となるような $v^{k\prime}$ が F^{N+k} のなかに存在する。それゆえある整数 ν^* より大きいすべての ν について

（22）　$p^\nu v^{k\prime} < p_1^\nu \phi_k^\nu$かつ$p^\nu v^{k\prime} < p^\nu v^{k0}$

とすることができる。

そこで $v^{k\prime}$ と v^{k0} を結ぶ直線が（p^ν，ϕ_k^ν）の定める予算超平面と交わる点をa^νとする。そのような a^ν は ν^* より大きいすべての ν について一意的に存在し，かつそれは v^{k0} に近づいてゆく。ゆえに $\nu \leqq \nu^*$ については B'^k（p^ν，ϕ_k^ν）の任意の点を $v^{k\nu}$ とし，$\nu > \nu^*$ については

$$a^\nu \in [v^{k\prime},\ v^{k0}] \text{ の場合は } v^{k\nu} = a^\nu$$

$$a^\nu \notin [v^{k\prime},\ v^{k0}] \text{ の場合は } v^{k\nu} = v^{k0}$$

とすれば，$\{v^{k\nu}\}$ はつねに $p^\nu v^{k\nu} \leqq p_1^\nu \phi_k^\nu$ を満たすから，やはりすべての ν について $v^{k\nu} \in B'^k$（p^ν，ϕ_k^1）を満たし，かつ$v^{k\nu} \to v^{k0}$ となる F^{N+k} の点列 $\{v_k^\nu\}$ がつくられたことになる。

よって B'^k（p，ϕ_k）は（p^0，ϕ_k^0）において劣半連続である。　　（証明終了）

ここで仮定されている $\min\ pF^{N+k} < p_1 \sum_{i=1}^{I} \phi_k^i$ の条件は，各消費者の表明する $p_1 \sum_{i=1}^{I} \phi_k^i$ の値が，第 k 公共財の生産に必要な最低限の費用よりも大きいこと意味している。

政府は B'^k（p，ϕ_k）のなかから，公共財の生産関数 f^{N+k}（v^k）を最大化するような v^k を選ぶ。F^{N+k} がコンパクトである場合には B'^k もコンパクトであり，仮定11から f^{N+k} は連続であるので，f^{N+k} の値が最大となるような v^k が B'^k のなかに必ず存在する。したがって，$(p, \phi_k) \in T^k$ のそれぞれに空でない均衡点 v^{k*} の集合が対応し，T^k から F^{N+k} への関数 D'^k（p，ϕ_k）が定義できる。これが第 k 公共財生産のための，政府の要素需要関数である。

D'^k（p，ϕ_k）の性質として，次の定理が導かれる。

定理 5　F^{N+k} がコンパクトかつ凸であるとき，もし T^k のある点（p^0，ϕ_k^0）において $\min\ p^0 F^{N+k} \neq p_1^0 \phi_k^0$ であるならば，D'^k（p，ϕ_k）は（p^0，ϕ_k^0）において非空，コンパクトかつ凸値であり，また優半連続である。

証明　定理 4 より，B'^k（p，ϕ_k）は（p^0，ϕ_k^0）においてコンパクト値かつ連続，また仮定11より f^{N+k} は連続なので，前述した最大値の定理が適用されて，D'^k（p，ϕ_k）は（p^0，ϕ_k^0）において非空，コンパクト値でかつ優半連続となる。

D'^k（p，ϕ_k）の凸性については，次のとおりである。$v^{k*} \in D'^k$（p，ϕ_k），$v^{k*\prime} \in D'^k$（p，ϕ_k），$v^{k*\prime\prime} = a v^{k*} + (1-a) v^{k*\prime}$，$0 < a < 1$ とすれば，$v^{k*} \in B'^k$（p，ϕ_k），$v^{k*\prime} \in B'^k$（p，ϕ_k）および B'^k（p，ϕ_k）の凸性から明らかに $v^{k*\prime\prime} \in B'^k$（$p$，$\phi_k$）。また B'^k（p，ϕ_k）のなかでの f^{N+k}（v^k）の最大値を f^{N+k*}（p，ϕ_k）とすれば，$f^{N+k}(v^{k*}) = f^{N+k}(v^{k*\prime}) = f^{N+k*}$（$p$，$\phi_k$）であるから，仮定13によって $f^{N+k}(v^{k*\prime\prime}) \geqq f^{N+k*}$（$p$，$\phi_k$）。ところが $v^{k*\prime\prime} \in B'^k$（$p$，$\phi_k$）であるから $f^{N+k}(v^{k*\prime\prime}) \leqq f^{N+k*}$（$p$，$\phi_k$）。ゆえに $f^{N+k}(v^{k*\prime\prime}) = f^{N+k*}$（$p$，$\phi_k$）となり，$v^{k*\prime\prime} \in D'^k$（$p$，$\phi_k$）となる。　　　　（証明終了）

4．市場均衡

（i）市場均衡条件

主体的均衡条件によって，各私的財に対する需要関数，供給関数および ϕ の決定関数が導かれた。それらの関数は，私的財の価格 p および他の消費者の表明する ϕ の値をパラメターとして解かれたものであった。したがって市場においては，各主体の行動を整合的ならしめるような，p および ϕ の値が決定されなければならない。

ここで，$x \equiv \sum_{i=1}^{I} x^i$，$\omega \equiv \sum_{i=1}^{I} \omega^i$，$g \equiv \sum_{n=1} g^n$，$v \equiv \sum_{k=1}^{K} v^k$，$X \equiv \sum_{i=1}^{I} X^i$，$F \equiv \sum_{n=1}^{N} F^n$，$F' \equiv \sum_{k=1}^{K}$

F^{N+k} と表わし，私的財の超過需要を $z \equiv x+v-(g+\omega)$ と定義すると，私的財の市場均衡条件は次のようになる。

(23)　$z \leqq 0 \quad pz=0$

また ϕ については，各消費者の決定関数には p だけではなく，他の消費者の表明する値がパラメターとして入っているので，すべての消費者について整合的な組合せが決定されなければならない。その条件は次のように表わされる。

(24)　$\Psi^1(p, \sum_{j \neq 1} \phi^j) - \phi^1 = 0$

$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$

$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$

$\Psi^I(p, \sum_{j \neq I} \phi^j) - \phi^I = 0$

この状態は，すべての消費者が自分の best replay 関数によって決定された戦略をとった状態であり，ナッシュ型の均衡となっている。

したがって，このモデルにおける均衡解の存在問題は，個別主体の最大化行動に立脚し，そこから導かれた私的財の社会的な超過需要について市場均衡条件を満足せしめ，同時に ϕ については (24) 式にみられるようなナッシュ型の均衡状態を実現する p および ϕ が存在するか否か，を考察する問題となる。

このモデルにおける均衡解は，次の条件をすべて満足する，$((x^{i*}, \phi^{i*}), (g^{n*}), (v^{k*}), p^*)$ の組である。

(a)　$\{(x^i, \phi^i) \in X^i \times \xi^i \quad p^* x^i + \alpha^i \phi^i$

$\leqq p^* \omega^i + \sum_{i=1}^{N} \theta^{in} p^* g^{n*} - \sum_{k=1}^{K} \alpha_k^i (\sum_{j \neq i} \phi_k^{j*})\}$

のようなすべての (x^i, ϕ^i) に対して

$u^i(x^{i*}, \phi^{i*}) \geqq u^i(x^i, \phi^i) \qquad i=1, \cdots, I$

(b)　$g^n \in F^n$ のようなすべての g^n に対して，$p^* g^{n*} \geqq p^* g^n \qquad n=1, \cdots, N$

(c)　$\{v^k \in F^{N+k},\ p^* v^k \leqq p_1^* \sum_{j=1}^{I} \phi_k^{j*}\}$ となるすべての v^k に対して，$f^{N+k}(v^{k*}) \geqq f^{N+k}(v^k)$

$k=1, \cdots, K$

(d)　$z^* \equiv \sum_{i=1}^{I} x^{i*} + \sum_{k=1}^{K} v^{k*} - \sum_{n=1}^{N} g^{n*} - \sum_{i=1}^{I} \omega^i \leqq 0$

$p^* z^* = 0$

(e)　$\Psi^i(p^*, \sum_{j \neq i} \phi^{j*}) - \phi^{i*} = 0 \qquad i=1, \cdots, I$

(ii) 超過需要関数，価格調整関数および公共財生産のための負担額決定関数

消費者の私的財に対する需要関数および ϕ の決定関数

$$D^i(p,\ p\omega^i + \sum_{n=1}^{N} \theta^{in} p g^n - \alpha^i p_1 \sum_{j \neq i} \phi^j)$$

$$\Psi^i(p, p\omega^i+\sum_{n=1}^{N}\theta^{in}pg^n-\alpha^i p_1\sum_{j\neq i}\phi^i) \qquad i=1, \cdots, I$$

はpと$\sum_{j\neq i}\phi^i$の関数である。

生産者の供給関数

$$S^n(p) \qquad n=1, \cdots, N$$

はpのみの関数である。

そして政府による要素需要関数

$$D'^k(p, \phi_k) \qquad k=1, \cdots, K$$

はpとϕ_kの関数である。

これらはいずれもpに関して0次同次関数なので，pを基本単体$\Delta\equiv\{p\,|\,p\geq 0, \sum_{l=1}^{L}p_l=1\}$に基準化して考える。また$\Delta$に対応する$\phi$ベクトルの集合を$\xi\equiv\xi^1\times\cdots\times\xi^I$とし，$\xi$の凸包を$\bar{\xi}$とする。

すると私的財に対する社会的超過需要関数

(25) $\quad E(p, \phi)$

$$\equiv\sum_{i=1}^{I}D^i(p, \phi)+\sum_{k=1}^{K}D'^k(p, \phi)-\sum_{n=1}^{N}S^n(p)-\omega$$

が$\Delta\times\bar{\xi}$から$Z\equiv X+F'-F-\omega$への関数として定義される。

X^i, F^n, F^{N+k}はいずれもコンパクトではないが，$x^i\in X^i$, $g^n\in F^n$, $v^k\in F^{N+k}$のうち，経済全体についての実現可能性$z\equiv\sum_{i=1}^{I}x^i+\sum_{k=1}^{K}v^k-\sum_{n=1}^{N}g^n-\omega\leqq 0$を満たすようなもの のみを考え，そのような$x^i$, g^n, v^kの集合をそれぞれ$\hat{X}^i$, $\hat{F}^n$, $\hat{F}^{N+k}$と記すとする。このとき$\hat{X}^i$, $\hat{F}^n$, $\hat{F}^{N+k}$の性質として次の定理が導かれる。

定理6 $\hat{X}^i$, $\hat{F}^n$, $\hat{F}^{N+k}$は有界集合となる。

証明(6) $\hat{X}^i$に含まれるx^iについては定義により

(26) $\quad x^i\leqq-\sum_{i'\neq i}x^{i'}-\sum_{k=1}^{K}v^k+\sum_{n=1}^{N}g^n+\omega \qquad (x^{i'}\in X^{i'},\ v^k\in F^{N+k},\ g^n\in F^n)$

であり，再び定義により$g^n\in\hat{F}^n$，かつ仮定1よりある$\tilde{x}^i$に対して$x^i\geqq\tilde{x}^i$であるから，

(27) $\quad \tilde{x}^i\leqq x^i\leqq-\sum_{i'\neq i}x^{i'}-\sum_{k=1}^{K}v^n+\sum_{n=1}^{N}g^n+\omega \qquad (g^n\in\hat{F}^n)$

となる。また$\hat{F}^{N+k}$に含まれるv^kについては

(28) $\quad v^k\leqq-\sum_{i=1}^{I}x^i-\sum_{k'\neq k}v^{k'}+\sum_{n=1}^{N}g^n+\omega \qquad (x^i\in X^i,\ v^{k'}\in F^{N+k'},\ g^n\in F^n)$

であり，定義により$g^n\in\hat{F}^n$，かつ仮定12よりある$\tilde{v}^k$に対して$v^k\geqq\tilde{v}^k$であるから，

(29) $\quad \tilde{v}^k\leqq v_k\leqq-\sum_{i=1}^{I}x^i-\sum_{k'\neq k}v^{k'}+\sum_{n=1}^{N}g^n+\omega \qquad (g^n\in\hat{F}^n)$

となる。ゆえに$\hat{F}^n$が有界でありさえすれば，$\hat{X}^i$および$\hat{F}^{N+k}$の有界性は明らかである。

そこで$\hat{F}^n$の有界性の証明を行なう。いま結論を否定して，あるn'について$\hat{F}^{n'}$が有界でなか

注(6) この証明は福岡〔4〕と同様な方法でなされる。ただし〔4〕では，$\hat{F}^{N+k}$は入っていない。〔4〕pp. 148-150

ったとしてみよう。するとX^i, F^{N+k}, F^nの点列 $\{x^{i\nu}\}$, $\{v^{k\nu}\}$, $\{g^{n\nu}\}$ で

(30) $\sum_{n=1}^{N} g^{n\nu} \geqq \sum_{i=1}^{I} x^{i\nu} + \sum_{k=1}^{K} v^{k} - \omega$, $x^{i\nu} \in X^i$, $v^{k\nu} \in F^{N+k}$, $g^{n\nu} \in F^n$

かつ

(31) $\lim_{\nu\to\infty} \|g^{n'\nu}\| = \infty$

となるものが存在する。$x^{i\nu}$, $v^{k\nu}$ については前記のように，$x^{i\nu} \geqq \tilde{x}^i$, $v^{k\nu} \geqq \tilde{v}^n$ となるような $\tilde{x}^i$, $\tilde{v}^k$ が選べるから，(30) 式はさらに，

(32) $\sum_{n=1}^{N} g^{n\nu} \geqq \sum_{i=1}^{I} \tilde{x}^i + \sum_{k=1}^{K} \tilde{v}^k - \omega$

と書きなおすことができる。

ここで $\mu^\nu = \max \| g^{n\nu} \|$ と定義すれば，$\|g^{n'\nu}\| \to \infty$から十分大きなνについては当然$\mu^\nu \geqq 1$，すなわち$\frac{1}{\mu^\nu} \leqq 1$となり，ゆえに仮定8から$\frac{1}{\mu^\nu} g^{n\nu} + (1 - \frac{1}{\mu^\nu}) 0 \in F^n$，すなわち$\frac{g^{n\nu}}{\mu^\nu} \in F^n$ となる。他方 μ^ν の定義から，すべてのνについて$\|\frac{g^{n\nu}}{\mu^\nu}\| \leqq 1$であるから，$\{\frac{g^{n\nu}}{\mu^\nu}\}$ は集積点をもち，ゆえにそのひとつを g^{no} とすれば，$\{\frac{g^{n\nu}}{\mu^\nu}\}$ の適当な部分列を選んで

(33) $\lim_{q\to\infty} \frac{g^{n\nu_q}}{\mu^{\nu_q}} = g^{no}$

とすることがきる。F^n は閉であるから $g^{no} \in F^n$ であり，また (32) 式から

(34) $\sum \frac{g^{n\nu}}{\mu^\nu} \geqq \frac{\tilde{x} - \omega}{\mu^\nu}$

が得られるから，$\lim_{\nu\to\infty} \mu^\nu = \infty$を考慮して

(35) $\sum_{n=1}^{N} g^{no} \geqq 0$

となる。ところが仮定9および10から$\sum_{n=1}^{N} g^{no} \in F$なら

(36) $\sum_{n=1}^{N} g^{no} = 0$

となるのでなくてはならない。そこで任意の n'' について

(37) $\sum_{n \neq n''} g^{no} = -g^{n''o}$

のように分けて記せば，すべてのnについて$0 \in F^n$ であるところから，

(38) $\sum_{n \neq n''} g^{no} \in F$

したがって

(39) $g^{n''o} \in -F$

となると同時に

(40) $g^{n''o} \in F$

となって

(41) $g^{n''o} \in Y \cap (-Y)$

となる。ところが仮定9から，これは

$g^{n''o} = 0$

の場合にのみ許されるから，結局どの n'' についても $\lim_{q\to\infty}\dfrac{g^{n''\nu q}}{\mu^{\nu q}}=g^{n''o}=0$ が成り立って，

(42) $\lim_{q\to\infty}\|\dfrac{g^{n''\nu q}}{\mu^{\nu q}}\|=\|g^{n''o}\|=0$

ということになる。

他方 $\mu^{\nu q}$ の定義から，それぞれの q について

(43) $\mu^{\nu q}=\|g^{n''\nu q}\|$

となるような n'' が必ずなくてはならず，しかも n の個数は有限個であるから，(43) 式を満たすような n'' で $q\to\infty$ の過程をつうじて無限回現われるものがなくてはならない。そしてそのような n'' については $\|\dfrac{g^{n''\nu q}}{\mu^{\nu q}}\|=1$ なのであるから $\{\dfrac{g^{n''\nu q}}{\mu^{\nu q}}\}$ のなかからそのような q のみを選んで部分列をつくれは，それもまた $g^{n''o}$ に収束して $\|g^{n''o}\|=1$ となる。これは (42) 式に相反するから，$\hat{F}^{n'}$ が非有界という当初の仮定は不合理である。

同様に n' 以外のどの n についても $\hat{F}^n$ は有界となるのでなくてはならない。　(証明終了)

$\hat{X}^i$，$\hat{F}^n$，$\hat{F}^{N+k}$ の有界性が知られたとすれば，実数 $c>0$ を適当な大きさに選んで，すべての $\hat{X}^i$，$\hat{F}^n$，$\hat{F}^{N+k}$ を内部に含むような超立方体 $K=\{k \mid |k_l|\leqq c \text{ for all } l\}$ をつくることができる。そこで X^i，F^n，F^{N+k} とそのような K との共通部分をそれぞれ

(44) $\tilde{X}^i=X^i\cap K$，$\tilde{F}^n=F^n\cap K$，$\tilde{F}^{N+k}=F^{N+k}\cap K$

で記し，X^i，F^n，F^{N+k} を $\tilde{X}^i$，$\tilde{F}^n$，$\tilde{F}^{N+k}$ で置き換えた体系について均衡点の存在を証明する。そしてその均衡点が，$\tilde{X}^i$，$\tilde{F}^n$，$\tilde{F}^{N+k}$ をもとの X^i，F^n，F^{n+k} に復元した場合もなお均衡点たりつづけることを示す。

$\tilde{X}^i$，$\tilde{F}^n$，$\tilde{F}^{N+k}$ はそのつくり方からコンパクト，凸である。また仮定7から X^i は $x^{i0}<\omega^i$ となるような x^{i0} を必ずもち，かつ仮定8から F^n は0を含むから，$\tilde{X}^i$ は x^{i0} を含む。同様にして $\tilde{F}^n$ は0を含む。

X^i，F^n，F^{N+k} を $\tilde{X}^i$，$\tilde{F}^n$，$\tilde{F}^{N+k}$ で置き換え，後者への需要関数，供給関数および政府の要素需要関数をそれぞれ

$$\tilde{D}^i(p,\ p^i\omega+\sum_{n=1}^{N}\theta^{in}pg^n-\alpha^i p_1\sum_{j\neq i}\phi^j)\quad i=1,\ \cdots,\ I$$
$$\tilde{S}^n(p)\qquad n=1,\ \cdots,\ N$$
$$\tilde{D}'^k(p,\ \phi_n)\qquad k=1,\ \cdots,\ K$$

で記すと，$\Delta\times\xi$ から $\tilde{Z}\equiv\sum_{i=1}^{I}\tilde{X}^i+\sum_{k=1}^{K}\tilde{F}^{N+k}-\sum_{n=1}^{N}\tilde{F}^n-\omega$ への，私的財に対する社会的な超過需要関数

(45) $\tilde{E}(p,\ \phi)\equiv\sum_{i=1}^{I}\tilde{D}^i(p,\ \phi)+\sum_{k=1}^{K}\tilde{D}'^k(p,\ \phi)-\sum_{n=1}^{N}\tilde{S}^n(p)-\omega$

が定義される。定理3によって，任意の価格に対して $\tilde{S}^n(p)$ が非空であり，$0\in\tilde{F}^n$ なので非負

の利潤が定まり，消費者の所得が決まる。また $x^{i0}\in\tilde{X}^i$ および（2）式から $\widetilde{D}^i(p,\ \phi)$ が定義され，同時に ϕ^i も決定されるので $\widetilde{D}'^k(p,\ \phi)$ が定義される。

したがって定理2，3および5より，$\widetilde{E}(p,\ \phi)$ は非空，コンパクトかつ凸値であり，また優半連続である。

次に価格調整関数 $G(p,\ z)$ として

$$(46)\qquad G_l(p,\ z)=\frac{p_l+\max(kz_l,\ 0)}{\sum_{j=1}^{L}[p_j+\max(kz_j,\ 0)]}$$

$$k>0\qquad\qquad l=1,\ \cdots,\ L$$

という形態のものを考える。このような形態であれば，p_l の値が調整過程において0となる心配はない。

最後に社会全体での ϕ の決定関数を $\Psi\equiv(\Psi^1,\ \cdots,\ \Psi^I)$ と定義し，その経済的意味を考える。

第 i 消費者は，p と $\sum_{j\neq i}\phi_j$ をパラメターとして ϕ^i を決定する。同時に他の消費者も同じような行動をするのであるから，はじめの決定において $\sum_{j\neq i}\phi_j$ は第 i 消費者の予想値である。そのようにして決定された ϕ^i を政府に報告する。政府は各消費者が他人の行動を予想して決定した値の総額 $\sum_{i=1}^{I}\phi^i$ を現実に表明された値として知ることができる。そしてこの $\sum_{i=1}^{I}\phi^i$ の値を各消費者に知らせる。すると各消費者は自分が第1回目に表明した ϕ^i の値と課税規則から，第1回目における $\sum_{j\neq i}\phi^i$ の値を知ることができる。その値は自分が最初に予想していたものと一致する保証はなく，各消費者は政府が表明した第1回目における実際の値をパラメターとして再び決定を行なう。このようにして決定された値を再び政府に報告する。政府は，この第2回目における総額をまた各消費者に知らせる。このような過程をくり返し，消費者の表明した値が，前の期のものと完全に一致したところが均衡点である。

X^i, F^n, F^{N+k} を $\tilde{X}^i$, $\widetilde{F}^n$, $\widetilde{F}^{N+k}$ で置き換えた体系での ϕ の決定関数は

$$(47)\qquad \widetilde{\Psi}(p,\ \phi)\equiv(\widetilde{\Psi}^1(p,\ \phi),\ \cdots,\ \widetilde{\Psi}^I(p,\ \phi))$$

と表わされる。定理2および $\widetilde{E}(p,\ \phi)$ を定義した箇所での考察から，$\widetilde{\Psi}(p,\ \phi)$ は非空，コンパクトかつ凸値であり，また優半連続である。

したがってこれまでの議論から，私的財に対する超過需要関数，価格調整関数および ϕ の決定関数を組合せた関数

$$(48)\qquad G(p,\ z)\times\widetilde{E}(p,\ \phi)\times\widetilde{\Psi}(p,\ \phi)$$

は，コンパクトな凸集合 $\Delta\times\tilde{Z}\times\tilde{\xi}$ から，同じ $\Delta\times\tilde{Z}\times\tilde{\xi}$ への，非空，コンパクトかつ凸値の優半連続写像となる。ゆえに，次の「角谷の不動点定理」がこの写像に適用される。

角谷の不動点定理

Sをn次元ユークリッド空間$\mathbb{R}^n$の非空，コンパクト，凸の集合とし，φをSの点に同じくSの非空，閉，凸の部分集合を対応させる優半連続な写像とするとき，不動点 $x^*\in\varphi(x^*)$ が存在する。

よって写像$G(p,\ z)\times\widetilde{E}(p,\ \phi)\times\widetilde{\psi}(p,\ \phi)$ には必ず不動点 $(p^*,\ z^*,\ \phi^*)$ が存在し，したがって $p^*\in G(p^*,\ z^*)$，$z^*\in\widetilde{E}(p^*,\ \phi^*)$，$\phi^*\in\widetilde{\psi}(p^*,\ \phi^*)$ が成立する。

次に，この不動点が均衡条件を満たすことを示す。

(iii) 均衡解の存在

$\widetilde{\psi}(p,\ \phi)$は1価関数なので $\phi^*\in(p^*,\ \phi^*)$ から

(49) $$\widetilde{\psi}^1(p^*,\ \sum_{j\neq 1}\phi^{j*})-\phi^{1*}=0$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\widetilde{\psi}^I(p^*,\ \sum_{j\neq I}\phi^{j*})-\phi^{I*}=0$$

が成立する。

次に，不動点における消費者の予算制約式

(50) $$p^*x^{*i}+p_1^*\sum_{k=1}^{K}\alpha_k^i\ \overset{*}{\phi_k^i}=p^*\omega^i+\sum_{n=1}^{N}\theta^{in}p^*g_n^*-p_1^*\sum_{k=1}^{K}\alpha_k^i\,(\sum_{j\neq i}\overset{*}{\phi_k^j})\qquad i=1,\ \cdots,\ I$$

を考えると，右辺の ϕ^i は，調整過程で左辺の ϕ^i を決めるときに所与としたもので，1期前の値である。しかし不動点であれば (49) 式が成立するので，(50) 式のI本の制約式全体をみた場合，左辺のϕと右辺のϕは同じ値である。したがってすべての消費者について合計すると，

(51) $$p^*\sum_{i=1}^{I}x_i^*+p_1^*\sum_{k=1}^{K}\sum_{i=1}^{I}\overset{*}{\phi_n^i}=p^*\sum_{i=1}^{I}\omega^i+p^*\sum_{n=1}^{N}\overset{*}{g^n}$$

が得られる。これに政府の収支制約

(52) $$p^*\sum_{k=1}^{K}v_k^*=p_1^*\sum_{k=1}^{K}\sum_{i=1}^{I}\overset{*}{\phi_k^i}$$

を代入すると，

(53) $$\begin{aligned}&p^*\sum_{i=1}^{I}x^{i*}+p^*\sum_{k=1}^{K}v^{k*}-p^*\sum_{n=1}^{N}g^{n*}-p^*\omega\\&=p^*(x^*+v^*-g^*-\omega)\\&=p^*z^*\\&=0\end{aligned}$$

が得られる。

また $p^*\in G(p^*,\ z^*)$から

(54) $$p_i^*=\frac{p_i^*+\max(kz_i^*,\ 0)}{1+\sum_{j=1}^{L}\max(kz_j^*,\ 0)}$$

が成立するので，$\sum_{j=1}^{L}\max(kz_j^*,\ 0)=\beta^*$ とおけば

(55)　$\beta^* p_l^* = \max(kz_l^*,\ 0)$

ゆえに z_l^* を両辺にかけて足しあわせれば

(56)　$\beta^* \sum_{l=1}^{L} p_l^*\ z_l^* = \sum_{l=1}^{L} z_l^* \max(kz_l^*,\ 0)$

となり，(53) 式から

(57)　$=0=\sum_{l=1}^{L} z_l^* \max(kz_l^*,\ 0)=\sum_{l=1}^{L} z_l^* \max(z_l^*,\ 0)$

となり，

(58)　$\sum_{l=1}^{L}[\max(z_l^*,\ 0)]^2=0$

が得られる。したがって

(59)　$z^* \leqq 0$

となるのでなくてはならない。

よって (49), (53), (59) 式から，$(p^*,\ z^*,\ \phi^*)$ は市場均衡条件 (23) および (24) 式を満たす。

最後にこの $(p^*,\ z^*,\ \phi^*)$ が，$\hat{X}^t$，$\hat{F}^n$，$\hat{F}^{N+k}$ をもとの X^t，F^n，F^{N+k} に復元した場合でも均衡点たりつづけることを示す。そのためには，x^{t*}，g^{n*}，v^{n*} および ϕ^{t*} が，本来の $D^t(p^*,\ \phi^*)$，$S^n(p^*)$，$D'^R(p^*,\ \phi^*)$ および $\Psi^t(p^*,\ \phi^*)$ に含まれることをいえばよい。

いま g^{n*} が $S^n(p^*)$ には含まれなかったとしよう。すると $g^{n\prime} \in F^n$ のようなある $g^{n\prime}$ に対して $p^* g^{n\prime} > p^* g^{n*}$ となるから，$g^n(a) \equiv a g^{n\prime} + (1-a) g^{n*}$，$0<a<1$ と定義すれば，そのようなすべての a について，仮定8から $g^n(a) \in F^n$ で，また $p^* g^n(a) > p^* g^{n*}$。ところが a の値を限りなく0に近づければ，$g^n(a)$ は限りなく g^{n*} に近づき，しかも g^{n*} は $\hat{F}^n$ に属するところから，$\widetilde{F}^n$ の内点となっているから，結局 $g^n(a)$ を $\widetilde{F}^n$ に含ましめることができる。しかしこれは $g^{n*} \in \widetilde{S}^n(p^*)$ に反するから不合理である。

同様にして，v^{k*} が $D'^k(p^*,\ \phi^*)$ に含まれなかったとするならば，$v^{k\prime} \in F^{N+k}$，$p^* v^{k\prime} \leqq p_1^* \phi_k^*$ のようなある $v^{k\prime}$ に対して $f^{N+k}(v^{k\prime}) < f^{N+k}(v^{k*})$ が成立するから，$v^k(a) \equiv a v^{k\prime} + (1-a) v^{k*}$，$0<a<1$ と定義することによって，$v^k(a) \in F^{N+k}$，$p^* v^k(a) \leqq p_1^* \phi_k^*$ となり，また仮定13より $f^{N+k}(v^k(a)) > f^{N+k}(v^{k*})$。ところが前と同様の議論によって $v^k(a)$ を $\widetilde{F}^{N+k}$ に含ましめることができるので不合理である。

同様にして，$(x^{t*},\ \phi^{t*})$ が $h^t(p^*,\ \phi^*) \equiv (D^t(p^*,\ \phi^*),\ \Psi^t(p^*,\ \phi^*))$ に含まれていなかったとするならば，$p^* x^{t\prime} + \alpha^t p_1^* \phi^{t\prime} \leqq p^* \omega^t + \sum_{n=1}^{N} \theta^{tn} p^* g^{n*} - \alpha^t p_1^* \sum_{j \neq t} \phi^{j*}$ のような $(x^{t\prime},\ \phi^{t\prime})$ に対して $u^t(x^{t\prime},\ \phi^{t\prime}) > u^t(x^{t*},\ \phi^{t*})$ が成立するから，$x^t(a) \equiv a x^{t\prime} + (1-a) x^{t*}$，$\phi^t(a) \equiv a \phi^{t\prime} + (1-a) \phi^{t*}$，$0<a<1$ と定義することによって，$x^t(a) \in X^t$，$p^* x^t(a) + \alpha^t p_1^* \phi^t(a) \leqq p^* \omega^t + \sum_{n=1}^{N} \theta^{tn} p^* g^{n*} - \alpha^t p_1^* \sum_{j \neq t} \phi^{j*}$ となり，また仮定6より $u^t(x^t(a),\ \phi^t(a)) > u^t(x^{t*},\ \phi^{t*})$。ところが前と同様の議論によって $x^t(a)$ を $\widetilde{X}^t$ に含ましめることができるので不合理である。

したがって (p^*, z^*, ψ^*) は，本来のこの体系の均衡点であり，その存在が証明された。

5. パレート最適性

これまでの議論から，このモデルにおける市場均衡の存在が明らかになったが，さらにそのパレート最適性を示す。ここで各生産者の生産関数を

(60) $f^n(g_1^n, \cdots, g_L^n)=0 \quad n=1, \cdots, N$

とし，追加的な仮定として次のものをおく。

仮定14 $u^i(x^i, y)$，$f^n(g^n)$，$f^{N+k}(v^k)$ は微分可能である。

このもとで次の定理が導かれる。

定理7 このモデルにおいて，市場均衡点における資源配分はパレート最適である。

証明 均衡点であるので，資源配分が達成可能であることは明らかである。したがって，パレート最適の条件を求めるためには，$I-1$ 人の消費者の効用水準をある一定の値におき，各私的財の需給均衡条件と，各私的財および各公共財の生産における技術的な制約のもとで，残りの1人の消費者の効用を最大化するための条件を求めればよい。

第 i 消費者以外の消費者の効用水準を $u^j=\bar{u}^j$，$j \neq i$ とおき，次のようなラグランジュ関数 L をつくる。

$$
\begin{aligned}
(61)\quad L=&u^i(x_1^i, \cdots, x_L^i, y_1, \cdots, y_L) \\
&-\sum_{j\neq i}\lambda^j\{\bar{u}^j-u^j(x_1^i, \cdots, x_L^i\ y_1, \cdots, y_K)\} \\
&-\sum_{n=1}^{N}\delta^n\{0-f^n(g_1^n, \cdots, g_L^n)\} \\
&-\sum_{k=1}^{K}\mu^k\{y_k-f^{N+k}(v_1^k, \cdots, v_L^k)\} \\
&-\sum_{l=1}^{L}\sigma^l\{\sum_{i=1}^{I}(\omega_l^i-x_l^i)+\sum_{n=1}^{N}g_l^n-\sum_{k=1}^{K}v_l^k\}
\end{aligned}
$$

ここで λ^j，μ^k，δ^n，σ^l はラグランジュ乗数である。(61) 式を x_l^i，x_l^j，g_l^n，v_l^k，y_k で偏微分してゼロとおき，ラグランジュ乗数を消去すると次の条件が得られる。(7)

$$
(62)\quad \frac{\partial u^1/\partial x_l^1}{\partial u^1/\partial x_m^1}=\cdots\cdots=\frac{\partial u^I/\partial x_l^I}{\partial u^I/\partial x_m^I}
$$

$$
=\frac{\partial f^1/\partial g_l^1}{\partial f^1/\partial g_m^1}=\cdots\cdots=\frac{\partial f^N/\partial g_l^N}{\partial f^N/\partial g_m^N}
$$

注(7) これらは，Samuelson〔18〕p. 387の条件と同じものである。

$$= \frac{\partial f^{N+1}/\partial v_l^1}{\partial f^{N+1}/\partial v_m^1} = \cdots\cdots = \frac{\partial f^{N+K}/\partial v_l^K}{\partial f^{N+K}/\partial v_m^K}$$

$$l,\ m=1,\ \cdots,\ L \qquad l \neq m$$

(63) $$\sum_{i=1}^{I} \frac{\partial u^i/\partial y_k}{\partial u^i/\partial x_l^i} = \frac{1}{\partial f^{N+k}/\partial v_l^k}$$

$$l=1,\ \cdots,\ L \qquad k=1,\ \cdots,\ K$$

これらの条件を，各主体の主体的均衡条件が満たすことを示せばよい。

消費者については，公共財の生産規則と他人の ϕ の総額に関する情報は既知なので，次のようなラグランジュ関数 L^i の最大化のための条件を求める。

(64) $$L^i = u^i(x_1^i,\ \cdots,\ x_L^i,\ y_1,\ \cdots,\ y_K)$$
$$-\lambda\{\sum_{l=1}^{L} p_l\omega_l^i + \sum_{n=1}^{N}\theta^{in}\pi^n - \sum_{l=1}^{L} p_l x_l^i - p_1\sum_{k=1}^{K}(\alpha_k^i \sum_{j=1}^{I}\phi_k^j)\}$$
$$-\sum_{k=1}^{K}\delta_k^i\{y_k - f^{N+k}(v_{k1}^i,\ \cdots,\ v_{kL}^i)\}$$
$$=\sum_{k=1}^{K}\mu_k^i(\sum_{l=1}^{L} p_l v_{kl}^i - p_1\sum_{j=1}^{I}\phi_k^j)$$

ここで v_{kl}^i は，第 i 消費者が最適と考える v_l^k の量であり，v_{kl}^i および y は ϕ^i を通じて間接的に動かされる。(59)式を x_l^i，v_{kl}^i，y_k，ϕ_k^j で偏微分してゼロとおき，ラグランジュ乗数を消去すると次の条件が得られる。

(65) $$\frac{\partial u^i/\partial x_l^i}{\partial u^i/\partial x_m^i} = \frac{p_l}{p_m}$$

$$l,\ m=1,\ \cdots,\ L \qquad l \neq m$$

(66) $$\frac{\partial n^i/\partial y_k}{\partial u^i/\partial x_l^i} = \frac{\alpha_k^i}{\partial f^{N+k}/\partial v^i{}_{kl}}$$

$$l=1,\ \cdots,\ L \qquad k=1,\ \cdots,\ K$$

生産者については，次のラグランジュ関数 L^n の最大化のための条件を求める。

(67) $$L^n = \sum_{l=1}^{L} p_l\ g_l^n - \lambda(0 - f^n(g_1^n,\ \cdots,\ g_L^n))\}$$

これを g_l^n で偏微分してゼロとおき，ラグランジュ乗数を消去すると次の条件が得られる。

(68) $$\frac{\partial f^n/\partial g_l^n}{\partial f^n/\partial g_m^n} = \frac{p_l}{p_m}$$

$$l,\ m=1,\ \cdots,\ L \qquad l \neq m$$

政府については，次のラグランジュ関数 L^k の最大化のための条件を求める。

(69) $L^k=f^{N+k}(v_1^k,\ \cdots,\ v_L^k)-\lambda(p_1\sum_{i=1}^{I}\phi_k^i-\sum_{l=1}^{L}p_l v_l^k)$

これを v_l^k で偏微分してゼロとおき，ラグランジュ乗数を消去すると次の条件が得られる。

(70) $$\frac{\partial f^{N+k}/\partial v_l^k}{\partial f^{N+k}/\partial v_m^k}=\frac{p_l}{p_m}$$

$$l,\ m=1,\ \cdots,\ L \quad l\neq m$$

ところが各主体にとって私的財の価格は共通なので，(65)，(68)，(70) 式から，パレート最適の条件 (62) 式が満たされる。また均衡においては v_{kl}^i の値はすべての消費者について一致し，$\sum_{i=1}^{I}\alpha_k^i=1$ なので，(66) 式をすべての消費者について合計すると，パレート最適の条件 (63) 式が得られる。 (証明終了)

6. 結　び

これまでの分析から，いくつかの限定された仮定のもとでは，公共財を含む経済であっても，政府の適当な課税政策により，主体的なインセンティブに基づく，パレート最適な資源配分が達成可能であることが示された。但し，α^i が固定されているので，分配問題は解決されていない。

またここでの議論は，各消費者が受動的に行動すること，そして公共財の生産関数についての情報をもっていることが本質的に重要な点である。そして消費者は自分の行動が公共財の生産水準に対し影響をもつことを認識しているものとされている。

これらの行動仮説については，大いに議論の余地が残されているであろう。それについては今後の課題としたい。

<参考文献>

〔1〕 Buchanan, J. M., *The Demand and Supply of Public Goods*, Rand McNally & Company, 1968

〔2〕 Debreu, G., *Theory of Value*, New York, Wiley and Sons, 1959

〔3〕 Dréze, J. and D. Vallee Poussin, "A Tâtonnement Process for Public Goods," *Review of Economic Studies*, 38 (1971) 133-150

〔4〕 福岡正夫『一般均衡理論』創文社，1979

〔5〕 Groves, T. and J. Ledyard, "Optimal Allocation of Public Goods: A Solution to the 'Free Rider' Problem," *Econometrica*, 45 (1977) 783-810

〔6〕 Hildenbrand, W., *Core and Equilibria of a Large Economy*, Princeton University Press, 1974

〔7〕 Hurwicz, L., "On Informationally Decentralized Systems," in *Studies in resouce allocation processes*, ed. by K. J. Arrow and L. Hurwicz, Cambridge University Press, 1977

〔8〕 ______, "Outcome Functions Yielding Walrasian and Lindahl Allocations at Nash Equilibrium Points," *Review of Economic Studies*, 46 (1979) 217-226

〔9〕 Kaizuka, K., "Public Goods and Decentralization of Production," *Review of Economics and Statistics*, 47 (1965) 118-120

〔10〕 Kaneko, M., "The Ratio Equilibrium and a Voting Game in a Public Goods Economy," *Journal of Economic Theory*, 16 (1977) 123-136

〔11〕 Lau, L., E. Sheshinski and J. E. Stiglitz, "Efficiency in the Optimum Supply of Public Goods," *Econometrica*, 46 (1978) 269-284

〔12〕 Malinvaud, E., "Price for Individual Consumption, Quantity Indicators for Collective Consumption," *Review of Economic Studies*, 39 (1972) 385-405

〔13〕 丸山徹「一時的均衡分析」『三田学会雑誌』69巻7号，55-73. 69巻8号，33-51

〔14〕 Milleron, J. C., "Theory of Value with Public Goods: A Survey Article," *Journal of Economic Theory*, 5 (1972) 419-477

〔15〕 Musgrave, R. A., *The Theory of Public Finance*, McGraw Hill, 1959

〔16〕 Nikaido, H., *Convex Structurs and Economic Theory*, Academic Press, 1968

〔17〕 Roberts, J., "Incentives in Planning Procedures for the Provision of Public Goods," *Review of Economic Studies*, 46 (1979) 283-292

〔18〕 Samuelson, P. A., "The Pure Theory of Public Expenditures," *Review of Economics and Statistics*, 36 (1959) 387-389

〔19〕 ______, "Pure Theory of Public Expenditures and Taxation," in *Public Economics*, ed. by J. Margolis and H. Guitton, St. Martin's Press, 1969

（慶應義塾大学大学院経済学研究科博士課程）