Title	経済発展の構造分析(二) : 規模の経済性と設備の不分割性の測定
Sub Title	The structure of economic development (II) : economies of scale and indivisibility
Author	尾崎, 巌 清水, 雅彦
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1980
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.73, No.1 (1980. 2) ,p.1- 30
JaLC DOI	10.14991/001.19800201-0001
Abstract	
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19800201-0001

経済発展の構造分析（二）

——規模の経済性と設備の不分割性の測定[(1)]——

尾崎　巌
清水雅彦

（1） 問題の所在

1.1 一般均衡的な生産理論の体系においては，競争的均衡の存在証明は，まず(イ)完全競争下の微視的企業が多数存在するという仮定，次いで，activity analysis のタームを用いれば，(ロ)有限多数個の交替的 activity が存在すること，および，(ハ)個々の企業及び社会全体に対する生産可能集合の凸性が仮定される。

(イ)の仮定は，すべての企業が price taker として市場に登場することを意味し，(ロ)の仮定は，相対価格の変化に対する技術の代替性の仮定に対応している。(ハ)の仮定は，数学的には，規模に関する収穫不変の仮定と同値であることが容易に証明される[(2)]。

さて，この研究では，(ハ)の生産可能集合の凸性の仮定に分析の焦点を合わせることにしよう。この凸性は，より基本的な二つの仮定——activity の分割可能性 (divisibility) と加法性 (additivity)——に基礎を置いているが，この二つの仮定のいずれか，とりわけ，分割可能性の仮定が，経験的に否定されるならば，生産可能集合は，非凸となり，競争均衡の存在は保障されなくなる。このように，activity の分割可能性の仮定は，競争均衡の存在証明にとって，生命線ともいうべき重要

注（1） 本稿の第7節は，1976年，計量経済学会議（六甲コンファレンス）において，尾崎・清水の共同研究「技術変化と構造変化——商品ベース生産関数の測定」の題名の下に報告された内容を核とし，その後の研究成果を附け加えたものである。全体にわたる構想は，慶應義塾大学産業研究所生産構造分析プロジェクトのメンバーによる討議に負うところが多い。

（2） 競争均衡の存在証明には，通常，生産面では，個別企業の生産可能集合 Y_f の凸性の仮定と，それから導かれる社会全体の生産可能集合 Y の凸性が仮定される。この凸性と，消費者行動理論における選好の凸性を基本にして与えられた価格体系の下での企業及び家計の内部均衡の図式と社会全体の市場均衡の図式が結合されて，競争均衡の存在が証明される。この体系では，経済を構成する基本単位は，生産単位としての企業と，消費単位としての家計を考えれば十分である。後に見るように，財に不分割性の単位が実際に計測される時には，この生産単位の他に，商品単位という概念の導入が必要となる。競争均衡の存在証明については，たとえば，Arrow & Hahn〔1〕，第3章を参照せよ。

な役割を果していることがわかる。この仮定の成否は，理論上の問題というよりは，本質的に，統計的検証の結果に依存する問題であろう。

この稿では，生産関数の計測という手段を通じて，幾つかの部門における規模の経済性と資本設備の不分割性（indivisibility）の存在を確認し，さらに不分割性の単位（設備の標準能力規模 standard units）の測定を試みる。

以上の分析の結果，全経済のうち，少なくとも複数個の生産部門[(3)]に，無視し得ないと判定される大きさ[(4)]で，設備の indivisibility の存在することが経験的に確認されるとすれば，その結果は，まず当該部門に属する各企業の生産可能集合 Y_f の凸性を否定することになるだろう。それは，社会全体に対する生産可能集合 Y の非凸性を伴い，その当然の帰結として，これまでの理論的枠組の中での競争均衡の存在は保障されなくなる。このとき経済の動的均衡のプロセスは，どのように考えられるのだろうか。これが本稿の問題提起の一つである。

1.2 すでにわれわれは前稿「経済発展の構造(一)」〔20〕で，古典的なレオンティエフ動学体系の解釈をめぐる二つの方向について述べた。一つは，activity analysis の適用による新古典派的動学体系の一般化であり，他は，レオンティエフ自身による構造変化を含む動学体系への拡充の方向であった。そこでは，両方向の基本的相違点が，“構造”という概念の有無，および，“時間”概念の相違という二点に求められることを述べた。

確かに，新古典派的一般均衡の体系では，“構造”という概念の導入を必要としない。それは，生産の分析における生産可能集合の凸性の仮定に大きく起因している。この仮定により，相対価格の変化に対応して各個別企業は自由に技術を選択し，生産主体及び消費主体の合理的行動が基本となって社会全体の競争均衡が導かれることになる。そこには企業行動を制約する条件としては，自由に選択可能な技術の全メニューが提示されているのみであって，いかなる意味であれ，“構造”という概念の登場してくる余地はない。

他方，レオンティエフ自身による古典的なレオンティエフ動学体系の定式化およびその後の構造変化を含む動学体系への拡充されたモデル（“The dynamic inverse” model〔10〕）では，構造及び構造変化という概念が，理論模型の中核を形成している。この構造という概念の導入は，経済体系の均衡成立にどのように作用するのだろうか。古典的なレオンティエフ動学体系においては，構造という概念はきわめて明快かつ単純に定義できる。極端に狭く解釈された構造概念は，いわゆるレ

注(3) 唯一つの部門にのみ indivisibility が検出されるならば，その財の生産を公有化し，非市場取引財として扱えばよい。複数個の部門の場合には，後にのべる部門配列順序の確定と組合わされたとき，その影響が，他の取引市場全体に大きく波及することが考えられる。

(4) 設備の indivisibility の単位が無視し得ないほど大きいか否かは，他の経済量との相対比によって定まるものである。

オンティエフ動学モデルの式

$$(1.1)\quad AX_t+B(X_{t+1}-X_t)+C_t=X_t$$

における，技術係数行列A，および資本係数行列Bの不変性およびその数学的特性として解釈された。レオンティエフ動学体系を解釈するにあたって，この係数行列の不変性を最も厳密な形で適用したのは，主として新古典派の学者である。もし，A行列，B行列が，他の諸要因のいかなる変化に対しても不変に止まるならば，部門間（より厳密には商品間）の技術的結合は，経済全体に“がんじがらめの構造”を形成して，そこには，自由な企業行動の登場する余地は全くなくなってしまうだろう。この極端な解釈は，“構造”という概念の導入が，いかに新古典派的な“競争均衡の成立”という概念と相対立するものであるかをよく示している。換言すれば，構造概念の導入の可否は，それがどれだけ自由な企業行動を制約するかという点をめぐって論ぜられてきたと見ることができる。われわれの研究では，この構造という実体が，たとえ全経済に対してではなくとも，部分的に，経済の一角に形成されたとき，経済全体に対する生産可能集合の凸性は，どのように歪められるだろうかが問題とされる。

1.3 事実，一つの理論模型を構築するとき，そこに“構造”という新しい概念の導入を必要とするか否かの論議は，第1に構造概念をどのように定義するか，第2にその概念の導入が全体系の性格にどのような影響を与えるか，そして第3に，ここに定義された構造という概念がいかなる要因によって定着するのか，という三つの問題に答えられなければならない。このことをレオンティエフ体系について考察してみよう。

一般に，構造という概念の基本的性質の一つは，「全体と，それを構成する，各異質的部分との間にみとめられる相互依存性 (inter-dependency) の存在とその性質」という点に求められるであろう。レオンティエフ体系においては，経済全体をいくつかの部門 (sector) に分割し，各部門間の相互依存関係によって全体が構成されるとする。産業連関分析が，ときに多部門分析 (multi-sectoral analysis) とよばれる所以である。このとき第1の問題に関して次の二点が問題となる。その一つは「異質的な部分としての部門概念を，いかなる基準によって分割するか」という問題であり，他は「これら部門間に相互依存的関係を，発生させる基本的要因は何か」という問題である。第1の問題に関していえば，レオンティエフ体系においては，「生産部門の分類は，基本的には商品生産の技術的同質性を基準とする」という立場をとる。つまり，任意の二つの商品の生産方法を比較して，その技術的性質が異なれば，その商品は生産技術に関して異質的な商品であるとみなされ，異なった部門に格付けされるのである（技術の同質性を基準にした商品ベースの部門分割)。

次に，第2の問題について，この部門間の相互依存性は，どのような要因に起因して発生するのであろうか。レオンティエフ体系においては，これら部門間の相互依存性の発生は，基本的には，

(イ) 各商品の生産に固有の技術的特性

(ロ) 各商品ごとの生産プロセスの間に存在する技術的関連性

(ハ) これらの技術特性の中から現実の生産構造を具体化して行く個別企業の投資行動

という三者の結合によって，その経済に特有の構造が形成されると考える。

(イ)は，商品ベース生産関数の測定の問題であり，(ロ)は，現実の産業連関表にみられる部門間の結合の状態や，部門配列の順序性に関する帰納的発見の問題である。(ハ)は，資本に体化された技術変化が，企業の投資行動によって各時点の資本ストックの分布およびその技術的構造を現実に形成して行く過程の分析である。

以上三点にまとめられた課題は，本研究の中核となる部分である。レオンティエフ自身は，“The dynamic inverse”に至る一連の論文で，一貫してこの方向の研究の重要性を示唆してきたが，自らはこの要因分析を行なうことはしなかった。

第3の問題として，もし以上のような一連の分析結果に基づいて，技術特性に起因する一つの構造が現実に観測されるとするならば，構造概念の導入が動学理論体系全体に及ぼす影響はきわめて大きい。その一つは，すでに述べた生産可能集合の非凸性の問題であり，二つには，伝統的な競争均衡径路を包括する，より拡充された理論体系の構築が必要とされる点であろう。この分野は，理論的にも実証的にも未開拓の分野であるが，われわれの線上では，この方向を，歴史的な時間の推移に伴う構造変化の過程の分析として展開したいと思う。

1.4 以上，分析の視角と研究の方向についての概略を述べた。冒頭にのべたように，この稿の課題は，規模の経済性と，設備の indivisibility の関係を経験的に確認し，その不分割性の単位（設備の標準能力規模）を実際に測定してみることにある。このことは，次の二つを意味している。一つは，規模の経済性にもとづく設備の indivisibility の存在が伝統的な理論における生産可能集合の凸性の仮定に抵触するという問題であり，他は，それが，“構造”を確定するための必要条件の一つとなるということである。後者の“構造の確定”という問題に対する分析は，次稿以下に譲られる。

（2）幾つかの予備的考察

2.1 まず，activity の分割可能性と，財の分割可能性の区別から始めよう。生産の分析に導入された“activity”という概念は，あくまで生産技術の一つの表現形式であって，それ自体は実態概念ではない。したがって，activity の分割可能性も，activity analysis という分析手法の有効性のために必要とされた形式的特性に過ぎない。他方，財の分割可能性，あるいは不分割性という

概念は，本来その財の生産技術の特性に基づく実態的な存在である。その結果，財の分割可能性が経験的に確認されれば，activity の分割可能性の仮定は容認されるが，もし，財の分割可能性が否定されれば，activity の分割可能性は，当然否定されることになる。この理由により，競争均衡の存在証明に対して，基本的に必要とされる生産可能集合の凸性の仮定は（形式的には，activity の分割可能性と加法性という二つのより基本的な仮定から導出されるが），本質的には財の分割可能性の有無に関する経験的検証に依存しているのである。このように，財の分割可能性の有無の検証という問題が，以下の展開にとって最も中心的な課題となっていることを確認しておこう。

2.2 次に，財の分割可能性の有無について，この研究においては，とくに資本設備の分割可能性の問題のみを重視する。その理由は次の通りである。一般に資本設備の建設には，たとえば，0.6 乗法則と呼ばれているような投入・産出の工学的な関係がしばしば見出だされている。例えば，溶鉱炉建設における工学的法則（engineering law）はその例である。溶鉱炉を大型化していく場合，炉内容積に比例する産出能力と，他方，炉壁の表面積に比例する使用原材料の投入量との間には，近似的に 3 対 2 の物的投入・産出の関係が存在するであろう。多くの化学工場の建設の場合にも，この法則が妥当する。したがって，何等かの基準の下で溶鉱炉や化学プラントには，その時点での最適な規模が存在することになる。この最適規模が，そのときの市場規模との対比において相当程度大きいと判定される時には，溶鉱炉という資本設備を建設するときに，財の分割可能性を仮定することは，当然容認されないであろう。

後に見るように，すべての部門についてではないが，一般に装置工業と名付けられているような諸部門では，多くの場合，資本設備の不分割性の存在が経験的に確認される。一般財の分割可能性の問題に比べて，資本設備の場合には，その不分割性の発生が，本質的に工学的な諸関係に起因していることに重要な意味がある。再言すれば，資本設備の生産プロセスにおいては，純粋に工学的な関係（engineering law）が投入－産出の物的な関係における規模の経済性を発生させる。この関係が，その時点の価格体系の下での企業の合理的行動（たとえば生産物単位当り費用極小の技術選択行動）と相まって，その時点の資本設備の不分割性の単位（standard units of equipment）を決定する。このようにして，生産関数の測定という手段を通じて，規模の経済性と資本設備の不分割性の発生の関係が経験的に検証可能となる。この工学的法則を基礎にするという際立った特質が，本研究において，財の分割可能性という一般的な問題を限定し，資本設備の不分割性の問題のみに集中したこの一つの理由となっている。さらに，この資本設備の不分割性に分析の焦点を合わせたということの基底には，技術変化の分析という問題に対し，資本設備に体化された技術特性と，その変化を重視するという基本的な考え方が存在していることに注意すべきである。後にのべるように，このような考え方は，レオンティエフ動学体系

$$(1.1)\quad AX_t + B(X_{t+1} - X_t) + C_t = X_t$$

における，資本係数行列 $B=[b_{ij}]$ の時間的変化に，構造変化の基本的要因を求め，かつその影響を探るというわれわれの接近方法に直結するからである。以下の展開では，この資本設備の不分割性の単位を，各時点における標準プラント能力規模（standard units of plant-scale）という概念によってとらえることにしよう。

2.3　第3に，この研究では，生産体系を構成する基本的単位として，次の二つを区別する。

(i)　生産主体の単位（production units）[5] ……企業（firm）

(ii)　資本設備の標準単位（standard units of equipment）[6] ……プラント（plant）

この区別を必要とする理由は，次の通りである。まず，新古典派的体系では(ii)の商品に関する単位の概念を全く必要としない。周知のように，伝統的な一般均衡体系の理論では，(イ)各主体（家計および企業）の内部均衡の図式と，(ロ)各商品ごとの需給均衡の図式，という二組の分析装置の合体が，社会全体にわたるすべての価格と数量に関する競争均衡解を導出する。この分析手法を成立せしめるためには，すべての微視的個別企業が price-taker として行動することが前提とされる。この結果，完全競争下にあるすべての個別企業にとって，価格体系は所与として与えられ，この仮定の上に上記(イ)の企業の内部均衡の図式が成立する。

いま，この特徴を activity analysis のタームで表現すれば，次のように説明されるだろう。まず，完全競争下の企業を前提とする。このとき，任意の企業 f の生産可能集合 Y_f を，当該企業にとって技術的に可能なすべての activity vector の集合であると定義する。[7]

このとき，(イ)と(ロ)の二組の分析装置が競争均衡の存在を導出するための最も基本的な仮定の一つは，この生産可能集合が凸錐体の形状をもつことである。

（仮定1）　Y_f は凸集合[8]

この仮定1が，より基本的な――activityの分割可能性と加法性という二つの仮定に基礎をおいていることは言うまでもない。このとき，われわれは，これらの activity が企業の activity であり，その分割可能性と共に異なった企業間での activity の加法性が仮定されていることに着目する必要がある。すでにわれわれは，財の分割可能性を前提にして，はじめてactivityの分割可能性が仮定されることを述べた。したがって，すべての企業にとって，activityが分割可能性と加法性の仮定を充たすという前提は，前もって，あらゆる財の分割可能性を先取りしていることになる。

注(5)　この production units という語を Johansen〔9〕, Sato〔16〕と同じ意味で使用する。

(6)　Standard units という概念は，McLeod〔12〕で使用されている語である。

(7)　この activity vector の成分は，社会に存在するすべての財を含んでおり，そのうち，正の成分は産出量，負の成分は投入量，ゼロの成分は当該企業がその財を売りも買いもしないことを示している。

(8)　仮定1に関する叙述は，Arrow & Hahn,〔1〕pp. 63～65 に従った。

このような分析体系では，資本設備の不分割性の単位という概念設定の必要は全く生じない。伝統的理論の前提の下では，経済を構成する基本単位は，(i)の production units, つまり個別企業の概念だけで十分なのである。

これに対し，この稿の研究においては，財の分割可能性，とくに資本設備の分割可能性の仮定について，その経験的妥当性を直接検証しようと試みる。検証の結果，もし設備の不分割性 (indivisivility) が検出されたとすれば，直ちに財の不分割性の単位，つまり商品の標準単位の設定を必要とするであろう。とりわけ，後に考察される経済構造の確立には，この設備の不分割性の単位（後述のプラント能力規模）という概念が重要な役割を果たすことになる。

（3） 商品ベース生産関数

3.1 さて，ここで（商品ベース）生産関数の概念を明確にしておこう。投入・産出の技術的関係を把握するのに，学説史的には大きく二つの流れが見られる。一つは，伝統的な要素代替的生産関数の定式化の方向であり，他は，レオンティエフ生産関数の基礎を与える工学的生産関数の定式化の方向である。両者の顕著な相違は，次の点に見られる。通常，新古典派的体系においては，企業別の生産関数——個別企業に固有の生産関数——という概念の定式化が試みられる。(9) それに対して後者においては，商品別の生産関数——個別商品の生産過程に固有の生産関数——の定式化が試みられる。そこで前者を新古典派的生産関数による接近，後者をレオンティエフ体系における商品ベース生産関数による接近と呼ぶことにしよう。

3.2 さて，商品ベース生産関数の基礎に，より自律度の高い工学的生産関数 (engineering production function) が存在すると考え，その分析を基盤にして，前者を導出しようという試みが初めて開始されたのは，チェネリイ H. B. Chenery による一連の先駆的論文であった。(10) チェネリイの研究の画期的な着想は，まず(イ)経済変数 (economic variable) と工学的変数 (engineering variable) を峻別し，次いで，(ロ)生産という活動に対して，経済的な価値増殖の過程と，自然法則あるいは工学的法則を基盤とする原料変形の工学的過程を区別して，前者を経済的変数で記述し，後者を工学

注(9) たとえば，Sato〔16〕, Johansen〔9〕等をみよ。そこでは，任意の企業の生産関数が次のように定式化される。異質資本の存在を前提とすれば，各企業の保有する資本は互いに異質かつ相互に比較不能なものと仮定される。資本を k，労働を l，生産物を q で表わせば，第 i 番目の企業のミクロ生産関数は，$q_i=f_i(\alpha_i k_i,\ \beta_i l_i)$，$i=1, 2, \cdots, n$；企業番号と表わせる。ここに α_i，β_i は，それぞれ資本および労働の能率係数を表わし，両係数は互いに比較不能な異質資本を均質量に変換する修正単位となる。技術変化に関しては α のみの増加が資本拡張的，β のみの増加が労働拡張的，α と β の比例的増加が中立的技術進歩と定義される。なお，このような接近に対する批判については，尾崎〔19〕pp. 272～273を参照せよ。

(10) H. B. Chenery〔2〕,〔3〕, 小尾恵一郎〔13〕。

的変数間の関係としてとらえ，最後に，(ハ)後者の工学的関係から前者の経済学的生産関数を導出しようと試みた点に見出されるであろう。これら一連の研究成果は，経済分析における生産関数という概念に工学的法則を基礎とする実態的内容を与えたという点で大きく貢献した。(11)

3.3　以上のようにチェネリイの研究には，多くの興味ある点が見出されるが，とりわけ，産業連関分析の視点からは，次の点が最も重視さるべきであると考えられる。それは，いかなる生産であれ，すべての生産活動に共通の最も基本的な要素を“個々のエネルギー形態の変換 (energy changes)”の過程としてとらえている点である。いかなる商品の生産であれ，その本質は，材料を変形するプロセスに適用されたエルギー形態の転換の過程——熱エネルギーを力学的エネルギーへ変換するような例——にあるとみなす。この個々のエネルギー変換の過程を生産工程の単位とし，これを単位プロセス (unit process) と名付けよう。経済全体の生産活動は，結局のところ，この単位プロセスの一連の連鎖あるいは網の目として把握されるだろう。(12)基本的には，この単位プロセスごとに，単一の商品 (a single commodity) が定義されることになる（商品分類の工学的基準）。(13)

このように考えると，商品ベース生産関数とは，工学的な単位プロセスに対応するプロセス生産関数 (process production function) の経済的側面を定式化したものにほかならないことが判明する。(14)

プロセス生産関数 proeess production function
- 工学的側面：原料変形の過程 (material transformation process) ＋ 原料変形の過程に適用されたエネルギー変換の過程 (single energy changes)
- 経済的側面：原材料変形の過程を財の input-output の流れとしてとらえた関係 (commodity-base production function)

注(11)　この接近は，とりわけ技術変化の分析に貢献するものであり，また，商品分類の基準に一つの工学的基礎を与えるという意味において重要である。Leontief〔11〕p. 14を見よ。

(12)　通常の産業連関表に対応して，もし経済全体の技術連関表の作成が構想されるとすれば，このunit processの連結を基準に作成することが有効であると考えられる。

(13)　生産の全体系をおおう投入と産出の網の目は，経済学的には，財の投入－産出の流れ（通常の投入－産出表）としてとらえられるが，工学的には財を変形する過程 (material transformation process) に適用されたエネルギー投入と，その変換の過程として把握されるであろう。いかなる財の生産活動であれ，個々のエネルギー転換 (energy changes) を基準にして一つの単位プロセスを定義し，それにもとづいて生産活動を統一的に把握できるという立場を，初めて主張したのはチェネリー〔2〕であった。この論文によって，経済学的生産関数の工学的基礎が明らかにされたが，チェネリー及びその後の一連の工学的接近に基礎をおく研究は，自づから天然ガス，輸送，水力発電，化学プラント等，個別の分析に止まらざるを得なかった。この稿の展開は，チェネリーその他の一連の基礎研究を基底に据えながらも，その分析目的は，レオンティエフ動学体系の拡充という経済全体の一般的相互依存関係の定式化に重心をおいている。その結果，われわれの場合は，工学的変数ではなく，基本的に経済変数および経済統計資料を用いて，工学的関係を基礎とする生産関数を計測しなければならない。そこに工夫された分析概念が，商品ベース生産関数の概念であり，また財の不分割性の測定に関する“plant”概念の導入である。

(14)　このように，通常の産業連関表に同一商品分類にもとづく単位プロセス技術連関表を想定することは，後述する“構造の確定”という問題および構造形成の要因分析にきわめて有用な接近を与えることになる。

3.4 そこで，この項では基本的にはチェネリイの工学的生産関数の概念に沿いながら，経済分析の次元での商品ベース生産関数の定式化を試みよう。

まず，チェネリイの定義した単位プロセス（unit process）ごとにどのような工学的生産活動が行なわれているかを見ておかねばならない。チェネリイは，生産プロセスの概念は次の三つの段階によって把握されるとのべる（関数はすべて工学的変数で表現される，変数記号については脚注(15)を見よ）。[(15)]

第1は，一つの商品に原料を変形する過程に何がなされなければならないかという考察である。これを工学的変数で表示したものを**原料変形関数**（material transformation function）と呼び，

$$(3.1)\quad \phi(X_i,\ \mu_i,\ \xi_i,\ E_r)=0$$

で表わす。この原料変形過程には，当然必要なエネルギー投入量 E_r（required energy）が適用されていなければならない。

第2は，この必要エネルギー E_r を提供するための種々の生産要素の組合わせ（combination of actors）である。これを，**エネルギー供給関数**（energy supply function）

$$(3.2)\quad E_r=E(\rho_i),\ \rho：各生産要素の特性変数$$

と呼ぶ。このエネルギー供給関数は，当然資本財や労働の特性，およびエネルギーの形態等を含めた生産要素に関する種々の特性変数 ρ_i（添字 i は種々異なった型の特性を示す）の関数であろう。この関数によって表わされた種々のエネルギー供給の形態は，次節の設備の不分割性の概念の導出にとって決定的に重要となる。例をあげておこう。ある生産プロセスにとっては，労働と種々の道具の組合わせが，$E(\rho_i)$ 関数の内容を形成する（労働者とシャベルの組合わせによる土盛工事の例）。他方，化学部門等においては，殆ど無人化された化学工場プラントが，$E(\rho_i)$ 関数の実態となる。次節でのべるこのプラントという概念は，このエネルギー供給関数 $E(\rho_i)$ が極端に資本装備化された形態になった場合の資本財の塊という概念に相当する。

第3の関係は，この技術的に確定された生産要素の組合わせ（$E(\rho_i)$ 関数の確定）に対し，生産を続行するためには，どれだけの経済変数の投入量を必要とするかの関係である。これを各財の**投入関数**（input functions）と呼ぼう。

$$(3.3)\quad m=m(\pi_i)；原材料投入関数$$

$$(3.4)\quad y=y(\pi_i)；生産要素投入関数$$

注(15) チェネリイは次のように変数記号を定める。

プロセスの要素 (process element)	経済的変数 (quantity)	工学的変数 (properties)	
1. 原料 (materials)	m	μ	π
2. 生産要素：(Factors)	y	ρ	
(a)資本財 (capital goods)	k		
(b)労働 (labor)	l		
(c)エネルギー (energy)	e		
3. 産出物(output)	x	ξ	

ここに工学的変数とは，直接価格の付与できない特性変数を指す，金属の硬度，温度，速度等。

以上の三種類の関数の総体が，工学的生産関数の内容を形成するのである。[16]

3.5 上述の原料変形関数（3.1)，エネルギー供給関数（3.2)，投入関数（3.3)，(3.4）の方程式体系において，もし，(3.3)，(3.4）の各投入関数に，それぞれ一つずつの特性変数 π_i が対応している場合には，(3.2)，(3.3)，(3.4）の各式を，(3.1）式に代入することによって，

$$(3.5)\quad \phi_1(X,\ m_1,\ k_1,\ l_1,\ e_1)=0$$

を導出することができる。[17] この式に含まれている投入変数は，すべて原料投入 m_1，資本投入 k_1，労働投入 l_1，ネエルギー投入 e_1 という経済変数である。この（3.5）式が経済学で一般に使われている生産関数の概念にほかならない。われわれは，これをより厳密に**商品ベース生産関数**（commodity-base production function）と呼ぼう。その理由は，この関数の成立単位が基本的には unit process に対応した商品ごとに確定されると考えられているからである。

この商品ベース生産関数が，工学的には，各単一のエネルギー変換（single energy changes）ごとの原料変型関数に対応していることに注目しておこう。このときレオンティエフ動学体系に対応するこの商品ベース生産関数の一般型は，次のように書けるであろう。

$$(3.6)\quad f_j(X_j,\ x_{1j},\ x_{2j},\ \cdots,\ x_{nj},\ l_j,\ s_{1j},\ s_{2j},\ \cdots,\ s_{nj})=0$$

ここに，X_jは，第 j 商品の産出量，各x_{ij}（$i=1,\ 2,\ \cdots,\ n$）は，X_jを生産するために必要とされた各商品のフロー中間財投入量，各 s_{ij}（$i=1,\ 2,\ \cdots,\ n$）は，X_j の生産に使用されているプラントを各物的構成要素に分解した第 i 資本財の投入量を示している。(3.6）式は通常の商品ベースあるいはプロセスごとの生産関数であり，各投入量と産出量の関係を記述したものである。新古典派の体系は（3.6）式の関係に一次同次を仮定して，それを，複数個の activity 概念の導入によって再編成したものと解釈することができる（サムエルソン，ソロー，ドルフマン〔17〕)。

（4）“plant” 概念の導入

4.1 さて，われわれは財の不分割性の問題にもどらなければならない。まず，最初に財の不分割性の問題は，個々の商品そのものについて問題にされるのではないことに注意しておこう。たとえば，すべての商品は，その使用された目的の相違によって，消費財，中間財，資本財のいずれかに区分される。(この時，同一商品が上記用途の二つあるいは三つの目的に使用されることは，もちろん可能である。自動車は家計に耐久消費財として，企業には資本財として使用される)。

いま任意の第 i 商品について，経済全体に対する commodity-balance の式を考えてみよう。

注(16) この展開の詳細については，Chenery〔3〕pp. 301～305および小尾〔13〕を見よ。
(17) 一般には，各投入関数は複数個の特性変数の関数であるから（3.)式を解析的に導出することは困難である小尾〔13〕。

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij}+\sum_{j=1}^{n} s_{ij}+C_i=X_i,\ (i=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$$

左辺第1項は，各部門に投入された第 i 商品の中間財需要の合計，第2項は，各部門の投資目的に使用された第 i 商品の資本財需要の合計，そして第3項は家計に講入された第 i 商品の消費財需要部分を示す。その総計は右辺のその年に生産された第 i 商品の総供給量に等しい。この式にも見られるように，消費財，中間財，資本財等の区別は，決して各財に固有の商品特性によって分類されたものではなく，単にその使途の相違によって，事後的に分類された概念に過ぎないことがわかる。したがって，資本財の不分割性という概念を直接問題にすることは，それが商品に固有の技術的特性を反映していないという意味で決して有効な分析を与えないであろう。他方個々の商品そのものの不分割性を問題にすることも，有効な問題提起とはならない。(18) その理由は，単一商品（a single commodity）の厳密な定義は，基本的には，先の工学的な単位プロセス（unit process または unit energy changes）に対応して与えられているからである。(19) したがって自動車1台を半分に分割することができないという問題はそれほど重要な要素ではない。われわれはむしろ単一商品の合成物としての資本設備建設の過程に規模の経済性の発生する基盤を求めたいと思う。

4.2 すでにのべたように，財の不分割性が決定的に重要となるのは，それが，本質的に，技術特性に基づいた規模の経済性の効果に起因して発生する場合であろう。既述のように，近代技術の特性が顕著に表われるのは，個々の商品の生産過程（industrial process）におけるエネルギー変化の場である。先のチェネリイの定式化では，エネルギー供給関数

$$(3.2)\quad E_r=E(\rho_i)$$

が，種々の生産要素の組み合わせとして具体化された場に相当する。とりわけ，鉄鋼設備や化学工場設備のような資本設備には，純粋に技術的な規模の経済性にもとづく設備の不分割性の発生が予想される。この視点から，各商品の生産過程を可能ならしめる資本財の総体としての資本設備に対し，“plant” という分析概念を新しく導入することが有効であると考えるのである。

たとえば繊維商品の生産に対しては，繊維機械およびその周辺機器や構築物を綜合した繊維プラントが存在し，化学製品の生産には，同様に化学プラントが存在すると考えるのである。

仮定1 任意の商品の生産に対応する各プラントは，その物的構成要素として，個々の商品に分解できると仮定する。この仮定は，レオンティエフ動学体系における資本係数行列

$$(1.1)\quad B=[b_{ij}],\ b_{ij}=s_{ij}/X_j,\ \text{ここに } s_{ij} \text{ は個々の資本財投入量，また } X_j \text{ はプラント能力}$$

注(18) しばしば，財の不分割性の問題に対し，シャベル一本とか自動車一台とかの単位に対し，シャベル0.5本とか，自動車0.5台とかの，意味のないことが問題とされる。このような例示については，アロー・ハーン〔1〕にも見られる。

(19) したがって，この観点からは自動車や溶鉱炉は個別の単一商品というよりは多くの単一商品の合成商品と考えるべきであろう。

という概念に明確な経済的意味を与える。たとえば，第 j 商品の生産に対応するプラントの物的構成要素は，次のベクトルで表わされるであろう。

$$(4.1)\quad (s_{1j},\ s_{2j},\ \cdots s_{ij},\ \cdots s_{nj})$$

もしプラントの生産能力を X_j で表わすとき，能力単位当りの資本係数を

$$b_{ij}=s_{ij}/X_j$$

で定義すれば，b_{ij} 表示で，このプラントの物的構成要素は，次のベクトル

$$(4.2)\quad (b_{1j},\ b_{2j},\ \cdots b_{ij},\ b_{nj})$$

で表示することができる。これが，レオンティエフ動学体系における資本係数行列 $B=[b_{ij}]$ の列ベクトルの意味にほかならない。

さて，もう一つ次の仮定を付け加えよう。

仮定2　同一商品の生産に使用されるプラントの設計段階では，複数個の互いに異なった物的構成要素をもつプラントの設計が可能である。

この仮定は，通常の技術の代替性を許容する activity analysis もしくは線型計画の手法でとられている仮定と同様の意味をもっている。

4.3　仮定1，仮定2にもとづいて種々異なるプラントが多数存在する場合，その異なるプラントという言葉の意味に二つの面があることをここで指摘しておこう。

一つは，すでにのべた各プラントの物的資本財構成の相違である。仮定1と仮定2によって，第 j 商品の生産に使用することのできる第 k 番目および第 h 番目のプラントの物的資本財構成は，次のように表わせるであろう。

$$(4.3)\quad (s_{1j}^{(k)}s_{2j}^{(k)}\cdots\cdots s_{ij}^{(k)}\cdots\cdots s_{nj}^{(k)})\ ；第 k 番目のプラント$$

$$(4.4)\quad (s_{1j}^{(h)}s_{2j}^{(h)}\cdots\cdots s_{ij}^{(h)}\cdots\cdots s_{nj}^{(h)})\ ；第 h 番目のプラント$$

もし，これらのプラントが，その時点の新規投資によって構築されたとするならば，

$$(4.5)\quad K_j^{(k)}=\sum_i p_i\, s_{ij}^{(k)}$$

$$(4.6)\quad K_j^{(h)}=\sum_i p_i\, s_{ij}^{(h)}$$

は，それぞれ第 k プラントおよび第 h プラントの建設費用を表わすことになる（ここに p_i は各資本財の価格）。

4.4　第2の面は，異なった物的構成をもつ二つのプラントは，当然異なった技術特性をもつということである。この異なった技術特性を，当該プラントの生産能力およびこのプラントを稼動す

るために必要なすべての inputs の量を要素とする次のベクトルが表示することにしよう。第 i 商品の生産に対して第 k 番目のプラントの生産力を $X_j^{(k)}$ で表わし，$X_j^{(k)}$ を生産するために必要な中間投入量を $x_{ij}^{(k)}$（$i=1,\ 2\cdots n$），また必要労働量を $L_j^{(k)}$ で示すと，

$$(4.7)\quad (X_j^{(k)},\ x_{1j}^{(k)}\ \ x_{2j}^{(k)},\ \cdots\cdots x_{nj}^{(k)},\ L_j^{(k)})$$

は，第 k 番目のプラントがもつ技術特性をあらわすベクトルと考えられる。同様に異なった技術特性をもつ第 h 番目のプラントの技術特性は，

$$(4.8)\quad (X_j^{(h)},\ x_{1j}^{(h)},\ x_{2j}^{(h)},\ \cdots\cdots x_{nj}^{(h)},\ L_j^{(h)})$$

で示されるであろう。

(4.7), (4.8) の技術特性ベクトルの各要素は，現実の産出量や投入量を表わすものではなく，それぞれのプラントの技術特性を表わす特性変数であることに注意しておこう。[20]

4.5 さて，われわれ，この技術特性ベクトルの各要素に対して，更に次の二つの仮定を設ける。

仮定3 各プラントのそれぞれは，確定したプラント能力 $X_j^{(k)}$（$k=1,\ 2,\ \cdots n$）を持ち，与えられた各プラント能力 $X_j^{(k)}$ に対応して，他の特性変数はすべて一義的に定まる。

$$(4.9)\quad x_{ij}=f_{ij}(X_j)\qquad i=1,\ 2,\ \cdots,\ n$$

$$(4.10)\quad L_j=g_j(X_j)$$

(4.9), (4.10) 式を用いると第 k プラントの技術特性ベクトルは，

$$(4.11)\quad (X_j^{(k)},\ f_{1j}(X_j^{(k)}),\ f_{2j}(X_j^{(k)}),\ \cdots\cdots f_{nj}(X_j^{(k)}),\ g_j(X_j^{(k)}))$$

となり，結局は，プラントの技術特性を，プラント能力 X_j のみによって表わすことが可能となる。

仮定4 f_{ij} および g_j の関数型を次式で近似する。第 j 商品の生産に使用されるすべてのプラントの集合に対し，

$$(4.12)\quad x_{ij}=a_{ij}X_j^{\beta_{ij}},\quad i=1,\ 2,\ \cdots n,\ \text{かつ}\ \beta_{ij}=1$$

$$(4.13)\quad L_j=\alpha_{L_j}X_j^{\beta_{L_j}}\qquad \beta_{L_j}\leqq 1$$

(4.12) 式は，もし $\beta_{ij}=1$ ならば中間投入係数 a_{ij} が規模に関して固定係数となること，[21]

また(4.13) 式は，

(イ) もし $\beta_{L_j}=1$ ならば，規模に関して労働係数 $l_j=L_j/X_j=\alpha_{L_j}$ は不変となり，

注(20) このプラントの技術特性ベクトルのより詳細な展開については，Ozaki〔18〕，を見よ。
(21) (4.12) 式において $\beta_{ij}=1$ すなわち中間投入係数 $a_{ij}=\text{const}$ の仮定については後節でこの仮定を緩めることを試みる。

(ロ) もし$\beta_{Lj}<1$ならば規模拡大につれて労働係数 l_j は，

$$(4.14)\quad l_j=\alpha_{Lj}X_j^{\beta_{Lj}-1}$$

に従って逓減して行くことを示している。

仮定3および仮定4の妥当性は，共に経験的に確認さるべき問題である。(22)

（5） 要素制約型生産関数の導出

5.1 上述した商品ベース生産関数

$$(3.6)\ f_j(X_j,\ x_{1j},\ x_{2j},\ \cdots x_{nj},\ L_j,\ s_{1j},\ s_{2j},\ \cdots s_{nj})=0$$

と，plant の特性関数

$$(4.9)\quad x_{ij}=f_{ij}(X_j),\ (i=1,\ 2\cdots n)\ ;\text{中間財投入関数}$$

$$(4.10)\quad L_j=g_{ij}(X_j)\qquad ;\text{労働投入関数}$$

を連立してみよう。

(4.9), (4.10) を (3.6) に代入すれば，

$$(5.1)\quad \phi_j(X_j,\ s_{1j},\ s_{2j},\ \cdots s_{nj})=0$$

が得られる。(5.1) は資本設備の物的構成とその生産能力の関係を示している。

さて，すでにわれわれは，資本財の総体としてプラントという概念を導入し，その物的構成を

$$(4.1)\quad (s_{1j},\ s_{2j},\ \cdots s_{nj})$$

というベクトルで示した。いま，このプランが $t=0$ 時点に建設されたものとし，その時点の各財の価格を $p_i^0(i=1,\ 2\cdots n)$ とすれば，このプラントの建設費は，すでにのべたように

$$(5.2)\quad K_j^0=\sum_{i=1}^{n} p_i^0 s_{ij}^0$$

で表わすことができる。いま t を基準時点にとり，比較時点Tの s_{ij}^t をすべて基準時点0の不変価格系列 (constant price) で評価すれば，任意の時点Tに存在する全プラントの資本評価量は

$$(5.3)\quad K_j^T=\sum_{t=-\infty}^{T}\sum_{i=1}^{n}\left\{p_i^t s_{ij}^t\left(\frac{p_i^t}{p_i^0}\right)\right\}=\sum_{t=-\infty}^{T}\sum_{i=1}^{n} p_i^0 s_{ij}^t$$

の式で与えられるであろう。(5.3) の式を利用して，(5.1) 式を次のように書き換えてみよう。

(5.1) 式における変数の組 ($s_{1j},\ s_{2j},\ \cdots,\ s_{nj}$) の代りに K_j を置きかえると

$$(5.4)\quad \phi_j^0(X_j,\ K_j)=0$$

あるいは

注(22) このプラントの技術特性を技術特性ベクトルの相違によって表わすという接近は，一般に異質的資本 (heterogeneous capital) と名づけられた資本財の能率差という概念を計測可能なベクトル量として具体的化したものと考えてよい。

$$(5.5)\quad K_j=\phi(X_j)\qquad ;\text{プラント・ベース資本投入関数}$$

が得られる。K_j は個別資本財の総体としてのプラントというタームの資本変数であり，(5.5) 式は，プラント・ベースで資本の投入関数を示している。上述の展開から (4.9), (4.10), (5.5) の三式を取り出して，

$$(4.9)\quad x_{ij}=f_{ij}(X_j)\qquad i=1,\ 2,\ \cdots,\ n$$

$$(4.10)\quad L_j=g_j(X_j)$$

$$(5.5)\quad K_j=\phi(X_j)$$

のように並べたとき，この方程式の set を一般に要素制約的生産関数 (factor limitational production functions) と呼ぶ。

5.2 上記展開で資本の投入関数 $\phi(X_j)$ が，一般的な商品ベース生産関数 (3.6) 式と，資本プラントの特性関数 (4.9), (4.10) 式の連立体系から導出されている点に注意すべきである。もし，プラントの特性関数が，プラント能力 X_j の影響を全く受けないとしたならば，換言すれば，対数線型近似の特性関数の場合，

$$(4.12)\quad x_{ij}=a_{ij}X_j^{\beta_{ij}},\quad i=1,\ 2,\ \cdots n$$

$$(4.13)\quad L_j=\alpha_{Lj}X^{\beta_{Lj}}$$

の式において $\beta_{ij}=1$ $(i=1,\ 2,\ \cdots n)$, $\beta_{Lj}=1$ ならば，中間財投入係数 a_{ij} 労働係数 l_j も規模に関して不変となる。この場合には生産の技術的関係は (3.6) 式の商品ベース生産関数

$$(3.6)\, f_j(X_j,\ x_{1j},\ x_{2j},\ \cdots,\ x_{nj},\ L_j,\ s_{1j},\ s_{2j},\ \cdots,\ s_{nj})=0$$

のみで十分に表現され，資本の特性関数を考慮する必要は全くない。

これに対し，もし各投入係数が，プラント能力の増大につれて変動するならば，プラントの技術特性関数は，商品ベース生産関数に影響し，生産プロセスに大規模生産の利益――技術的規模の経済性――を発生させることになる。対数線型近似の特性関数 (4.12), (4.13) 式で

$$\beta_{ij}\leq 1\ (i=1,\ \cdots,\ n)\ \text{あるいは}\ \beta_{Lj}<1$$

の場合がこれに該当する。(≦記号は少なくとも一つは不等号となることを示す)

5.3 さて，測定のための模型として，われわれは各関数を次のように特定化する。任意の j 商品の生産に対して，商品ベース生産関数をコブ・ダグラス型で近似しよう。

$$(5.6)\quad X=f(L,\ K)=\delta L^{\gamma_L}K^{\gamma_K},\quad 0<\gamma_L<1,\quad 0<\gamma_K<1$$

プラントの技術特性関数も同様に対数線型で近似する。

$$(5.7)\quad L=g(X)=\alpha_L X^{\beta_L}\quad \beta_L<1$$

ここに X：生産量もしくはプラント能力規模（トン）

K：不変価格表示の実質プラント評価額；プラントベースの資本投入量（$K_j=\sum_{i=1}^{n} p_i^0 s_{ij}$，不変価格表示）

L：労働投入量もしくは当該プラントの稼動に必要な労働量（マン・マンアワー）

中間財投入に関しては，$\beta_{ij}=1$すなわち，固定係数を仮定する。

さて（5.7）を（5.6）に代入すると，

$$(5.8)\quad K=\alpha_K X^{\beta_K}$$

$$\text{但し，}\quad \alpha_K=\delta^{-\frac{1}{\gamma_K}}\alpha_L^{-\frac{\gamma_K}{\gamma_L}}\quad,\quad \beta_K=\frac{1-\beta_L\gamma_L}{\gamma_K}$$

を得る。

(イ) もし（5.6）式が一次同次関数ならば

$$(5.9)\quad \gamma_L+\gamma_K=1$$

したがって，$\beta_K=\dfrac{1-\beta_L\gamma_L}{1-\gamma_L}$となり，$\beta_L<1$であるから

$$(5.10)\quad \beta_K>1$$

という結果を得る。

(ロ) 一般的に（5.6）がm次同次関数（$m>1$）の場合には，$\delta>0$として，$\gamma_L+\gamma_K=1+\delta$，したがって，$\beta_K>1$の条件は，$\beta_L<1-\dfrac{\delta}{\gamma_L}$となる。逆に$\beta_L$がこの条件を充たす限り，$\beta_K>1$は保障されるが，もし$\beta_L>1-\dfrac{\delta}{\gamma_L}$の場合には$\beta_K<1$また，$\beta_L=1-\dfrac{\delta}{\gamma_L}$の場合には，$\beta_K=1$と測定されることになる。

（6）生産主体の単位費用極小行動

6.1 いま要素制約型生産関数を次のように設定してみよう。

$$(5.7)\quad L=\alpha_L X^{\beta_L},\ 0<\beta_L<1\ \text{；労働投入関数}$$

$$(5.8)\quad K=\alpha_K X^{\beta_K},\ \beta_K>1\ \text{；資本投入関数}$$

このとき，労働の価格をw，資本利用の価格をγ（準レント）とすれば，単位費用（生産能力単位当り費用）Cは，

$$(6.1)\quad C=\frac{L}{X}w+\frac{K}{X}\gamma=\alpha_L X^{\beta_L-1}w+\alpha_K X^{\beta_K-1}\gamma$$

で定義されるだろう。われわは，この単位費用Cが極小になるように，プラントの最適規模X^0が選ばれるものと考える。その必要条件は

$$\frac{dC}{dX}=0\qquad\therefore\quad \alpha_L(\beta_L-1)X^{\beta_L-2}w+\alpha_K(\beta_K-1)X^{\beta_K-2}\gamma=0$$

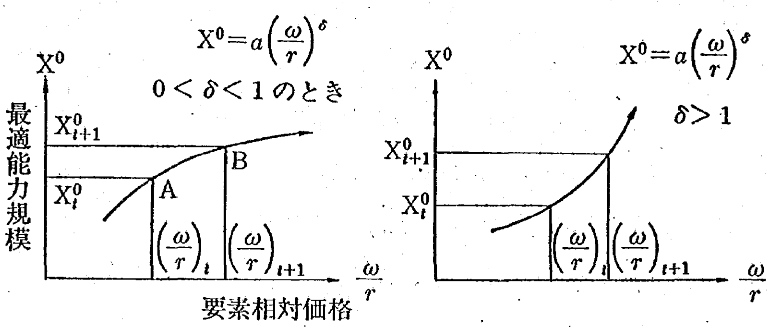
これをXについて解くと，

$$(6.2)\quad X^0=\left\{\frac{\alpha_L(1-\beta_L)}{\alpha_K(\beta_K-1)}\right\}^{\frac{1}{\beta_K-\beta_L}}\left(\frac{\omega}{r}\right)^{\frac{1}{\beta_K-\beta_L}}=a\left(\frac{\omega}{r}\right)^{\delta}$$

ここに$a>0$，$\delta=\dfrac{1}{\beta_K-\beta_L}>0$である。このようにして，各時点で与えられた要素相対価格の下での，最適プラント能力X^0が定まる。

要素相対価格$\left(\dfrac{\omega}{r}\right)$の上昇に伴って，この最適能力規模$X^0$は図1の如く上昇して行くであろう。

図1　要素相対価格と最適能力規模の関係



6.2　以上の生産主体の行動モデルについて，次の点を強調しておく必要がある。

(イ)　この生産者行動は，通常の利潤極大あるいは費用極小のモデルと異なり，単位費用極小の最適規模決定のモデルである。それは供給サイドの単位生産費極小点であり，需要の規模を無視している。

(ロ)　上記モデルでは，$0<\beta_L<1$，$\beta_K>1$のケースについては，与えられた要素相対価格に対し確かに費用極小点の最適規模X^0が存在することを見た。しかし$0<\beta_L<1$，$\beta_K\leqq 1$の場合には，そのような最適点は存在しない。供給サイドから見れば，たとえ要素相対価格を与えられたものとしても，規模を大きくすればするほど，単位労務費も，単位資本費用も逓減する。その結果，需要の存在する限り，プラント能力を拡大することがそれだけ有利となる。

(ハ)　$\beta_L<1$，$\beta_K<1$の場合，さらに$\beta_L<\beta_K$という条件があれば，時間に関して要素相対価格$\left(\dfrac{\omega}{r}\right)$の上昇は，一層，この能力規模の拡大化を促進するであろう（後述のように，現実にこのようなケースがK(I)型と名付けられた産業で観察される）。

(ニ)　このもデルでは，要素相対価格$\left(\dfrac{\omega}{r}\right)$の変化にもとづく労働と資本の代替は，プラント能力規模Xの拡大過程を通じてのみ進行する。このことは同時に，資本プラントの更新（新投資）を通じて，各生産要素の代替がおきることを意味している。これは資本に体化された技術変化が意味する一つの具体的な形態である。さらに，個々の資本財（s_{1j}，s_{2j}，…，s_{nj}）の総体として，第j商品を生産するためのプラントという資本概念を導入し，そのプラントの技術特性関数として，$L_j=g_j(X_j)$という式を陽表的に定式化したことは，これまで，互いに比較不能な異質資本（heterogeneous capital）という測定不能なタームで扱かわれてきた概念の具体化であり，これを測定するこ

とが本研究の目的の一つになっている。

(ホ) 本来，規模の経済性という語は，経済学の次元での規模関にする収穫逓増（m次同次関数の設定における$m>1$の場合）という概念と，純粋に工学的な次元での規模拡大に伴う投入要素の逓減傾向という要素の混合物であって，伝統的な理論では，たとえ各部門ごとの大規模生産の利益の工学的研究があったとしても，通常は後者を無視するのが普通であった。

われわれの研究は，後者の工学的な関係を資本プラントの技術特性関数の測定として把握しようと試みる。たとえば$L=\alpha_L X^{\beta_L}$の式において，$\beta_L<1$は，プラントの技術特性を表わす。その能力規模Xと必要労働量Lの間に，設計を異にすれば，XとLとの間に工学的に$L=\alpha_L X^{\beta_L}$, $\beta_L<1$で近似される設計法測が存在していると考える。その結果，より大きな能力をもつプラントの必要労働係数は，より小さな能力のプラントの必要労働係数よりも小さい。この規模に関する労働係数の逓減法則は純粋に工学的な設計法則（design low）を基礎にしているのである。

(ヘ) このプラントの能力規模の拡大に応じて，必要労働係数が逓減するという工学的関係と，能力拡大に対応するプラント建設費用の境大の程度が相まって，ある条件の下では最適能力規模X^0が与えられた要素相対価格の下に決定され，別の条件の下では，需要規模の許す限りプラント能力を拡大することが有利なことが一部の産業に見出される。この何れの場合にも，それは，プラント設備の indivisibility の存在を意味するものであり，加えて，その分割不能の単位，すなわちプラントの最適あるいは最大規模は，年々の相対価格の変動と需要規模の増大の下に変化していくことが知られる。換言すれば，$L=\alpha_L X^{\beta_L}$，および$K=\alpha_K X^{\beta_K}$の各パラメタの大きさが，年々の与えられた条件の下で，そのプラントの不分割性の単位を決定するのである。

以下の節で，実際に，この設備（プラント）の不分割性の単位の測定を試みよう。

（7） 技術的規模の経済性の検出

7.1 測定の目的

前節までで，ある特定の部門では，その生産プロセスに，技術的規模の経済性が，工学的法則に基づいて存在する可能性のあることを説明した。

ととときさらにこの場合には企業の生産物単位当り費用の極小行為が行なわれるとすれば，その行為はプラントの最適規模を決め，その結果，プラントに不分割性の単位が発生することをモデル化した。さらにその不分割性の単位は，年々の要素価格体系の変化に応じて変動することを述べた。もしこの三点が確認されれば，それらは互いに相まって従来の生産可能集合の凸性の仮定に矛盾する結果を導くだろう。われわれは，この技術的規模の経済性の有無を，可能な限り厳密に検証しようと試みる。これは生産関数の測定問題である。計測の第二段階として，もし，各投入過程に

技術的な規模の経済性が見出されるならば，年々の要素相対価格の変化に対応して変化する設備の不分割性の単位（プラントの最適能力規模 x^0）を測定すれことができるであろう。この不分割性の単位が年々大きくなることが確認されたとすれば，この最適能力以下の規模のプラントは，その時点の社会では，それ以上の規模をもつ他のプラントよりも非効率的であることを示すことになる。

7.2 変数記号

以下，単一商品の生産プロセスに関し，小文字は理論変数，大文字は，それに対応した観測変数とする。

(i)理論変数

x：plant能力（ton）（設備のindivisibilityの単位）

l：xの生産のために必要とされる労働投入量

h：xの生産のために必要とされる延労働時間

k：プラントの建設費用（不変価格表示の資本）

(ii)観測変数；観測点は個別事業所（個表）である。

X_i：i番目の事業所（production unit）の生産量

L_i：X_i生産のために必要な労働投入量

H_i：X_i生産のために必要な延労働時間

$\bar{X}$：事業所平均能力

$\bar{H}$：事業所の平均延労働時間

$X=\sum_{i=2}^{N} X_i \quad H=\sum_{i=1}^{N} H_i$

N：事業所数（あるいは標本数）

(iii)両者の対応関数

$X=\sum_i X_i=N\bar{X}_i\equiv nx$ が恒等的に成立する。

λ：労働投入係数 $\lambda=\dfrac{H}{X}=\dfrac{\bar{H}}{\bar{X}}$

7.3 諸仮定

前述のように，技術的な規模の経済性を発生させる最も基本的な要因は，プラントに体化された技術の特性である。そこでまず，第 j 商品の生産に使用されるプラントの技術特性関数及び資本の投入関数

(7.1) $x_{ij}=f_{ij}(x_j)$，$i=1, 2, \cdots, n$，原材料投入関数

(7.2) $l_j=g_j(x_j)$，　労働投入関数

(7.3) $k_j=h_{ij}(x_j)$，$i=1, 2, \cdots, n$，資本投資関数

の関数型に関して，次の特定化を行なう。

$$(7.4)\quad x_{ij}=a_{ij}\,x_j^{\beta_{ij}},\quad i=1,\ 2,\ \cdots,\ n,$$

$$(7.5)\quad l_j=\alpha_{Lj}x_j^{\beta_{Lj}}$$

$$(7.6)\quad k_j=\alpha_{Kj}\,x_j^{\beta_{Kj}}$$

ここで，前項でのべた生産主体の行動モデルを明確にするため，あらかじめ次の仮定を設ける。(23)

仮定1．すべての $i=1,\ 2,\ \cdots,\ n$ に対して，

$\beta_{ij}=1$；原材料投入に関する固定係数

仮定2．$\beta_{Lj}<1$；労働投入に関する技術的規模の経済性

仮定3．$\beta_{Kj}>1$；資本投入に関する規模の非経済性

仮定4．各生産主体は，与えられた要素相対価格の下で，生産能力単位当りの費用

$$C=\frac{\sum P_i x_{ij}+wl_j+rk_j}{x_j}$$

を最小にするようにプラントの最適能力規模 x^0 が定められる。

7.4 計測のための理論モデル

前項の諸仮定を充たすとすれば，確かにプラントの最適能力すなわち，設備の indivisibility 最適単位 x^0 が決定されることになる。この設備の不分割性の発生は，いうまでもなくプラントの技術特性関数の形状に起因している。そこでこの特性関数のパラメタの測定を試みることにしよう。

まず，第 j 商品の生産過程で使用されるプラントの技術的 efficiency を次の式で近似する。

$$(7.7)\cdots\cdots\cdots\ l=\alpha_0 x^{\beta_0}\quad 但し，\alpha_0>0,\ 1>\beta_0>0$$

ここに x は単位プラントの能力規模（物量ターム，ton）であり，l はその単位プラントを運転するのに必要な労働投入量である。

いま (7.7) 式 $l=\alpha_0 x^{\beta_0}$ 曲線上である時点の最適能力規模 x_1 が定まったとしよう。このプラントを増設して社会全体で n 基のプラントが稼動している場合，それに必要な全労働投入を $L'(n)$ とする。このとき L' と nx_1 の関係式が図2の $l=\alpha_0 x^{\beta_0}$ 曲線上の点Aにおける接線で表わされるもの仮定しよう。

最適能力が x_k のときこの接線は，一般に

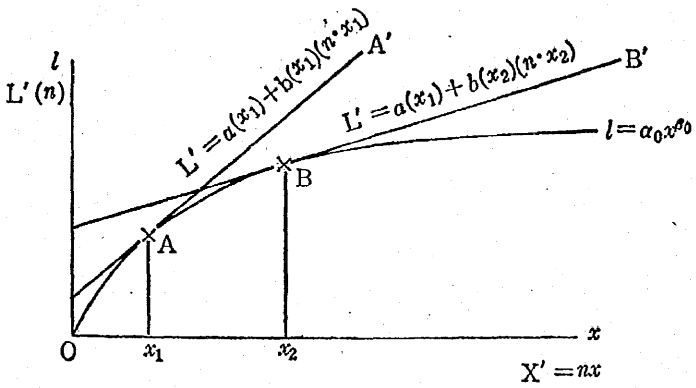
$$(7.8)\cdots\cdots\cdots\ L'=a(x_k)+b(x_k)(n\cdot x_k)\qquad x_k:\text{given}$$

あるいは $X'=nx_k$ と表わすと

$$(7.8)'\cdots\cdots\cdots\ L'=a(x_k)+b(x_k)X'$$

注(23) $\beta_{ij}\doteqdot 1$，$\beta_{Lj}<1$，の仮定は，これまでになされたすべての計測（クロスセクション分析）でほぼ経験的に確かめられている仮定である。尾崎〔18〕，Ozaki〔14〕参照。

図　2



と書ける。

命題〔I〕　逆にいえば (4.1) 式 $l=\alpha_0 x^{\beta_0}$ 曲線は AA′線，BB′線等の包絡線を対数線型で近似したものとして定義される。

プラントの技術特性としてわれわれが知りたいのはこの曲線のパラメタ値である。

(7.8) 式の常数項 $a(x_k)$ と勾配 $b(x_k)$ は (7.7) 式のパラメタを用いると次のように表わせる。

$$(7.9)\ \cdots\cdots L'=\underset{a(x_k)}{\underset{\|}{\left\{(1-\beta_0)\alpha_0 x_k^{\beta_0}\right\}}}+(\underset{b(x_k)}{\underset{\|}{\beta_0\alpha_0 x_k^{\beta_0-1}}})\underset{(n\cdot x_k)}{\underset{\|}{X'}}$$

(7.7) 式と (7.9) 式は，H. B. Chenery が費用関数のタームで，それぞれ long-run cost curve および Intermediate cost curve と呼んだものに形式的には対応している (Chenery〔3〕)。

このとき理論的には，第2図から，次のような条件を充たすことが期待される。

(i)　$a(x_k)>0$，$b(x_k)>0$　(但し $x_k=0$ を除く)

(ii)　$\dfrac{da(x_k)}{dx_k}>0$，$\dfrac{db(x_k)}{x_k}<0$

(iii)　n または x_k の増大につれて労働投入係数 λ は減少する。

(i) と (iii) は，$a(x_k)>0$ である限り，たとえ x_k が一定であっても n の増加は，単位労働力投入量を減少させる効果をもつことを示す。(ii) はプラント能力 x_k が増加するにつれて，接線の截片項 $a(x_k)$ は増大し，勾配 $b(x_k)$ は減少して行くことを示している。次項以下で，これらの性質が現実に観測されるかどうかを調べることにしよう。

7.5　データ

計測に用いられたデータは，労働生産性調査個表（昭和30～39年，43年～48年）洋紙・板紙である。この調査の特徴は，よく定義された商品毎の物量単位の生産量X (ton) と，そのプロセスの直接労働投入時間を調査していることであって，技術構造の分析にとってきわめて詳細なデータを与

える。この労働生産調査は，次の諸点に関し，最適の性格を具えている。

(イ) よく定義された商品分類の下に，各商品毎の産出-投入に関する調査がなされている。

(ロ)年間産出量水準は物量 (ton)，労働量はその商品生産のために投入された直接1年間労働時間を事業所別に調査している。

(ハ)同一商品について，約20年間のデータが得られる。

したがって，製品価格の時系列変動を考慮することなく，純粋に投入函数を測定できる。

20年近くに亙るこのような調査は，筆者の知る限り他に存在しない。

7.6 計測結果

さて，労働生産性調査の個表を用いて，上述のモデルを計測した結果を以下に吟味してみよう。

i) 計測A：まず，各年毎の個別事業所を単位とするクロスセクション分析から始める。

計測式は先の (7.8)′ 式の計測式

$$(7.10)\quad H_i = a + bX_i + u_i \quad 但し，u_i はランダム変数$$

である。計測の結果は (表1-1) および (表1-2) に示されている。

これらの表を図示したものが，図3，図4である。明らかに次の事実が観察される。

観測事実Ⅰ：各年次ともにプラス截片 $\hat{a}$ および $\hat{b}$ が有意に計測される。

(表1—1) クロスセクション分析結果

板紙　　$H = a + bX$　　X；各プラントの生産量 (ton)　H；各プラントごとの労働時間数

	$\hat{a}$	(t-Value)	$\hat{b}$	(t-Value)	r	Nプラント数	$\overline{X}$(トン) 平均生産量	$\overline{H}$ 平均労働時間	$\lambda=(\overline{H}/\overline{X})$ 労働生産性の逆数
1955(S.30)	9659	(1.04)	20.79	(13.69)	0.9575	18	3989	92596	23.21
1956(S.31)	24046	(1.84)	17.39	(10.51)	0.9201	21	5492	119550	21.77
1957(S.32)	14196	(1.44)	15.74	(13.40)	0.9416	24	5560	101732	18.30
1958(S.33)	25512	(1.30)	16.01	(7.10)	0.7965	30	5993	121455	20.27
1959(S.34)	35367	(2.10)	11.22	(8.93)	0.8525	31	9653	143647	14.88
1960(S.35)	80445	(3.67)	5.36	(4.95)	0.6590	33	12792	148965	11.65
1961(S.36)	67127	(1.87)	5.75	(4.10)	0.5591	38	15638	157102	10.05
1962(S.37)	78047	(3.83)	4.02	(5.13)	0.6557	36	16726	145309	8.69
1963(S.38)	72122	(3.83)	4.16	(6.47)	0.7199	40	17980	147066	8.18
1964(S.39)	66732	(3.51)	4.16	(7.71)	0.7811	39	21311	155446	7.29
1965(S.40)	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1966(S.41)	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1967(S.42)	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1968(S.43)	93504	(7.50)	4.27	(12.68)	0.8585	58	27558	211128	7.66
1969(S.44)	94872	(8.61)	3.54	(17.18)	0.9140	59	37338	226890	6.08
1970(S.45)	117252	(11.22)	2.79	(14.27)	0.8852	57	36846	220158	5.98
1971(S.46)	107148	(10.03)	2.48	(14.06)	0.8788	59	39762	205854	5.18
1972(S.47)	111846	(10.42)	2.31	(13.32)	0.8675	59	40920	206370	5.04
1973(S.48)	105456	(10.72)	1.75	(13.48)	0.8719	58	50916	194736	3.83

（表1―2）

洋紙　　$H = a + bX$

	$\hat{a}$	(t-Value)	$\hat{b}$	(t-Value)	r	N	$\overline{X}$	$\overline{H}$	$\lambda=(\overline{H}/\overline{X})$
1955(S.30)	34306	(4.24)	25.59	(24.03)	0.9709	36	05609	177845	31.71
1956(S.31)	44734	(4.28)	22.72	(20.12)	0.9572	38	06353	189061	29.76
1957(S.32)	44662	(3.76)	22.14	(19.94)	0.9587	36	07294	206155	28.26
1958(S.33)	36270	(2.63)	20.99	(14.50)	0.9203	39	06825	179554	26.31
1959(S.34)	39015	(2.67)	20.77	(23.09)	0.9628	43	08798	221705	25.20
1960(S.35)	35186	(1.78)	22.54	(14.28)	0.9052	46	08468	226058	26.70
1961(S.36)	47577	(2.97)	16.58	(16.00)	0.9238	45	09734	208949	20.95
1962(S.37)	62405	(4.36)	16.15	(20.06)	0.9602	35	11571	249282	21.54
1963(S.38)	63115	(3.08)	14.41	(13.20)	0.9169	34	13044	251135	19.25
1964(S.39)	68063	(4.32)	12.03	(14.23)	0.9253	35	13026	224792	17.26
1965(S.40)	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1966(S.41)	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1967(S.42)	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1968(S.43)	107322	(16.76)	5.20	(22.76)	0.8650	175	08832	153240	17.35
1969(S.44)	173220	(9.14)	4.13	(14.37)	0.6716	251	23940	271992	11.36
1970(S.45)	184560	(11.34)	3.16	(15.57)	0.7097	239	28818	275694	9.57
1971(S.46)	172284	(9.77)	3.27	(14.26)	0.6809	235	28344	265056	9.35
1972(S.47)	180102	(9.85)	3.05	(13.72)	0.6706	230	28494	266946	9.37
1973(S.48)	172878	(10.61)	2.62	(15.47)	0.7157	228	34854	264216	7.58

図　3

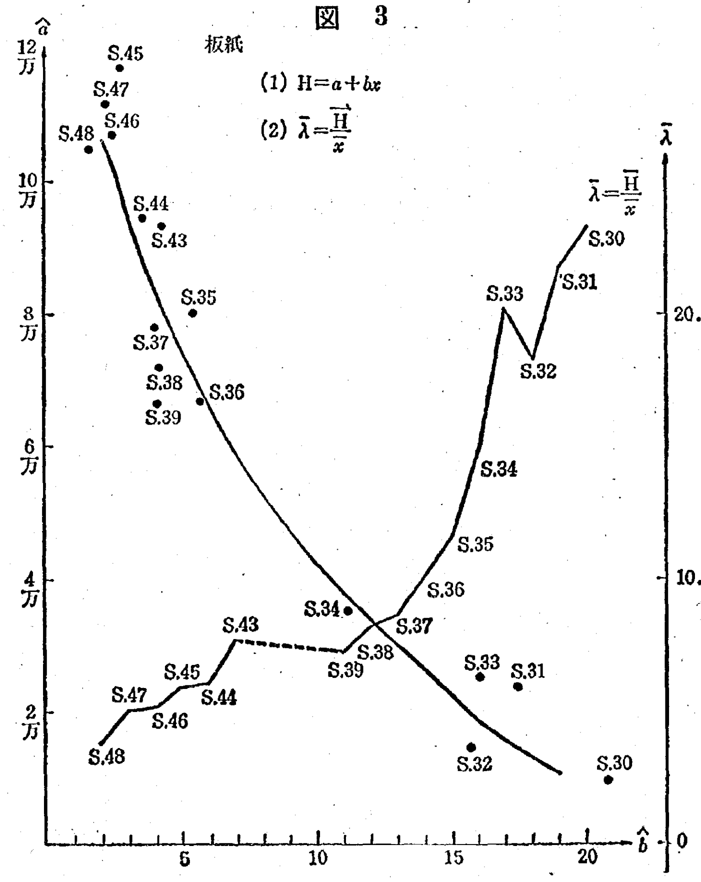
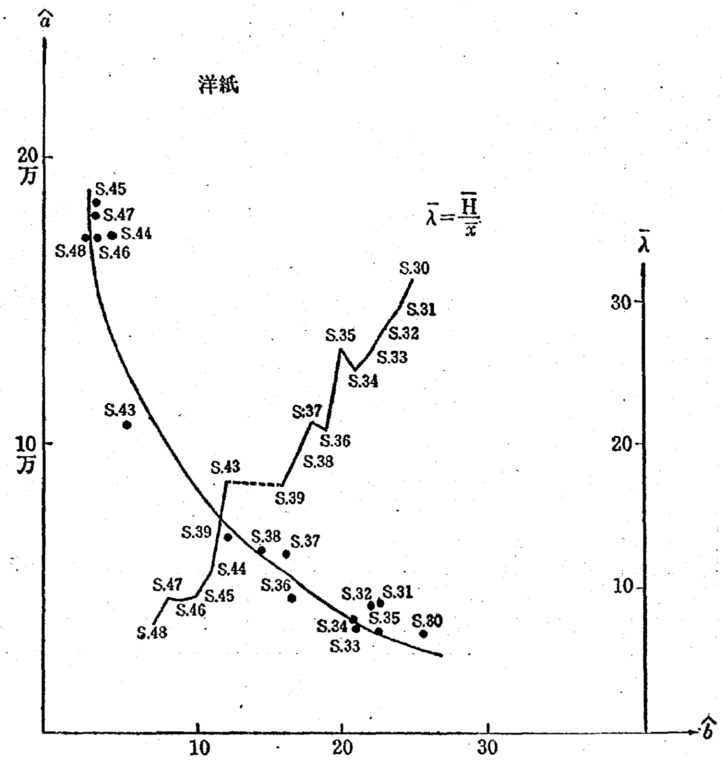


図　4



観測事実Ⅱ：年々截片 $\hat{a}$ は増大，勾配 $\hat{b}$ は減少の傾向をもつ。

観測事実Ⅲ：年々事業所平均生産量 $\bar{X}$ は増大，平均労働投入係数（$\bar{\lambda}$）は減少。

これらの観測事実Ⅰ，Ⅱ，Ⅲは，先に示したモデルの性質 (i)，(ii)，(iii) と整合的な結果を与えている。

ii) 計測B：　次に，昭和30年〜48年にかけての時系列分析の結果を調べる必要がある。

表2　時系列分析結果

1955〜1964年時系列		log α	(t-Value)	β	(t-Value)	γ
板紙	$\bar{H}=\alpha\bar{X}^{\beta}$	3.9865	(23.01)	0.2833	(6.54)	0.9072
	$H=\alpha X^{\beta}$	3.8097	(16.72)	0.5091	(12.25)	0.9711
洋紙	$\bar{H}=\alpha\bar{X}^{\beta}$	3.8842	(14.52)	0.3626	(5.39)	0.8703
	$H=\alpha X^{\beta}$	4.6150	(7.39)	0.4076	(3.68)	0.7628

計測は二通りある。一つは各年の全事業所の平均労働時間 $\bar{H}$ と，平均生産量 $\bar{X}$ を標本点とした次式

$$(7.11)\quad \bar{H}=\alpha\bar{X}^{\beta}$$

を計測したものであり，他は，各時点の個表（個別事業所）をそのまま標本点として，これらを時系列にプールした場合の，次式

(7.12)　$H_t=\alpha X_t^{\beta}$

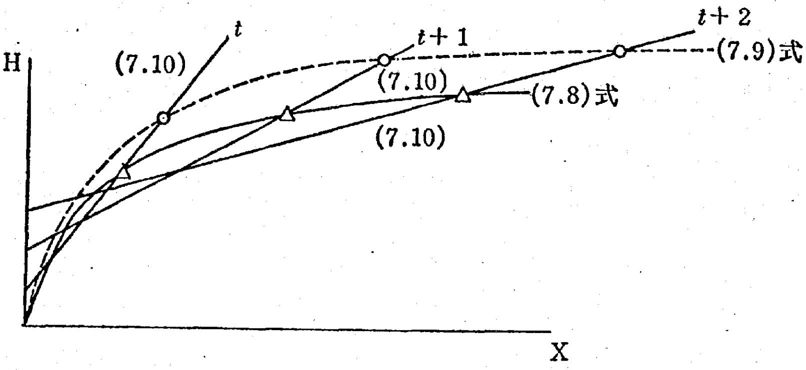
を計測することである。計測の結果は，表2に示されている。（表1，表2ともに計測結果は統計的にきわめて安定した値を示している）

計測Aと計測Bの結果を重ね合わしてこれを図示すると，図5のようになる。

このことから，次のような観測事実が得られるであろう。

観測事実Ⅳ：図5のように（7.10）式は（7.11）式および（7.12）式をともに切る。

図　5



7.7　理論モデルと観測事実〔Ⅰ～Ⅳ〕の対応関係

ここで，先の理論図式が期待さられる条件と計測結果の値との相違を明らかにしなければならない。

いま理論式（7.8）または（7.8）′式に対しては計測式（7.10）式（クロスセクション）を用い，他方，理論式（7.7）式に対しては（7.11）または（7.12）式の計測（時系列）を対応させてみよう。

(a)前節(i)，(ii)の条件は，先の観測事実Ⅰ，Ⅱ，Ⅲと矛盾しない。すなわち，計測Aにおいて

(7.10)　$H=a+bX$　(i)′　$\hat{a}_t>0$，$\hat{b}_t>0$
（クロスセクション）
(ii)′　$\bar{X}$の増大につれて$\hat{a}_t$は増大，$\hat{b}_t$は減少
(iii)′　$\bar{X}$の増大につれて，$\lambda=\dfrac{\bar{H}}{\bar{X}}$は減少

(b)しかるに，計測B〔時系列分析〕の結果を先のクロスセクション分析の結果と比較すると，理論図式（7.7）と（7.8）の関係は明らかに矛盾していることがわかる。（図2と図5参照）

つまり，理論モデルの（7.7）$l=\alpha_0 x^{\beta_0}$式は（7.8）式$L'=a(x_k)+b(x_k)\cdot X'$の包絡線であるのに対し，計測Bにおける観測事実Ⅳでは，（7.11）または（7.12）式が，（7.10）式に接しないで，明らかに，このクロスセクション計測式を切っているからである。

(c)以上のような観測事実（Ⅳ）と理論上要請される条件との非整合性はどのように解釈されるのか，これが次の問題となる。

まず観測上の（標本）単位と理論上定義された設備の単位の関連を明確にしなければならない。実験データは production unit（事業所別の個表）を標本点とした（X_t，H_t）。しかし，理論上定義

された x あるいは任意の値 x_k は，それが一度採択されると，それ以上分割不可能（indivisibility）な単位プラント（plant unit）の能力であって，前者は後者の複合体としての単位に過ぎない。理論上要請されるのは，プラント能力 x あるいは x_k の方である。

そこで，ある時点で x_k が採択されたとき，任意の事業所の生産能力 X_i と基本単位 x_k の間には，次式が成立しているとみなす。

$$(7.13)\quad X_i = n_i x_k \qquad (i = 1,\ 2,\ \cdots)$$

明らかに $n=1$ の場合を除いて観測される個別事業所の生産能力 X_i と理論的な基本単位 x_k とは同一ではない。[(24)] これが理論モデルと実際の観測結果との乖離の第1の問題である。

(d)次に，理論式（7.8)′式（x_k が定ったときの接線の式）

$$(7.8)'\quad L' = a(x_k) + b(x_k)\cdot X',\ \text{但し}X_i' = nx_k$$

を推定するのに各年次のクロスセクション計測式

$$(7.10)\quad H_i = a + bX_i$$

を用いた点が検討されなければならない。そこで，次のように考える。各年次において，その時点で与えられた総需要量や要素相対価格の与件の下で技術的に，最も efficient な $x_k(t)$ が只一つ決定されていると考えよう。そのとき，同時点に存在するすべての事業所の生産能力 $X_i(t)$ は，次のように表わされる。

$$(7.13)'\quad X_i(t) = n_i(t)\cdot x_k(t)$$

(7.13)′式は，各時点には，その時点に固有の最適能力規模 x_k が只一つ実現しているということを意味している。この設定の有効性は，(イ)モデルの簡潔性，(ロ)その操作可能性および(ハ)計測結果の統計的安定性の基準によってのみ判定される。次節ではこの仮定を基礎にして，実験計画を組むことにしよう。[(25)]

7.8 α_0，β_0，$x_k(t)$ の測定（$l = \alpha_0 x^{\beta_0}$）

7.8.1 まず $l = \alpha_0 x^{\beta_0}$ 曲線上の各点における接線の式を計測することから始めよう。前節の(7.13)′ の関係を認める限り，理論式 $l = \alpha_0 x^{\beta_0}$ 上の各点の接線

$$(7.8)'\quad L' = a(x_k) + b(x_k)X' \cdots\cdots\quad \text{但し，}X' = nx_k$$

において，$X_i'(t) = X_i(t) = n_i(t)\cdot x_k(t)$ が成立する。H_i に関しては，計測式は $H_i = a + bX_i$ であった。この式は $L' = a(x_k) + b(x_k)X'$ と同型であるから，X' の代りに X_i，L' の代りに H_i をお

注(24) $X_i = n_i x_k$ あるいは $X = \sum_i X_i = nx_k$ 等の関係式は，生産主体（production unit）の size の決定いとう経済学的問題を，単位設備（plant unit）の size の決定という工学的な問題に転換することを可能にする。その場合，x_k と n がいかに決定されるかの図式を必要とする。

(25) 実際問題として，構造変化や技術変化の問題は，長期の問題である。この視点からは，各年次毎に定まる $x_k(t)$ の推定とその変化を測定することが最も重要であると考える。

くことができる。そこで計測式は次式となる。

$$(7.14)\quad H_t = a(x_k) + b(x_k)\cdot X_t \cdots\cdots \text{各時点で } x_k = \text{given}$$

このようにして（7.14）式の計測によって理論式（7.8）式のパラメタの推定が得られる。各時点毎にL. S法で推定されたクロスセクション推定値が $\hat{a}$，$\hat{b}$ として表1-1，表 1-2 に示されている。（$\hat{a}$，$\hat{b}$ は a，b の不偏推定値である。）

以上のように，理論の要請する（7.9）式の $a(x_k)$，$b(x_k)$ の推定値が得られるが，いまだ各時点の x_k が得られたわけではない。

7.8.2 各接線の式（7.9）が得られたから，次に命題〔I〕(page 21) によって，その包絡線を求めよう。包絡線が対数線型ならば，

$$(7.7)\qquad l = \alpha_0 x^{\beta_0}$$

と表わせる。このとき接線（7.8）式は，次の（7.9）式となる。

$$(7.9)\qquad L' = \left\{(1-\beta_0)\alpha_0 x_k^{\beta_0}\right\} + (\beta_0\alpha_0 x_k^{\beta_0-1})X'$$

あるいは

$$(7.9)'\qquad \left\{\begin{array}{l} a(x_k) = (1-\beta_0)\,\alpha_0 x_k^{\beta_0} \\ b\,(x_k) = \beta_0\alpha_0 x_k^{\beta_0-1} \end{array}\right.$$

(7.9)′式から，各時点で次式が成立つ。

$$(7.15)\qquad x_k(t) = \frac{\beta_0}{(1-\beta_0)}\cdot\frac{a(t)}{b(t)}$$

(7.15) と (7.9)′の一つの式から次式が成立する。

$$(7.16)\qquad a = \left\{\alpha_0^{\frac{1}{1-\beta_0}}\cdot(1-\beta_0)\beta^{0\frac{\beta_0}{1-\beta_0}}\right\} b^{-\frac{\beta_0}{1-\beta_0}}$$

そこで前節5.1で得られた $\hat{a}(t)$，$\hat{b}(t)$ 系列から，時系列分析で，

$$(7.17)\qquad \hat{a} = \mathrm{A}(\hat{b})^{\mathrm{B}} \text{ あるいは} \log\hat{a} = \log\mathrm{A} + \mathrm{B}\log\hat{b}$$

を計測する。ここに $\mathrm{B} = -\dfrac{\beta_0}{1-\beta_0}$，$\mathrm{A} = \left\{\alpha_0^{\frac{1}{1-\beta_0}}\cdot(1-\beta_0)\beta_0^{\frac{\beta_0}{1-\beta_0}}\right\}$

このようにして，β_0，α_0，$x_k(t)$ の推定値が得られる。

7.8.3 集計データによる β_0 の近似推定（$n(t)$＝一定の場合）

これまでの展開は，ミクロ情報にもとづく各年次のクロスセクション推計値から，その包絡線として β_0 を得るという方法であった。

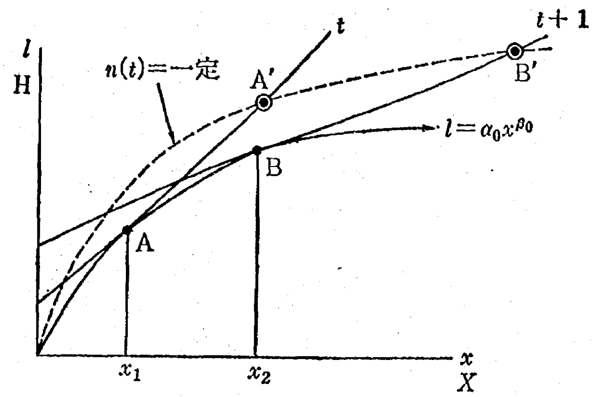
いま，各年次の集計データHおよびXを用い

$$(7.18)\qquad \mathrm{H} = \mathrm{AX^B}$$

を時系列で測定した場合，Bと β_0 の関係を調べてみよう。

$X(t)=n(t)\cdot x_k(t)$ が成立しているとき，$n(t)=$一定の場合を考える。

図 6



$$\text{(7.19)}\qquad H=(1-\beta_0)\cdot\alpha_0 x^{\beta_0}+\beta_0\alpha_0 x^{\beta_0}\cdot n=An^B x^B$$

$$\therefore\{(1-\beta_0)+n\beta_0\}\alpha_0 x^{\beta_0}=An^B x^B(n=\text{一定})$$

このとき $\dfrac{\alpha H}{dx}=\dfrac{1}{n}\left(\dfrac{dH}{dx}\right)=\dfrac{1}{n}\left\{\beta_0(1-\beta_0)\alpha_0 x^{\beta_0-1}+\beta_0 n\beta_0\alpha_0 x^{\beta_0-1}\right\}$

$$=\left\{\frac{1}{n}(1-\beta_0)+\beta_0 n\right\}\beta_0\alpha_0 x^{\beta_0-1}\qquad\therefore B=\frac{\dfrac{\alpha H}{dX}}{\dfrac{H}{X}}=\frac{\left\{\dfrac{1}{n}(1-\beta_0)+\beta_0 n\right\}\beta_0\alpha_0 x^{\beta_0-1}}{\dfrac{1}{n}\left\{(1-\beta_0)\alpha_0 x^{\beta_0-1}+n\beta_0\alpha_0 x^{\beta_0-1}\right\}}=\beta_0$$

βについての実際の計測値は次の表で示されている。(26)

		枚　紙	洋　紙
各年次ごとのクロスセクション直線の包絡線として推定された値		$\beta_0=0.4817\sim0.5116$	$\beta_0=0.4290\sim0.4360$
（集計データの時系列分析）	$H=\alpha_L X^{\beta_L}$	S. 30～S. 39 $\hat{\beta}_L=0.5091$	S. 30～S. 39 $\hat{\beta}_L=0.4076$
	$\bar{H}=\bar{\alpha}\bar{X}_L{}^{\beta_L}$	$\bar{\beta}_L=0.2833$	$\bar{\beta}_L=0.3626$

この表の結果は，時系列データ分析のみを用いる場合（事業所別平均$\bar{H}$，$\bar{X}$のデータを用いるよりも）集計値H，Xのデータを用いた方がよい推定値を与えることを示している。これは前項で与えられた商品ベース生産関数の時系列計測結果に理論的・ミクロ的根拠を与えるものである。

注(26)　截片項α_0とAの関係については次のような関係が成り立つ。（$l=\alpha_0 x^{\beta_0}$，$H=AX^B$）

$$\alpha_0\{(1-\beta_0+n\beta_0\}=n^{\beta_0}A$$
$$\therefore A=\alpha_0\left\{\frac{1-\beta_0}{n^{\beta_0}}+\beta_0 n^{1-\beta_0}\right\}$$
$$n=1;\ A=\alpha_0$$
$$n\to\infty;\ A\to\infty$$

そこで，$n>1$ならば，集計変数による常数項Aはnの増大と共に増加する。このことは，観測事実Ⅳと整合的な結果を与える。

7.9 ──まとめにかえて──商品に固有の技術特性 β_0 と単位プラント（plant unit）の能力 $x_k(t)$ の意味は次の通りである。

命題〔II〕；時点 t において多数事業所が同一商品を生産するとき，全事業所に共通の不分割性の単位，$x_k(t)$ が存在する。各事業所の能力は $X_i = n_i x_k(t)$ で表わせれる。また全生産能力 Xは，$X = \sum_i X_i = NX = n x_k(t)$ で表わされる。

命題〔III〕；$x_k(t)$ は t 時点に存在する設備の indivisibility の単位でもある。$x_k(t)$ がそれ以上分割不可能であるために n の増大は λ の減少をもたらし，さらに x_k の増大は λ_0 の減少を加速して，特に装置工業において規模の経済性の効果を発揮させる。

命題〔IV〕；$0<\beta_0<1$ の大きさは，商品毎に異なるが，$\beta_0<1$ の存在が各 sector で使用される資本設備の $x_k(t)$ を決定する。もし $\beta_0=1$ ならば設備の不分割性は存在せず規模の経済性は働かない。

命題〔V〕；β_0 と $x_k(t)$ は異質資本の技術特性を比較可能にする。

以上，この稿では，資本設備（plant）に体化された，規模の経済性の検出と，それに起因する不分割性の単位の測定結果を展開した。実験計画上の問題としては，毎年のクロスセクション分析による計測式の変位（shift）と，長期時系列分析による生産関数計測式の対応関係に焦点を合わせた。

これらの結果は，次の二つの意味をもっている。一つは，生産関数計測に関する方法論上の問題である。従来問題とされてきたクロスセクション分析と長期時系列分析の関係について，この研究では基本的にはクロスセクション計測式の包絡線として長期時系列計測式が導出され得るということを明らかにした。技術変化の測定は，異時点間にわたる生産関数のシフトとして把握されるから，通常は時系列分析結果を利用せざるを得ない。前稿の各部門の技術の型の決定も，長期時系列分析に基づくものであった。本稿の分析は，これら時系列分析に一つの分析的基礎を与えたものと考えられる。他は，資本設備に体化された規模の経済性という技術特性の検出である。この特性に基づく設備の不分割性の発生は，後発国経済の発展過程に対し最大容量をもつ先端技術の導入を阻害する要因となる。さらに，本稿で確認した規模の経済性の効果の検出は，構造変化を含む動学体系の基礎を形成するであろう。これらについては次稿で展開される。

関連論文

〔1〕 Arrow, K. J. and Hahn, F. H. 〔1971〕: "General Competitive Analysis," Hoden-Day, Inc. and Oliver & Boyd, 1971; 福岡正夫，川又邦雄訳『アロー・ハーン一般均衡分析』岩波書店 1976.

〔2〕 Chenery, H. B. 〔1949〕: "Engineering Production Functions," Q. J. E., Vol. 63.

〔3〕 Chenery, H. B. 〔1953〕: "Process and Production Functions from Engineering Data," In *Studies in the Structure of the American Economy*, ed. Leontief, Oxford.

〔4〕 Fisher, F. M. 〔1965〕: "Embodied Technical Change and the Existence of an Aggregate Capital Stock," *Review of Economic Studies*, 32.

〔5〕 Fisher, F. M. 〔1968〕: "Embodied Technology and the Existence of Labour and Output Aggregates," *Review of Economic Studies*, 35.

〔6〕 Fisher F. M. 〔1969〕: "Approximate Aggregation and the Leontief Conditions,"*Econometrica*, 37.

〔7〕 Fisher, F. M. 〔1969〕: "The Existence of Aggregate Production Functions," Econometrica, 37.

〔8〕 Houthakker, H. S. 〔1955-56〕: "The Pareto Distribution and the Cobb-Douglas Production Function in Activity Analysis," *Review of Economic Studies*, 23.

〔9〕 Johansen, L. 〔1972〕: *Production Functions, An Integration of Micro and Macro, Short Run and Long Run Aspects*, Amsterdam: North-Holland Publishing Company.

〔10〕 Leontief, W. W. 〔1970〕: "The Dynamic Inverse," *Contributions to Input-output Analysis*, Proceedings of the Fourth International Conference on Input-Output Techniques, Geneva, 1968. Vol. 1.

〔11〕 Leontief, W., "Structural Change" & "Dynamic Analysis," in Studies in the Structure of the American Economy by W. Leontief et al. (New York: Oxford University Press, 1953)

〔12〕 McLeod, A. N. and Hahn, F. H. 〔1949〕 "Proportionality, Divisibility, and Economies of Scale: Two Comments" Quarterly Journal of Economics, Vol. 63. 1949.

〔13〕 小尾恵一郎〔1956〕"生産構造の計測と与件——生産函数計測における工学的資料の援用について——" 三田学会雑誌49巻5号，1956年5月。

〔14〕 Ozaki, I. 〔1970〕: "Economies of Scale and Input-Output Coefficients," in *Input-Output Techniques*, Vol. 2, *Applications*, ed. A. P. Carter and A. Bródy (Amsterdam: North-Hollan Publishing Co., 1970).

〔15〕 Ozaki, I. 〔1976〕: "The Effects of Technological Changes on the Economic Growth of Japan, 1955-1970," in *Advances in Input-Output Analysis*, ed. Polenske and Skolka (Cambridge, Mass. : Bollinger Publishing Co.

〔16〕 Sato, K. 〔1975〕: *Production Fnnctions and Aggregation*, North-Holland, 日本語版，佐藤和夫『生産関数の理論』創文社，1975.

〔17〕 Dorfman R., Samuelson P. A. & Solow R. M. 〔1958〕: "Linear Programming and Economic analysis, 安井・福岡・渡辺・小山訳『線型計画と経済分析』岩波書店，昭和 34.

〔18〕 尾崎巌〔1967〕"規模の経済性とレオンティエフ投入係数の変化" 産業研究所シリーズ No. 195, 慶應義塾大学産業研究所。

〔19〕 尾崎巌〔1978〕"生産関数論覚書——検証の視点から——" 経済研究 1978年7月号。

〔20〕 尾崎巌〔1980〕"経済発展の構造(一)" 三田学会雑誌72巻6号，1980年。

尾崎　巌（経済学部教授）
清水　雅彦（経済学部助教授）