Title	非基礎財の価格について
Sub Title	On the price of non-basics
Author	細田, 衛士
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1979
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.72, No.6 (1979. 12) ,p.847(155)- 858(166)
JaLC DOI	10.14991/001.19791201-0155
Abstract	
Notes	研究ノート
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19791201-0155

非基礎財の価格について

細田　衛士

序

スラッファ〔5〕にしたがえば，すべての財は次の2つの種類に分けることができる。すなわち生産の過程で投入物として直接・間接すべての財の生産に用いられる財と，それ以外の財の2種類である。彼は前者を基礎財(basic commodity)，後者を非基礎財(non-basic commodity)と名づけた。両者のもつ性質の基本的な相違は，基礎財生産過程の技術条件は分配変数の決定に影響を与え，これを通じてすべての財の価格に影響を与える可能性があるのに反して，非基礎財生産過程の技術条件は分配変数に直接影響を与えることはなく，よって非基礎財グループの価格に影響を与えることはあっても，基礎財の価格に影響を与える可能性は全くないという点にある。これは両財のもつ性質の重要な差異のひとつであるが，忘れてならないもうひとつの大きな差異が両財にはあるのである。つまり，もしすべての財が基礎財であるならば，ある種の妥当な仮定の下に，可能なあらゆる利潤率の下ですべての価格は正になることが保証される。が，非基礎財が体系に含まれている時，負の価格の生じる可能性が出てくるのである。負の価格というのは実際意味がないが，これは，すべての生産過程で均等な利潤率が技術的に受け入れられるとは限らないということを意味する。非基礎財の含まれる体系では，このように基礎財のみからなる体系とは異なった状況があるわけである。

ここではまずE. Zaghini にしたがって問題の所在を明らかにし（第1節），次にスラッファ体系の諸仮定等を吟味するとともに，問題を一般的な形で論じた上で（第2節），正の価格と利潤率均等化との間に矛盾がないような意味ある十分条件を備えた体系を命題として提示する（第3節）。そして，最後に示された命題が経済的にどのような意味をもっいるかを明らかにする（第4節）。

さて本論に入る前に，記号上の注意を与えておく。A，Bをそれぞれn行m列の行列とした時

$A>B$　はすべてのi，j（$i=1$，……，n，$j=1$，……，m）について$a_{ij}>b_{ij}$，

$A\geqq B$　はすべてのi，j（$i=1$，……，n，$j=1$，……，m）について$a_{ij}\geqq b_{ij}$，

$A\geq B$　は$A\geqq B$かつ$A\neq B$，

を意味する。ベクトルの場合の不等号もこれに準ずる。

第1節　問題の所在

Zaghini〔6〕にしたがって，次のような最も単純な2財モデルを見ることから始める。

$$
① \begin{cases} (a_{11}+a_{21}p_2)(1+r)=1 \\ a_{22}p_2(1+r)=p_2 \end{cases}
$$

このモデルでは，言うまでもなくrは利潤率，p_2は第2財の価格をあらわし，第1財が価値尺度財としてとられ，その価格は1としてある。a_{ij}は第j財1単位を生産するのに必要な第i財の量をあらわす。賃金はここでは生存費に等しく，a_{ij}の中に既に評価されていると仮定する(1)。この2つの財のうち第2財が基

注(1)　これは次のように考えれば良い。技術係数行列をA，労働投入ベクトルをa，価格ベクトルをp，利潤率をrとする。そして賃金として分配される生存に必要な財のバスケットを列ベクトル$d=\begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_n \end{bmatrix}\geqq 0$であらわす。このとき各産業で賃金部分は投入財と同様，物量的な水準としてあらわされる。つまり

礎財であり，第1財が非基礎財である。この単純なモデルから2つの重要な点，すなわち基礎財と非基礎財の基本的な相違点が見てとれる。まず①の第2式より

$$② \quad r^*=\frac{1-a_{22}}{a_{22}}$$

が得られる。②は体系の利潤率はもっぱら第2財，つまり基礎財生産過程の技術条件のみによって決定されるという事実をあらわしている。(2) 第1財つまり非基礎財の生産過程は，②によって決定される利潤率を，競争によって利潤率が均等化する限りにおいては，受け入れねばならない。この意味で，分配変数の決定については，基礎財は積極的な役割を果すのに反して非基礎財は追従的役割しか果さないのである。しかし，ここではこの点については論じない。むしろ興味をもつのは次の点である。

②は基礎財生産過程から導かれた利潤率の決定式であったが，一方非基礎財生産過程の利潤率は，今生産量を1単位としてあることより

$$③ \quad s=\frac{1-a_{11}-a_{21}p_2}{a_{11}+a_{21}p_2}$$

とあらわされる。この利潤率 s は p_2 の減少函数であるから，p_2の値が小さくなるほど s の値は大きくなる。よって仮にもし第2財が自由財になったと仮定すると，つまり $p_2=0$ になったと仮定すると，s はとりうべき最大の値に到達することになり，しかも③も②と同様に物量タームで表現できる。

$$④ \quad s^*=\frac{1-a_{11}}{a_{11}}$$

ここに s^* は非基礎財生産過程で技術的に受け入れることが可能な最大利潤率を意味することになるわけである。ここでもし，

$$a_{11}>a_{22}$$

であるならば，②，④より

$$s^*=\frac{1-a_{11}}{a_{11}}<\frac{1-a_{22}}{a_{22}}=r^*$$

となり，非基礎財生産過程は基礎財生産過程で決定される利潤率を受け入れることができない。上のような状況では，非基礎財生産過程で技術的に受け入れることの可能な値を利潤率が越えているのであるから，そもそも均等利潤率が成立しないわけである。しかるに，もし仮にこのような状態にあっても均等利潤率が成立すると仮定しよう。この時

$$\frac{1-a_{22}}{a_{22}}=\frac{1-a_{11}-a_{21}p_2}{a_{11}+a_{21}p_2}$$

となるが，これより

$$p_2=\frac{a_{22}-a_{11}}{a_{21}}$$

となる。$a_{11}>a_{22}$ なのだから，第2財の価格は負にならざるを得ない。(3) つまり，$a_{11}>a_{22}$ が成立するなら非基礎財の含まれる①の如き体系においては，利潤率の均等化の仮定と価格がすべて正になるということが両立しない事態が発生するのである。勿論，言うまでもなく上の推論から，

$$⑤ \quad s^*>r^* \Longleftrightarrow a_{22}>a_{11} \Longleftrightarrow p_2>0$$

$$da=\begin{bmatrix} d_1a_1 d_1a_2 \cdots\cdots d_1a_n \\ d_2a_1 d_2a_2 \cdots\cdots d_2a_n \\ \vdots \quad \vdots \quad\quad\quad \vdots \\ d_na_1 d_na_2 \cdots\cdots d_na_n \end{bmatrix}$$

である。いま仮に賃金部分が前払いされると仮定すると，次の式が成立する。

$$(1+r)pA+(1+r)pda=p$$

或いは

$$(1+r)p(A+da)=p$$

である。したがって $A^+=A+da$ とおけば上式は次のようになる。

$$(1+r)pA^+=p$$

よってA^+（つまり(a^+_{ij})）の中には既に賃金部分が入っていると考えられるのである。

注（2）②はニュメレールのとり方に依存しないことに注意。

（3）勿論，第2財をニュメレールとすれば，第1財の価格が負になる。

である。さてここで⑤の右半分，つまり

$$⑤' \quad a_{22} > a_{11} \Longleftrightarrow p_2 > 0$$

という点に着目してみる。これは，とりも直さず，非基礎財の含まれる体系では利潤率均等化の仮定の下に $p_2>0$ となる必要かつ十分な条件は $a_{22}>a_{11}$ ということである。この関係を初めて示したのは Newman である。(4) 我々はもっと一般的な形でこの条件を述べることができる。(5) しかしそれは次節に譲ることにして，次に⑤′ではなく⑤の全体を見ることにする。ここでは，$p_2>0$ は $a_{22}>a_{11}$ のみならず，$s^*>r^*$ とも同値であることが示されている。この $s^*>r^*$ なる条件に目を向けたのが，Zaghini であった。この条件の意味するところは次の通りである。つまり，基礎財生産過程の技術条件によってきまる利潤率が，非基礎財生産過程で技術的に受け入れることのできる最大の利潤率よりも小であるということである。そしてこの時，この時に限り第2財の価格は正になるのである。或いは，第2財の価格が負になるという事態は，基礎財過程できまっている利潤率が非基礎財過程で受け入れられる最大の利潤率を越えているという事態と全く同じことなのである。つまり，価格が負になるということは，非基礎財過程が均等利潤率を技術的に受け入れることができないということに他ならないわけである。この点を明らかにしたのが Zaghini なのであった。彼はこの $s^*>r^*$ なる条件を，economic viability の条件と呼んだのである。

以下本小稿の目的は，資本の有機的構成にかかわらせた時，どのような十分条件の下に Zaghini の言う economic viability が満たされるか，すなわち資本の有機的構成に関してどのような状態の時に非基礎財生産過程が均等利潤率を受け入れられうるかを提示することにあるのである。

第2節　諸仮定と体系の吟味

問題点をもっと一般的な形で述べ，後の議論のために明確化しておく必要から，スラッファの体系及び本質的な諸仮定をここに吟味し直すことにする。

スラッファ体系は次の基本的な方程式の形で述べられる。

$$⑥ \quad (1+r)pA+wa=p$$

ここで p は価格（行）ベクトル，a は労働投入（行）ベクトルをあらわし，r，w はそれぞれ利潤率，賃金率をあらわす。ここでは，1産業は1つの生産物しか生み出さないと仮定されているから，A は $n\times n$ の正方行列である。各産業の粗生産物の量は，単位を適当に選ぶことによって1単位とする。したがって a_{ij} は第 j 産業の粗生産物1単位を得るのに必要な第 i 財の量を意味する。また，規模に関して収穫不変の仮定はとられていないということに注意すべきである。つまり A は産出量に依存した行列なのである。

さて，もし体系内の n 個の財すべてが基礎財であれば技術係数行列 A は分解不可能である。ここで分解不可能とは次のように定義される。$N=\{1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ n\}$ とした時，N の部分集合 J，K，について

$$N=J\cup K,\ J\cap K\neq\phi \quad J\neq\phi,\ K\neq\phi$$
$$a_{ij}=0\ (i\in J,\ j\in K に対して)$$

となる時，A は分解可能というが，このような N の K，J への分割が存在しない時 A は分解不可能という。(6)

A が分解可能である場合，財の番号を適当につけかえて次のような形にすることができる。

注(4)　Newman〔3〕p. 67. 尚スラッファもこの問題に気付いていた。スラッファ〔5〕Appendix, C参照。

(5)　n 財の体系を考えて，技術係数行列が

$$A=\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ 0 & A_{22} \end{bmatrix}$$

となった時，⑥′にあたるものは

$$\lambda^*(A_{11})>\lambda^*(A_{22}) \Longleftrightarrow p>0$$

となるのである。勿論 $a_{22}>a_{11}$ の一般化されたものが $\lambda^*(A_{11})>\lambda^*(A_{22})$ である。このことは次節に詳しく述べられる。尚 $\lambda^*(A_{11})$ は A_{11} のフロベニウス根を表わす。

(6)　二階堂〔7〕p. 133 参照。

$$⑦\quad A=\left[\begin{array}{c:c} A_{11} & A_{12} \\ \hdashline 0 & A_{22} \end{array}\right]$$

ここで A_{11}，A_{22} はそれぞれ $k\times k$，$(n-k)\times(n-k)$ の正方行列である。以下ではAが分解可能である場合，簡単化のために A_{11} もA_{22} も分解不可能であること，また $A_{12}\geq 0$ が仮定される。この時第1財から第k財までが基礎財，それ以外は非基礎財である。以後非基礎財が含まれる体系では⑦のような行列が考えられているわけである。

次に以下で本質的となる仮定をここに述べることにする。

〈仮定1〉産出量したがって技術係数行列は所与とし，体系内に少なくとも1個の基礎財がある。

この仮定は，前にも述べた通りAは産出量に依存してきまり，産出量（ここではすべての財にわたって1単位とするから，その単位のとり方）は与えられていることを意味する。また基礎財が体系に必ず1個あるということからAが⑦のように分解可能である時 $A_{12}\geqslant 0$ が得られる。つまりAが分解可能であっても完全分解可能とはならないということが，この仮定より導かれる。

〈仮定2〉体系では均等利潤率が支配している。

実際，利潤率が均等化する条件それ自体が問題となるが，ここではこれを一応受け入れておくことにする。

〈仮定3〉(7) (viability) 粗生産物の（この場合要素がすべて1からなる）列ベクトルをyとした時

$$Ay\leqslant y$$

が成り立つ。

粗生産物のある部分は，投入物として諸生産過程に入ってゆくが，経済全体を見た時どの財についても粗生産物はこの投入物しとて各生産過程に入ってゆく総量をまかなうことができ，なおかつ少なくとも1つの財については純生産物がある，ということを意味している。これはスラッファ〔5〕では self-replacing state と呼ばれる条件であるが，これは次のことと同値である。つまり

$$⑧\quad \begin{array}{l} 0\leqq\sum_{j=1}^{n}a_{ij}\leqq 1 \text{（すべての } i=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ n \text{について）} \\ 0\leqq\sum_{j=1}^{n}a_{ij}<1 \text{（少なくともひとつの } i \text{ について）} \end{array}$$

である。

〈仮定4〉すべての産業について労働は不可欠な投入物である。

スラッファはこれを陽表的には仮定していないが，妥当な仮定であるように思われる。この仮定は $a_j>0$ $(i=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ n)$ 或いは $a>0$ を意味する。

さてこれだけの準備の下に前節での問題点を一般的な形で述べることができる。

まず体系に非基礎財が含まれない場合何ら問題はおきないことを示しておこう。この時Aは分解不可能であるが，$w=0$ の時利潤率は最大になり，この時の利潤率 r を r^* と記せば，⑥より

$$(1+r^*)\,pA=p$$

$$pA=\frac{1}{1+r^*}\,p$$

が得られる。$p>0$ なる条件は

$$\lambda^*(A)=\frac{1}{1+r^*}$$

である。$\lambda^*(A)$ はAのフロベニウス根をあらわす。上式は

$$r^*=\frac{1}{\lambda^*(A)}-1$$

となる。つまり最大利潤率はAのフロベニウス根で与えられる。次に $0\leqq r<r^*$ で r を考えてみる。⑥より $w=1$ とおいて

$$p=a[I-(1+r)A]^{-1}$$

であるが，$p>0$ の条件は

$$\frac{1}{1+r}>\lambda^*(A)$$

注(7)　これはAが分解不可能である場合の仮定であって，Aが⑦のように分解可能な時は，以下の<仮定3′>に代える必要がある。Zaghini〔6〕p. 264 参照。

である。さて〈仮定3〉より，つまり⑧より

$$0<\lambda^*(A)<1$$

であるから

$$1 \geqq \frac{1}{1+r} > \frac{1}{1+r^*} = \lambda^*(A) > 0$$

となる。つまり〈仮定3〉の下に $0 \leqq r \leqq r^*$ で常に $\frac{1}{1+r} > \lambda^*(A)$ とでき，したがって常に $p>0$ なのである。このように体系が基礎財のみより成る場合，〈仮定3〉の下に利潤率均等化ということと価格が正であることが両立しないような状況はおこらないのである。

次に体系に非基礎財が含まれ，A が⑦のような形をしているとする。このとき⑥は，

$$(1+r)[p_{(1)} \vdots p_{(2)}] \left[\begin{array}{c:c} A_{11} & A_{12} \\ \hdashline 0 & A_{22} \end{array}\right] + w[a_{(1)} \vdots a_{(2)}] = [p_{(1)} \vdots p_{(2)}]$$

或いは，

$$⑨ \begin{cases} (1+r)p_{(1)}A_{11} + wa_{(1)} = p_{(1)} \\ (1+r)p_{(1)}A_{12} + (1+r)p_{(2)}A_{22} + wa_{(2)} \\ \quad = p_{(2)} \end{cases}$$

となる。

さてここで，非負の賃金率すなわち $w \geqq 0$ となるような $r \geqq 0$ の範囲を考えよう。⑨の第1式より $w=0$ の時 r は最大となり

$$(1+r^*)p_{(1)}A_{11} = P_{(1)}$$

であったから，利潤率は，r^* すなわち基礎財生産過程の最大利潤率によって画されていることがわかる。したがって，この時利潤率の動きうる範囲として区間 $[0, r^*]$ を考えれば良いであろう。実際上式より

$$p_{(1)}A_{11} = \frac{1}{1+r^*}p_{(1)}$$

で，前の議論と同様

$$\frac{1}{1+r^*} = \lambda^*(A_{11})$$

$$\therefore \quad r^* = \frac{1}{\lambda^*(A_{11})} - 1$$

である。つまり，r^* は基礎財生産過程の技術条件によってきまる最大の利潤率をあらわしているのである。ここで注意すべきことは，前と異なり，体系の最大利潤率は A_{11} のフロベニウス根で与えられ，必ずしも A のフロベニウス根で与えられるとは限らないということである。

$$\lambda^*(A) = \max\{\lambda^*(A_{11}),\ \lambda^*(A_{22})\}$$

であるから，$\lambda^*(A_{11}) > \lambda^*(A_{22})$ の時最大利潤率は A のフロベニウス根で与えられるのである。後に見るように特に $\lambda^*(A_{11}) > \lambda^*(A_{22})$ の時には $0 \leqq r \leqq r^*$ のすべての利潤率にわたって全価格は正であることが保証され，論ずべき問題は何もおきないのである。

さて A が⑦ような時，〈仮定3〉は次のようにかきかえられる必要がある。

〈仮定3′〉非基礎財の粗生産（この場合要素がすべて1からなる）列ベクトルを $y_{(2)}$ とすると

$$Ay \leqslant y \text{ かつ } A_{22}y_{(2)} \leqslant y_{(2)}$$

が成りたつ。

これは次の理由による。非基礎財生産過程は少なくとも1種類以上の基礎財を投入物として用いる。が，これにもかかわらずどの非基礎財産業においてもその粗生産物が投入物として各産業に入る総量と同じ大きさであるならば，すなわちすべての $i=k+1,\ k+2 \cdots\cdots,\ n$ について $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} = 1$ が成りたつとしたならば，非基礎財生産過程で純生産物を生じないのに基礎財生産部門から投入があることになり。これは不合理だからである。したがって⑧も次のように改められる。

$$⑧' \begin{cases} 0 \leqq \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \leqq 1 \ (\text{すべての } i=1, \cdots, n \text{ について}) \\ 0 \leqq \sum_{j=1}^{n} a_{ij} < 1 \ (\text{少なくともひとつの } i=k+1, \cdots\cdots, n \text{ について}) \end{cases}$$

前の議論と全く同様に⑨から，$w=1$ とおいて

$$⑩ \begin{cases} p_{(1)} = a_{(1)}[I-(1+r)A_{11}]^{-1} \\ p_{(2)} = a_{(2)}[I-(1+r)A_{22}]^{-1} + (1+r)a_{(1)} \\ \qquad [I-(1+r)A_{11}]^{-1}A_{12}[I-(1+r)A_{22}]^{-1} \end{cases}$$

が得られる。⑧′と $A_{12} \geqq 0$ より A_{11} の行和はどれも1以下で，少なくとも1つの行和は1より小であるから，よって

$$0 < \lambda^*(A_{11}) < 1$$

である。前と同じような推論から $0 \leqq r \leqq r^*$ で $p_{(1)} > 0$ が得られる。しかしながら $p_{(2)}$ については同じ議論はできない。さて $p_{(2)} > 0$ なる条件は，

$$⑪ \quad \frac{1}{1+r} > \lambda^*(A_{22})$$

である。もし $\lambda^*(A_{11}) > \lambda^*(A_{22})$ ならば，$\frac{1}{1+r} \geqq \lambda^*(A_{11})$ なのだから，⑪は常に満たされる。しかるに $\lambda^*(A_{22}) \geqq \lambda^*(A_{11})$ の場合 r^* または充分 r^* に近い r について

$$\frac{1}{1+r} \leqq \lambda^*(A_{22})$$

となるから，$p_{(2)} > 0$ が得られないことになるのである。なんとなれば

$$\frac{1}{1+r^*} = \lambda^*(A_{11}) \leqq \lambda^*(A_{22})$$

が成立するからである。したがって常に $p > 0$ となる条件

$$(*) \quad \lambda^*(A_{11}) > \lambda^*(A_{22})^{(8)}$$

は前節の economic viability の一般化ということになるのである。これは次のようにして見ることができる。もし仮に，基礎財がすべて自由財であったと仮定する，つまり $p_{(1)} = 0$ と仮定する。この時，非基礎財生産過程では $w = 0$ の時技術的に受け入れることのできる最大の利潤率が達成されることになる。これを s^* とすると，⑨で $w = 0$ とおいて，

$$p_{(2)} A_{22} = \frac{1}{1+s^*} p_{(2)}$$

よって $p_{(2)} > 0$ より

$$\frac{1}{1+s^*} = \lambda^*(A_{22})$$

が得られる。これと $\frac{1}{1+r^*} = \lambda^*(A_{11})$ より

$$⑫ \quad s^* > r^* \Longleftrightarrow \lambda^*(A_{11}) > \lambda^*(A_{22}) \Longleftrightarrow p > 0 \quad \text{for all} \quad r \in [0, r^*]$$

が得られるわけであるが，これは前節⑤の一般化であるということは明らかである。したがって以下で論じられるのは，どんな条件の下に（*）が満足され，よって $0 \leqq r \leqq r^*$ のいかなる r についても常に $p > 0$ となるかを示すということになるのである。或いは次のように言っても良い。つまり A が⑦のような形をしている時，viability 及び $a > 0$ の仮定の下に価格方程式

$$p = (1+r)pA + wa$$

が，$p > 0$，$w \geqq 0$ なる解を，$0 \leqq r \leqq \frac{1}{\lambda^*(A_{11})} - 1 = r^*$ のいかなる r についても，有する条件は何かを示すことになるのである。

さてこの節を終わるにあたって，次の点を注意しておくことにする。つまり賃金が生存費に等しいという仮定のない，すなわち利潤率の変化しうる⑥の如き体系では，（*）を満たさずともある利潤率の下では $p > 0$ となりうるのである。言い方をかえれば，（*）を満たせば $p > 0$ となるような r の区間は $[0, r^*]$ であるが，（*）をみたさずとも $p > 0$ となるような r の区間 $[0, r']$ $(0 < r' < r^*)$ が必ず存在するのである。〈仮定3′〉或いは⑧′より，A_{22} の行和は1以下で，少なくともそのひとつは1より小であるから，

$$0 < \lambda^*(A_{22}) < 1$$

である。これより，$0 < r' < r^*$ で

$$\lambda^*(A_{22}) < \frac{1}{1+r'} < 1$$

なる r' が必ず存在するのである。

第3節　資本の有機的構成と economic viability

本節では，economic viability を満たすようないくつかの十分条件を資本の有機的構成に関連させて述べようと思う。Zaghini の言う economic viability とは $s^* > r^*$ であったが，前節で見た通り，これは $\lambda^*(A_{11}) > \lambda^*(A_{22})$ と同値であったから，議論の中心

注(8)　〈仮定3′〉より $0 < \lambda^*(A_{11}) < 1$，$0 < \lambda^*(A_{22}) < 1$ だから，実際 $\lambda^*(A_{11}) > \lambda^*(A_{22})$ としうる。

点はこの後者をどのような体系が満たしているかという点にしぼられるのである。

命題を提示・証明する前に，以下で用いられる資本の有機的構成について2通りの定義を与えておく。1つは，それぞれの産業の資本費用を労働費用で除した値で定義され，これは価格で評価されたものである。他は，各産業で粗生産物1単位を生産するのに直接・間接必要な労働投入量を直接的な労働投入量で除した値で定義され，これは，労働量で評価されたものである。以下の命題1～3では前者の定義が用いられ，命題4では後者の定義が用いられる。どちらの定義を用いても結論は同じであることが，後に明らかになるであろう。

命題1　全産業において，価格で評価した資本の有機的構成が均等であるような体系は economic viability を満たす。

(証明) 第 j 産業の資本の有機的構成を ρ_j であらわすと

$$\rho_j=\frac{\sum_{j=1}^{n}a_{ij}p_i}{wa_j}\ (j=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ n)$$

となるが，$\rho_1=\rho_2=\cdots\cdots=\rho_n$ であるから，今これを $\frac{1}{\rho_j}=\mu$ とおくと

$$\mu\sum_{j=1}^{n}a_{ij}p_i=wa_j\ (j=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ n)$$

が得られる。これは

$$\mu\left(\sum_{i=1}^{n}a_{i1}p_i,\ \sum_{i=1}^{n}a_{i2}p_i,\ \cdots\cdots,\ \sum_{i=1}^{n}a_{in}p_i\right)=wa$$

或いは

⑬ $\mu pA=wa$

となる。さて⑥の両辺に μ をかけ，それに⑬を代入して

$$(1+r)wa+\mu wa=\mu p$$

となる。さらにこの両辺に右から A をかけて⑬を代入し，整理すると次の式を得る。

⑭ $aA=\frac{1}{1+r+\mu}a$

⑭は $\frac{1}{1+r+\mu}$ が A の固有値であり，a がそれに対応する固有ベクトルであることを示している。

さて，ここで $\lambda=\frac{1}{1+r+\mu}$ とおいて⑭を次のように分解する。

⑮ $\begin{cases}a_{(1)}A_{11}=\lambda a_{(1)}\\ a_{(1)}A_{12}+a_{(2)}A_{22}=\lambda a_{(2)}\end{cases}$

〈仮定4〉より $a_{(1)}>0$。しかも A_{11} は分解不可能な行列であるから，(9) ⑮の第1式は，$\lambda=\lambda^*(A_{11})$ 以外に解をもたない。よって

$$\frac{1}{1+r+\mu}=\lambda=\lambda^*(A_{11})$$

また，⑮の第2式より

$$a_{(1)}A_{12}=a_{(2)}(\lambda I-A_{22})$$

であるが，再び〈仮定4〉より $a_{(2)}>0$。また〈仮定1〉より $A_{12}\geqq 0$ だから $a_{(1)}A_{12}\geqq 0$。したがって

$$\lambda>\lambda^*(A_{22})$$

の時，この時に限り

$$a_{(2)}=a_{(1)}A_{12}(\lambda I-A_{22})^{-1}>0$$

となる。$\lambda=\lambda^*(A_{11})$ であったから

(＊)　$\lambda^*(A_{11})>\lambda^*(A_{22})$

したがって economic viability を満たすことが示された。

(証明終)

よく知られているように，資本の有機的構成が均等な場合，価格は分配変数の影響をうけず，(10) 労働投入量に比例的である。つまり，⑬を⑥に代入して

$$(1+r)pA+\mu pA=p$$

となるが，これより次式が得られる。

注(9)　二階堂〔7〕p. 136 参照。
(10)　バーマイスター〔1〕，スラッファ〔5〕p. 12。

$$pA = \frac{1}{1+r+\mu}p$$

ここで，$\frac{1}{1+r+\mu}$はA_{11}のフロベニウス根であったが，〈命題1〉の結果と$\lambda^*(A)=\max.\ \{\lambda^*(A_{11}),\ \lambda^*(A_{22})\}$とから，$\frac{1}{1+r+\mu}$は$A$のフロベニウス根となり，$p$はそれに対応する固有ベクトルである。これは定数倍を除いて一意であるから，

$$p = ta\ (t>0,\ t\in\mathbb{R})$$

となるのである。

しかし，以上のことは〈命題1〉によらずとも次のようにして示すことができる。⑬より得られる。

$$pA = \frac{1}{\mu}wa$$

を⑥に代入して整理すると

$$\frac{1+r+\mu}{\mu}wa = p$$

となるわけである。〈仮定3′〉より常に$p>0$であることは言うまでもない。

またこのことと，⑫の関係とにより，つまり，あらゆるrについて$p>0$であるのだから⑫を通して$\lambda^*(A_{11})>\lambda^*(A_{22})$が導かれるわけである。このように，〈命題1〉とは別の経路をもって，資本の有機的構成が均等な体系では economic viability が満たされることが示されるのである。

さて次のような特殊ケースを考える。つまり基礎財生産部門，非基礎財生産部門それぞれで均等な資本の有機的構成が支配しているとする。この時次の命題が証明される。

〈命題2〉価格で評価した基礎財生産部門内の均等な資本の有機的構成が，非基礎財生産部門内の均等な資本の有機的構成より大なる時，economic viability が満たされる。

しかし，この命題は次のより一般的命題のスペシャルケースとなるから，次の命題について証明を与えておけば充分であろう。

〈命題3〉価格で評価した場合基礎財産業のどの資本の有機的構成[11]も，非基礎財産業のどの資本の有機的構成以上[12]である時，体系は economic viability を満たす。

（証明）　第j産業の資本の有機的構成（ρ_j）を$\frac{1}{\mu_j}$とおくと，

$$[p_1,\ \cdots\cdots,\ p_k,\ p_{k+1},\ \cdots\cdots,\ p_n]\left(\begin{array}{ccc:ccc} a_{11} & \cdots\cdots & a_{1k} & a_{1,k+1} & \cdots\cdots & a_{1n} \\ \vdots & & & \vdots & & \\ a_{k1} & \cdots\cdots & a_{kk} & a_{k,k+1} & \cdots\cdots & a_{kn} \\ \hdashline & & & a_{k+1,k+1} & \cdots & a_{k+1,n} \\ & 0 & & \vdots & & \\ & & & a_{n,k+1} & \cdots\cdots & a_{nn} \end{array}\right)\left(\begin{array}{ccc:ccc} \mu_1 & & 0 & & & \\ & \ddots & & & 0 & \\ 0 & & \mu_k & & & \\ \hdashline & & & \mu_{k+1} & & 0 \\ & 0 & & & \ddots & \\ & & & 0 & & \mu_n \end{array}\right)$$

$$= w[a_1,\ \cdots\cdots,\ a_k,\ a_{k+1},\cdots\cdots,\ a_n]$$

である。

さてここで

$$\hat{\mu}_{(1)} = \begin{bmatrix} \mu_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \mu_k \end{bmatrix}\quad \hat{\mu}_{(2)} = \begin{bmatrix} \mu_{k+1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \mu_n \end{bmatrix}$$

とおくと，上式は次のようになる。

$$⑲\ \begin{cases} p_{(1)}A_{11}\hat{\mu}_{(1)} = wa_{(1)} \\ [p_{(1)}A_{12}+p_{(2)}A_{22}]\hat{\mu}_{(2)} = wa_{(2)} \end{cases}$$

この第1式より，$\hat{\mu}_{(1)}$が可逆であることから

$$⑲'\ p_{(1)}A_{11} = wa_{(1)}\hat{\mu}_{(1)}^{-1}$$

となるが，これを⑨の第1式に代入して

$$(1+r)wa_{(1)}\hat{\mu}_{(1)}^{-1}+wa_{(1)} = p_{(1)}$$

が得られる。さらにこの式の両辺に右からA_{11}をかけて⑲′を代入すると次のように整理することができる。すなわち

注(11)　少なくとも1つ異なる資本の有機的構成をもつ産業があるとする。
(12)　注(11)と同じ。

$$(1+r)a_{(1)}\hat{\mu}_{(1)}{}^{-1}A_{11}\hat{\mu}_{(1)}+a_{(1)}A_{11}\hat{\mu}_{(1)}=a_{(1)}$$

である。そしてこれは最後に次のように変形される。

$$a_{(1)}[I-\{\hat{\mu}_{(1)}+(1+r)I\}\hat{\mu}_{(1)}^{-1}A_{11}\hat{\mu}_{(1)}]=0$$

ここで $a_{(1)}>0$ であることと

$$\{\hat{\mu}_{(1)}+(1+r)I\}\hat{\mu}_{(1)}^{-1}A_{11}\hat{\mu}_{(1)}$$

が分解不可能であることから，

$$\lambda^*[\{\hat{\mu}_{(1)}+(1+r)I\}\hat{\mu}_{(1)}^{-1}A_{11}\hat{\mu}_{(1)}]=1$$

となる[13]。ここで

$$\mu_{1M}=\max.(\mu_1,\ \mu_2,\ \cdots\cdots,\ \mu_k)$$

おくと

$$(1+r+\mu_{1M})\hat{\mu}_{(1)}^{-1}A_{11}\hat{\mu}_{(1)}\geqq\{\hat{\mu}_{(1)}+(1+r)I\}\hat{\mu}_{(1)}^{-1}A_{11}\hat{\mu}_{(1)}$$

であるから，フロベニウスの定理より

$$\lambda^*[(1+r+\mu_{1M})\hat{\mu}_{(1)}^{-1}A_{11}\hat{\mu}_{(1)}]>\lambda^*[\{\hat{\mu}_{(1)}+(1+r)I\}\hat{\mu}_{(1)}^{-1}A_{11}\hat{\mu}_{(1)}]=1$$

となる。したがって

$$(1+r+\mu_{1M})\lambda^*(\hat{\mu}_{(1)}^{-1}A_{11}\hat{\mu}_{(1)})>1$$

だが，

$$\lambda^*(\hat{\mu}_{(1)}^{-1}A_{11}\hat{\mu}^{(1)})=\lambda^*(A_{11})$$

だから

$$⑳\quad \lambda^*(A_{11})>\frac{1}{1+r+\mu_{1M}}$$

が最後に得られる。

次に⑲の第２式から得られる

$$⑲''\quad p_{(2)}A_{22}=wa_{(2)}\hat{\mu}_{(2)}^{-1}-p_{(1)}A_{12}$$

を⑨の第２式に代入して整理すると

$$(1+r)wa_{(2)}\hat{\mu}_{(2)}^{-1}+wa_{(2)}=p_{(2)}$$

となる。再びこの式の両辺に右から A_{22} をかけて，⑲″を代入した結果，最後に次のように変形される。つまり，

$$p_{(1)}A_{12}\hat{\mu}_{(2)}=wa_{(2)}[I-\{(1+r)I+\hat{\mu}_{(2)}\}\hat{\mu}_{(2)}^{-1}A_{22}\hat{\mu}_{(2)}]$$

となるのである。$a_{(2)}>0$ であり，更に

$$\{(1+r)I+\hat{\mu}_{(2)}\}\hat{\mu}_{(2)}^{-1}A_{22}\hat{\mu}_{(2)}]$$

が分解不可能であるから

$$\lambda^*[\{(1+r)I+\hat{\mu}_{(2)}\}\hat{\mu}_{(2)}^{-1}A_{22}\hat{\mu}_{(2)}]<1$$

である[14]。実際この時

$$a_{(2)}=w^{-1}p_{(1)}A_{12}\hat{\mu}_{(2)}[I-\{(1+r)I+\hat{\mu}_{(2)}\}\hat{\mu}_{(2)}^{-1}A_{22}\hat{\mu}_{(2)}]^{-1}>0$$

となるのである。ここで

$$\mu_{2m}=\min(\mu_{k+1},\ \mu_{k+2},\ \cdots\cdots,\ \mu_n)$$

とおくと

$$\{(1+r)I+\hat{\mu}_{(2)}\}\hat{\mu}_{(2)}^{-1}A_{22}\hat{\mu}_{(2)}\geqq(1+r+\mu_{2m})\hat{\mu}_{(2)}^{-1}A_{22}\hat{\mu}_{(2)}$$

となる。再びフロベニウスの定理より，

$$\lambda^*[(1+r+\mu_{2m})\hat{\mu}_{(2)}^{-1}A_{22}\hat{\mu}_{(2)}]<\lambda^*[\{(1+r)I+\hat{\mu}_{(2)}\}\hat{\mu}_{(2)}^{-1}A_{22}\hat{\mu}_{(2)}]<1$$

である。これより

$$㉑\quad \lambda^*(A_{22})<\frac{1}{1+r+\mu_{2m}}$$

となる。さて$\dfrac{1}{\mu_{1M}}$は基礎財産業の中で最も小なる

注(13) n 次元ベクトル x 及び，n 次の非負分解不可能行列 B に対し，$x(I-B)=0$ が x について正の解をもつ条件は，$\lambda^*(B)=1$ である。二階堂〔7〕p. 136 参照。

(14) c を $c\geqq0$ の n 次行ベクトル，a を n 次列ベクトルとし，B を分解不可能非負行列とすると，$c=a(I-B)$ が a について正の解をもつ条件は $\lambda^*(B)<1$ である。二階堂〔7〕p. 139 参照。

資本の有機的構成をあらわし，$\frac{1}{\mu_{2m}}$は非基礎財産業の中で最も大なる資本の有機的構成をあらわす。⑳㉑より

$$\frac{1}{\mu_{1M}} \geqq \frac{1}{\mu_{2m}} \Longrightarrow \lambda^*(A_{11}) > \lambda^*(A_{22})$$

となる。よって economic viability を満たす。

（証明終）

さて以上の諸命題における資本の有機的構成とは価格で評価されたものであるから，それはいわば資本費用と労働費用との比率をあらわすものであった。しかし価格のかわりに労働量で評価しても上の命題はすべて成立するのである。最後にこのことを証明することにする。〈命題3〉に対応するものを証明すれば，方法は全く同じなので，十分であろう。

〈命題4〉資本の有機的構成を労働量で評価しても〈命題3〉は成立する。

（証明）今，viability の仮定から得られる$\lambda^*(A)<1$に注意すると，

$$a(I-A)^{-1} = a(I+A+A^2+\cdots\cdots)$$

は生産物1単位を生産するのに必要な直接・間接の労働量，つまり不変資本と可変資本の投下労働量で評価した時の和をあらわす。第j産業の資本の有機的構成をρ_jとし，前と同様

$$\hat{\rho}_{(1)} = \begin{bmatrix} \rho_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \rho_k \end{bmatrix} \quad \hat{\rho}_{(2)} = \begin{bmatrix} \rho_{k+1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \rho_n \end{bmatrix}$$

$$\hat{\rho} = \left[\begin{array}{c|c} \hat{\rho}_{(1)} & 0 \\ \hline 0 & \hat{\rho}_{(2)} \end{array}\right]$$

とおく。

$$a\hat{\rho} = a(I-A)^{-1}$$

である。或いは分解して

$$[a_{(1)} \vdots a_{(2)}] \left[\begin{array}{c|c} \hat{\rho}_{(1)} & 0 \\ \hline 0 & \hat{\rho}_{(2)} \end{array}\right]$$

$$= [a_{(1)} \vdots a_{(2)}] \left[\begin{array}{c|c} I-A_{11} & -A_{12} \\ \hline 0 & I-A_{22} \end{array}\right]^{-1}$$

だか，これより

$$㉒ \begin{cases} a_{(1)}\hat{\rho}_{(1)} = a_{(1)}(I-A_{11})^{-1} \\ a_{(2)}\hat{\rho}_{(2)} = a_{(1)}(I-A_{11})^{-1}A_{12}(I-A_{22})^{-1} \\ \qquad\qquad + a_{(2)}(I-A_{22})^{-1} \end{cases}$$

であるが，この第1式より

$$a_{(1)}[I-\hat{\rho}_{(1)}A_{11}(\hat{\rho}_{(1)}-I)^{-1}] = 0$$

となる。$(\hat{\rho}_{(1)}-I)$は正の対角要素からなる対角行列より，$(\hat{\rho}_{(1)}-I)^{-1}$も正の要素よりなる対角行列である。したがって，

$$\hat{\rho}_{(1)}A_{11}(\hat{\rho}_{(1)}-I)^{-1}$$

も非負の分解不可能行列である。$a_{(1)}>0$であるから，

$$\lambda^*[\hat{\rho}_{(1)}A_{11}(\hat{\rho}_{(1)}-I)^{-1}] = 1$$

となる。

$$\tilde{A} = \hat{\rho}_{(1)} A_{11} \hat{\rho}_{(1)}^{-1}$$

とおけば，上式は

$$\lambda^*[\tilde{A}_{11}\hat{\rho}_{(1)}(\hat{\rho}_{(1)}-I)^{-1}] = 1$$

となる。さて

$$\hat{\rho}_{(1)}(\hat{\rho}_{(1)}-I)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\rho_1}{\rho_1-1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \frac{\rho_k}{\rho_k-1} \end{bmatrix} > 0$$

であり，

$$\frac{\rho_j}{\rho_j-1} = 1 \Big/ 1-\frac{1}{\rho_j}$$

であるから，

$$\rho_{1m} = \min.\ (\rho_1,\ \rho_2,\ \cdots\cdots,\ \rho_k)$$

とおくと，

$$\tilde{A}_{11}\hat{\rho}_{(1)}(\hat{\rho}_{(1)}-I)^{-1} \leqq \tilde{A}_{11}\rho_{1m}(\rho_{1m}-1)^{-1}$$

よってフロベニウスの定理より，

$$1 = \lambda^*[\tilde{A}_{11}\hat{\rho}_{(1)}(\hat{\rho}_{(1)}-I)^{-1}] < \frac{\rho_{1m}}{\rho_{1m}-1}\lambda^*(\tilde{A}_{11})$$

だから，$\lambda^*(\tilde{A}_{11}) = \lambda^*(A_{11})$を考えて

㉓ $1-\dfrac{1}{\rho_{1m}}<\lambda^*(A_{11})$

が得られる。次に㉒の第2式より，これを整理すると次のようになる。

$$a_{(2)}[I-\hat{\rho}_{(2)}A_{22}(\hat{\rho}_{(2)}-I)^{-1}]$$
$$=a_{(1)}(I-A_{11})^{-1}A_{12}(\hat{\rho}_{(2)}-I)^{-1}$$

ここで，$a_{(1)}>0$，$(I-A_{11})^{-1}>0$，$A_{12}\geqq 0$，$(\hat{\rho}_{(2)}-I)^{-1}\geqq 0$ より上の右辺は非負ベクトルである。$a_{(2)}>0$ だから，

$$\lambda^*[\hat{\rho}_{(2)}A_{22}(\hat{\rho}_{(2)}-I)^{-1}]<1$$

となる。実際この時

$$a_{(2)}=a_{(1)}(I-A_{11})^{-1}A_{12}(\hat{\rho}_{(2)}-I)^{-1}$$
$$[I-\hat{\rho}_{(2)}A_{22}(\hat{\rho}_{(2)}-I)^{-1}]^{-1}>0$$

となる。再び

$$\tilde{A}_{22}=\hat{\rho}_{(2)}A_{22}\hat{\rho}_{(2)}^{-1}$$

とおくと上式は，

$$\lambda^*[\tilde{A}_{22}\hat{\rho}_{(2)}(\hat{\rho}_{(2)}-I)^{-1}]<1$$

となる。ここで

$$\rho_{2M}=\max.\ (\rho_{k+1},\ \rho_{k+2},\ \cdots,\ \cdots\rho_n)$$

とおくと

$$\rho_{2M}(\rho_{2M}-1)^{-1}\tilde{A}_{22}\leqslant\tilde{A}_{22}\hat{\rho}_{(2)}(\hat{\rho}_{(2)}-I)^{-1}$$

が得られる。よって

$$\rho_{2M}(\rho_{2M}-1)^{-1}\lambda^*(A_{22})<\lambda^*$$
$$[\tilde{A}_{22}\hat{\rho}_{(2)}(\hat{\rho}_{(2)}-I)^{-1}]\leqslant 1$$

であり，結局

㉔ $\lambda^*(A_{22})<1-\dfrac{1}{\rho_{2M}}$

となる。

$$\rho_{1m}\geqq\rho_{2M}\Longleftrightarrow 1-\frac{1}{\rho_{1m}}\geqq 1-\frac{1}{\rho_{2M}}$$

であるから，㉓㉔より

$(*)$ $\lambda^*(A_{11})>\lambda^*(A_{22})$

となる。

(証明終)

さて最後に次のことをつけ加えて本節を閉じることにする。以上において証明の手続上の都合とそれぞれの体系のもつ特徴的性格——たとえば資本の有機的構成が全産業で均等な場合，価格は分配変数から独立となる，等々——の提示のために命題を1～3に分けて順次証明したが，ここにきて上の諸命題は次のようにまとめられることは明らかであろう。

〈命題 3'〉 非基礎財生産部門のどの産業の資本の有機的構成の大きさもたかだか基礎財生産部門で最小の資本の有機的構成に等しい場合 economic viability を満たす。

この命題は，勿論，資本の有機的構成を価格で評価しても投下労働量で評価しても，成立することは言うまでもない。

第4節

さて，今体系が economic viability を満たさず（したがって $s^*\leqq r^*$），しかも $s^*\leqq r$ となるように r が決められているとする。この時いくつか，或いはすべての非基礎財産業は，この高い利潤率を受け入れることはできない。したがって，それらの産業は早晩生産を中止せざるを得なくなる。つまり，より高い利潤率を得ることのできる産業に資本が動いてゆくと考えられるのである。もしこの意味で考えるならば，基礎財産業のすべてと，この利潤率を受け入れることのできる残された非基礎財産業をもって体系は持続しうるであろう。もしただそれだけの意味しかないのであれば，とりわけ economic viability を満たす条件を求めてもさほど有意味とは言えない。この点についてもう少し考察するために，前節のモデルを特定化して考える。

次のような3財モデルを考えてみる。第1財，第2財は資本財であり投入物としてのみ用いられ，第3財は資本財として投入されるが又消費されもするとする。そして技術係数行列を次のように特定化する。(15)

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix}$$

注(15) この場合，明らかに第1財が基礎財，第2財，第3財が非基礎財である。

$$a_{11}+a_{12}=1$$
$$a_{22}+a_{23}=1$$
$$a_{33}\quad<1$$

ここで賃金も利潤も第3財より成り，すべて1生産期間内に消費され尽すとする。更に賃金率wが生存費水準によってきまっているとする。そしてこの値$\bar{w}$としよう。労働投入ベクトルを $a=(a_1,\ a_2,\ a_3)$ とし，第1財を価値尺度財とおいて$p_1=1$とする。このモデルでは分配変数の1つwが与えられているので，分配変数及び価格について体系は閉じている。この体系は次の3つの方程式によって叙述される。

$$\begin{cases}(1+r)a_{11}+\bar{w}a_1=1\\(1+r)(a_{12}+p_2a_{22})+\bar{w}a_2=p_2\\(1+r)(p_2a_{23}+p_3a_{32})+\bar{w}a_3=p_3\end{cases}$$

ここで，利潤率が基礎財生産過程の技術条件によって決定されることがわかる。上の第1式から

$$r=\bar{r}=\frac{1-\bar{w}a_1-a_{11}}{a_{11}}<\frac{1}{a_{11}}-1=r^*$$

となるからである。もしここで

$$s^*<\bar{r}$$

が成りたつと仮定してみよう。この場合非基礎財生産部門である第2，第3産業ではこの体系で利潤率$\bar{r}$をうけ入れられず早晩生産は中止されるであろう。よって残った基礎財産業のみが実際に存続してゆくはずである。しかしながらそれは事実上不可能である。なんとなれば，上の体系では賃金及び利潤双方が非基礎財である第3財のみから成っているからである。この時，分配されるべきものが生産されなくなってしまうのだから，基礎財産業も最早存続することが不可能である。つまり上のような経済体系の存続が不可能なのである。確かにその体系は viabilityは満たしている。にもかかわらず economic viability を満たしていないために，経済全体の存続が不可能なのである。前節で求めたいくつかの十分条件は，ここにおいて意味をもってくる。つまり前節の命題は経済全体の存続可能性を保証する十分条件なのである。それは単に，非基礎財の価格が正であることを保証するとか或いは，非基礎財部門が均等利潤率をうけ入れられることを保証するとかいうことのみにとどまらず，経済全体の存続を保証するということになるでのある。かくして我々は，Newman-Zaghini の問題から出発して，結局彼らが初め問題にしていたより極めて範囲の広い経済全体についての命題を得たのであった。この意味で前節の諸命題も幾許かの有用性があるように思われるのである。

〔参考文献〕

〔1〕 Burmeister, E. “On a Theorem of Sraffa”, *Economica*, Vol. 135, (1968), 83-87.

〔2〕 Bharadwaj, K. “On the Maximum Number of Switches Between Two Production Systems”, *Schweizerische Zeitschrift für Volkswirtschaft und Statistik*, Vol. CVI. (1970), 409-428.

〔3〕 Newman, P.“Production of Commodities”, *Schweizerische Zeitschrift für Volkswirtschaft und Statistik*, Vol. XCVIII, (1962), 58-75.

〔4〕 Pasinetti, L. L. *Lectures on the Theory of Production*, (Columbia, New York), 1977.

〔5〕 Sraffa, P. *Production of Commodities by Means of Commodities*, (Cambridge U. P., Cambridge), 1960.

〔6〕 Zaghini, E. “On Non-Basic Commodities”, *Schweizerische Zeitschrift für Volkswirtschaft und Statistik*, Vol. CIII, (1967), 257-266.

〔7〕 二階堂副包，『現代経済学の数学的方法』，（岩波書店，東京），1960.

〔8〕 A. ロンカッリア，『スラッファと経済学の革新』，渡合勝義訳（日本経済新聞社，東京），1974.

（慶應義塾大学大学院経済学研究科博士課程）